EDIZIONE NAZIONALE

MATHEMATICA ITALIANA

per il Ministero per i Beni e le Attività Culturali

EVCLIDE
MEGARENSE
PHILOSOPHO,

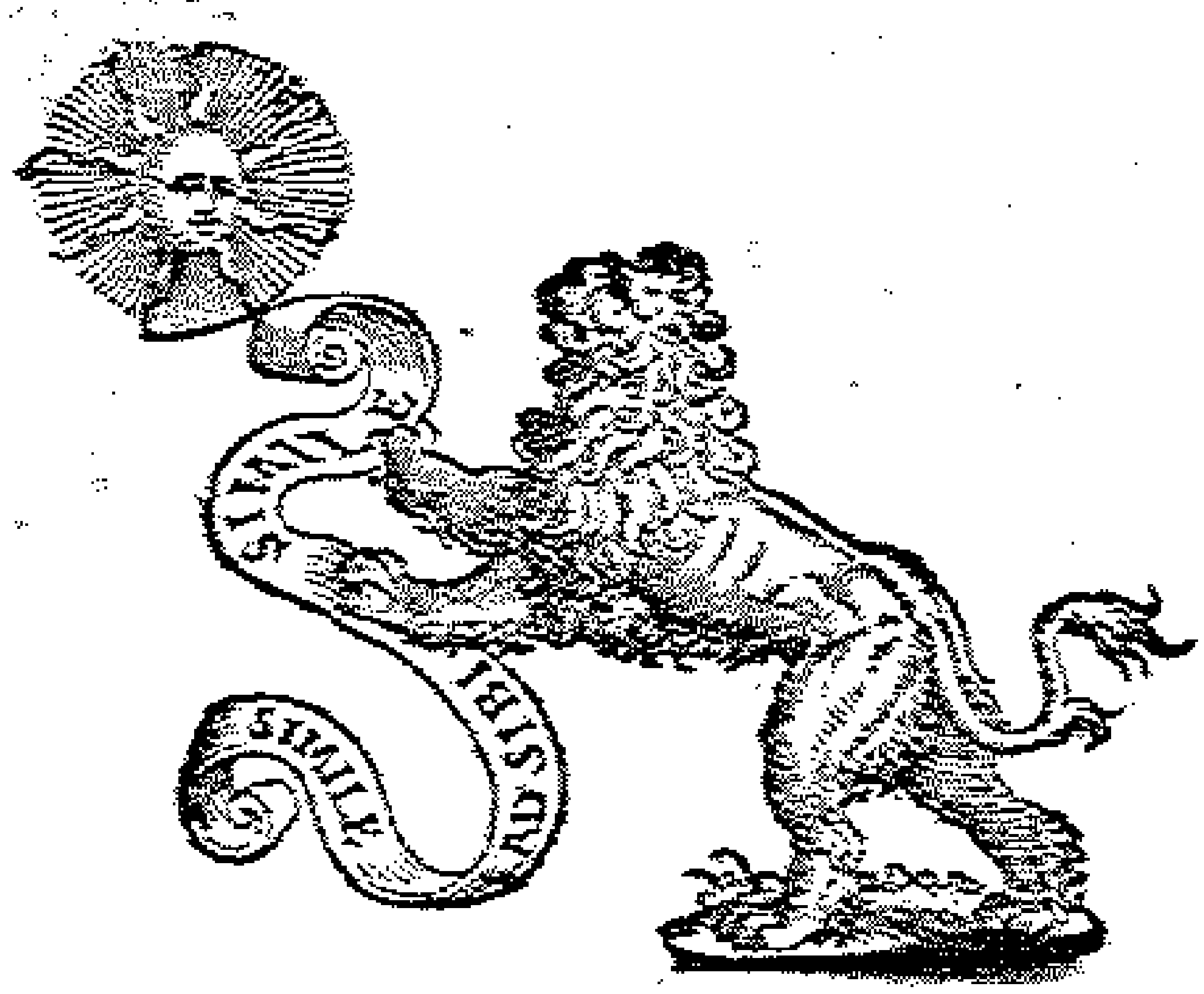
SOLO INTRODVTTORE DELLE SCIENTIE MATHEMATICE.

DILIGENTEMENTE RASSETTATO, ET ALLA integrità ridotto, per il degno professore di tal Scientie Nicolo Tartalea Brisciano.

SECONDO LE DVE TRADOTTIONI.

CON VNA AMPLA ESPOSITIONE dello istesso tradottore di nuouo aggiunta.

TALMENTE CHIARA, CHE OGNI MEDIOCRE ingegno, senza la notitia, ouer suffragio di alcun'altra scientia con facilità serà capace a poterlo intendere.



IN VENETIA, Appresso Curtio Troiano. 1565.

Ascanio di Monte Vecchio
1663

ALL'ORNATISSIMO D'OGNI VIRTV, IL SIGNOR FRANCESCO LABIA, SIGNOR SVO OSSERVANDISS.

CVRTIO TROIANO S.

PErche uediamo honoratissimo Signor mio, come la natura ci ha formato la parte interna di tal sorte, che chi o per naturale uiuacità o per dottrina conosce le conditioni de gli huomini, sa molto bene di esser tenuto di far piacere all'huomo del qual solo si uede essere corrispondente nel comunicare i benefici, io che per diuina gratia, sempre mi sono compiacciuto di giouare, per le forze mie, al stato humano, ho fatto con molta diligenza stampare l'Euclide in lingua uolgare, tradotto da Nicolo Tartaglia Brisciano, huomo nelle Mathematice dottrine, tanto eccellente & raro, per scientia & pratica, che i dotti di tale arte tengano per fermo lui solo hauer inteso le sottilità & le oscure sententie di Euclide, & anco i ueri fondamenti della Mathematica, ne' quali hanno preso tant'errore quelli che auanti lui si sono auantati di hauerlo fin dalle radici ottimamente inteso; il che si uederà nel suo comento dottissimo. Et uolendo io dedicare una tale dottrina la piu ferma & chiara di tutte le altre arti liberali, a persona, che per sue uirtù, bontà d'animo, & ornamenti dell'intelletto la douesse hauer cara: uoltandomi per l'animo di molti nobili ingegni a quali si potrebbe inuitare, fermai il pensiero in uostra Sig. laqual ha mostrato tanto amoreuole affetto uerso quasi ogni sorte di dottrina, che hauendosi dato prima alle considerationi logicali, dopoi alle speculationi naturali, ha uoluto ancora passeggiare per la Theologia, & finalmente s'è redotta alle mathematice come a dottrina certissima & chiara, laquale, perche ferma i suoi principij in cose, che da niuno possono esser negate, si dimostra d'ogn'altra piu scientifica e uera. Et quantunque tali ornamenti di V. Sig. ui fanno degno di maggior laude, di quella ch'io le posso dare con la mia dedicatione, nondimeno io non mi ritrarò di inuiarle la mia fatica, perche essendole io amoreuolissimo seruitor, tengo per certo che quella, mirando all'affetto del cor mio, aggrandirà il mio dono, riputandolo assai piu di quanto egli sia in effetto: cosi per uostra bontà, il mio libro uenirà ad esserui grato, & con questo caminerà securo sotto la protettione di Vostra Sig. laquale, se tenerà me in qual conto, che merita l'amor mio uerso di lei, mi darà animo di stampare altre simil cose, tutte utili ad illuminare gli intelletti humani: si che in tal modo si uenirà a giouare al mondo, & ad illustrare il nome di questo Auttore, la cui dottrina di maniera per se stessa lampeggia, che essendo posta in luce, manderà per l'uniuerso i suoi raggi tanto chiari, che qualunque letterato ne prenderà una picciola scintilla, gli parerà di uedere un chiaro Sole, che gli illustri l'intelletto a comprender meglio ogn'altra dottrina. Accetterà adunque V. Sig. me con l'opera istessa, laquale mi rendo certo, che sarà gratissima al uostro alto intelletto, si perche essa dottrina si manifesta anco a i sentimenti, come ancora perche Vostra Sig. ne prenda diletto. Et con questo, pregandole ogni felicità, me le ricomando di core.

LETTIONE DE NICOLO TARTALEA BRISCIANO, SOPRA TVTTA LA OPERA DI EVCLIDE MEGARENSE, ACVTISSIMO MATHEMATICO.

1 TVTTI gli huomini, Magnifici e Preclarissimi Auditori, (come scriue Aristotele nel primo della Methaphisica) naturalmente desiderano di sapere, & nel primo della posteriora cõchiude, che il sapere non è altro, che intendere per demostratione. Platone poi diffinisce la sapientia non esser altro, che una cognitione delle cose diuine & humane: & tutti gli antiqui Philosophi dicono, le parti della sapientia esser due, cioè speculatione, & operatione, ouer Theorica, & Pratica: Et Aristotele nel secondo della Methaphisica dice, che'l fine della speculatione, ouer della scientia speculatiua non è altro, che la uerità, & della operatione, ouer pratica, è l'opera compita: Anchora li detti antiqui inuestigatori delle cose, affermano come si tocca piu la uerità nelle Mathematice discipline, che in qualunque altra scientia ouer arte liberale: Per siche hanno assolutamente determinato quelle esser nel primo grado di certezza: & pero uediamo (come dice il Cardinal di Cusa) tutti quelli, che gustano di queste discipline, accostarse a quelle con amor mirabile; & questo non è per altro, se non perche in quelle si contiene il uero cibo della uita intellettuale.

2 Queste tali Scientie, ouer discipline sono state tanto intrinsicamẽte conosciute da nostri saui antiqui, che da quelli fu determinato, che la prima cosa, che se douesse far imparare a tutti quelli, che si dedicauano alla sapienza, fussero le discipline mathematice (cioè, si come al presente si costuma fare della grammatica.) Et questa determinatione ouer costitutione ferno per tre cause: Prima perche le dette scientie, ouer discipline, approuano l'ingegno dell'huomo, se egli è atto a far frutto nelle altre scientie, o nò: perche tra quelli si costumaua questo prouerbio. Sicut aurum probatur igni, & ingenium Mathematicis: cioè che si come la bontà de l'oro uien conosciuta, & approbata con il fuoco, cosi l'ingegno dell'huomo uien conosciuto & approuato con le Discipline Mathematice. Et pero quando per sorte trouauano alcuno, che di tai scientie non fusse capace, lo leuauano da tal cominciato studio, & lo applicauano ad altro essercitio, perche in effetto comprẽdeuano (come dice Vitruuio Polione al primo capo del suo primo libro) che la dottrina senza lo ingegno, ne lo

ingegno senza la Dottrina, puo fare un perfetto artifice.

3 La seconda causa, perche li nostri antiqui uoleuano che le Mathematice discipline fussero le prime imparare, è questa, perche alla intelligentia di queste non ui occorre alcuna altra scientia. La causa è che per se medesime si sostentano, per se medesime si uerificano, per se medesime si approuano, & nõ per auttorità, ouer opinione de huomini, come fanno le altre scientie, ma per demostratione.

4 La terza causa è, che conosceuano tutte le altre scientie, arti, ouer discipline, hauer delle Mathematice bisogno, & non solamente le liberali, & sue dependenti; ma anchora tutte le arte Mecanice, come al presente sotto breuità, in parte si farà manifesto.

5 Primamente eglie cosa notta, che per mezzo di queste tai scientie ouer discipline, nelle occorrentie naturali noi conoscemo in materia, la descriptione, qualità, & quantità de ogni figura geometrica, cioe de triangoli, quadrangoli, Penthagoni, Essagoni, Rhombi, & Rhomboidi, & de ogni altra figura piana. Et similmente de ogni corpo solido, si regulare, come irregulare, come sono pyramidi, prisme, ouer seratili, sphere, coni, chilindri ouer colonne, cubi, otto base, dodici base, uinti base, & altri suoi dependenti, con tutte le sue proprietà & proportioni, come geometricamẽte descriue è forma el nostro egregio Authore Euclide in 15. Libri, delliquali 11 sono de geometria, cioe el primo el 2. & el 3. el 4. el 6. el 10. lo 11. lo 12. il 13. il 14. & il 15. Et tre sono di Arithmetica, cioè el 7. lo 8. & il 9. El quinto a tutti questi è comune, ilquale è della proportione & proportionalità, laqual proportione & proportionalità cosi se aspetta al numero, como alla misura.

6 Certa cosa è anchora, che queste tai scientie, ouer Discipline mathematice sono nutrice, & matre delli musici: Impero che con li numeri & sue proprietà proportione & proportionalità noi conosciamo la proportione dupla, che da pratici è detta ottaua, esser composta d'una sesquitertia & de una sesquialtera: & similmente sapiamo la sesquitertia esser composta de duoi toni, & de un semiton menore, & la sesquialtera esser composta de tre toni & de un semiton menore, per il che si manifesta la detta dupla, ouer ottaua esser composta de cinque toni & de duoi semitoni menori, cioè meno una coma de sei toni, & similmente sapiamo el tono esser piu di otto come & men di 9. Anchora per uigor di queste tai discipline sapiamo esser impossibile a diuidere il detto tono, & ogni altra superparticolare rationabilmente in due parti equale, ilche dimostra il nostro Euclide, nella ottaua propositione del ottauo libro.

7 Piu oltra, non per altra causa alli presenti tempi è penuria de boni & eccellenti Astronomi, che per diffetto delle antedette discipline,

ne, perche di ben intendere l'Almagesto di Ptolomeo, & similmente Giouan de monte Reggio senza le Euclidiane Istruttioni, niun certo si puo auantare: & quantunque si lega nel ecclesiastico al primo Capitolo. Altitudinem coeli, & latitudinem terrae, & profundũ abissi quis dimensus est? Nondimeno tanta è la uirtu di queste scientie, ouer discipline, che per mezzo delle proportioni, non solamente li nostri antiqui hanno conosciuto quanta sia la rotondità di tutta la terra, & quanto sia el Diametro suo & similmente delli altri elementi: ma anchora hanno conosciuto la grandezza del Sole, & della Luna, delle stelle, si fisse come erratice, & la conuersatione del loro Cielo, come dimostra Ptolomeo nel Almagesto, & Alphonso nelle sue Tauole.

8 Queste medesime scientie ouer discipline, danno la uia all'arte giudiciaria, detta astrologia, & similmente alla Pyromantia, Hydromantia, Geomantia, Nicromantia, & altri sorti legi, come scriue Isidoro, & Cieco D'ascoli, & similmente, Cornelio Agrippa nel secondo di Occulta Philosophia.

9 Che diremo della Geographia? Non ci dimostra Ptolomeo & tutti gli altri eccellentisimi Geographi, quanto li sia necessario el numero, la misura, la proportione, & proportionalità. Quando che di tutto l'uniuerso debitamente proportionando li gradi della lor longhezza & larghezza, in una picol carta, tutte le famose prouincie, citta, castelli, monti, fiumi, isole, peninsule, & altri siti maritimi, & mediterranei ci hanno ridotto.

10 Quanto che queste siano necessarie alla Corographia, cioè al modo di mettere rettamente in disegno un particolar sito, ouer paese, & similmente la pianta de una citta lo habbiamo dimostrato nel quinto libro delli nostri quesiti, & inuention diuerse.

11 Anchora considerando bene, e studiando la scientia Perspettiua, senza dubbio si trouarà, che nulla sarebbe, se la Geometria, come madre sua, non se gli accomodasse. Questo non solamente ci uerifica el nostro Euclide, nella sua Specularia & Perspettiua, & similmente lo Arciuescouo Giouanne Cantuariense: Ma piu abondantemente Viteleone, quel gran Perspettiuo, ilquale ogni sua propositione approua & dimostra con le Euclidiane propositioni.

12 Che queste tai scientie ouer Discipline siano necessarie all'arte Pittoria, non uoglio star a prouarlo particularmente, perche mi basta che Alberto duro alli tempi nostri Pittor eccellentisimo, nella opera sua non solamente lo confessa & affirma: ma ancora attualmente lo dimostra al senso.

13 Quanto queste siano opportune all'arte horologica, cioè alla cõpositione, descritione, ouer costruttione delli horologij, si horizon-

tali come murali. Sebastiano Munstero non solamente in Pratica, ma in Theorica lo fa manifesto.

14 Da queste medesime discipline germoglia, & nasce la scientia de Pesi, come apertamente dimostra Giordano in quello de Ponderibus, il che medesimamente verificamo & approuiamo nel quinto libro delli nostri quesiti & inuentioni diuerse, con laqual scientia Aristotile nelle sue questioni Mecanice assegna la causa di ogni ingenio sa mecanica inuentione.

15 Tanto è generale la uirtu, ouer potentia di queste tai discipline piene di certezza, che Archimede Siracusano per lo studio di quelle, con suoi mecanici ingegni difese un tempo la citta di Siracusa contra l'impetto di Marco Marcello Consule Romano, per ilche acquistò il nome della immortalita.

16 Per mezzo di queste si fanno uarij & diuersi modelli, fabricansi pōti quasi alla natura impossibile.

17 Anchora se con lo intelletto ben considraranno & sguardanno tutte le sorte de antique & moderne machine, & istromenti bellici si offensiui come diffensiui, come sono bastioni, repari, bricole, trabocchi, catapulte, scorpioni, baliste, ariete, testudine, helepoli, (come dimostra Vetruuio nel decimo.) Et similmente Vegetio, Valturio, & Lion Battista delli Alberti, sempre con forza de numeri & misure le loro proportioni si trouano formare & fabricate.

18 Delle noue inuentioni per noi trouate, sopra el tirar delle moderne machine tormentarie, dette dal uulgo artegliarie, non uoglio replicarlo per hauerlo altroue detto & in parte publicato: Basta solamente a dire, che per consiglio di queste, senza alcuna sperienza ne pratica in tal esercitio la maggior parte ritrouai.

19 Similmente per uirtu di queste habbiamo ancor trouato di mandar a essecutione tutti quei modi (recitati da Vegetio, & da Frontino Valturio,) che usauano li nostri antiqui nell'ordinare gli eserciti in battaglia sotto uarie & diuerse forme, cioè in forma quadra di gēte, ouer di terreno, & similmente el modo di formar, el cuneo, la forfice, la sega, el rhumbo, la forma circulare e la lunare, lequal cose alli presenti tempi quasi in tutto sono perdute.

20 Di quanto aiuto et subsidio sian le dette discipline alla Architettura, Vitruuio Pollione nel suo Proemio lo fa manifesto.

21 Queste tai scientie, ouer discipline non solamente acuiscono l'ingegno del huomo, & lo fanno atto a poter con facilità penetrare in qual si uoglia altra scientia: Ma anchora lo preparano a poter agilmente discorrere ouer caminare di lōgo alla sapientia: Anzi che Bonetio Seuerino uol che queste tai sciētie, ouer discipline siano le proprie uie di ascendere a quella, & finalmente conchiude senza queste

tai

tai scientie ouero discipline esser impossibile di potere rettamente filosofare.

22 Questo medesimo uienne a essere stato retificato con li effetti da quel Platone padre e maestro de Philosophi, elquale non uolena che alcun scholaro intrasse nella sua schola, ouer studio, se non era prima in Geometria ben isperto.

23 Et pero non è da marauigliarsi, se molti passi nella Phisica, Metha phisica, & Posteriora de Aristotele, & similmente in quei de Celo & mundo paiono oscuri, & difficili alli nostri moderni, che la maggior parte non procede da altro, che per non sapere le predette discipline.

24 Queste medesime danno l'essere alla Pratica speculatiua di Algebra, & Almucabala, uolgarmente detta la Regola della cosa ouer arte Magna, e queste, non solamente Maumeth figliuolo de Moise Arabo (gia di tal scientia primo inuentore.) Ma anchora frate Luca dal Borgo, Michel Stifelio, e Leonardo Pisano Geometricamente lo fanno manifesto.

25 Essendo un giorno interrogato il diuino Platone, perche causa lo huomo fra el genere de gli animali era chiamato animal rationale, & tutti li altri erano detti irrationali & brutti, lui rispose perche lo huomo sa numerare & le bestie non. Se adunque cosi minima parte di tai discipline (che è il numerare) per esser commune a tutti, ne fa differenti da gli animali brutti, & ne preuileggia di questo nome rationale; Eglie adunque cosa chiara che quanto maggior parte apprendiamo di quelle, tanto piu saremo rationali, & lontani dalli irrationali.

26 Da queste medesime discipline se raccoglie & prende (dico inauedutamente) parte della Dialettica, cioè la prattica & il modo di sapere argomentare nel disputar le cose, & a confutare lo auersario, & conchiudere il proposito per uarie & diuerse uie, come che procedēdo in quelle si farà manifesto.

27 Piu forte Bartolo da Sassoferrato (famoso legista) nella sua Tyberina sue figure geometrice usando, non solamente ne manifesta lui essere stato nelle Mathematice ottimamēte instrutto & coroborato, ma anchora ne aduertisse la geometria esser necessaria in iure.

28 Che diremo della guida & scorta di nostra salute sacra Theologia: Non dimostra il Reuerendissimo Cardinal Nicolo di Cusa nella penultima parte de l'opera sua, senza la geometria non potersi a gli intelletti nostri communicare, laqual parte è intitolata Complementum theologicum figuratum in Complementis Mathematicis.

29 Ma eglie di tanta necessità questa geometrica disciplina & scientia, che non solamente noi huomini mortali nelle nostre cose commensurabili usiamo quella, come piu uolte è stato detto; ma anchora il

ra il magno Iddio, ilquale è misura di tutte le cose, in formar le parti del corpo humano, non si gouerna senza quella, con laquale, anchora questi Compositori de imagini, & Pittori eccellenti si conformano, ad ogni membro usando el suo compasso: per ilche anchora li peritissimi Architetti, come ci manifesta Vetruuio Polione al primo cap. del suo terzo lib. Cercano con ogni diligentia di proportionare le case & altri suoi publici & priuati edifici alla similitudine del detto corpo humano, per esser quello, come è detto, dal sommo Architettore con debite misure fabricato.

30 Finalmente si conosce anchora la nobilità, eccellentia & altezza di queste discipline, per la gran fama & nome di quelli, iquali hanno dato opera ad essornare & studiare dette sciẽtie, come furno Mercurio Trimegisto philosopho sacerdote & Re d'Egitto, similmente Pytagora, Platone, Plotino, Aristotele, Auerois, Hypocrates, el nostro Euclides, Ptolomeo, Archimede siracusano, Apollonio Pergeo, Iordano, Vitruuio Architetto. Et molti altri, iquali per breuità lasso, per non ui tenir in tempo, basta in conclusione, che non si trouarà alcuno che sia stato di gran nome & fama in alcuna facultà senza le Mathematice.

31 Queste poche parole ho uoluto preponere in questo nostro principio, acciochè uoi conosciate che la presente dottrina non è cosa uile, ne mecanica, ne da essere spreciata, ma dignissima & da esser apprecciata da ogn'uno, senza la quale ogni altra scientia è imperfetta, & cosi per oggi faremo fine, dimane poi cominciaremo a dechiarire alcuni termini alla materia nostra pertinenti.

32 Finalmente accio che non para che io sia ingrato della benignissima attione & audientia, che per uostra humanità me haueti prestata. Vi rendo infinite gratie.

SECONDA LETTIONE.

1 ESSENDO il proposito nostro Magnifici & Eccellentissimi auditori, di uoler dar principio a isponere, ouer dechiarare quelle scientie, arti ouer discipline, che da Greci sono dette Mathematice, che in nostra lingua non uol dir altro che scientie, ouer arti dottrinabile; per procedere regolatamente, prima diffiniremo quale, & quante siano queste tai scientie, ouer discipline, & qual sia il loro proprio soggetto: Et da poi questo, distingueremo le specie di caduna di quelle, & li suoi termini principali.

2 Le scientie Arti, ouer Discipline Mathematice, secondo il uulgo sono molte, cioè Arithmetica, Geometria, Musica, Astronomia, Astrologia, la Cosmographia, la Corographia, la Perspettiua, la Specularia,

cularia,

cularia, la scientia di Pesi, la Architettura & molte altre: Ma Bonetio Seuerino, & Giorgio Valla tolendo tal opinione da alcuni Greci uogliono, che le dette discipline Mathematice siano solamẽte quattro, cioè Arithmetica, Geometria, Musica, & Astronomia, & che tutte le altre siano subalternate, cioè dependenti dalle dette quattro: Ma Fra Luca dal Borgo san sepulchro, uuole che le dette discipline Mathematice siano oueramente cinque (aggiongendo alle predette quattro la Perspettiua) oueramente tre, escludendo dalle predette quattro la Musica: & per sostentare tal sua opinione, aduce ragioni & argumenti assai, liquali per non esser cosa de importantia lasciaremo da banda. Nientedimeno il Reuerend. Sig. Pietro de Aliaco Cardinale, nella prima questione sopra Giouanne di Sacrobusto, conchiude, la Musica, & la Astronomia, & similmente la Perspettiua non esser pure Mathematice (come è il uero) ma medie fra le mathematice, & la scientia naturale: Per ilche seguita solamente la Arithmetica, & la Geometria esser le pure Mathematice, & tutte l'altre esser medie, ouer dependenti, & miste delle Mathematice discipline & della scientia naturale, eccettuando la Strologia giudiciaria, laqual egli conchiude esser pura naturale, in quanto alla sua essentia.

3 Concluderemo adũque che solamente la Arithmetica, & la Geometria, delle quali speculatiuamente tratta el nostro Euclide, siano le pure discipline Mathematice.

4 Et perche il primo libro del detto nostro Authore, come fu detto hieri, è di geometria, il sugetto della quale geometria è la quantità continua, le specie della qual quantità continua, secondo el logico sono cinque, cioè, linea, superficie, corpo, luogo, & tempo. Ma secondo il mathematico sono solamente tre cioè linea, superficie, & corpo. Et perche il piu puro & principal termine di queste tai specie de quantità è il ponto, pero conuenientemente il nostro Authore ne diffinisse quello nella sua prima diffinitione. Dicendo.

5 Punctus est cuius pars non est. Cioè il ponto è quello, la parte del quale non è, cioe che non si troua parte di quello, che in sostantia nõ uol inferire altro, saluo che il ponto è quello, che non ha parte alcuna, cioè che di quello non si potria tuore ne dar ne trouare ne anchora imaginare la mità, cioè, che non se potria tuor ne dar ne trouar ne imaginar un mezzo ponto, & non potendo tuor ne dar un mezzo põto, meno potremo tuor ne dare un mezzo terzo, ne un mezzo quarto, ne alcuna altra parte simile a quello, per laqual diffinitione ne dinotta il detto ponto esser indiuisibile, & consequentemente non esser quantità, perche ogni quantità cõtinua è diuisibile in infinito.

6 Alcuno potrebbe dire, per tutto quello che tu me hai detto fin a questa hora, io non so ne intendo che cosa sia questo punto.

Et io

7 Et io rispondo, che cadauno de uoi per natural istinto sa che cosa eglie, & che sia il uero, lo farò confessare a uoi medesimi. Essempli gratia.

8 Se io adimando a qual si uoglia di uoi, come se chiama la istremità di questo ago ouer gucchia, senza dubbio cadauno di uoi dirà che se chiama ponta, se ui adimandarò perche ragione se chiamela così ponta, uoi me risponderetti, perche è così sutilmente appōtita, & che ua così a terminare in niente: se adunque tal termine sarà niente, el non receuerà diuisione, cioè chel non si potra diuidere in due ne in piu parti, & pero non haueria parte alcuna & non hauendo parte per la diffinitione del nostro Euclide saria un ponto, & questa è la ragione che uoi la chiamati ponta, adunque eglie tempo assai che uoi sapeti che cosa è ponto.

9 Questo tal ponto nelle operationi geometrice si intēde & piglia per ogni picol segno fatto uolontariamente ouer a caso con qualche stiletto apontito in qualche spacio, come saria a questo modo) ouerамente con qualche materia colorata, come saria a dire con la ponta de la penna in qualche foglio di carta a questo modo. Oueramēte con qualche altro material colore, come saria con questo gesso. a questo modo.

10 Alcun potria dire, questo tal ponto artificialmente fatto, non ha uer alcuna conuenientia con quello, che diffinisse lo Authore, atteso che lo operante geometrico mai non lo puo costituire ne segnar talmente picolo, che non possa esser sempre piu picolo, ouer che non sia sempre diuisibile appresso all'intelletto.

11 Considerando fra me medesimo Magnifici & Preclarissimi Auditori qualmente alcuni delle nobilità nostre hanno appresso di se l'opera del nostro Euclide secondo la prima tradutione dal Campano, & alcuni altri secondo la seconda, fatta da Bartholameo Zamberto Veneto (che uiue anchora.) Alcuni altri secondo la stampa di Parise, ouer d'Alemagna, nellaquale hanno incluso le predette ambedue tradutioni, ma per un certo modo qual è piu presto atto a generare confusione in cadauno studēte, che altramente, (come nel nostro processo faremo chiaramente conoscere,) & alcuni altri l'hanno secondo la nostra tradutione fatta in uolgare, & accio che per tal uariatione alcun dipoi non resti confuso, ne ha parso di uolere sotto breuità repetere tutta la lettione de hieri secondo cadauna de dette tradutione, accioche si ueda la differentia che sia da l'una a l'altra, & la qual cosa non sarà inutile alli giouani principianti: da poi questo se dichiarirà anchora, almeno le due altre seguenti diffinitioni.

EVCLIDE MEGARENSE ACVTISSIMO PHILOSOPHO, ET PERSPICACISSIMO MATHEMATICO,

LIBRO PRIMO.

NICOLO TARTALEA TRADOTTORE.

Per Intelligentia delle cose che seguitano è da notare, qualmente, egli è costume (anzi è debito) di ciascheduno che voglia trattar di qualche scientia, ouero disciplina, diffinire primieramente il soggetto di quella tal scientia, ouero disciplina con tutti li suoi occorrenti termini. Et perche la Geometria è una scientia, ouero disciplina contemplatiua, la descrittione delle figure, ouero forme della quantità continua immobile, detta magnitudine, Perilche il soggetto generale di detta Geometria verria ad esser la detta magnitudine immobile: le specie dellaquale sono tre, cioè, Linea, Superficie, e Corpo. Et perche queste specie sono comprese, & speculate sotto a varij, & diuersi termini, & figure, denominate per diuersi nomi, per tanto l'Autthore, inanzi che dia alcuna propositione, si ha voluto ordinariamente diffinir tutte quelle cose di che si ha a trattar in questo primo Libro, come di sotto il tutto chiaro si potrà uedere.

DIFFINITIONE PRIMA.

$\frac{1}{1}$ IL Ponto è quello, che non ha parte.

IL TRADOTTORE.

In questa prima diffinitione l'Autthor ci diffinisce il principio della quantità continua (che è il ponto) & dice, che il ponto è quello, che non ha parte alcuna, cioè, quello delquale non si puo tuoglier, ne trouar, ne anchora imaginar la mettade, ouer il terzo, o uer il quarto, ne alcuna altra parte simile: Per laqual diffinitione ci dinota, il detto ponto non esser alcuna quantità: ma solamente, esser un semplice termine fatto dalla natura, ouero dall'arte, ouer a caso, ouer con la mente imaginato, dinotante il principio ouer il mezzo, ouero il fine di alcuna quantità, o ueramente qualche altra conditionata parte d'una linea, ouer qualche effetto accadente in una, ouero piu linee, o altre quantità: come nelle cose che seguitano si uederà palese. Et questo tal ponto (nelle operationi Geometrice) se intende, & piglia per ogni piccolo segno fatto uolontariamente, ouero a caso con qualche stilo pontito,

ouero

nuero dipinto con qualche materia colorata, in qualche spatio: come per essempio ha
uemo descritto, ouer signato in margine. Ma perche alcuno potria arguir, & dire,
Pon- tal sorte di ponto (artificialmente fatto dall'operante) non hauer alcuna conuenien
to. ria con quello che diffinisce l'Auttore: attento che l'operante non mai il puo consti
tuire, ne segnar, talmente piccolo, che'l non possa esser sempre piu piccolo, ouer che'l
non sia sempre diuisibile appresso all'intelletto, & per tal causa non esser di alcuna
consideratione appresso l'Auttore, per esser in tutto al contrario della sua diffini-
tione: Onde per risoluer questo dubbio, rispondo (come habbiamo detto nel principio
del proemio) che tutte le operationi, e construttioni fatte dall'operante in materia,
cioè, in carta, ouer in terra, ouer in qual si uoglia altra materia, mai poson esser cosi
uere, e precise che nō possano esser piu uere, e piu precise: Et se ben il mathematico cō
sidera & guarda con l'occhio sensibile le cose congionte con la materia, secondo l'es-
ser suo, tamen secōdo la ragione sempre li considera, & guarda con la mente astrat
ta da quella materia, doue sono, secondo che sono simplicemente in se, cioè, secondo
l'intention dell'operante, e non secondo l'oprare: l'intention dell'operante, Geometrico
è sempre di far le cose che cōstruisse in materia, a tutto suo puoter, secōdo che son sem
plicemente in se, a benche non mai le fa cosi precise: facendo adonque un ponto, con
intention di farlo secondo che è semplicemente in se, cioè, indiuisibile: seguita, quel
tal ponto (tolto secondo l'intention del operante) esser indiuisibile. Il medesimo in so
stantia afferma Arist. nel. 6. della meth. qual dice, che la scientia mathematica nō
considra le cose congionte con la materia, secondo l'esser, se non a separate da quella
secondo la ragione: e che la scientia naturale le consdra con la detta materia all'un
e l'altro modo, cioè, secondo l'esser e secondo la ragione: per il che seguita che conside-
rando il detto ponto secondo l'esser e secondo la ragione, per tanto quanto è realmen
te quel material color negro dipinto nel margine di questo foglio di carta, tal cōside
ration serà naturale, e tal ponto secondo questa consideration non si puo negar che
non sia diuisibile in infinito. Ma considerandolo cō la mente separato da quella ma
teria sensibile, secondo la ragione, cioè, secondo la diffinitione, tal consideratione se-
rà mathematica, e secōdo quella serà indiuisibile: si che il naturale è differente dal
mathematico in questo, che egli considera le cose uestite, il mathematico nudo d'o-
gni materia sensibile.

Comparatione del Ponto.

IL ponto in Geometria, è simile alla unità nella Arithmetica: laqual è principio
del numero, & non è numero: Similmente è simile al suono nella Musica (come
afferma Franchin di Gaffori nel. 2. capitolo del suo primo libro: similmēte è simi
le allo istante nel tempo, ouer nel moto (come ci manifesta Aristotele nel. 6. della
Physica, testo. 24.) E forsi che non seria fuor di proposito a dir che il detto ponto
fusse simile alla materia prima, nelli principij delle cose naturale. Anchora si puo
dir che'l ponto sia simil alla lettera consonante in Grammatica, perche in uero quel
la non è uoce, & è principio della uoce. Vero è che alcuni Gramatici dicon esser una
uoce indiuidua: ma questi tali (secondo il mio parere) se ingannano: perche ogni uo
ce è diuisibile in infinito: La region è questa, che ogni uoce è proferta in tempo, & è

misurata

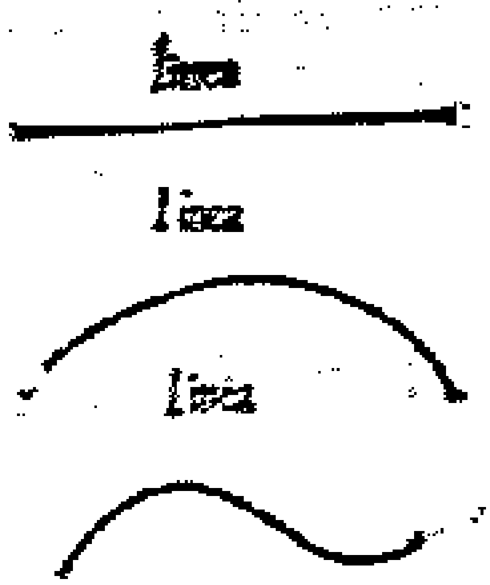
misurata da quello: & ogni tempo è divisibile in infinito (per esser specie del continuo) adunque ogni voce è divisibile in infinito: perche, se la misura è divisibile in infinito (per commune scientia,) seguita che la cosa misurata sia medesimamente divisibile in infinito. E però non si può dire, che alcuna voce sia indivisibile, si come non si può dir, che il ponto sia una quantita continua indivisibile, perche seria contraditione. Si vede adonque che il ponto ha similitudine con tutte le cose, ummo ha gran similitudine con Iddio: & per questa causa li Sapienti hanno attribuito questo nome pōto, a esso Iddio, come nelli suoi settanta duoi nomi manifestamente appare. Questo ponto nella seconda tradottione è detto segno: ma perche questo nome ponto è piu commune, & piu frequentato fra li Latini e volgari che segno, Ponto e non segno, m'è parso chiamarlo. Questo medesimo stile ho usato nelle altre diffinitioni, etiam nelle propositioni: perche non mi è parso de imitare gli Alcuni, liquali hanno stāpato una propositione della prima tradottione de verbo ad verbum precisamente come sta co'l suo commento. Et consequentemente a quella una della seconda tradottione; pur de verbo ad verbum come sta co'l suo commento: laqual mistione non è altro, che una confusione alli studenti: & massime, dove le propositioni sono diverse in conclusione: Anzi ho osservato questo, che tutte quelle propositioni che sono simili in conclusione (in l'una & l'altra tradottione: siano dove si voglino) quantunque nel dire, over nel proferir gli sia qualche differentia (come è stato del pōto) ne ho formato una sola propositione in volgare: formando la maggior parte de testi volgari sopra quella, che ha vocaboli piu communi, cioè, sopra la prima: E questo medesimo ordine ho tenuto nelli suoi commenti over espositioni: perche, in vero la prima tradottione, si nelli testi come nelli commenti usa generalmente vocaboli piu communi & piu usitati, che la seconda: vero è che la seconda par in molti testi parla piu correttamente, che la prima, come procedendo in molti luoghi si vedra palese: & massime, nel decimo.

Diffinitione 2.

2 La linea è una longhezza senza larghezza: li termini dellaquale sono
2 duoi ponti.

Il Tradottore.

In questa diffinitione l'Authore ci diffinisce la prima specie della quantità continua (che è la linea.) Et dice che la linea è una longhezza, senza alcuna larghezza: & che li termini di quella sono duoi ponti, (essendo pero intesa terminata:) perche, sono molte linee, che non son terminate, come è la circonferētia di un cerchio, & altre simili. Ma bisogna notare, qualmente sono alcune linee fatte dalla natura: alcune dall'arte: alcune, a caso: e alcune, imaginate con la mente. Quelle, che sono fatte dalla natura, sono le semplice longhezze, overo le semplice larghezze, overo grossezze, che sono naturalmente in ogni qualità de corpi materiali dalla natura prodotti, overo

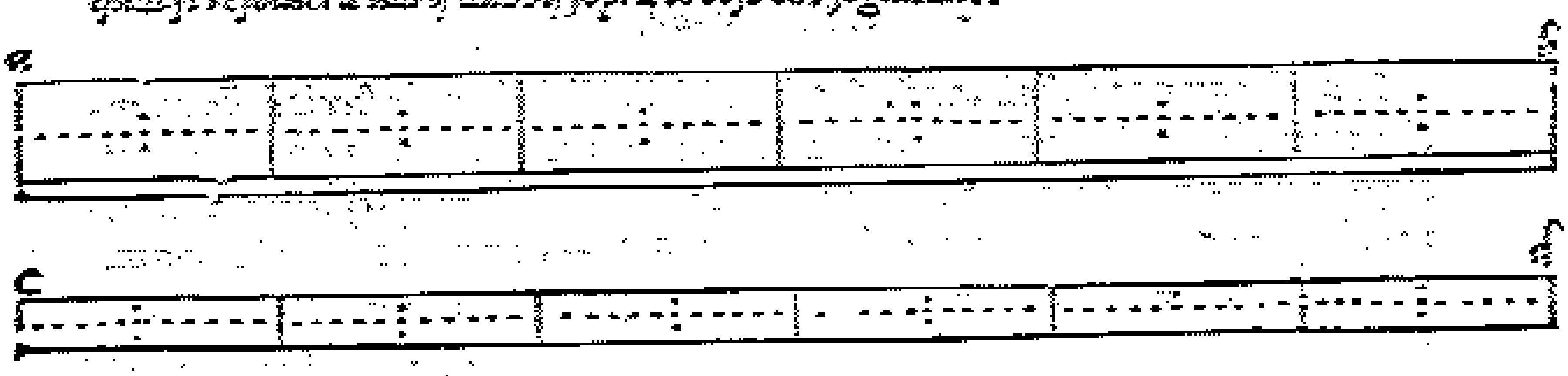


dall'arte

dall'arte fabricati: et sono etiam li semplici termini delle superficie terminanti detti corpi. Ma perche anchora non si è diffinito che cosa sia superficie, ne corpo, al presente nõ è luoco di parlarne, ma nel processo si uederà manifestamẽte cosi essere. Ma le linee fatte dall'arte, ouero a caso sono fatte uolõtariamente, ouero a caso dall'operante Geometrico con qualche stilletto ponito, ouero con qualche materia colorata, in qualche spatio, come per esempio (in uarij modi, si come etiam uarij modi possono accadere) hauemo designato di sopra. Vero è, che alcun potria dire (come fu detto del ponto) queste tali linee artificialmente fatte dallo operante non hauere conuenientia alcuna con la linea diffinita dallo egregio nostro Autthore Euclide, atteso che non mai possono essere tirate, ouero disegnate tanto sottil, che quelle non habbiano qualche larghezza in se: Niente dimeno questo dubbio se risolue secõdo quello del ponto: cioè, chi nel considerar ciaschaduna di dette linee o altre simili, e similmente quelle, che sono in ogni qualità di superficie & corpo, cosi secondo la ragione, come secondo l'essere, congionte e miste con quella materia di negro colore, o altra simile, che ce le fa uisibile in larghezza, come fa il naturale: senza dubbio secondo tal consideratione hauranno sempre qualche larghezza, & anchor grossezza, per causa della sua ueste materiale. Ma chi considererà dette linee, pur congionte con detta materia, secondo l'esser, ma poi secondo la ragione, separate da quella, cioè, nude e spogliate di quella sua ueste materiale de inchiostro o carta tinta, come fa il mathematico, secondo tal consideratione si trouerà esser resoluto il dubbio. Si uede adonque che il mathematico, & il naturale, nel considerar le cose si accordano in una parte, perche ciaschaduno le considera secondo l'esser congionte con la materia doue sono infuse: ma si discordano in un'altra, cioè, secondo la ragione: perche il naturale secondo la ragione le considera medesimamente congionte e uestite di quella sua ueste materiale sensibile: & il mathematico, separate, cioè, nude & spogliate della detta sua ueste materiale, come fu detto sopra il ponto. E tutto questo afferma Aristotele nel preallegato sesto della Methaphisica, testo 2. & similmente il Commentatore sopra il primo de celo & mundo, commento primo: ma piu diffusamente Aristotele nel secondo della Physica, testo. xx. ce lo dechiara. Et acciò che ogni mediocre ingegno meglio apprehenda et intenda questa differentia, che è fra il naturale et il mathematico nel considerar le cose, uoglio addur anchora un'esempio molto facile da capire. Hor poniamo che sieno due misure materiali di alcuno metallo, ouer di legno (si come sono quelle, che usano questi mechanici, per misurar le cose occorrente) & che dette misure siano di equal longhezza, come sarebbe che fussino duoi passi, & che ciaschaduno di essi passi sia diuiso in cinque piedi, liquali piedi siano di onze xii. come si costuma fra li Architetti: & poniamo che dette due misure siano di legno, ma che una sia d'un legno molto grosso, cioè, il passo a.b. & l'altra sia d'un legno sottile, cioè, il passo c.d. dico che chi uuol cõsiderar queste due misure, ouero, quantità realmente secondo, che sono, cioè, secondo la materia, senza dubbio si cõcluderà una esser maggiore dell'altra, cioè, la a.b. esser maggior della c.d. perche eglie piu materia dentro, cioè, piu quantità di legno, per la sua maggior larghezza & grossezza: et questa tal consideratione serà naturale, laqual se referisse alla ma

teria,

teria, che si vede, cioè, alla quantità del legno. Ma chi vuol considerar queste due misure secondo il Geometra, over mathematico (ilquale non ha alcun rispetto alla materia secondo la ragione) dirassi queste due misure esser egual, come è il vero, perche sono tolte & considerate secondo la intentione dell'operante, che le ha fabricate, ilquale le ha fatte con intentione di far una simplice longhezza: il medesimo se intende d'ogni altra sorte di famosa misura, cioe, pertiche, brazza, canne, cavezzi, et altre simili, o stasio di ferro, over di legno: grosse o sottile, non importa, perche tal grossezza non vien considerata. E però si potria dir che la linea, è una longhezza senza alcuna considerata larghezza, over grossezza. E che sia il vero, che ciascuna delle sopradette famose misure siano intese tolte per linee, oltra che Euclide ce lo manifesta nel decimo chiamando ciascuna simile, linea data rationale, come al suo luoco si dirà. Il sapientissimo Commentatore Averrois sopra il secondo della Physica, commento.xx. volendo dechiarare la consideratione del prospettivo (circa alla linea) essere media fra la consideratione del naturale e del mathematico, ce lo ratifica con queste precise parole. Geometria enim considerat de magnitudinibus abstractis à materia, naturalis vero cõsiderat de eis secũdum quod sunt in materia. Aspectivus autem considerat de lineis in dispositione media inter illas duas considerationes: non enim considerat de linea secundum quod est linea simpliciter, ut Geometer, neque secundum quod est linea lignea, aut area, ut naturalis, sed secũdum quod visualis. Per ilche è da sapere che per la linea lignea, overo metallica se piglia naturalmente come è detto di sopra: vero, è che la scrittura di tal commento dice, linea ignea, aut aerea: ma io credo che sia stato mal tradotto, & che voglia dire, come habbiamo detto di sopra, cioè, linea, aut area: Et questo credo serà bastante alla intelligentia della differentia della consideratione naturale & mathematica, con laqual si resolverà varij dubbij sopra le cose che seguitano.



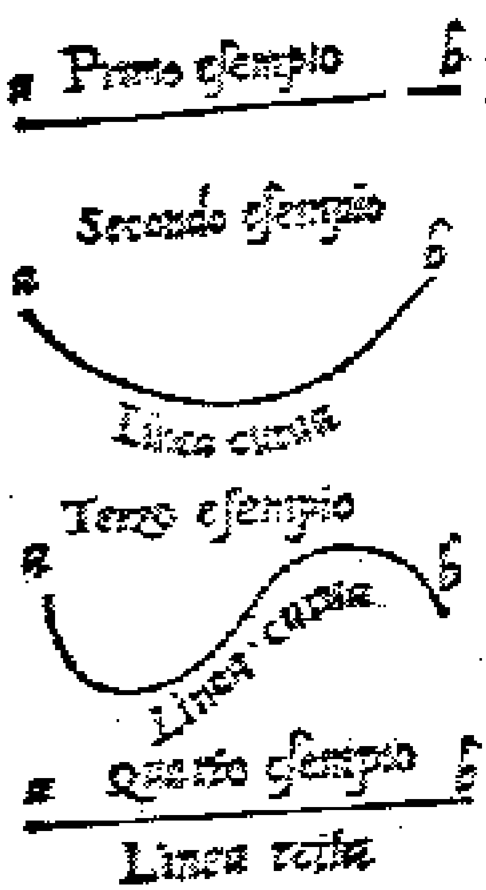
Diffinitione 3.

3 La linea retta è la brevissima estensione da uno ponto ad un'altro.

4 che riceve l'uno e l'altro di quelli nelle sue estremità.

Il Tradottore.

Havendo lo Autthore nella precedente diffinitione diffinito, che cosa sia la linea in genere. (Perche questo genere de linea si divide in due specie principale, cioe, in retta, e curva, però nella presente diffinitione ci vol dar a conoscer qual sia la retta) e dice che la linea retta è la piu brevissima estensione, over tratta che tirar si possa



in atto, ouero con la mente da un ponto a un'altro, riceuendo nelle sue estremità ciascaduno di quelli, come per lo essempio si uederà. Siano li duoi ponti .a. & b. come qui potrai uedere nel primo essempio. Dico che dal ponto .a. al ponto .b. si possono tirar infinite linee una maggior dell'altra, al modo che habbiamo posto qui di dentro nel secondo essempio: & similmente infinite altre nella forma & maniera, che habbiamo posto nel terzo essempio, et in altri uarij modi: ma la piu breue che tirar si possa dal detto põto .a. al põto .b. poniamo che sia quella che qui dentro sono, e che habbiamo tirata retta: quẽste nel quarto essempio: Essendo adonque la piu breuissima, che tirar si possa dall'uno all'altro di detti põti, serà detta linea retta per la presente diffinitione. Et questo basta per dechiaratione della linea retta, & etiam per notitia della curua: perche chi cognosce il dritto de una cosa è sforzato a cognoscere etiam il rouerscio, e pero lo Authore non ha uogliuto diffinir altramente la linea curua, per essere cosa superflua, imaginãdosi tal cognitione esser espressa a chi hauerà notitia della retta. Ideo &c.

Diffinitione 4.

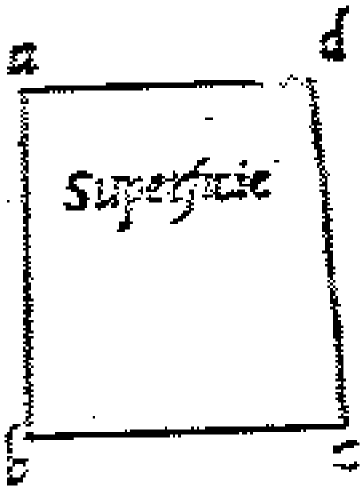
4 / 5.6 La superficie è quella che ha solamente longhezza & larghezza: li termini dellaquale sono linee.

Il Tradottore.

In questa quarta diffinitione l'Authore ci diffinisse la seconda specie della quantità continua (che è la superficie) & dice che la superficie è quella che ha solamente longhezza e larghezza, cioe, che gli manca la profondità, ouer grossezza: li termini dellaquale (essendo terminata) sono linee. dico essendo terminata, perche sono molte superficie che non sono terminate, come saria la superficie d'una balla tonda, ouer d'un ouo, & altri corpi simili. Ma per intender bene questa diffinitione bisogna notare, qualmente sono alcune superficie fatte dalla natura, alcune dall'arte, alcune a caso, & alcune imaginate con la mente. Le superficie fatte dalla natura sono li superficiali termini terminanti ogni qualita di corpo dalla natura prodotto, ouer dall'arte fabricato: ma per nõ esser anchora diffinito che cosa sia corpo, metteremo questo parlar da banda, per non preterir l'ordine dell'Authore, ilqual non costuma parlare d'una cosa auanti la diffinitione di quella: ma le superficie fatte dall'arte, ouer a caso sono quelle, che uengono fatte, ouer dissegnate uolontariamente, ouer a caso dall'operante geometrico, ouer pittorico, con qualche stiletto pontito, ouer cõ qualche materia colorata in qualche altra superficie, come per essempio hauemo dessignate in margine, ilqual margine è pur anchora lui superficie di questo foglio di carta. Ma dun

dun

dui dubbij ponno occorrere nella mente del studente circa alla sopraposta diffinitione, e circa alla nostra espositione uno di quali è questo. Potria dire, la diffinitione dice, che la superficie ha solamente longhezza, e larghezza, & trouò la maggior parte delle superficie hauer piu longhezze e piu larghezze, come appar nella superficie. a. b. c. d. laquale ha due longhezze, cioe il lato. a. b. et il lato. c. d. et due diuerse larghezze, cioe, il lato. a. d. & il lato. b. c. Circa a questo dubbio risponde, che la longhezza & la larghezza d'una superficie è una cosa, & li lati, ouer linee, che la terminano sono un'altra: perche le linee che terminano ogni qualità di superficie (siano quante si vogliano) se dicono solamente termini di quella superficie, e non longhezze, ne larghezze di quella: uero è che per mezzo de ditti termini noi uegniamo in cognitione della uera e simplice longhezza e larghezza de ogni qualità di superficie, & poi per mezzo della detta uera e simplice longhezza & larghezza noi uegniamo in cognitione della quantità di quella tal superficie, come nel 2. libro si uederà manifesto: & per questo si dice che la superficie ha solamente longhezza, & larghezza, & che li termini di quella sono linee, ma non dice che le linee che la terminano siano la sua longhezza, ouer larghezza: & questo basta per dechiaratione del primo dubbio. El secondo e simile a quello della linea, cioe, che se potria dire, che quelle superficie artificialmente fatte, ouer designate, ouero pinte con qualche liquor corporeo colorato, hauer in se sempre qualche grossezza, ouer profondità: ma questo dubbio se risolue come quello del ponto, ouer della linea, cioe, che il Geometra le considera (secondo la ragione) nude, & spogliate di quella materia colorata secondo che sono in se, cioe, senza profondità, ouer grossezza: & questo basta per delucidatione della superficie in genere.



Diffinitione 5.

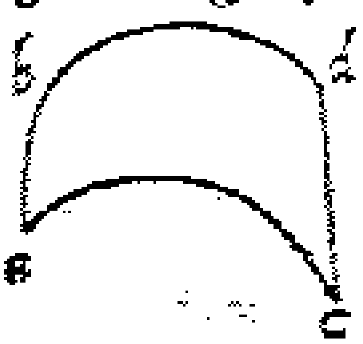
5/7 La superficie piana è la breuissima estensione da una linea a un'altra, che riceua nelle sue estremità l'una e l'altra di quelle.

Il Tradutore.

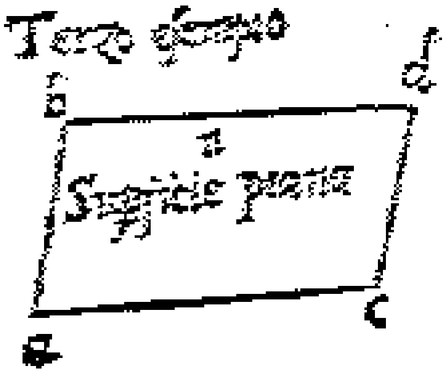
Hauendo l'Autthor di sopra diffinito che cosa sia superficie in genere (e perche sono due specie principali de superficie, cioe, piana, e globosa, ouer conuessa, ouer spherica, ouer montuosa) e pero in questa diffinitione ne diffinisse la piana, & dice, che la superficie piana e la piu breuissima superficie che si possa estendere da una linea a una altra, riceuendo nelle sue estremità ciascuna di quelle: perilche bisogna notare che questa diffinitione e quasi simile a quella della linea retta: Onde similmente bisogna aduertire che da una linea a un'altra si puo estendere in atto, ouer con la mente infinite superficie, che riceueranno nelle sue estremità ciascaduna di quelle, tamen se nõ una sola se ne puo estendere che sia piana, e non piu: e quella sarà la piu breuissima

Primo esempio

Secondo esempio



Terzo esempio

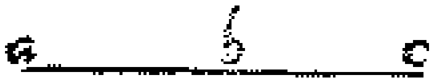


de tutte le altre che estender si possano: come (essempli gratia) siano le due linee .a.b. & .c.d. come qui si vede. Nel primo essempio dico, che dalla linea .a.b. alla linea .c.d. si puo estendere in atto, over con la mente, infinite superficie, alla similitudine della superficie .m. tirata superficie, alla similitudine della superficie .m. etiā nel secōdo essempio che una serà maggior dell'altra, etiā in altri varij modi, ma la piu brevissima che estender si possa, serà quella che serà estesa brevemente, & rettamente dalla detta linea .a.b. alla linea .c.d. alla similitudine della superficie .n. del terzo essempio laquale, essendo la piu brevissima, serà detta superficie piana, per la presente diffinitione, dovente che la sia estesa talmente che ella tocca nelle sue estremità ciascaduna di quelle proposte linee: questo dico, perche se ne potria tirar di piu breue di quella, fra le dette linee, che nō sariano piane, ma non toccariano le dette due linee .a.b. et .c.d. nelle sue estremità, e pero fu forza a conditionar la diffinitione: Et questo credo sia bastante alla dilucidatione della superficie piana etiam alla non piana: perche (come dissi della linea retta) chi cognosce la superficie piana è necessario che etiam cognosca la non piana: e pero non fu bisogno diffinirla altramente.

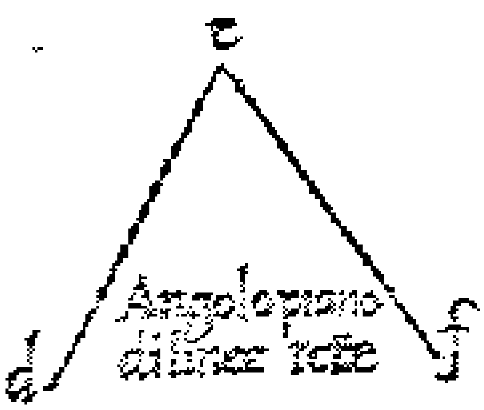
Diffinitione 6.

6 L'angolo piano è il toccamento, & la applicatione non diretta, de
8 l'una e l'altra due linee insieme la espansione dellequale è sopra la superficie.

Il Tradottore.



Applicatione diretta



In questa diffinitione l'Auttore ci da a cognoscere qualmente l'angolo piano e compreso sotto tre conditioni. La prima è, il toccamento di due linee, tamen il toccamento per se non formeria l'angolo, quando l'applicatione delle due linee fusse diretta alla similitudine delle due linee .a.b. & .b.c. lequale si toccano in ponto .b. d'una applicatione diretta: & per esser tal applicatione diretta, non formano angolo, anzi delle dette due linee se ne fa una sola linea che e tutta la .a.b.c. ma se le dette due linee si toccassero d'una applicatione non diretta, alla similitudine delle due linee. d.e. et e.f. in ponto .e. bē formariano l'angolo in ponto .e. tamen se le dette due linee .d.e. & .e.f. se espandessero, over distendessero sopra

una

una superficie globosa, over montuosa el detto angolo nõ saria angolo piano, ma montuoso, over curuo: perche do uendo esser angolo piano, bisogna che habbia la terza conditione, cioe, che le dette due linee se espandano, over estendano per la superficie cioe, per la superficie diffinita nella precedente diffinitione, a ben che l'Authar nõ lo specifica: Ma eglie suo costume, che ogni uolta che gli nomina linea, over superficie, senza altra cõditione, egli uole che se intenda di quella linea, over superficie che è stata diffinita, & non altramente: e circa cio bisogna avertire: spandendoli adonque le due linee.d.e. &

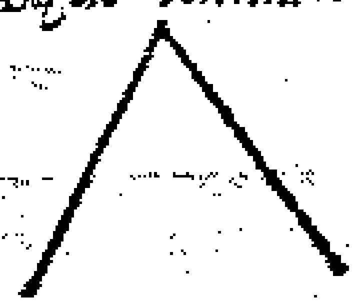
Angolo piano due linee curue

āgolo piano

e.f. per una superficie piana, l'angolo.e. saria piano, perche dall'angolo piano all'angolo non piano, superficiale, non è altra differentia, saluo che la espansione delle due linee del non piano e in una superficie non piana, tamen li angoli piani possono esser contenuti da due linee curue, overo da una curua, e l'altra retta, pur che ambedue le due linee siano in una superficie piana, come per essempio hauemo dissegnato: & questo credo sia bastante alla dechiaratione dell'angolo piano, etiam del non piano, superficiale: dico superficiale, accio non se intendesse dell'angolo solido, del quale se ne parlarà nell'undecimo Libro, ma in questo loco non è a proposito di parlarne.

Diffinitione 7.

Angolo rettilineo



7 Ma quando due linee rette conteneno un'ango-
9 lo, quell'angolo è detto rettilineo.

Il Tradottore.

Perche delli angoli piani (come dissi, et essemplificai nella precedẽte diffinitione) alcuni sono contenuti da linee rette: alcuni, da curue: & alcuni, da una curua, & una retta, per tanto l'Authar ci aduertisse, come quello angolo, che è contenuto da due linee rette, si chiama, angolo rettilineo.

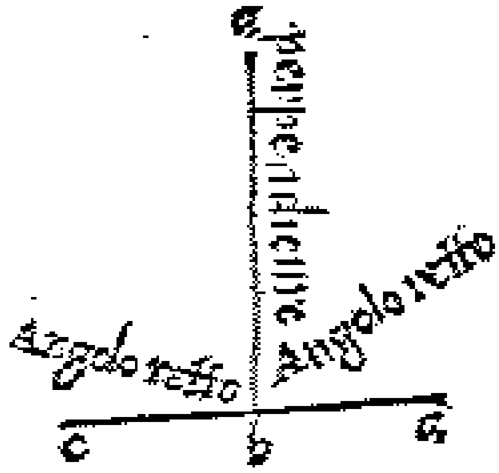
Diffinitione 8.

8 Quando una linea retta starà sopra una linea retta, & che li duoi an-
10 goli contenuti dall'una e l'altra parte siano eguali: l'uno e l'altro di quelli sarà retto.

Il Tradottore.

Le specie principali dell'angolo rettilineo sono due, cioe, retto, e non retto: ma perche l'angolo non retto si diuide etiam in altre due specie, cioe, in maggior del retto, e minor del retto: per il che potremo dire, le specie dell'angolo rettilineo esser tre, cioe, retto, maggior del retto, e minor del retto: Onde l'Authore per la presente diffini-

 tione



Cō la euidētia di q̄sta se puo conoscer se una squadra è iusta.

tione ci da a cognoscer l'angolo retto: laqual dice, che quando una linea retta starà sopra d'una linea retta, (cioe, come sta la linea.a.b. sopra alla linea.c.d.) se conditionatamente, che li duoi angoli contenuti dall'una e l'altra parte delle dette due linee siano equali fra loro (cioe, che l'angolo contenuto dalla linea.a.b. & della parte.d.b. dell'altra sia equale all'altro angolo contenuto dalla medema linea.a.b. & dall'altra parte.c.b. della medesima.c.d. che cadauno delli detti angoli se dice angolo retto, &c. Pero per intelligentia delle cose che seguitano bisogna notare, che quando se uol denotare in scrittura un'angolo, quello si proferisse, la maggior parte, per tre lettere, dellequal la lettera media sempre sarà quella, che denotarà il ponto doue termina il detto angolo: Esempli gratia. Volendo proferir, ouer dire quello che hauemo detto di sopra (secōdo si costumarà nelle cose seguenti) diremo in questo modo. Se l'angolo.a.b.d. sarà equale all'angolo.a.b.c. l'un l'altro sarà retto. Onde per l'angolo.a.b.d. bisogna intendere l'angolo contenuto dalla linea.a.b. & dalla linea.b.d. in ponto.b. & per l'angolo.a.b.c. l'angolo contenuto della medema linea.a.b. et dalla linea.c.b. in ponto.b. & cosi si deue intendere nelle cose sequenti.

Diffinitione 9.

9 Et la linea soprastante è detta perpendicolare sopra a quella, doue so
10 pra stà.

Il Tradottore.

Breuemente in questa diffinitione consequentemente si cōclude, che la linea.a.b. della figura precedente si dice perpendicolare sopra alla linea.c.d. & questa diffinitione si debbe intendere congiunta alla precedente, quantunque ella sia disgionta & segregata.

Diffinitione 10.

10
11 Et l'angolo ch'è maggior del retto, si dice ottuso.

Il Tradottore.

In questa diffinitione l'Auttor ci aduertisse, qualmente l'angolo che è maggiore dell'angolo retto, si chiama angolo ottuso: esempli gratia: se la linea.a.b. starà inclinata sopra alla linea.c.d. (come appar in questa seconda figuratione) essa formarà duoi angoli inequali, uno de quali sera maggior del retto, cioè, l'angolo.a.b.d. & l'altro serà minore, cioè, l'angolo.a.b.c. l'angolo adonque.a.b.d. per la presente diffinitione serà detto ottuso: l'altro ch'è minor del retto si diffinisce nella sequente diffinitione: & questa diffinitione insieme con la sequente si debbeno intender pur

congionte

congiunte con la ottaua, si come fu detto anchora della precedente.

Diffinitione 11.

11/12 Et l'angolo che è minor del retto, è detto acuto.

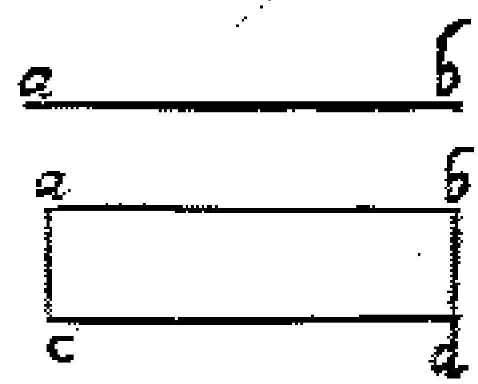
Il Tradottore.

In questa diffinitione l'Authore similmente ci auisa qualmente l'angolo minore dell'angolo retto si chiama angolo acuto: adonque l'angolo. a.b.c. della precedente figura si chiamerà angolo acuto, e l'angolo. a.b.d. ottuso (come di sopra fu detto) E questo basta per la dechiaratione delle tre specie delli angoli piani rettilinei.

Diffinitione 12.

12/13 Il termine è quello, che è fine della cosa.

Il Tradottore.



Qui l'Author sotto breuità ci diffinisce che cosa sia termine, & dice, che il termine è il fine di ciascuna cosa: essempli gratia: sia la linea. a.b. e similmente la superficie. a.b.c.d. et perche ciascun delli duoi ponti. a. & b. sono principio e fine della detta linea. a.b. adonque ciascuno delli detti duoi ponti. a. & b. puo esser detto termine della detta linea. a.b. similmente perche la superficie. a.b.c.d. finisce nelle quattro linee. a.b. a.c. c.d. & b.d. adonque ciascuna delle dette quattro linee serà termine della detta superficie.

Diffinitione 13.

13/14 La figura è quella, che è contenuta sotto uno, ouer piu termini.

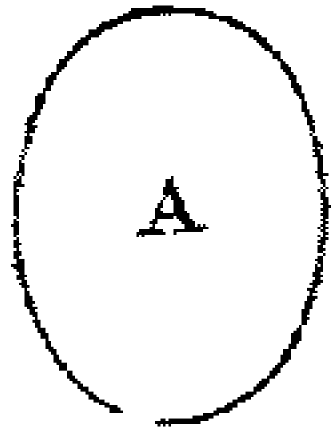
Il Tradottore.

In questa diffinitione ci da a cognoscere qualmente la figura è compresa sotto uno, ouero piu termini, & qual siano quelle figure, che sono contenute sotto uno termine, & quale siano quelle che siano contenute sotto duoi, ouer tre, ouer quattro, ouer piu termini, nelle sequēte diffinitioni si farà manifesto massime di quelle di che si ha a trattare, e parlar nelle cose che seguitano: perche seria cosa superflua a parlarne in questo luoco, e in quello, e pero mi passo senza altro essempio.

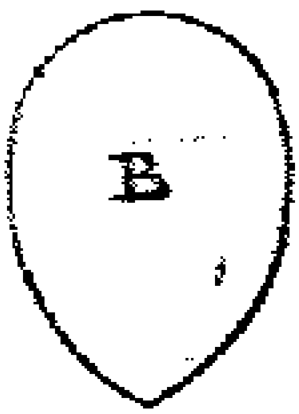
Diffinitione 14.

14/15-16 Il cerchio è una figura piana contenuta da una sola linea, laquale è chiamata circōferentia, in mezzo dellaqual figura è un ponto, dalqual tutte le linee rette, ch'escano, & uadano alla circonferentia sono fra loro equali: & quel tale ponto è detto centro del cerchio.

Il Tradottore.

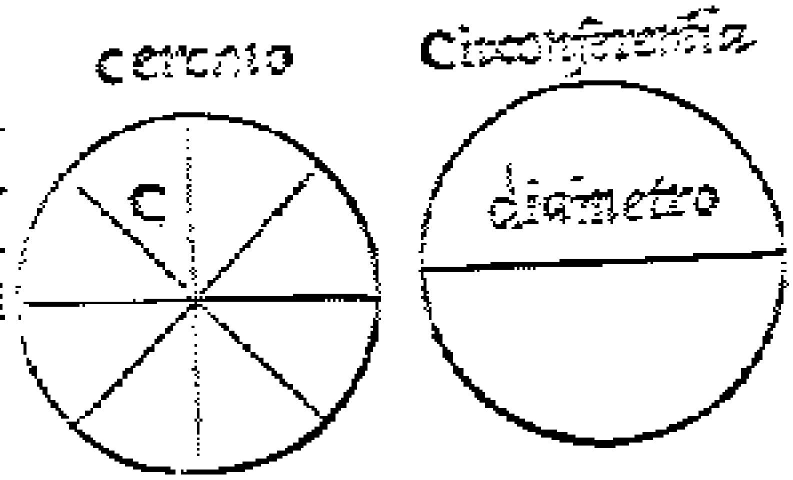


In questa diffinitione l'Author ci da a cognoscere qualmente il cerchio è compreso sotto tre conditioni: la prima è, che è una figura piana, cioè, superficie piana, e non conuessa, ne concaua, ouero montuosa: la seconda, che è contenuta da un sol termine, ouero da una sola linea, chiamata circonferentia: la terza, che nel mezzo di quello è un ponto cosi conditionato, che tutte le linee menate da quello alla circõferentia son fra loro equali: si che ogni figura che habbia queste tre conditione è detta cerchio: per il che seguita, che ogni figura, che manchi di alcuna di queste conditioni nõ se intende esser cerchio: esempli gratia, le due figure .A. & .B. hanno due di quelle tre cõditioni che si aspettano al cerchio, cioè, sono figure piane sono etiam contenute da un solo termine, ouero linea, pur chiamata circonferentia: tamen, perche non hanno, ne possono hauere nel mezzo un põto cosi cõdicionato, che tutte le linee, che, si partino da quello, & uadino alla circonferentia, siano fra loro equali, niuna di quelle se intende esser cerchio; perche, douẽdo esser cerchio, bisogna ch'habbiano etiã l'altra terza conditione, si come ha la figura .C. e pero la detta figura .C. hauendo tutte le dette tre conditioni si chiamera cerchio, & cosi ogni altra simile, maggiore, ouer minore, & il ponto .C. sopra il quale uien constituido artificialmente in detto cerchio, è detto centro del detto cerchio: uero è alcuno poria arguire, & dire (come fu detto del ponto, e della linea artificiale) che la detta figura .C. artificialmente fatta, non esser uero cerchio (per molte ragioni, che si poriano addurre) et esser impossibile che l'operante possa cõstruir un perfetto cerchio: tamen, questa oppositione, ouer dubbio se risolue come fu fatto quello del ponto, & della linea, cioè, per quello, che habbiamo detto nel principio: e perche seria superfluo a replicarlo, di nuouo, mi passo cõ silẽtio. Ideo aduerte.



Diffinitione 15.

15 / 17 Il diametro del cerchio è una linea retta, laqual passa sopra il centro di quello, & applica le sue estremità alla circonferentia, & diuide il cerchio in parte equale.



Il tradottore.

L'esempio di questa diffinitione habbiamo descritto nella figura della presente, pero mi passo senza altra dechiaratione, per esser da se chiara, come si puo apertamente uedere.

Il mezzo

Diffinitione 16.

16 Il mezzo cerchio è una figura piana contenuta dal diametro del cer-
18 chio, & dalla metta della circonferentia.

Il Tradottore.

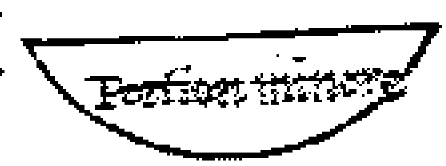
Hauendo l'Authhor diffinito il cerchio, etiam il centro, et il diametro di quello, al presente incomincia a diffinir le sue portioni, ouer parti, & incomincia dal semicerchio, o uuoi dire, mezzo cerchio: & perche la diffinitione parla chiaro, altramente non la espongo, saluo che ho posto la figura qui per esempio.

Diffinitione 17.

17 Portion di cerchio è una figura piana contenuta da una linea retta e
19 da una parte della circõferentia maggior, o minor del mezzo cerchio.

Il Tradottore.

A benche il semicerchio, ouer mezzo cerchio sia anchora lui una parte rationale del cerchio, cioe, la metà di quello, per esser diffinito per il suo proprio nome, non è connumerato fra le portioni, ouero parti del cerchio: ma quando se dirà semplicemente una portione, ouero parte di cerchio l'authore uole, che si intenda una parte maggiore, ouer minore del detto mezzo cerchio, come per esempio habbiamo designato. Et nota che tanto significa a dire una settione di cerchio, quanto che è a dire una portione, ouero parte di cerchio.



Diffinitione 18.

18 Le figure rettilinee sono quelle, che sono contenute da linee rette, del
20.21 lequali alcune sono trilatere, lequali sono contenute da tre linee rette,
22.23 alcune quadrilatere, lequal sono contenute da quattro linee rette, alcune moltilatere, lequal son contenute da piu di quattro linee rette.

Il Tradottore.

Questa diffinitione altramente non espongo, ne con parole, ne con esempio, per essere da se piana: & le specie di tutte le dette figure rettilinee si diffiniscono nelle sequenti diffinitioni.

Diffinitione 19.

19
24.25
26. Delle figure di tre lati una è detta triangolo equilatero

latero, & questo è quello, ch'è contenuto sotto di tre lati equali: l'altra è detto triãgolo isoscele, e quel lo, che è contenuto solamente sotto di duoi lati equali: l'altro è detto triangolo scaleno, & questo è quello, che è contenuto sotto di tre lati inequali.

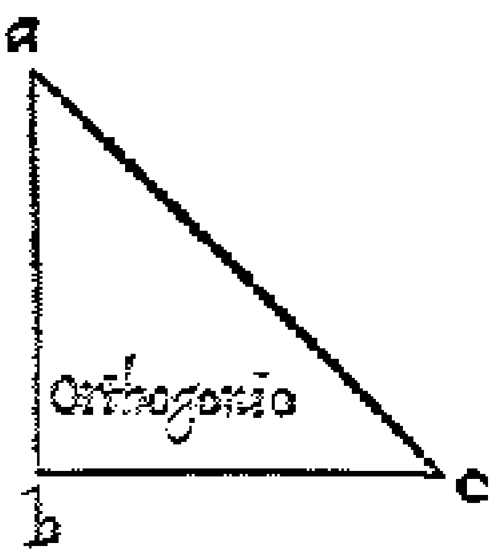
Il Tradottore.

In questa, e nella sequente diffinitione l'Autthor ci diffinisce li nomi speciali delle figure di tre lati, secondo li duoi modi, che possono esser diuise, ouer considerate, cioè, secondo la consideratione delli loro lati, per laquale sono dette trilatere, ouer secondo la consideratione delli loro angoli, per laquale sono dette triangoli. Le specie adonque delle dette figure diuise ouer considerate secondo la narietà delli lati (per questa diffinitione) sono tre: la prima è quella, che ha tutti li tre lati equali, e questa tale è detta triangolo equilatero: la seconda è quella, che ha solamente duoi lati equali, & l'altro maggiore, ouer minore de quelli: e questa tale si chiama triangolo Isocelo: la terza è quella, che ha tutti tre li lati inequali, & questa tale si chiama triangolo scaleno, come per esempio appare. L'altra diuisione delle dette figure, cioè, secondo la consideratione de angoli nella seguente diffinitione se farà manifesta.

Diffinitione 20.

20 / 27.28 / 29. Anchora di queste figure di tre lati una è detta triangolo orthogonio, & questo è quello, che ha un'angolo retto: l'altra è detta triangolo Ambligonio, & è quello, che ha un'angolo ottuso, l'altra è detta triangolo Oxigonio, & questo è quello che ha tutti li suoi tre angoli acuti.

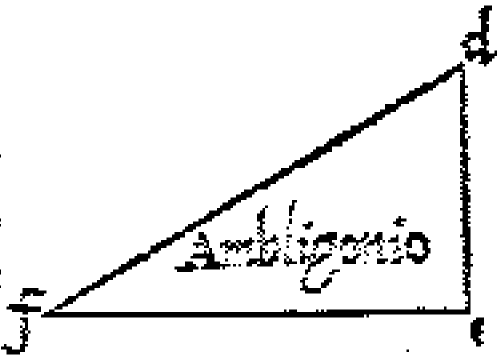
Il Tradottore.

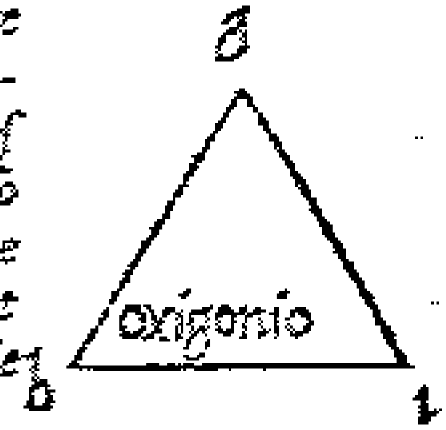


In questa diffinitione (come habbiamo detto di sopra) l'autor diffinisce li altri nomi speciali delle figure di tre lati secondo l'altra diuisione fatta secondo la uariatione delli angoli, e non delli lati, lequal specie sono pur tre. La prima è detta triãgolo orthogonio, & questo triangolo è quello, che ha un'angolo retto, si come è il triangolo .a.b.c. ilquale ha lo angolo .b. retto: la seconda è detta triangolo ambligonio, & questo è quello, che ha un'angolo ottuso, si come è il triangolo .d.e.f. ilquale ha lo angolo .e. ottuso, cioè, maggior di uno retto: la terza è detta triãgolo oxigonio, & questo è quello, che ha tutti tre li angoli acuti, si come è il triangolo .g.h.k. ilquale ha tutti li suoi tre angoli acuti, cioè che ciascaduno di loro è minore d'uno angolo retto, & questo è quello che in questa diffinitione si uuole inferire. Ma bisogna notare, che in questa seconda diuisione non si

ha

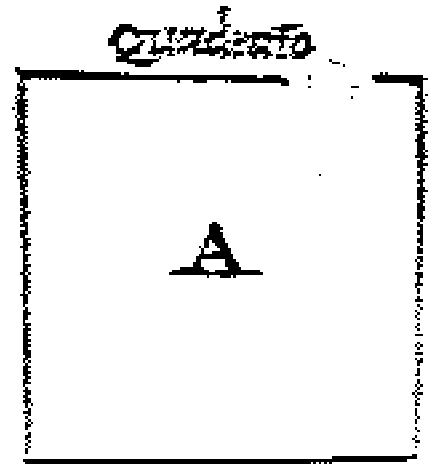
ha alcuno rispetto alla variatione delli lati: perche il triangolo ortogonio puo havere tutti li suoi tre lati inequali, etiam puo esser di duoi lati: per tanto il detto triangolo orthogonio (secondo la prima divisione) potria essere triangolo isocelo, e similmente triangolo scaleno: vero è che nõ potria esser equilatero, (la causa di questo per le cose dette non la posso assignare, ma in quelle che si ha da dir nella penultima del primo, serà manifesta.) Anchora il triangolo amblygonio puo esser di duoi lati equali, etiam di tre lati inequali, dõche dando anchora a lui il nome secondo la prima divisione, potria essere pur triangolo isocelo, & similmente scaleno: vero è che'l non puo esser equilatero. Similmente il triangolo oxigonio puo esser di tre lati equali, etiam di duoi lati solamente equali, overo di tre lati pur inequali: per laqual cosa seguita che il detto triangolo secondo la prima divisione potria essere equali, etiam isocelo, & similmente scaleno. E pero bisogna avertire in queste varie specie di nomi, perche alle volte un triangolo puo esser chiamato per duoi nomi, secõdo le dette due divisioni, & questo basta per la dechiaratione delle specie delle figure di tre lati.





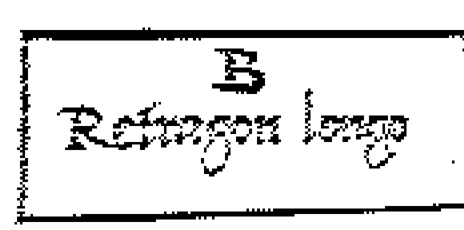
Diffinitione 21.

21.22 Ma delle figure di quattro lati una è detta quadrato, ilqual quadrato
30-31 è de lati equali, & de angoli retti: l'altra è detta
32-33 tetragono longo, & questa è una figura rettangola, ma non è equilatera: l'altra è detta, helmuaym, overo rhombo, laquale è equilatera, ma non è rettangola: l'altra è detta simile helmuaym, overo rhomboide, laquale ha li lati oppositi equali, & similmente li angoli oppositi equali, tamen quella non è contenuta da lati equali, ne da angoli retti: & tutte le altre figure quadrilatere, eccetto queste, sono chiamate, helmuariphe, overo, trapezzie.



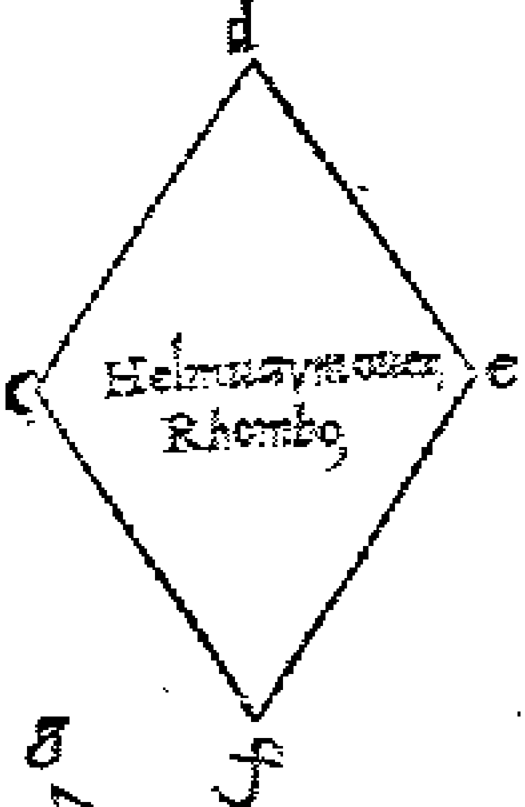
Il Tradottore.

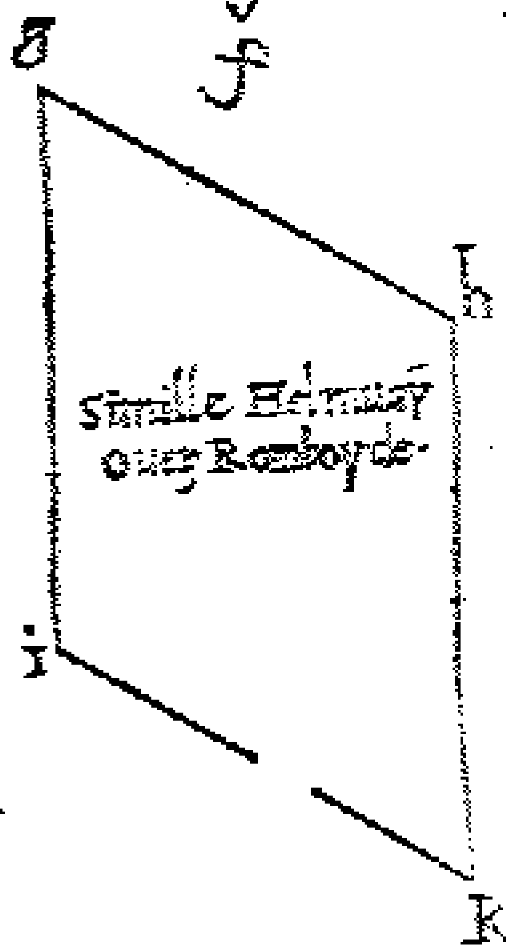
Nella presente diffinitione l'Author ci da a cognoscer qualmente le specie regolar delle figure quadrilatere sono quattro: una dellequal è detta quadrato, & questo è quello, che ha tutti li suoi quattro lati equali, et tutti li suoi angoli retti (come appar per essempio nella figura. A.) l'altra è detta tetragono longo, & questa figura ha pur tutti li suoi quattro angoli retti, si come il quadro, ma non è equilatera, anzi è piu longa, che larga, alla similitudine della figura



gura

gura. B l'altra, è chiamata helmuaym, ouero rhombo, e questa figura ha pur li lati equali, come il quadro, ma nõ ha li angoli retti, anzi ha duoi angoli ottusi, & duoi acuti (come per essempio appare nella figura c.d.e.f.) della quale li duoi angoli contrapositi c. & e. sono ottusi, & li altri duoi contrapositi d. & f. sono acuti: la quarta è detta simile helmuaym, ouero rhomboide, & questa figura ha li lati oppositi equali, & similmente li angoli oppositi equali, tamen quella non ha tutti li lati equali ne li angoli retti, come per essempio appare nella figura g.h.i.K. della quale li duoi lati oppositi g.i. & h.K. sono equali, & similmente li duoi g.h. & i.K. & similmente li duoi angoli oppositi h.i. sono equali. & similmente li altri duoi g.K. sono pur equali, tamen tal figura nõ è equilatera, ne rettãgola, anzi ciascaduno delli duoi lati g.i. & h.K. sono maggiori di ciascaduno delli altri duoi. g.h. & i.K. & similmente li duoi angoli i. & h. sono ottusi, & li duoi g. & K. sono acuti. Et perche oltra queste quattro specie di figure de quattro lati, determinate di sopra, ce ne son molte altre (come appare qui,) tamen l'Auttor dice, che tutte le altre, (eccetto che le quattro specie essemplificate di sopra) sono dette helmuariphe, ouero trapezzie.

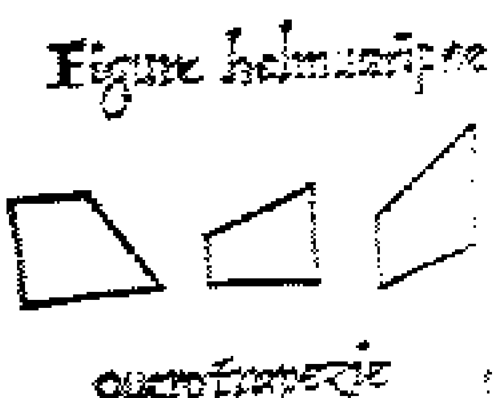




21
35

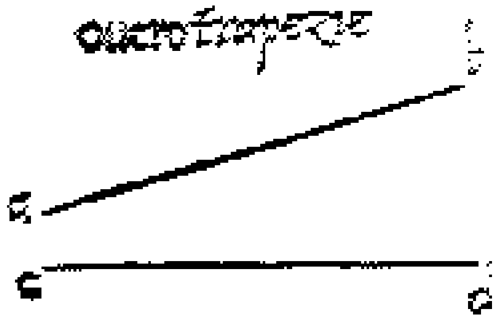
Diffinitione 22.

Le linee equidistante, ouero paralelle sono quelle che sono in una medesima superficie collocate, & che protratte nell'una & l'altra parte non concorrano, etiam se fiano protratte in infinito.



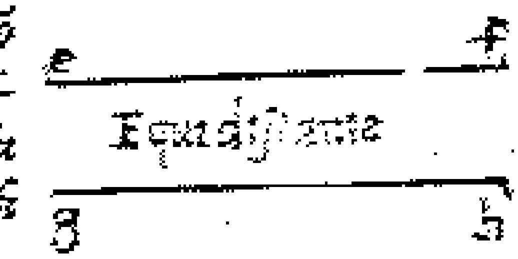
Il Tradottore.

L'Autthore ci diffinisce le linee equidistante, ouero parallele sotto di due conditioni. La prima è, che siano in una medesima superficie, & non in diuerse. La seconda è, che slongando quelle nell'una & l'altra parte in infinito non concorrino insieme: pero qualunque due linee mancaranno in alcuna di queste due conditioni, non se intende che siano parallele, ouer equidistante: essempli gratia, se fusse una linea stesa per la superficie del margine di questa carta, e un'altra ne fusse solamente con un capo sopra detta superficie e l'altro eleuato a piso in aere,



senza

senza dubbio queste linee haueriano questa conditione, che slongandole in atto, ouero con la mente in infinito dall'una e l'altra parte, non concorreriano insieme: & tamen per questo non se intenderia, che quelle fussено equidistante, perche seriano in superficie diuerse. Similmente se in una medesima superficie seranno due linee, come (essempli gratia) le due linee. a.b. & c.d. distese nella superficie del margine, lequali perche protratte quelle dalla parte. a. & c. si uede euidentemente che concorreriano insieme, pero non se intende che siano equidistanti, quantunque siano in una medesima superficie: Ma se quelle seranno in una medesima superficie, cosi conditionatamente, che slongandole dall'una e l'altra parte in infinito non habbiano ad incontrarsi insieme quelle se intenderanno esser equidistanti, ouero parallele, come per essempio appare nelle due linee. e.f. & g.h lequale euidentemente si uede che protrahendole, ouero slongando le da qual parte si uoglia, non concorreriano, ouero non se incontrariano mai insieme, & pero se intenderanno essere linee equidistanti, ouero parallele: & cosi (hauendo sofficientemente detto) faremo fine alle diffinitioni di questo primo libro.



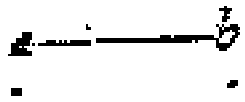
Il Tradottore.

Inanti che procediamo piu oltra, bisogna notare, che li primi principii di ciascaduna scientia non si cognoscono per demostratione: ne etiam alcune scientia è tenuta a prouar li suoi primi principii, perche bisogneria proceder in infinito. Ma quelli tali principii si cognoscono per intelletto, mediante il senso, e pero il principio di ogni nostra cognitione incomincia dal senso, Perilche sono supposti nella scientia, et con quelli se dimostra, & sostenta tutta la scientia: & sono detti principii di quella scientia, perche prouano altri, & non essere possono prouati da altri in quella scientia; & questi primi principii delle scientie alcuni li chiamano petitioni, & alcuni li dicono dignità, ouero suppositioni. Dico adonque che li primi principii che si suppongano in questa scientia ouero disciplina Geometrica, sono quindeci, delli quali sei sono proprii, cioè, che si conuengono solamente alla Geometrica, & noue sono communi, cioè che si conuengono a diuerse altre scientie. Et perche la intentione dello Autthore è di uoler disputare questa scientia Geometrica, & quella sostentare con demostrationi: Onde per proceder rettamente, egli primamente adimanda che gli sia concesso li detti suoi proprii principii, liquali (come è detto) sono sei (come nel processo uederai) & per questo se chiamano petitioni: & chiunque negasse queste sei petitioni, negaria tutta la scientia Geometrica ne con quello occorreria a disputar alcunamente, ma li altri noue (per essere cose notissime etiam concesse, & supposte in altre scientie) egli li uolse chiamare commune concettioni, ouero communi sententie, come appare in fine delle petitioni.

Petitione prima.

1 Adimandiamo che ce sia concesso, che da qualunque ponto in qualunque ponto si posi condurre una linea retta.
1

Il Tradottore.



Lo Authore in questa prima petitione adimanda, che gli sia cõcesso, che da un ponto ad un'altro si possa menare, ouero tirare una linea retta, come seria a dire dal ponto . a . al ponto . b. laqual petitione, per essere all'intelletto euidente, non si puo negare: uero è che alcuno potria dire, che a uoler esequire tal cosa attualmente in materia non è molto facile, perche si uede che per far piu giustamente tale effetto, eglie stato necessario all'operante ritrouare cautella, non solamente per tirare una linea da un ponto a un'altro di grandissima distantia, cioè, una linea retta di grandissima longhezza, ma anchora per tirarne ouero designarne una, che sia longa solamente uno, ouer duoi palmi. Et che sia il uero, si sa che communemente per tirar, ouer designare dette linee di poca longhezza, si costuma prima di farsi fare una lista di legno, ouero di alcuno metallo piu piana & retta che sia possibile, & secondo l'ordine di quella tira le dette linee rette da un ponto ad un'altro, secondo le sue occorrentie, laquale listetta alcuni chiamano Rega, & alcuni altri Regola, laqual rega, ouer regola, essendo perfetamente giusta, per piu giustamente tirarà le dette linee rette, domente che la superficie della materia doue se tirano sia perfettamente piana, e che gli sia anchora diligentissimo nell'operare: lequal cose non è molto facile accordarle, cioè, che la regola sia perfettamente piana, & retta, & che la superficie della materia doue si tirano similiter perfettamente piana, & che l'operante usi tutta quella perfetta diligentia, che si possa usare. Similmente per tirare, ouer designar le linee di molta longhezza si costuma di tuore una corda sottile longa a sofficientia, & imbratta quella con una spongia infusa in certa acqua tinta communemente d'un colore rosso, & egli insieme con un compagno tirano la detta corda, & ciascaduno di loro con una mano la firmano uno delli duoi ponti doue desidera de tirare la detta linea, & l'altro all'altro, dapoi l'uno di loro con l'altra mano tira, & marca sforzatamente la detta corda rettamente in aere, dapoi la lassia scorrerere, et quella percuottendo nella superficie di quella materia, doue si ritroua, ui lassia la linea signata di quel suo liquore, e perche la detta corda si solena antiquamente far de lino, dicono li Grammatici che da quella è deriuato quel nome linea, laqual linea talmẽte fatta, douendo esser perfettamente retta, bisogna accordar piu cose, non molto facile, lequal per breuità lassio, perche ciascuno per le cose dette le puo considerar da se medesimo.

Hor certo a tutti questi dubij io rispondo, & dico, che eglie uero, anzi dico che per tal cause niuna operatione fatta in materia (come fu detto in principio del Prohemio (puo esser cosi giusta, & precise, che non possi esser sempre piu giusta, e piu precisa: nienedimeno considerato tal atto operatiuo fuor di tutti gli impedimenti della materia (come fa il mathematico) tale petitione non si puo negare, ne il nostro intelletto puo dubitare di questo. Perilche bisogna notare (come piu uolte ho detto) qualmente tutta la scientia, ouero disciplina Geometrica si diuide in due parti, cioè, attiua, ouero operatiua, & in contemplatiua, ouero speculatiua, e pero parte di que

sti

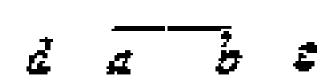
sti primi principij indemostrabili si suppongon per la parte operatiua, & parte per la speculatiua, quelli che si suppongon per la parte operatiua sono solamente tre, cioè, questa & le due sequenti petitioni, tutti li altri si suppongono per la parte speculatiua. Dico adonque che questa prima petitione viene ad esser il principio della parte operatiua. E chi negasse questa insieme con le due sequenti saria negata tutta la parte operatiua, ma concedendo questa insieme cō le due sequente niuno altro atto operatiuo si potra negare, perche tutti si dimostreranno euidentemente. Seguita adonque che in questi tre primi principij operatiui consista tutta la sostantia del nostro bene & mal operare nelle operationi Geometrice, e pero quanto piu l'operante userà diligentia in ciascuno di quelli, cioè, di mandarli piu giustamente a esequatione, che sia possibile, operando in materia, tanto piu l'opre sue si trouerãno essere al senso giuste & precise secondo la sua intentione, e per il contrario, quanto piu errerà in ciascun delli detti tre atti, tãto piu l'opre sue si representeranno al senso imperfette & false secondo la sua intentione, & pero in queste tre cose bisogna usi tutta la sua diligentia nelle sue mecanice operationi.

Petitione 2.

1
2 Anchora adimandiamo che ci sia concesso, che si possi slongare una retta linea terminata direttamente in continuo quanto ne pare.

Il Tradottore.

In questa seconda petitione, aspettante alla parte operatiua, l'Author dimanda che gli sia concesso che si possi slōgar qualunque linea retta terminata direttamente, cioè in continuo, quāto ci pare, come esempli gratia, se fusse la linea a. b. & che ci occorresse a doverla slongare direttamente in longo verso. e. ouer verso. d. assai o poco, secondo l'occorrentia, L'Author dimanda che gli sia concesso che si possa fare, perche se l'auersario volesse negar questo atto, non seria possibile a dimostrarlo con ragioni astratte: Ma perche la esperiētia sensibile ce lo fa manifesto, tal petitione nō si puo negar, ne il nostro intelletto puo dubitar di questo: vero è che l'auersario potria addurui dubbio, si come nella precedente: nientedimeno tal dubbio si risoluerà, come quello della precedente, cioè pigliando tale atto libero da tutti li impedimenti della materia, come fa il mathematico.



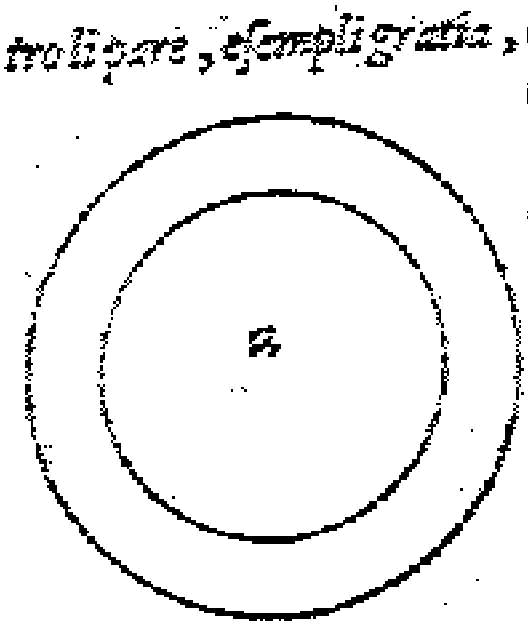
Petitione 3.

2
3 Anchora adimandiamo che ce sia concesso, che sopra a qualunque centro ne piace puotiamo designare un cerchio di che grandezza ci pare.

Il Tradottore.

In questa terza petitione l'Author dimanda che gli sia etiam concesso di puoter designar un cerchio di qual grandezza li pare, & sopra a qual ponto, ouer centro

tro li pare, essempli gratia, occorrendoli a dover designar, over descriuere un cerchio, di qual si voglia terminata grandezza, sopra a qual si voglia ponto, come seria a dir sopra il ponto .a. et che l'aversario gli volesse negar tal cosa, non seria possibile a poter dimostrare tal possibilità, con argomenti astratti, ma perche l'operante (nelle descrittioni piccole) con l'istromento del compasso, sensibilmente lo fa manifesto, (e similmente nelle descrittioni grande) con una corda, longa a sofficientia, fissando un capo sopra un ponto centrale, e con l'altro colligato con qualche ferro apontito, over con qualche altra materia segnante, girante atorno atorno lo condusse a perfettione, tal petitione non è da negar, vero è che l'aversario (parlando naturalmente) ui porria addurre dubbii assai, si come nelle due passate, & arguir esser impossibile a descriuer un perfetto cerchio, niente dimeno tutti se risolueno, come quelli della prima petitione, cioè sumendo tal atto facendo la consideratione mathematica e non naturale, il che facendo serà risolta ogni dubitatione.



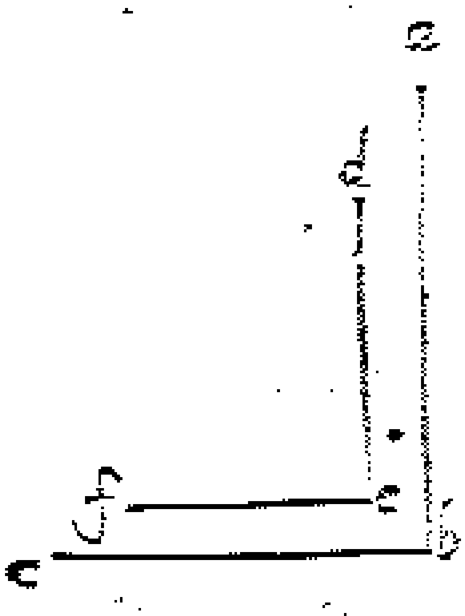
Petitione 4.

3 Similmente adimandiamo, che ci sia concesso tutti li angoli retti es-
4 ser fra loro equali.

Il Tradottore.

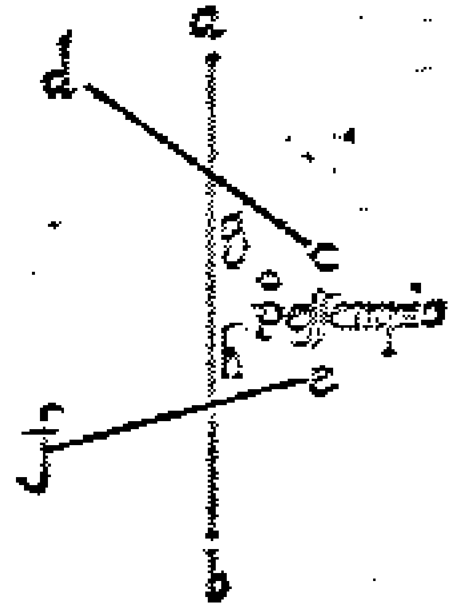
In questa quarta petitione anchor l'autthor dimanda che gli sia concesso che tutti li angoli retti siano fra loro equali, laqual petitione a ciascun principiante, che nõ hia alquanto prattica l'angolo retto parerà alquanto oscura da concedere; ma quelli liquali ogni giorno maneggiano la squadra, non negaranno che una squadra grande non sia bona per giustar una piccola, perche l'angolo retto non fa mutatione per la longhezza, ne per la cortezza delle due linee che constituiscono, come essempli gratia, sia l'angolo .a.b.c. retto, e similmente l'angolo d.e.f. ma contenuto da molto minor linee dell'angolo .a.b.c. come si vede designato hor dico che l'angolo .d.e.f. quantunque sia contenuto da minor linee di quello, che è l'angolo .a.b.c. è equale al detto angolo .a.b.c. cioè chi ponesse l'angolo .e. sopra l'angolo .b. giustando la linetta .e.d. sopra la linea .a.b. dico che l'altra linetta .e.f. si giusterà da se medesima sopra l'altra linea .c.b. e l'angolo .d.e.f. si giusterà, over equalizerà atorno atorno con l'angolo .a.b.c. & consequentemente, in quanto all'angolo seranno equali, perche se ben le linee .a.b. & b.c. son maggior delle linee .d.e. & .f.e. tamen quella applicatione non diretta delle due linee grandi, e simile, et equale a quella delle due piccole, e questo

è quello



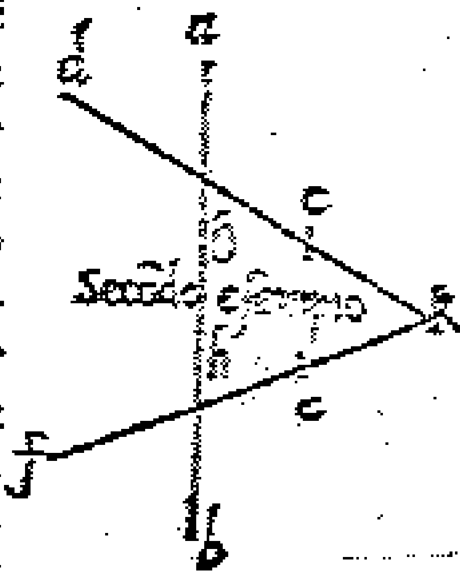
è quello che bisogna cóceder, perche non si potria dimostrar tal cosa, saluo che al senso, cioè con la esperientia in materia.

Petitione 5.



4/5 Adimandiamo etiam che ci sia concesso, che se una linea retta cascarà sopra due linee rette, & che duoi angoli da una parte siano minori di duoi angoli retti, che quelle due linee senza dubbio, protratte in quella medesima parte sia necessario congiongersi.

Il Tradottore.

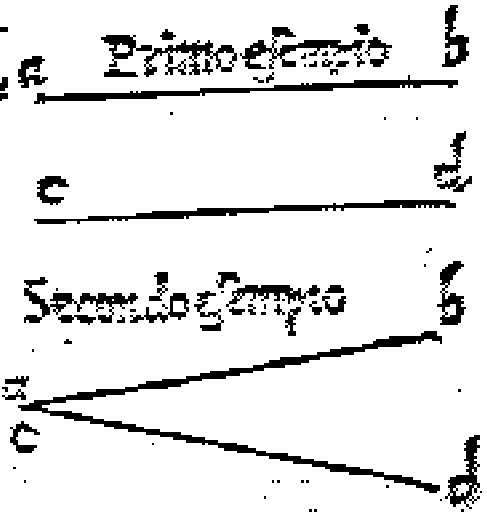


In questa quinta petitione l'Authore dimanda che gli sia anchor concesso, che se una linea retta cascarà sopra a due linee rette alla similitudine della linea .a.b. sopra le due linee .d.c. & .e.f. & che duoi angoli da una medesima parte, come seria li duoi angoli .c.g.h. & .e.h.g. del primo essempio, siano minori di duoi angoli retti, che quelle due linee protratte in quella medesima parte, cioe in la parte verso .c. & .e. doue sono li predetti angoli, sia necessario a tempo congiongersi insieme, come nel secondo essempio appare in .k. la qual cosa in vero al senso, ouero alla esperientia è manifesta, ne etiam lo intelletto puo dubitar di questo, perilche non è da negar tal petitione.

Petitione. 6.

5/15 Similmente adimandiamo che ci sia concesso due linee rette non chiudere alcuna superficie.

Il Tradottore.



Cō q̄sta cunclusione se puo conoscer se una reta è infinita.

In questa ultima petitione l'Authore anchora adimanda, che gli sia concesso, che due linee rette non includeno alcuna superficie: essempli gratia: siano le due linee rette .a.b. & .c.d. (come nel primo essempio appare) hor dico che con queste due linee sole non si potra chiuder alcuna superficie, cioè, chi con la mente ponesse il ponto .a. sopra il ponto .c. (come nel secondo essempio appare) & stringer poi, ouer menare il ponto .b. verso il ponto .d. talmente che se la linea .a.b. serà equale alla .c.d. si congiongano insieme (come nel terzo essempio appare) all'hora tutta la linea .a.b. toccarà uniuersalmente con ogni sua parte l'altra linea .c.d. & fra l'una e l'altra nõ serrà

Terzo esempio

alcun spacio, ouero superficie, immo che ambedue le dette linee seranno ridotte in una linea sola (come all'intelletto si puo facilmente comprendere, etiam uedere nel detto terzo essempio) & questo è quello che l'Auttore dimanda in questa ultima petitione: & cosi faremo fine alle petitioni, lequale in uero non sono da negare: & chi le negasse (come fu detto in principio) negaria tutta la scientia: & con quel tale, che le negasse non seria da disputare.

Questa ultima petitione nella seconda tradottione e posta nelle communi sententie, & e l'ultima di quelle: ma secondo il mio giudicio quiui mi par essere piu suo conueniente luoco.

Il Tradottore.

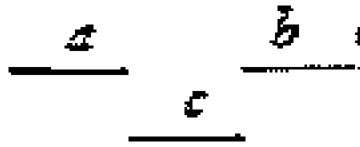
Seguitano le noue concettioni dell'animo, ouero le communi sententie.

Communi sententie.

Prima.

1/1 Quelle cose che à una medesima cosa sono equali, fra loro sono equali.

Il Tradottore.



Essempli gratia: Se per caso la linea. a. fusse equale alla linea. c. & che similmente la linea. b. fusse pur equale alla medesima linea. c. si concluderia che per commune sententia la linea. a. seria similmente equale alla linea. b. perche ogni commune intelletto affermerà questo, ne il nostro intelletto puo credere altramente, & per questo si chiama commune sententia: il medesimo se intende nelle Superficie, Corpi, Angoli, & Numeri.

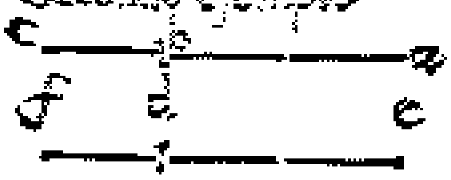
Seconda.

2/2 Et se à cose equal siano aggionte cose equali, tutte le somme seranno equali.

Primo essempio.

Il Tradottore.

Secondo essempio



Essempli gratia: se per caso fussero le due linee. a. b. & c. d. equal fra loro, & che alla linea. a. b. aggiongessimo la linea. b. c. & similmente alla linea d. e. (come nel secondo essempio appare) et che la linea. b. c fusse equale alla linea d. f. si cõcluderia, che per commune concettione, ouer sententia, tutta la linea a. c. seria similmente equale a tutta la linea. e. f. perche in uero niun sano intelletto puo dubitar di questo; il medesimo seguita nelle Superficie, Corpi, Angoli, e Numeri.

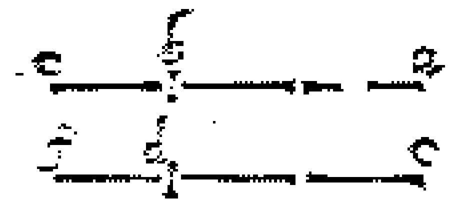
Terza.

Terza.

3 Et se da cose equali seranno tolte cose equali, quelle cose, che resteranno, seranno equali.

Il Tradottore.

Questa è il conuerso della precedente: esempli gratia: se per caso le due linee. a.c. & e.f. fussero equali fra loro: & che da quelle ne fussero tolte, ouero cauate le due parti b.c. & d.f. & che quelle fussero equali, si concluderia, per commune concettione, li duoi rimanenti, cioe, a.b. & e.d. esser fra loro equali: perche tu nero nissun sano intelletto potrà credere il contrario: il medesimo seguita nelle Superficie, Corpi, angoli, e Numeri.



Quarta.

4/5 Et se da cose non equali tu leuarai cose equali, li rimanenti seranno inequali.

Il Tradottore.

Esempli gratia: se fussero le due linee. a.b. & c.d. & che la.a.b. fusse maggiore della.c.d. & che si leuasse dalla linea. a.b. la parte e.b. & della.c.d. la parte.f.d. lequal parti fussero equali fra loro, si concluderia per commune sententia, che li duoi residui, cioè.a.e. & c.f. fussero inequali, cioè, che'l residuo. a.e. fusse maggiore del residuo.c.f. perche, il nostro intelletto non puo dubitare di questo; il medesimo seguitarà nelle Superficie, Corpi, Angoli, & Numeri.

Quinta.

5/4 Et se a cose inegual tu aggiongerai cose equali, li resultanti seranno inequali.

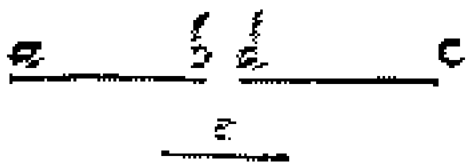
Il Tradottore.

Per esemplificare questa, torremo la figura della precedente, per essere il conuerso di quella: esempli gratia: se fussero le due linee. a.e. & c.f. inequali, cioe, che la.a.e. fusse maggiore, & che a queste due linee tu gli aggiongessi le parti.e.b. & f.d. lequal parte fussero equali fra loro, si concluderia per commune scientia, li duoi resultanti, cioè tutta la.a.b. & tutta la.c.d. essere fra loro inequali, cioè, la.a.b. essere maggiore della c.d. perche, il nostro intelletto non puo dubitare di questo, il medesimo si concluderà nelle Superficie, Angoli, Corpi, & Numeri, &c.

Sesta.

6 Se due cose seranno doppie a una medesima cosa, quelle medesime
6 seranno fra loro equali.

Il Tradottore.

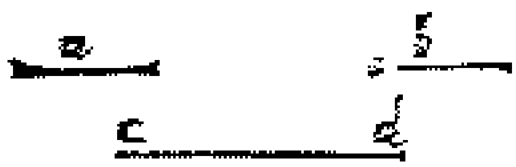


Esempio: Se per caso la linea.a.b. fusse doppia alla linea.c. & che similmente la linea.d.e. fusse pur doppia alla medesima linea.c. si concluderia per commune opinione, over sententia le due linee.a.b. & .d.e. esser fra loro equali: perche, in vero niun sano intelletto dubiterà di questo: il medesimo si concluderia nelle Superficie, Corpi, Angoli, & Numeri.

Settima.

7 Se seranno due cose dellequale una e l'altra sia la mettà di una medesi
7 ma cosa una e l'altra di quelle serà equale all'altra.

Il Tradottore.



Esempio: Se per caso la linea.a. fusse la mettà della linea.c.d. & che similmente la linea.b. fusse per la mettà della medesima linea.c.d. si concluderia, per commune concettione, che la linea.a. fusse equale alla linea.b. perche nissuno sano intelletto negarà questo: il medesimo seguita nelle Superficie, Corpi, Angoli, & Numeri.

Ottava.

8 Se alcuna cosa sia posta sopra a un'altra, e serà applicata a quella, che
8 l'una non ecceda l'altra, quelle seranno fra loro equali.

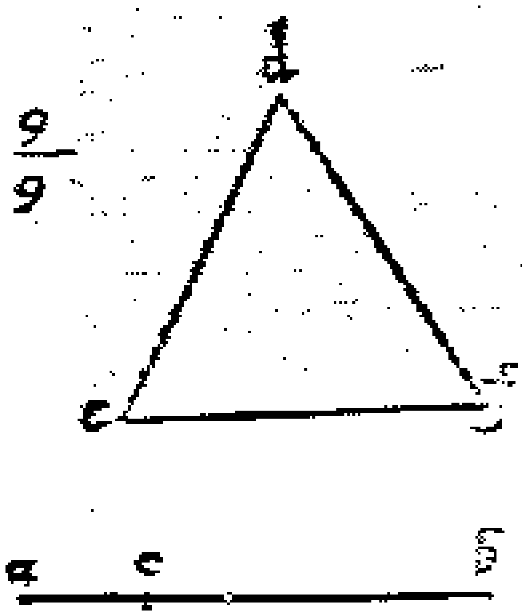
Il Tradottore.

Esempli gratia: Se fussero li duoi triãgoli.a.b.c. et.d.e.f. di tal conditione, che ponendo l'uno di quelli sopra all'altro, si convenissero talmente insieme, che uno non eccedesse l'altro in parte alcuna, cioè, che giustasse l'angolo.a. sopra lo angolo.d. & l'angolo.c. si giustasse, overo convenisse sopra l'angolo.f. & similmente la linea.a.c. sopra la linea.d.f. e la linea.a.b. sopra la linea.d.e. e la linea.b.c. sopra la linea.e.f. si concluderia per cõmune sententia questi duoi triangoli fussero fra loro equali: il medesimo si debbe intendere de ogni altra sorte de figura superficiale; & similmente di due linee, cioè, quando si giustasse una linea so-

pra un'altra, & che si conuenissero talmente insieme, che l'una non eccedesse l'altra dalli capi, ne dalle bande: si concluderia pur per commune sententia che fussero equali, perche il nostro intelletto non potria creder altramente.

Nona.

9
9



Ogni tutto è maggiore della sua parte.

Il Tradottore.

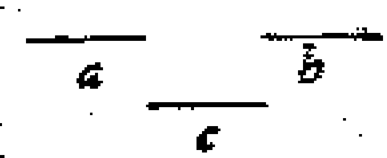
Essempli gratia: se dalla linea .a.b. se ne tagliasse una parte, come seria a dire la b. c. si concluderia per commune sententia, che la detta parte .b.c. fusse minore del tutto, cioè, di tutta la linea .a.b. il medesimo si cõcluderia in ogni altra parte maggiore, ouer minore, & in ogni altra specie di quantità, cioè, in Superficie, Corpi, & Numeri, & similmente nelli Angoli &c.

Altre concettioni, ouero communi sententie aggiunte dal Campano.

Ma eglie da notare che oltra queste commune concettioni dell'animo, ouero sententie, Euclide ne lasciò molte altre, lequal di numero sono incomprehensibili delle qual questa ne è una.

Se due quantità equali seranno comparate a qual si voglia terza del medesimo genere, insieme seranno ambedue di quella terza, ouer equalmente maggiore, ouer equalmente minore: ouer insieme equale.

Il Tradottore.



Essempli gratia, se le due linee .a. & .b. fussero equali fra loro, & che ambedue fussero comparate a un'altra terza linea, come seria a dire alla .c. dice che per commune scientia si concluderia, che ambedue quelle (cioè .a. et .b.) fussero ouero equalmente maggiori della detta linea .c. ouer equalmente minori, ouer che tutte tre fussero equali.

Anchora un'altra.

Quanta è alcuna quantità a qual si voglia altra del medesimo genere, tanta puo esser qual si voglia terza ad alcuna quarta del medesimo genere nelle quantità continue, questo uniuersalmente è uero, ouero se li antecedenti seranno maggiori di consequenti, ouero minori, perche la magnitudine, cioè, la quantità continua discresce in infinito, ma nelli numeri non è cosi, ma se il primo serà submultiplice del secondo, seria qual si voglia terzo equalmente submultiplice di alcuno quarto: perche il numero cresce in infinito, si come la magnitudine discresce in infinito.

Il Tradottore.

Certamente il Campano, nell'aggionger questa soprascritta seconda constittione, si è dimostrato di poco giuditio, à voler che un principiante suppona una cosa che non sa, ne è capace a saper che cosa la sia per fin a tanto che non intende che cosa sia a dire esser una quantità ad un'altra del medesimo genere; laqual cosa si diffinisce nella terza diffinition del quinto libro: e similmente, che cosa sia multiplice e submultiplice si diffinisce nella seconda diffinition del detto quinto. E però io eshorto ogni studente, che non perda tempo in voler intender queste cose aggionte, imperoche la maggior parte sono cose fruste, e che confondon l'intelletto del studente, & interrompan l'ordine dell'Auttore, ilqual è di non parlar d'alcuna cosa avanti la diffinitione di quella (come vuol il debito) similmẽte di non metter cosa alcuna superflua, cioè, che non sia bisognevole in alcuna altra cosa nell'opera sua, e similmente di non esser diminuto, & se per in alcun luoco pareva che fusse stato diminuto, la causa era processa dalli Scrittori & Copisti che haveano tralasciato, et trasportato molte sue diffinitioni et propositioni, come in questa nostra tradottione (cavata delle due tradottioni) procedendo si potra vedere, Anchora è suo costume di arguire in ogni sua demostratione con le cose passate, & non con quelle, che hanno da venire (come vuol il debito) perche in vero delle cose che hanno da venire si debbe presupponere che il studente non habbia notitia alcuna: laqual cosa non è stata considerata dal Campano.

Hor per far fine à questi primi principij della scientia Geometrica, liquali si cognoscon (come è detto) per l'intelleto, mediante il senso, e non per demostratione, & venir a quelle cose, che si cognoscon per demostrationi. Bisogna notar qualmente in piu modi si dice l'huomo saper una cosa: perche alcuna volta diciamo saper quelle cose, dellequal n'habbiamo certezza simplicemente per alcun di nostri cinque sensi: essempli gratia; se io sento uno a cantare io dirò ch'io so che colui canta: & se io vedo uno che corra, io dirò che io so che colui corre, & s'io tocco una cosa dura, over molle calda, over fredda, io dirò ch'io so che quella cosa è dura, over molle, calda over fredda, e similmente s'io gusto una cosa dolce, over garba, io dirò, ch'io so che quella cosa è dolce, over garba, e similmente s'io odoro una cosa odorifera, ò puzzolente, io dirò ch'io so che quella cosa è odorifera, over puzzolente: alcuna volta siamo certi d'alcuna cosa per longa esperientia, per ilqual modo cognosciamo le cose medicinali, e questo anchor diciamo saper. Alcuna volta diciamo saper quelle cose, dellequal ne habbiamo certezza per intelletto: talmente che l'intelletto nostro non puo credere il cõtrario: & questi sono li primi principij delle scientie: liquali, conosciuti li lor termini immediate sono conosciuti: essempli gratia: se alcuno cognosce che cosa sia il tutto, et che cosa sia la parte, egli non puo dubitare che ogni tutto non sia maggiore della sua parte: il medesimo seguita in tutti li altri: niente dimeno il proprio sapere (come afferma Aristotele nel primo della Posteriora) non è altro, che a intendere per demostratione:

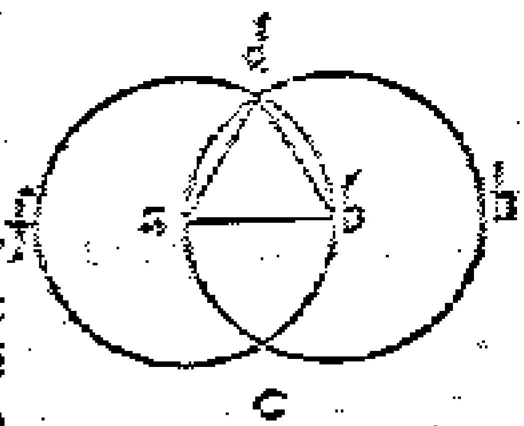
Si conosce le cose medicinale e ancora le morale.

mostratione: e pero propriamente di quelle cose che intendiamo per demostratione, siamo detti hauer la scientia: & di questa sorte di sapere, e di questa scientia si raccoglie da Euclide sopra ogni sua propositione, come procedendo manifestamente, si potra uedere.

Problema prima. Propositione prima.

1/1 Possiamo sopra una data retta linea costituir un triangolo equilatero.

Sia la data retta linea.a.b. uoglio sopra di questa constituir uno triangolo equilatero, & per essequir tal cosa, io ponerò il piede immobile del mio compasso, ouer sesto, sopra l'uno delle estremità della linea, cioè, in ponto. a. & l'altro piede mobile io allargarò insino all'altra estremità, cioe, al ponto.b. & secondo la quantità di essa linea data per la terza petitione, descriuerò il cerchio.c.b.d.f. dapoi questo di nouo farò centro l'altra estremità di essa linea, cioè, il ponto.b. & per la medesima petitione (secondo la quantità della medesima linea) signarò il cerchio.c.a.d.h. liquali cerchi se interseccaranno



fra loro in dui ponti, liquali sono.c. & .d. & l'uno de detti (poniamo il ponto.d.) co(n)tinuarò con ambedue le estremità della data linea, tirando per la prima petitione le due linee.d.a.b, & d.b, et cosi sera constituido, il triangolo.d.a.b. ilqual dico esser equilatero: perche, dal ponto.a. ilqual è centro del cerchio.c.b.d.f. sono tirate le linee.a.d. & .a.b. per insino alla circonferentia di quello, perilche seranno equal, per la diffinitione del cerchio, similmente anchora perche, dal ponto.b. che è centro del cerchio.c.a.d.h. sono tirate le linee.b.a. & .b.d. per insino alla circonferentia di quello, quelle medesimamente seranno fra loro equale. Adonque perche l'una e l'altra delle due linee.a. d. & .b,d. è equale alla linea.a.b: (come di sopra fu approuato) quelle medesime seranno anchora fra loro equal, per la prima concettione. Adonque sopra la data retta linea habbiamo collocato un triangolo equilatero che è il proposito.

Il Tradottore.

Bisogna notar che quando occoresse di descriuere semplicemente il detto triãgolo equilatero sopra una data retta linea, cioè, che nõ fusse dibisogno a far la demostratione di tal operar, non è necessario di descriuer integralmẽte li detti dui cerchi, ma basta solamente a designar quella poca parte doue fanno la interseccatione in ponto.d. (come appare nella seconda figura) & dal detto ponto d. tirar le due linee. d.a. & . d. b. & sera dissignatto il detto triangolo: ma uolendo dimostrar, & assegnar la causa che quel sia equilatero egli necessario a compire li detti dui cerchi, & arguire come di sopra fu fatto: il medesimo si debbe intendere in molte delle sequente probleme.

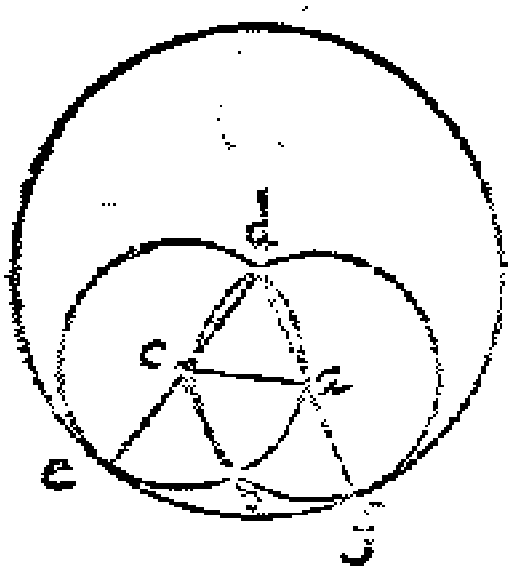
Il Tradottore.

Consequentemente a questa propositione nella prima tradottione, gli è stato aggionto del Campano il modo di descriuer sopra la medesima linea le altre due specie de triangoli, cioè, il triangolo di duoi lati equali, & quello di tre lati inequali: la qual cosa, per esser superflua, & fuor di proposito, la habbiamo lassata, perche, chi ben considera l'ordine di Euclide (come di sopra fu detto) trouerà lui non hauer posto alcuna propositione in tutta l'Opra sua in uano cioè, che nõ sia stata bisogneuole nella construttione, ouero speculatione di qualche altra di quelle, che seguitano. Adonque non trouandosi luoco in tutta l'Opra sua, doue sia bisogneuole tal propositione aggionta (massime per quel modo) si puo dire lei esser cosa superflua, et fuor di proposito, perilche la habbiamo lassiata, per non confonder il studente con tal propositione inutile. Et chi pur uolesse il modo di esequir un tal Problema, la uigesima seconda di questo primo Libro generalmente ce lo dimostra.

Problema.2. Propositione.2.

Da un dato ponto possiamo condurre una linea retta equale a qualunque proposita retta linea.

Sia il ponto dato.a. & la linea data.b.c. voglio dal ponto.a. condurre una linea retta equale alla linea.b.c. (caschi in qual parte si uoglia.) per far adonque questo congiongerò il ponto.a. con una delle due estremità della linea.c.b. (qual mi pare.) hor congiongasi il ponto.a. con la estremità.c. tirata la linea.a.c. sopra laqual linea costituirò un triangolo equilatero (secondo la dottrina della precedente) il qual sia.a.c.d. et in quell' estremità della data linea, con laqual ho congionto il dato ponto, cioè, nella estremità.c. ponerò il piede immobile del mio compasso, & descriuerò sopra di quello un cerchio secondo la quantità della data linea (il qual sia il cerchio.e.b.) & allongarò il lato del triangolo equilatero che è opposito al ponto dato, cioè, il lato.d.c. per il centro del cerchio descritto per insino alla circonferentia di quello: & sia tutta la linea cosi protratta la.d.e. et secondo la quantità di quella sopra il centro.d. linearò un cerchio, il qual sia il cerchio.e.f. e dapoi questo slongarò il lato.d.a. per insino alla circonferentia di questo ultimo cerchio, & quello concorra nella circonferentia di quello in ponto.f. Dico adonque, che la linea.a.f. è equale alla.b.c. perche le due linee.b.c. & c.e. sono fra loro equale, perche uanno dal centro del cerchio.e.b. alla circonferentia di quello. Similmente anchora le due.d.f. & d.e. sono fra loro equale, perche etiam loro uanno dal centro del cerchio.e.f. alla circonferentia, & le due linee.d.a. et.d.c. sono etiam equal, perche sono li lati del triangolo equilatero. Adonque se le dette due linee d.

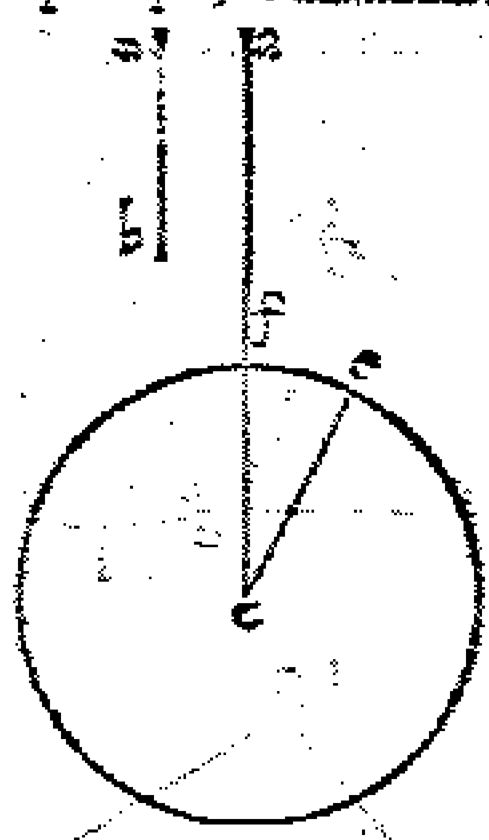


a.&

a. & d.c. seranno leuate uia dalle due .d.e. & .d.f. che sono fra loro equal, li duoi residui, liquali sono .a.f. & .c.e. seranno etiam equali (per la terza commune sententia.) Adonque perche l'una e l'altra delle due linee .a.f. & .c.b. è equale alla .c.e. quelle medesime sono fra loro equal per laqual cosa dal ponto .a. habbiamo tirata la linea .a.f. equale alla linea .b.c. che è il proposito.

Il Tradottore.

Molti principianti, che anchora non sanno che cosa sia il procedere scientifico demostratiuo, quasi si scandalizzano di questa soprascritta propositione (per la sua bassezza) parendogli (come è il uero) puoterse esseguire tal problema per piu corta uia, cioè, pigliando diligentemente con un compasso la misura della data linea .b.c. & con tale appritura di compasso assignarne un'altra di tal quantità, che termini nel detto ponto .a. laqual cosa (per esser euidente al senso) pare a lui che non si debba, ne si possa negare. A questo se risponde, che eglie il uero che tal conclusione, per esser euidente al senso in materia, mal si puo negare: niente dimeno tal operare non seria demostratiuo, & l'Auttore è tenuto a demostrar ogni sua propositione, si operatiua come speculatiua, eccettuando le sei petitioni a lui concesse nel principio: Ma alcuno poria dir che l'Auttore hauria fatto meglio a poner tal propositione per principio, ouero per petitione che per propositione: perche, in uero questa non è meno euidente, ouero concessibile: che il tirar una linea retta da un ponto a un'altro, ouero il slongar una data linea terminata. Circa a quest'altra particolarità rispondo, che l'Auttore non ha adimandato la concessione delle sei petitioni per esser cose euidenti, ouero facili da conceder, anzi egli l'ha adimandata per esser impossibile a dimostrar alcuna di quelle: & quando egli hauesse possuto trouar modo de dimostrar alcuna di quelle, egli nō hauria posta quella tale per principio, ne adimādato che gli fusse concessa, anzi egli la hauria posta per propositione, et quella dimostrata si come ha fatto di questa soprascritta: essendo adonque la soprascritta demostrabile (come di sopra appare) uergogna seria stata all'Auttore hauerla posta per petitione.



Problema .3. Propositione .3.

3/3 Proposte due linee rette inequal, dalla piu longa di quelle possiamo taglierne una parte equale alla minore.

Siano le due linee .a.b. & .c.d. inequali, & sia la .a.b. minore, uoglio dalla .c.d. taglierne una parte che sia equale alla .a.b. & per far questo, dal ponto .c. tiro una linea equale alla .a.b. (secondo che se insegna la precedente,) laqual sia la .c.e. farà adonque il ponto .c. centro, et descriuerò un cerchio secondo la quantità della e.e. il qual segarà la linea.c.d. in pōto.f. dico adōque che la linea.c.f. serà equale alla linea.c.e. perche, ambedue uengono, dal centro.c. alla circonferentia del medesimo circhulo: perche una e l'altra delle due linee.a.b.e.c.f. e sono equal alla linea.c.e. quelle medesime seranno fra loro equal, che è il proposito.

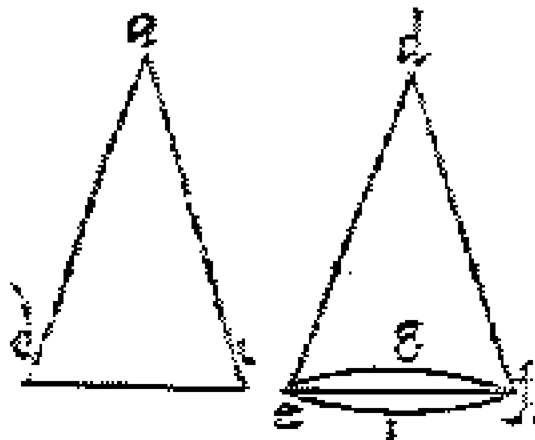
Il Tradottore.

Similmente di questa sopra scritta propositione si come della passata, molti si sogliono scandalizare per le medesime ragioni della passata, perche in uero questa nō è altro che il conuerso della seconda petitione, laquale dimanda che sia concesso che si possa slongare una data linea retta terminata directamente in longo quanto ne parerande ad alcuno pareria che l'Authore poteua similmente poner la soprascritta per petitione, cioè, adimandar che fusse concesso che de una data linea retta terminata se ne potesse tagliar quanto ci pare. Circa à questo rispondo, che la detta seconda petitione è indemostrabile: e la soprascritta è demostrabile, e però uergogna seria stata all'Authore a poner tal propositione per cosa indemostrabile, essendo demostrabile: e però niuno si debbe scandalizare di tali basse propositione: perche, con queste cose basse, & note, se dimostrerà, poi le cose piu alte, & manco note.

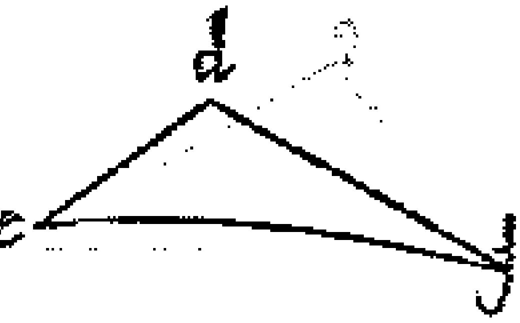
Theorema prima. Propositione.4.

4 De ogni duoi triāgoli, deliquali li duoi lati dell'uno serāno equal alli
4 duoi lati dell'altro: e li duoi angoli di quelli, contenuti da quelli lati equali, seranno equali l'uno all'altro; Anchora le base di quelli seranno equal: & li altri angoli dell'uno alli altri angoli dell'altro: & tutto il triangolo a tutto il triangolo serà equale.

Siano li duoi triāgoli.a.b.c.et.d.e.f.et sia il lato a.b.equale al lato.d.e. & il lato a.c.equale al lato.d.f.et l'āgolo.a.equal all'angolo.d.hor dico che la basa.b.c.e equal all'angolo.f.laqual cosa si approba mettēdo, mētalmente il triāgolo.a.b.c.sopra al triāgolo.d.e.f.talmente che l'angolo.a.caschi sopra all'angolo.d.et il lato.a.b.sopra il lato.d.e. & il lato.a.c.sopra il lato.d.f. & per il conuerso modo della penultima cōcettione, è manifesto, che ne li angoli, ne etiam li lati si eccederanno fra loro, perche, l'angolo.a.e equale all'angolo.d. & li lati sopra posti sono equali a quelli doue sono sopra posti, dal presupposito. Adonque li duoi ponti.b. & c. cadeno sopra li duoi ponti.e. & f. Se adonque la linea.b.c.cade sopra la linea.e.f. è manifesto il proposito, perche quando la linea.b.c.sia posta sopra alla linea.e.f. & che la non ecce da la detta linea.e.f.ne che etiam lei sia ecceduta da quella, per la penultima concettione, e equale a quella, & per la medesima ragione l'angolo.b.serà equale al l'angolo.



l'angolo.e. & l'angolo.c. all'angolo.f. & tutto il triangolo a tutto il triangolo. Ma se la linea.b.c. per lo auersario, non cade sopra la linea.e.f. necessariamente caderà, ouer di dentro del triangolo (si come fa la linea.e.g.f.) ouer anchora fuora del detto triangolo, secondo che fa la linea.e.h.f. ilche essendo, due linee rette chiuderiano superficie: laqual cosa è contra l'ultima petitione. Adonque gli è necessario che la linea.b.c. cada precise sopra la.e.f. per ilche seguita il proposito.



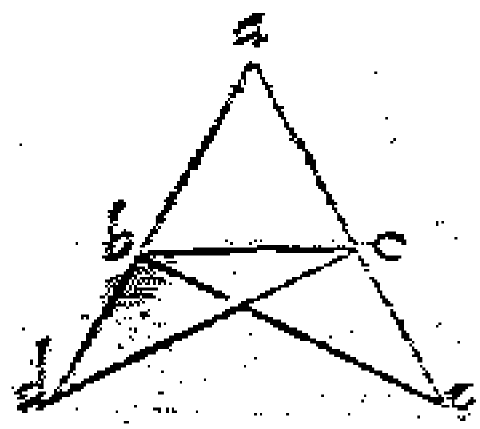
Il Tradottore.

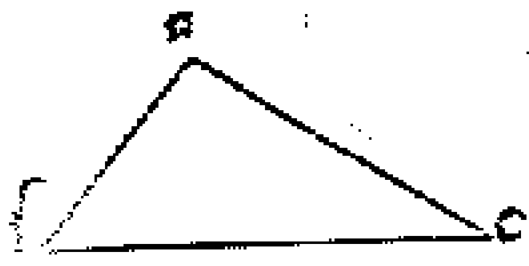
Bisogna notare, che ogni lato d'uno triangolo puo essere detto basa di quello triangolo.

Theorema.2. Propositione.5.

5 Li angoli che sono sopra la basa, de ogni triangolo de duoi lati equa
5 li, è necessario esser fra loro equali, & se li duoi lati equali siano protratti direttamente, saranno anchora sotto alla basa duoi angoli fra loro equali.

Sia il triangolo.a.b.c. delquale il lato.a.b. sia equale al lato.a.c. dico che l'angolo.a.b.c. è equale all'angolo.a.c.b. & s'el serà protratti, ouer slongati li detti duoi lati, ponimeo per fina al.d. & .e. serà etiam l'angolo.d.b.c. equale all'angolo.e.c.b. laqual cosa se approua in questo modo. Protratte che sia li duoi lati.a.b. & .a.c. per la terza propositione, farò la linea.a.d. equale alla linea.a.e. & tirarò le due linee.e.b. & .d.c. & intenderò li duoi triangoli.a.b.e. & .a.c.d. liquali io approuarò essere equali, & equilateri, & equiangoli, cioè, che li lati dell'uno son equali alli lati dell'altro, ciascaduno suo relatiuo, & finalmente li angoli. Perche, li duoi lati.a.b. & .a.e. del triangolo.a.b.e. sono equali alli duoi lati.a.c. & .a.d. del triangolo.a.c.d. e l'angolo.a. è commune all'uno e l'altro. Adonque, per la precedente propositione la basa.b.e. è equale a la basa.c.d. & l'angolo.e. è equale all'angolo.d. & l'angolo.a.b. è equale all'angolo.a.c.d. Intendo anchora li duoi triangoli.d.b.c. & .e.c.b. liquali similmente approuarò essere equilateri & equiangoli, Perche li duoi lati.d.b. & .d.c. del triangolo.b.d.c. sono equali alli duoi lati.e.c. & .e.b. del triangolo.e.b.c. & l'angolo.d. è equale all'angolo.e. Adonque, per la precedente, la basa dell'un serà equale alla basa dell'altro, & li altri duoi angoli dell'uno alli altri duoi angoli dell'altro. Adonque l'angolo.d.b.c. è equal

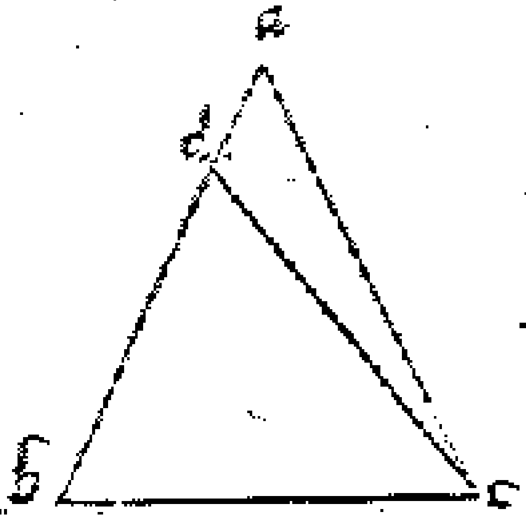




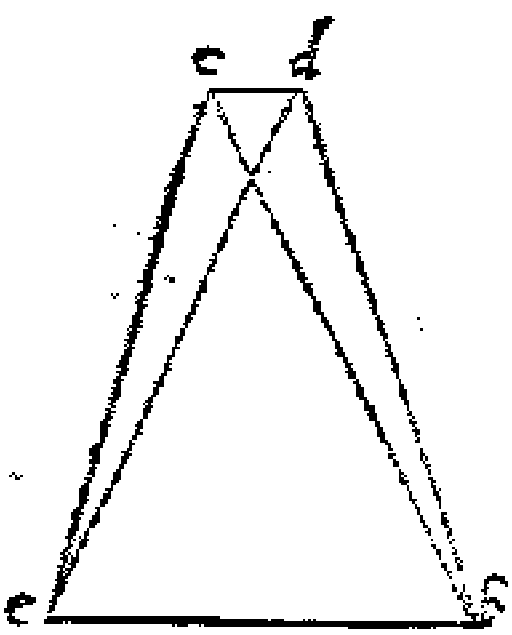
c. è equal all'angolo.e.c.b. & questo è il secondo proposito, cioè, che li angoli, che sono sotto alla basa sono equali, & l'angolo b.c.d. è equale all'angolo.c.b.e. Ma perche tutto l'angolo.a.b.e. è equale all'angolo.a.c.d. (come di sopra fu approvato) adonque, per la terza concettione, l'angolo.a.b.c. (residuo) è equale all'angolo.a.c.b. (residuo) l'uno è l'altro di quelli è sopra la basa, che è il primo proposito.

Theorema.3. Propositione.6.

6 Se dui angoli de alcun triangolo saranno equali, etiam li dui lati ris-
6 guardente quelli angoli, saranno equali.



Questa è il converso della precedente in quanto alla prima parte di quella: perche essendo il triangolo.a.b.c. del quale li duoi angoli.b. & c. siano equali dico che il lato.a.b. è equale al lato.a.c. Perche se non sono equali, per l'aduersario, l'un di quelli necessita sia maggior dell'altro, hor poniamo, che possibile fusse, che il lato.a.b. sia maggiore. Adonque dal lato.a.b. maggiore ne segaremo una parte alla equalità del minore, per la terza propositione, talmente che il superfluo sia dalla banda verso.a. hor sia resecato in ponto.d. & sia la.b.d. equale alla.a.c. & sia protratta la linea.c.d. Intendo adonque li duoi triangoli.a.b.c. & d.b.c. liquali prouero esser equilateri & equiangoli. Perche li duoi lati.d.b. & b.c. del triangolo.d.b.c. sono equali alli duoi lati.a.c. & b.c. del triangolo a.b.c. e l'angolo.b. è equale all'angolo.c. totale per il presupposito: adunque la basa.d.c. è equale alla basa.b.a. & l'angolo.d.c.b. è equale all'angolo.a.c.b. cioè la parte è equale al tutto, che è impossibile.

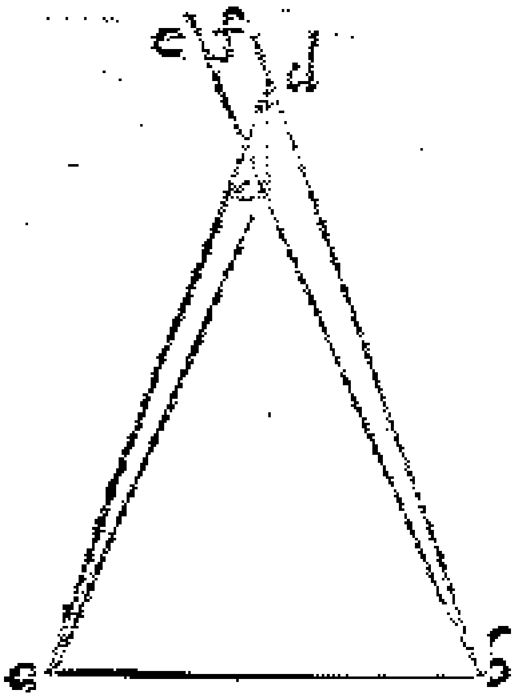


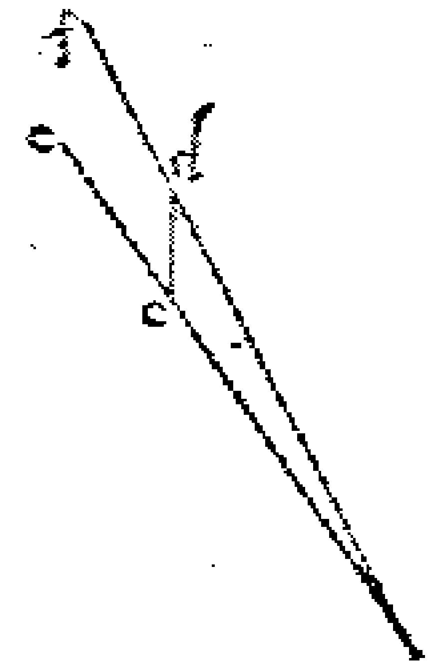
Il Tradottore.

Nota che l'angolo.d.c.b. verria a esser equale allo angolo.b. non perche l'angolo.a.c.b. è etiam lui equale al detto angolo.b. dal presupposito seguiria per commune sententia l'angolo.d.c.b. esser equale all'angolo.a.c.b. la parte al tutto che è impossibile.

Theorema.4. Propositione.7.

7 Se dalli duoi ponti terminanti alcuna linea retta uscirãno due linee
7 rette, lequale concorrino a uno medesimo ponto è impossibile dalli medesimi ponti esser dutte altre linee equale alle sue conterminale che concorrino ad altro ponto da quella medesima parte.





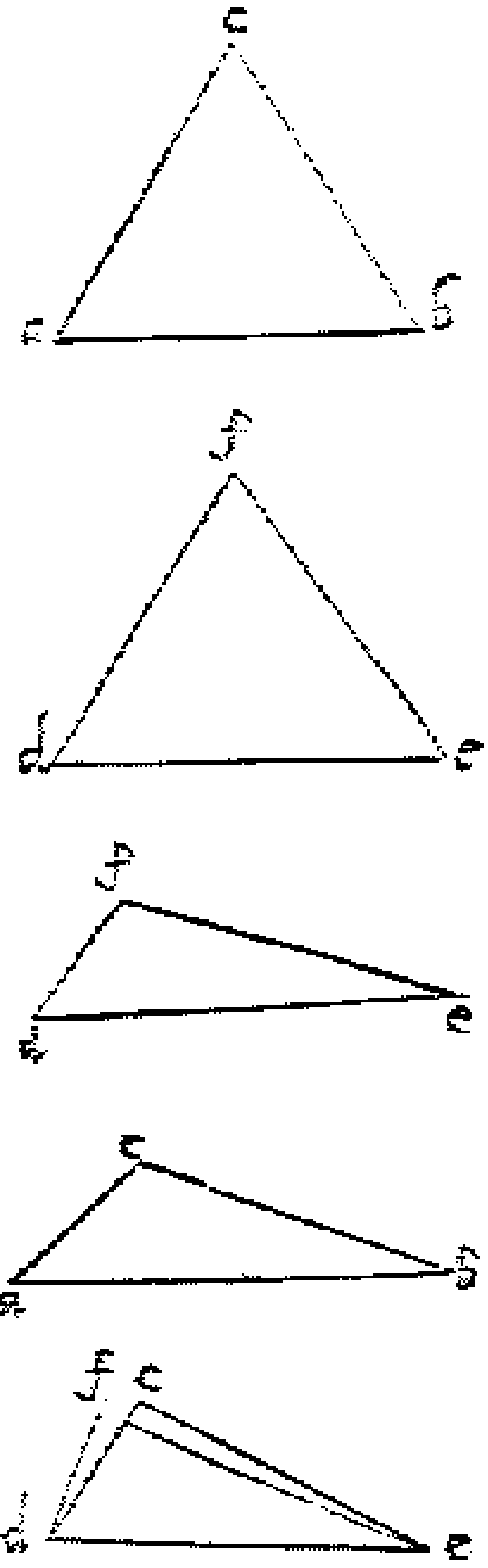
Sia la linea.a.b.dalle estremità dellaqual siano protratte da vna medesima parte due line rette, lequale concorrino in uno medesimo ponto, come saria la linea a.c.& la b.c. lequale concorrono nel ponto.c. Dico che in quella medesima parte, non potranno esser tirate dalle medesime estremità due altre linee, lequale concorrino ad altro ponto che nel ponto.c.domente che quella laquale serà tirata dal ponto.a.sia equale alla linea.a.c.& quella che serà tirata dal ponto.b.sia equale alla linea.b.c. laqual cosa, sel fusse possibile, per l'aduersario siano tirate due altre linee da quella medesima parte (cioè verso.c.) lequale concorrino nel ponto.d.& sia la linea.a.d.equal alla.a.c. e la linea.b.d.equale alla linea.b.c. Adonque, ouer che'l ponto cade dentro del triangolo, ouer de fora, perche non puo caderne in l'uno & l'altro lato, perche all'hora la parte seria equale al suo tutto. Ma se quel cade di fora, ouer l'una delle due linee.a.d.e.b.d.segarà l'una dell'altre due linee.a.c.ouer.b.c. ouer amente che ne l'una ne l'altra seranno segate ne dall'una ne dall'altra; hor poniamo che l'una delle due seghi l'altra delle altre due, come appar in la prima figura e sia protratta la linea.c.d. Adonque perche li duoi lati.a.c.et a.d.del triãgolo.a.c.d. sono equali l'angolo.a.c.d. serà equale all'angolo.a.d.c. (per la quinta propositione) similmente perche nel triangolo.b.c.d. li duoi lati.b.c.& b.d. sono equali li dui angoli.b.c.d.& b.d.c. seranno similmente equali (per la medema propositione) & perche l'angolo.b.d.c.e maggiore dell'angolo.a.d.c. (sua parte) seguita che l'angolo.b.c.d. sia maggiore dell'angolo.a.c.d. donde che la parte seria maggiore del suo tutto laqual cosa è impossibile. Ma se'l ponto.d. cade de fora del triangolo.a.b.c. talmente che le linee non si seguino come nella seconda figura appare protrarò la linea.d.c.& allongarò le due linee.b.d.& b.c.sotto alla basa per fina al.f.& al.e.& perche le linee.a.d.& a.c. son equale li dui angoli.a.c.d.& a.d.c. seranno equali (per la quinta) similmente perche, la.b.c.e la.b.d.son equale li angoli che sono sotto alla basa (liquali sono.e.d.f.& d.c.e.) seranno equali (per la secõda parte della medema quinta) adonque perche l'angolo.e.c.d.e minor dell'angolo.a.c.d. seguita che l'angolo.f.d.c. sia minor dell'angolo.a.d.c. laqual cosa è impossibile, cioè ch'el tutto sia minor della parte, & per il medesimo modo se

redurà

reduto è l'aduersario al inconueniente quando che'l ponto. d. cadesse dentro del triangolo. a. b. c.

Theorema. 5. Propositione. 8.

8 De ogni dui triangoli delli quali li dui lati di l'uno siano equali alli
8 duoi lati dell'altro & la basa dell'uno sia equale alle basa di l'altro, li angoli contenuti dalli lati equali è necessario esser equali.



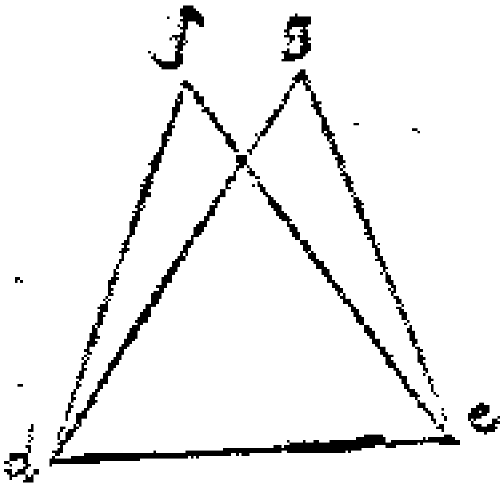
Siano li dui triangoli. a. b. c. d. e. f. e sia lo lato. a. c. equale allo lato. d. f. & lo. b. c. equale allo. e. f. & la basa. a. b. equale alla basa. d. e. Dico che l'angolo. c. è equale al l'angolo. f. e l'angolo. a. all'angolo. d. & l'angolo. b. al l'angolo. e. & per dimostrar questo io ponerò mentalmente la basa. a. b. sopra la basa. d. e. & perche sono equal niuna di quelle eccederà l'altra (per lo conuerso modo della penultima concettione) adonque ouer che il ponto. c. cade sopra al ponto. f. ouer non, ma ponendo che il ge cada essendo adonque l'angolo. c. soprapposto all'angol. f. le due linee. a. c. & b. c. se conuegneranno sopra al le due. d. f. & e. f. per esser equale fra loro dal presupposito per lo conuerso modo della detta penultima concettione adonque perche l'angolo. c. non eccede ne si eccedeuto dall'angolo. f. sono fra loro equali (per la medema concettione) similmente arguirai li altri angoli esser fra loro equali. Ma sel fusse possibile per l'aduersario chel ponto. c. non cadesse sopra al ponto. f. ma in altro loco come seria dire nel ponto g. hor perche la linea. a. c. (che neria a esser la. g. d.) è equale alla. d. f. & la linea. b. c. (che neria a esser la. e. g.) è equale alla linea. e. f. e quelle tirate da una medesima parte concorreno in duoi diuersi ponti cioè nel ponto. g. & nel ponto. f. la qual cosa è impossibile per la precedente, adonque per forza el ponto. c. caderà sopra al ponto. f. & l'angolo. c. conuegneranno sopra l'angolo. f. & similmente li altri dui angoli conuegneranno sopra al suo corespondente, adonque seranno equali per la penultima concettione che è il proposito.

Problema. 4. Propositione. 9.

9 Potemo diuidere uno dato angolo retilineo in due parti equali.
9

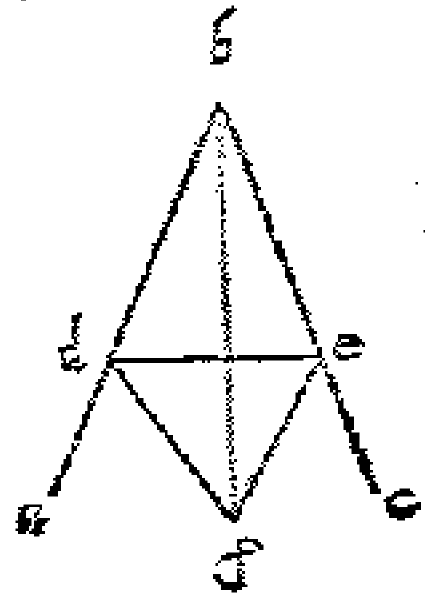
Sia il dato angolo che bisogna diuidere l'angol. a. b. c. io tagliarò dalle due linee. a. b. & b. c. (che contengono il detto angolo) le due. b. d. & . b. e. (per la terza propositione)

sitione) fra loro equale, & si produrò la linea.d.e.sopra di laquale, costituerò il triangolo.d.f.e.equilatero (per la prima propositione) et tirarò la linea.b.f.hor dico che quella divide il detto angolo dato in due parti equale, & per dimostrar questo io intendo li duoi trianguli.d.b.f.& .e.b.f. & perche li dui lati.b.d.& .b.f.del triangolo.d.b.f.sono equali alli duoi lati b.e.& .b.f.del triangolo.e.b.f.e la basa.d.f.alla basa.e.f.adonque (per la precedente) l'angolo.d.b.f.è equale all'angolo.e.b.f. che è il proposito.



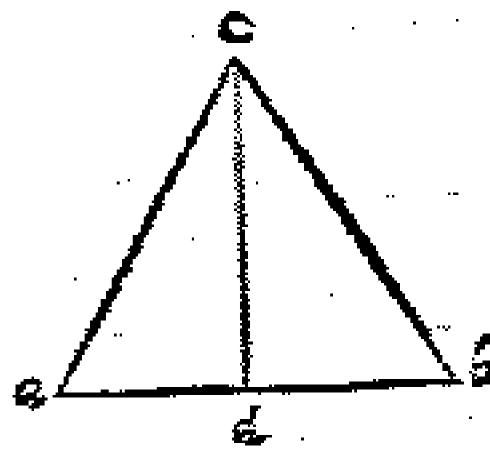
Il Tradottore.

In questa si come nella prima, bisogna notar che per dividere simplicemente il detto angolo.a.b.c.in due parti equali, cioè non volendo far la demostration di tal operare nõ è necessario a dissignare il triangolo.d.f.e.& manco a tirare la linea.d.e. ma basta solamente a trovar il ponto.f.per mezzo della intersecatione delle circonferensie di dui cerchi (come sopra la prima propositiõ fu detto) & dapoi tirare la linea.b.f.& serà esequido tal problema, & cosi advertirai nelle altre che seguitano, perche molte cose se fa per poter far la demostratione.

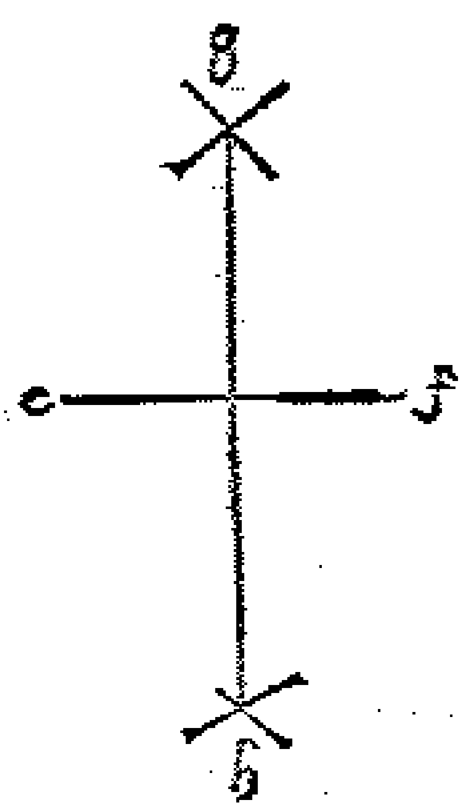


Problema.5. Propositione.10.

10 Proponemo dividere una proposta retta linea
10 in due parti equale.



Sia la proposta retta linea che è di bisogno dividere in due parti equali la linea.a.b.sopra di quella costituerò il triangolo.a.b.c.equilatero, & dopo questo dividerò l'angolo.c.in due parti equali per la dottrina della precedente con la linea.c.d.hor dico che la linea.c.d. divide la data linea.a.b.in due parti equali in ponto.d. e per dimostrar questo intendo li dui trianguli.a.c.d.et. b.c.d. & arguisco in questo modo li dui lati.a.c.& .c.d.del triangolo.a.c.d.sono equali alli duoi lati.b.c.& .c.d.del triangolo.b.c.d.e l'angolo.c.del l'un è equal al l'angol.c.dell'altro adonque (per la quarta) la basa.a.d.serà equale alla basa, b.d.seguita adonque che la linea.a.b.sia divisa in due parti equale nel ponto.d.che è il proposito.



Il Tra-

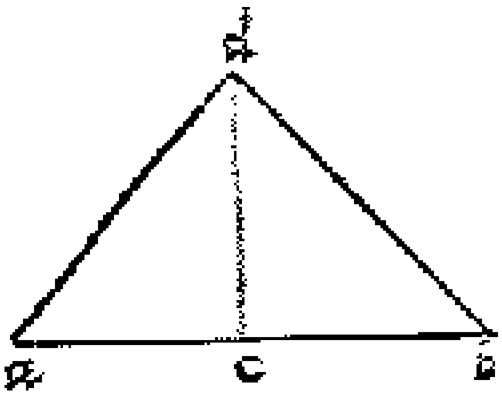
Il Tradottore.

Anchora per diuidere simplicemente una data linea in due parti equale (ponamo la linea.e.f.) basta a trouar le due opposite intersecatiõe (quali sian g.e.h) di duoi cerchi che occorreno nel formar il triangolo equilatero e la linea.g.h.tirata dal l'una intersecatione all'altra farà il proposito.

Problema.6. Propositione.11.

11/11 Data una linea retta, da un ponto signato in quella potemo cauarui una perpẽdicolar sustentata dall'una è l'altra parte da dui angoli equali e retti.

Sia la data retta linea.a.b. nella qual sia dato il ponto.c. dalquale sia di bisogno tirar fora una perpendicolar. Adonque uolendo esequir tal effetto faccio la linea.b.c. equal alla linea.a.c. & sopra a tutta la.a.b.constituisco il triangolo.a.b.d. equilatero: & dapoi tiro la linea.c.d.laquale dico esser perpendicolare sopra la detta linea.a.b.c.per dimostrar tal cosa intendo li dui triangoli.a.c.d. & b.c.d.e perche li dui lati.a.c. & c.d.del triangolo.a.c.d.son equali alli dui lati.c.b.et c.d. del triangolo.b.c.d.et la basa.a.d. a la basa.b.d. adõque (p l'ottaua) l'angolo.a.c.d.serà equale all'angolo.b.c.d. per laqual cosa ciascun di loro serà retto (per la ottaua diffinitione) & la linea.d.c.serà prependicolar sopra la linea.a.b.che è il proposito.

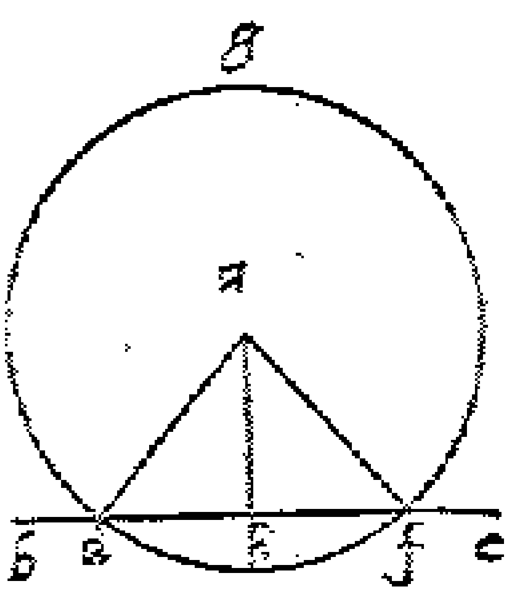


Problema.7. Propositione.12.

12/12 Puotemo condurre una perpendicolare a una data retta linea de indefinita quantità:da uno ponto signato fora di quella.

Sia il põto.a.signato fora della linea.b.c. dalqual bisogni condure una perpẽdicolare alla detta linea.b.c.adõque per esequir tal cosa allongarò la linea.a.b.c. in l'una è l'altra parte quanto bisogna, & sopra al ponto.a. desc riuerò un cerchio di tal grandezza che seghi la detta linea.a.c. in dui ponti ilqual pongo sia il cerchio.d.e.f.g. ilquale seghi la linea.b.c.nelli dui ponti.d & f.dapoi congiongerò il ponto.a.con li dui ponti.d. & f.con le due linee.a.d. & a.f. & dapoi diuiderò l'angolo.d.a.f. in due parti quali con la linea.a.h. (per la nona propositione) hor dico che la linea.a.h. e perpendicolare sopra la linea.b.c. & per dimostrar questo intendo li duoi triangoli.a.d.h. & a.f.h. & perche li duoi lati.a.d. & a.h.del triangolo.a.d.h.sono equali alli duoi lati.a.f. & a.h. del triangolo.a.f.h. perche le due linee.a.d. & a.f.

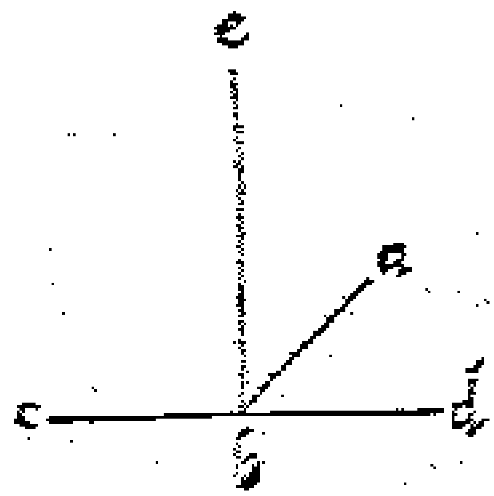
Inter- lasfea dal car dano conta- méte.



& a.f. uengono dal centro alla circonferentia, lo lato a.b. è commune ad ambiduoi, e l'angolo a. dell'uno è equale all'angolo a. dell'altro, & per la quarta propositione, la basa d.b. serà equale alla basa b.f. & l'angolo a.b.d. all'angolo a.b.f. per laqual cosa l'uno & l'altro serà retto, per la ottaua diffinitione, & per la nona, la linea a. b. serà perpendicolare sopra la linea b.c. che è il proposito.

Theorema. 6. Propositione. 13.

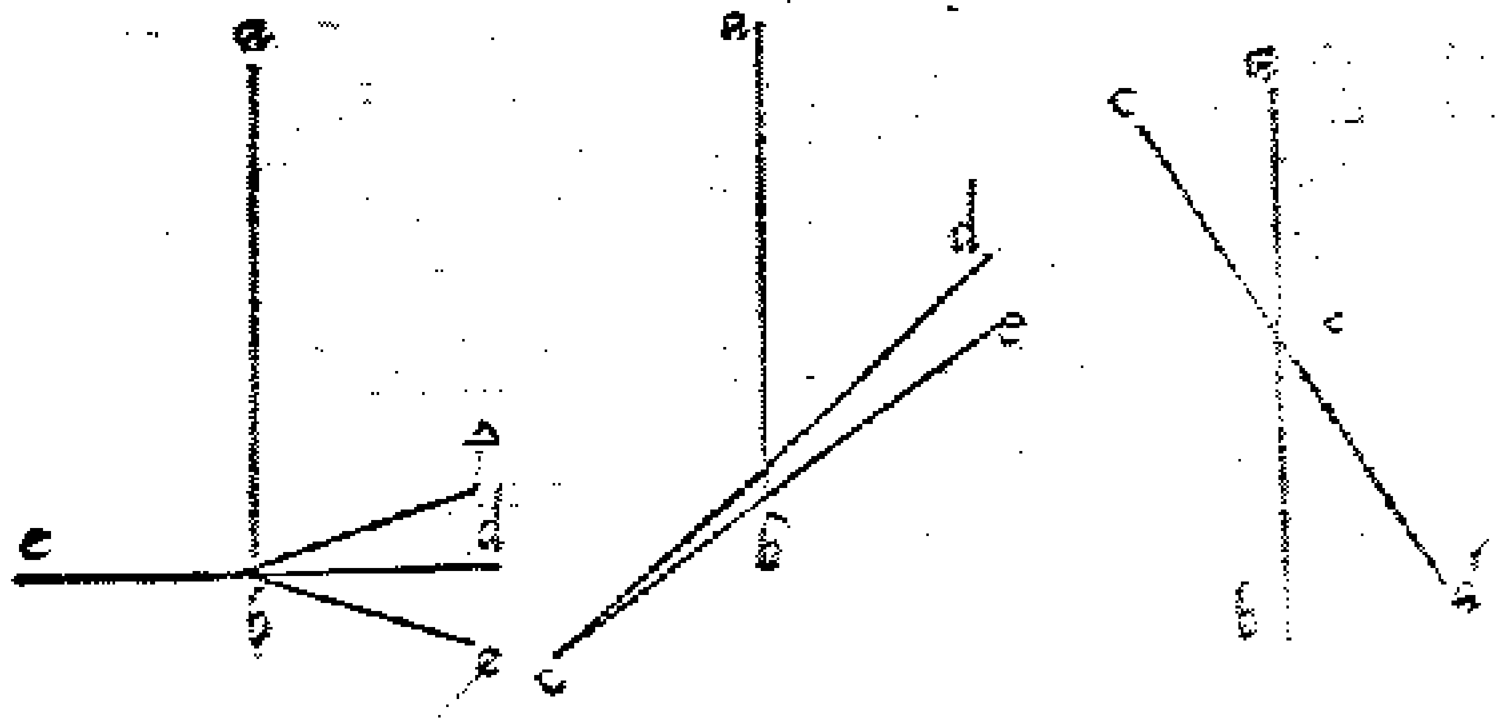
13 Li duoi angoli constituidi de ogni linea retta, che stia sopra a una linea retta, ouero che sono retti, ouero che son equali a duoi angoli retti.
13



Sia che la linea a.b. stia sopra alla linea c.d. dico che li duoi angoli constituidi dalla detta linea a.b. con la linea c.d. ouer che sono ambiduoi retti, ouer che son equali a duoi angoli retti, liquali angoli l'uno è l'angolo a.b.d. & l'altro è l'angolo a.b.c. & per dimostrar questo arguirò in questo modo. Ouer che la linea a.b. serà perpendicolare sopra la c.d. ouer non: se la serà perpendicolare sopra la detta linea c.d. constituerà duoi angoli equali è retti: per lo conuerso modo della ottaua diffinitione, che è il primo proposito. Ma se la non serà perpendicolare, ma che quella sia declinata sopra quella, poniamo verso d. all'hora la detta linea a.b. constituirà duoi angoli, l'uno di quali serà acuto, cioè l'angolo a.b.d. et l'altro serà obtuso cioè l'angolo a.b.c. hor dico che questi duoi angoli insieme sono equali a duoi angoli retti, & per dimostrar questo, dal ponto b. condurò la perpendicolare b.e. per l'undecima propositione, sopra la linea c.d. della quale li duoi angoli e.b.c. & e.b.d. sono retti, per lo conuerso modo della ottaua diffinitione, adonque perche li duoi angoli d.b.a. et a.b.e. se equaliano all'angolo d.b.e. ilqual è retto, gionteli anchora l'angolo e.b.c. che è retto, tutti tre seranno equali a duoi angoli retti, perche li duoi, cioè d.b.a. et a.b.e. sono equali all'angolo d.b.e. che è retto: il terzo, cioè l'angolo e.b.c. da se è retto, per il che questi tre sono equali a duoi retti, ma l'angolo a.b.c. obtuso è equale a duoi di quelli tre angoli, cioè all'angolo c.b.e. che è retto etiam all'angolo e.b.a. adonque li duoi angoli a.b.c. & a.b.d. sono equali a duoi angoli retti, che è il proposito. Et nota che per questa propositione si manifesta che tutto il spacio che circonda un ponto, in qual si uoglia superficie piana, sempre quello serà equale a quattro angoli retti.

Theorema. 7. Propositione. 14.

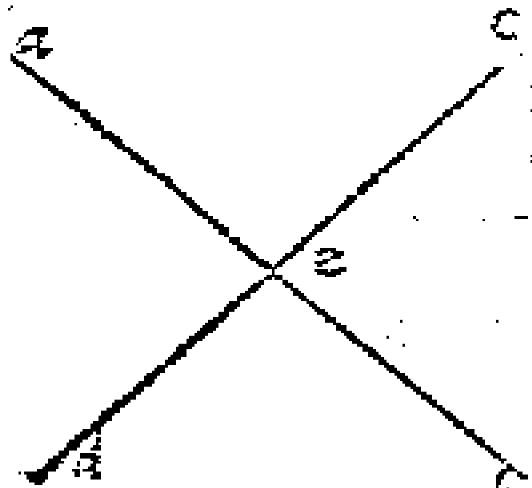
14 Se da uno ponto de una linea retta usciranno due linee rette in diuerse parti, & farà li duoi angoli attorno in se retti, ouero equali a duoi angoli retti, quelle due linee fra loro sono congionte direttamente, & sono una sol linea.
14



Sia la linea retta, a, b, & dal ponto, b, escano due linee rette in parte opposite, et l'una sia la linea. b. c. & dall'altra parte opposita, sia, la linea. b. d. lequal linee faciano li duoi angoli, liquali son, c, b, a, & , d, b, a, equali a duoi angoli retti. hor dico che le due linee. c. b. & . d. b. sono congionte direttamente l'una & l'altra & sono una sol linea, laqual è la linea. c. b. d. & se la non serà una sol linea, per l'auersario, sia protratta la linea, c, b, in continuo & diretto, & per non esser una linea con la linea, b, d, transirà ouer di sopra della detta linea. b. d. come fa la, b, f, ouer di sotto come fa la. b. e. Adonque perche sopra della linea, c, b, f, gli cade la linea. a. b. li duoi angoli. a. b. c. & . a. b. f. per la precedente seran equali a duoi angoli retti, & perche li angoli retti sono equali fra loro, per la quarta petitione, anchora li duoi angoli. c. b. a. & . d. b. a. son equali a duoi angoli retti, dal presupposito, perilche li duoi angoli, a, b, c, & , a, b, f, seran equali alli duoi angoli, c, b, a, & , d, b, a, adonque cauando communemente l'angolo, c, b, a, li duoi rimanenti, per la terza cōcettione, seranno fra loro equali, cioè l'angolo. d. b. a. seria equal all'angolo, f, b, a laqual cosa è impossibile che la parte sia equale al tutto, & per la medesima uia tu approuerai, la linea. c. b. protratta per fina in. e. che l'angolo. a. b. d. serà equal all'angolo, a, b, e, che è pur impossibile, per laqual cosa serà constretto l'auersario a confirmare che protratta la linea, c, b, caderà precise in la linea, b, d, et la linea, c, b, d, esser una sol linea, e non due, che è il proposito.

Theorema. 8. Propositione. 15.

15
15



Tutti li angoli cōtrapositi de ogni due linee rette che si seghino, fra loro sono equali, perilche egli è manifesto che quando due linee rette si seghino fra loro, li quattro angoli che fanno essere equali a quattro angoli retti.

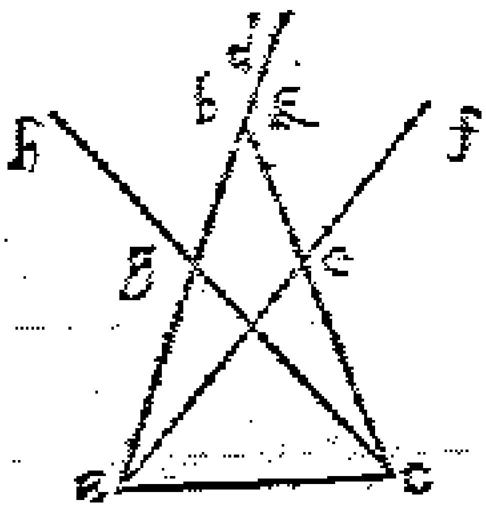
Siano le due linee rette. a. b. & . c. d. lequali se seghino fra loro in ponto. e. Dico che l'angolo. d. e. b. è equal all'angolo. a. e. c. et l'angolo. b. e. c. è equal all'angolo. d. e. a. perche li duoi angoli. a. e. c. & . c. e. b. son equali a duoi

angoli

angoli retti, per la tertiadecima propositione, & similmente li duoi angoli.c.e.b. & d.e.b. sono pur equali a duoi angoli retti, per la medesima propositione. Adonque li duoi angoli.a.e.c. & c.e.b. sono equali alli duoi angoli.c.e.b. & b.e.d. perche cosi li duoi primi come li duoi secondi sono equali a duoi angoli retti: hora se communamente leuaremo, cosi alli duoi primi come alli duoi secondi, l'angolo.c.e.b. li duoi rimanenti, che son li duoi angoli.a.e.c. & b.e.d. serano fra lor equali, per la tertiadecima concettione, & per lo medesimo modo se approua l'angolo.c.e.b. esser equale al l'angolo.d.e.a. che è il proposito.

Theorema. 9. Propositione. 16.

16/16 Essendo protratto direttamente un lato d'un triangolo, qual ne pare, quel farà l'angolo estrinsico maggiore dell'uno e dell'altro angolo intrinsico del triangolo a se opposito.



Sia che'l triangolo.a.b.c. sia protratto el lato.a.b. per fina in d. Dico che l'angolo.d.b.c. è maggiore di l'uno & dell'altro di duoi angoli di dentro del triangolo a lui oppositi, delliquali l'un è l'angolo.b.a.c. e l'altro è l'angolo.b.c.a. & per dimostrar questo io diuiderò il lato.c.b. in due parti equali, per la dottrina della decima, in ponto.e. & protrarò la linea.a.e. per fin al ponto.f. talmente che la.f.e. sia equale alla.a.e. poi tirarò la linea.f.b. & fatto questo io intendo li duoi triangoli.c.e.a. & b.e.f. & perche li duoi lati.a.e. & e.c. del triangolo.a.e.c. sono equali alli duoi lati.f.e. & e.b. del triangolo.f.e.b. & l'angolo.e. dell'uno si è equale all'angolo.e. dell'altro, per la precedente propositione, perche sono angoli contrapositi, & per la quarta propositione, l'angolo.e.c.a. serà equale all'angolo.e.b.f. e per tanto l'angolo.c.b.d. qual è maggiore dell'angolo.e.b.f. sua parte, serà etiam maggiore dell'angolo.a.c.e. per esser l'angolo.a.c.e. equal al.e.b.f. sua parte, & cosi hauemo dimostrato come l'angolo.c.b.d. de fuora del triangolo è maggiore dell'angolo.a.c.b. di dentro del triangolo a lui opposito. Similmente anchora se approua che lui è maggior dell'angolo.c.a.b. Perche diuiderò il lato.a.b. in due parti equale nel ponto.g. per la decima propositione, & protrarò la linea.c.g. per fin in h. talmente che la.g.h. sia equale alla.g.c. per la tertia propositione, dapoi protrarò la.h.b.k. poi intendo li duoi triangoli.a.c.g. & g.b.h. che li duoi lati.a.g. & g.c. del triangolo.a.g.c. sono equali alli duoi lati.g.b. & g.h. del triangolo.g.b.h. & l'angolo.g. dell'uno è equale all'angolo.g. dell'altro, per la precedente propositione, & per la quarta propositione, l'angolo.g.a.c. è equale all'angolo.g.b.h. hor perche l'angolo.k.b.d. è equale all'angolo contraposito.g.b.h. per la precedente propositione, serà etiam equale all'angolo.c.a.g. per la prima concettione, & perche l'angolo.c.b.d. è maggiore dell'angolo.k.b.d. sua parte, serà etiã maggiore dell'angolo.g.a.c. a quello equale, che è il proposito.

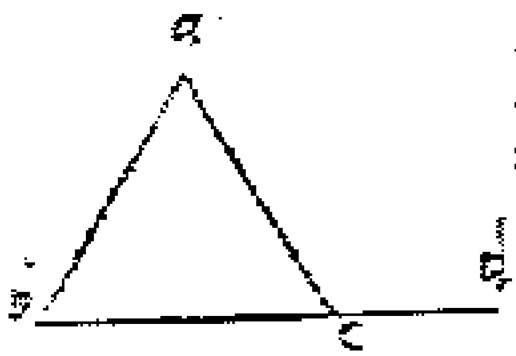
Il Tradottore.

Bisogna aduertir che la linea.h.b. protratta uerso.f. de necessità passe sopra alla linea *b, f, perilche la linea, b, k, nō se discerne dalla linea, b, f, per esser in quella medesima.*

Theorema. 10. Propositione. 17.

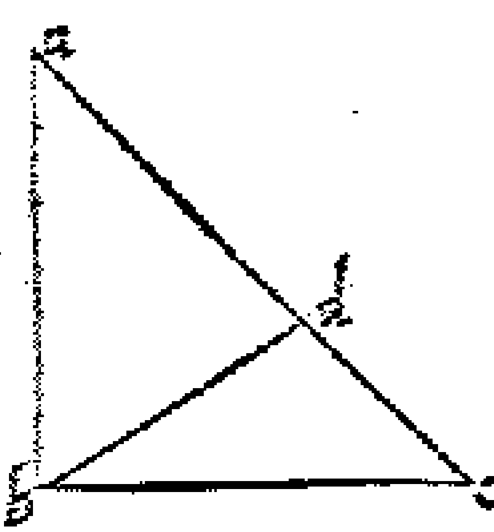
17/17 Duoi angoli di ogni triangolo (tolti come si voglia) sono minori de duoi angoli retti.

Sia il triangolo. a.b.c. Dico che qualunque duoi angoli di quello sono minori de duoi angoli retti, perche essendo protratto un lato di quello, come seria il lato, b, c, per
Per la pced. *fina al d, per la precedente, l'angolo, c, estrinseco seria maggiore de l'angolo a, etiam*
Per la 13. *maggiore dell'angolo, b, ma l'angolo, c, estrinseco insieme con l'angolo, c, intrinseco sono equali a duoi angoli retti, per la terziadecima. Adunque li duoi angoli, b, & c, intrinsici seranno minori de duoi angoli retti, & similmente l'angolo, a, insieme cō l'angolo. c (intrinsico) seranno pur minori di duoi angoli retti. perche all'angolo, c, intrinsico volendo equaliare a duoi angoli retti bisogneria accompagnarlo con un altro angolo che fusse equale all'angolo, a, c, d, estrinseco, dilche alcun di quelli duoi intrinsici (a lui oppositi) cioe a, & b, non sono sufficienti, per esser ciascun di loro minori del detto angolo, a, c, d, estrinseco. Similmente se'l serà protratto il lato, b, a, per il medesimo modo el si approuerà che li duoi angoli, a, & b, siano minori de duoi angoli retti, che è il proposito.*



Theorema. 11. Propositione. 18.

18/18 Il lato piu longo de ogni triangolo è opposito al maggior angolo.



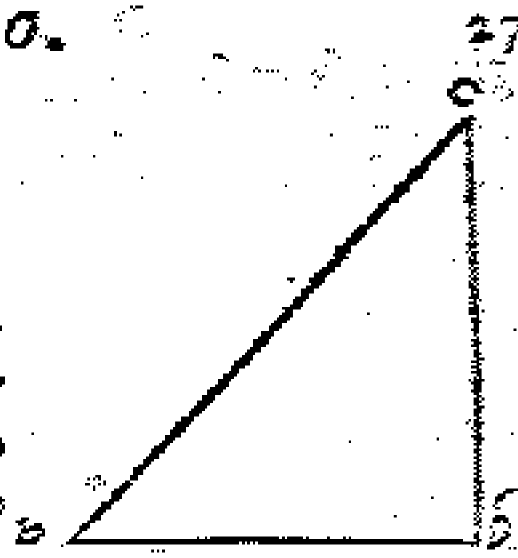
Sia come in lo triangolo, a, b, c, il quale ha il lato, a, c, maggiore del lato, a, b. Dico che l'angolo, a, b, c, è maggiore dell'angolo, b, c, a. Perche il lato, a, c, è maggiore
Per la 3. *del lato, a, b, della parte verso, a, ne segaremo una parte equale al, a, b, per la terza propositione, qual sia la, a, d, et produrrò la linea, b, d. (per la prima petitione.)*
Per la 16. *Ma perche l'angolo, a, d, b, estrinseco del triangolo, b, d, c, per la sestadecima propositione, è maggior dell'angolo,*
Per la 5. *b, c, d, intrinsico a lui opposito, & l'angolo, a, d, b, è equale all'angolo, a, b, d, per la quinta propositione, perche il lato, a, d, fu posto equale al lato, a, b. Adonque l'angolo, a, b, d, serà anchora lui maggiore del detto angolo, c, dilche se l'angolo, a, b, d, (per se solo) è maggior del c, molto piu tutto l'angolo, a, b, c, serà maggior del detto angolo, c, che è il nostro proposito. Anchora, perche il lato, a, b, è maggiore del lato, b, c, per lo modo dato di sopra, se potrà prouar che l'angolo, b, c, a, è maggior dell'angolo, b, a, c.*

Theorema. 12. Propositione. 19.

19/19 Il maggior angolo de ogni triangolo, e opposito al piu longo lato.

Sia il triangolo, a, b, c, hauente l'angolo, a, b, c, maggior dell'angolo, b, c, a. Dico che il lato, a, c, è maggior del lato, a, b. Perche se'l detto lato, a, c, non è maggior del lato, a, b, per l'auersario, l'è necessario che'l sia adonque ouer equal a lui,

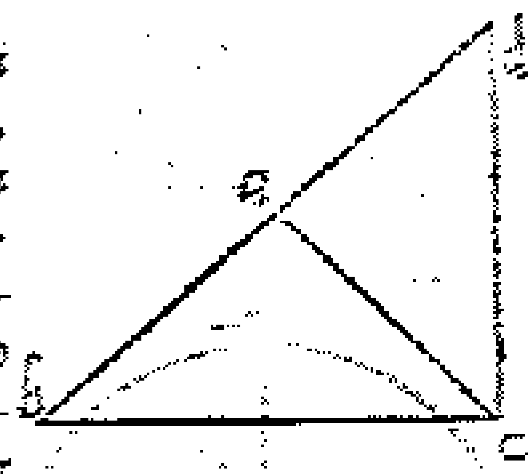
ouer



ouer minor di lui, se eglie equale a lui l'angolo, a, c, b, seria equale all'angolo, c, b, a, per la quinta propositione, che seria contra il presupposito nostro, ilqual fu che l'angolo, a, b, c, fusse maggior dell'angolo b, c, a. Adonque lo lato, a, c, non puo esser equale al lato, a, b, Dico anchora che'l non puo esser minore, perche se'l lato a, c, fusse minore del lato, a, b, l'āgolo, a, b, c, seria minor dell'angolo, a, c, b, (per la precedende) che seria molto contrario al nostro presupposito, ilqual fu che l'angolo a, b, c, fusse maggiore dell'angolo, a, c, b. Adonque sel lato, a, c, non puo esser ne equale ne minore del lato, a, b, l'è necessario che'l sia maggiore, che è il proposito.

Theorema. 13. Propositione. 20.

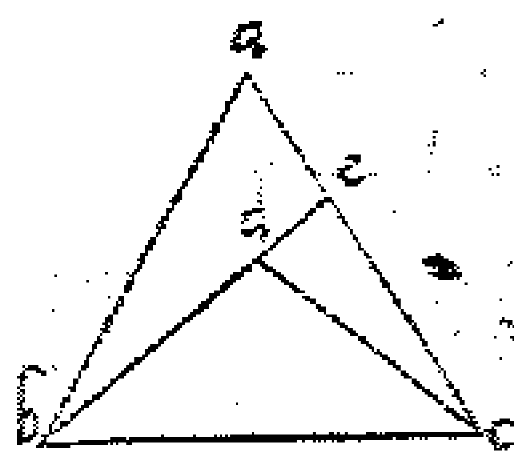
20/20 Duoi lati di ogni triangolo (tolti come si voglia) gionti insieme sono piu longhi del restante lato.



Sia il triangolo, a, b, c. Dico che li duoi lati, a, b, &, a, c, gionti insieme sono piu longhi del lato, b, c, & per dimostrar questo, sia protratto la linea, b, a, per una in, d, talmēte che la, a, d, sia equale alla, a, c, poi sia tirata la linea, c, d, Et per la quinta, l'angolo, a, c, d, serà equale all'angolo, d, & perche tutto l'angolo, b, c, d, è maggiore dell'angolo, a, c, d, (sua parte) serà etiam maggiore dell'angolo, d, Adonque, per la decimanona propositione, il lato, b, d, serà maggiore del lato, b, c, Ma il lato, b, d, è equale alli duoi lati, a, b, & a, c, per liquali li duoi lati, a, b, & a, c, gionti insieme sono maggiori del lato, b, c, che è il proposito.

Theorema. 14. Propositione. 21.

21/21 Se dalli duoi ponti terminanti un lato d'un triangolo usciranno due linee rette, & che quelle si congiongano in un ponto che sia di dentro del triangolo, quelle medeme due linee certamente feranno piu breue delle altre due linee del triangolo, e conteniranno maggior angolo.

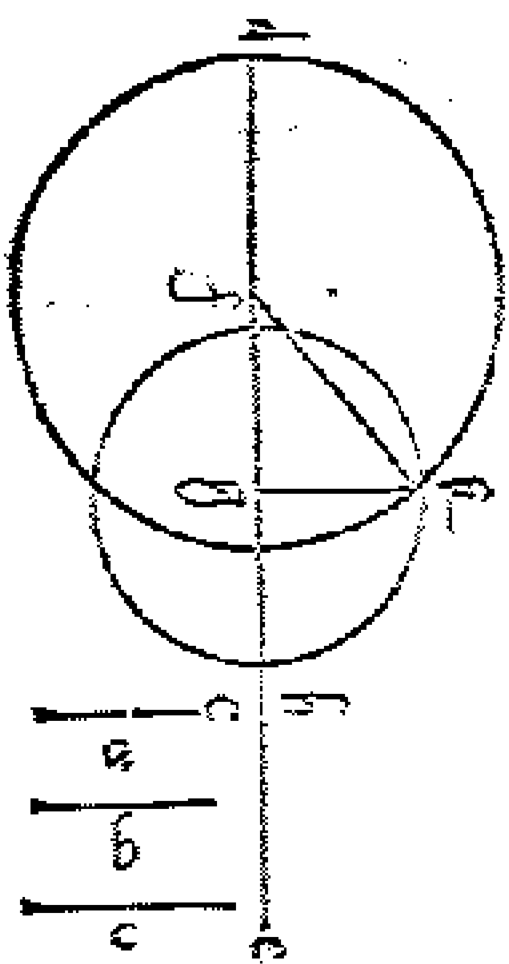


Sia come in questo triangolo, a, b, c, che dalle due estremità del lato, b, c, uscischano le due linee, b, d, et, c, d, lequale concorrano de dentro del triangolo a, b, c, nel ponto, d, dico che le dette due linee, b, d, & c, d, insieme gionti sono piu corte che le due linee, b, a, & c, a, (lati del triangolo, a, b, c,) insieme gionti. Et che l'angolo, b, d, c, cōtenuto da quelle è maggiore dell'angolo b, a, c, cōtenuto dalli predetti duoi lati, & per dimostrar questo slōgarò il lato, b, d, ꝑ fin che seghi il lato, a, c, in pōto. e, hor dico che li duoi lati, a, b, e, et a, e, del triāgolo, a, b, e,

gionti insieme sono maggiori del lato.b.c.per la uigesima propositione,& giongen-
doui equalmente la parte, ouero linea.e.c.li duoi lati.a.b.&.a.c.feranno maggio-
ri insieme gionti delli duoi lati.b.e.&.e.c.(per la quinta concettione) laqualcosa
serba in mente, poi perche li duoi lati.d.e.&.e.c.del triangolo.c.d.e.gionti insieme
sono maggiori del lato.d.c.(per la medesima uigesima propositione) giontogli com-
munemente la linea.d.b.li duoi lati.b.e.&.e.c.feranno anchora maggiori delli
duoi lati.b.d.&.d.c.(per la quinta concettione) donde se li duoi lati.b.e.&.e.c.so-
no maggiori delle due linee protratte.b.d.&.d.c.& che li duoi lati.a.b.&.a.c.so-
no maggiori delli ditti duoi lati.b.e.&.e.c.(come di sopra fu approuato, quando dis
si,serba in mente) tanto maggiormente feranno maggiori delle dette due linee pro-
tratte.b.d.&.d.c.che è il proposito.Ma perche l'angolo.b.d.c.e maggiore dell'an-
golo.d.e.c.(per la sestadecima propositione) & l'angolo.d.e.c.per la medesima de-
cimasesta propositione, è maggior dell'angolo.e.a.b.adonque molto maggior serà
l'angolo.b.d.c.del ditto angolo.b.a.c.che è il secondo proposito.

Problema.8. Propositione.22.

22 Proposte tre linee rette, dellequali le due, quale si uogliano, gionte
22 insieme sieno piu longhe dell'altra, puotemo,con altre tre linee,a quel
le equale constituire un triangolo.



Siano le tre proposte linee.a.b.c.lequale siano cosi conditionate,che due,quale si uoglia di quelle,gionte insieme siano maggiore dell'altra, perche altramente nõ se potria di tre equale a quelle constituir triangolo (per la uigesima propositione.) adonque quando uorro cõstituir un triangolo di tre linee equale alle tre predette,fa cio la linea.d.e.allaquale dalla parte.e.non gli pono fin determinato,& dalla parte del.d.ne sego la parte.d.f.equale alla linea.c.(per la tertia propositione) & f.g.equal al.b.& g.h.equal al.a.& fatto il põto.f.centro descriuo il cerchio.d.K.secondo la quantità.f.d.et similmente fatto.g.cētro descriuo il cerchio.h.k.liquali duoi cerchi se intersegano in duoi ponti, l'uno di quelli è il põto.k.altramente seguiria che l'una delle tre linee seria maggiore,ouer equale alle altre due gionte insieme,che seria contra il presupposito.hor dal ponto.k.tiro la linea.K.f.& la linea.K.g.et serà costituido il triangolo.k.f.g.de tre linee equale alle tre proposte.a.b.c.perche le due linee.f.d.& f.k.sono equale, perche ambedue uanno dal centro alla circonferētia del cerchio.d.k.e.perche la linea.c.è equale alla.d.f.per la prima concettione,serà etiam equale alla.f.k.lato del triangolo,similmente.g.h.&.g.k.sono equale,perche uanno dal centro alla circonferentia del cerchio.h.k.&.g.h.fu posto equale alla linea.a.adonque.g.k.serà equale alla linea.a.per la detta prima commune

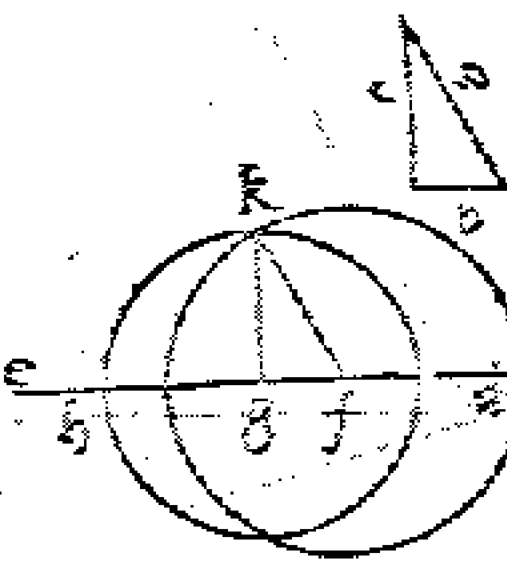
sententia,

sententia, overo concettione, & perche, f, g, fu tolto equale alla linea, b, adonque li tre lati del triangolo, f, g, k, sono equali alle tre date linee, a, b, c, che è il proposito.

Problema. 9. Propositione. 23.

23/23 Data una linea retta, sopra un termine di quella, potemo designare un angolo rettilineo equale a qualunque angolo rettilineo proposito.

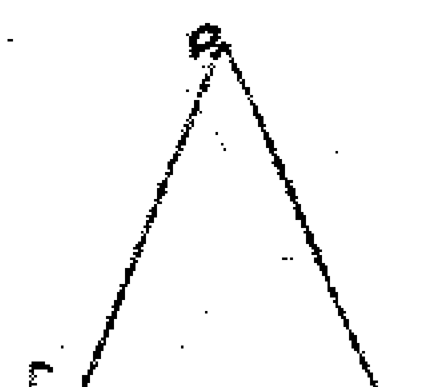
Sia data la linea, f, e, che è in la figura superiore, & siano le due linee che contengono il dato angolo, a, & b, sotto al qual angolo tirarò la basa, c, desiderando io di fare sopra il ponto, f, della linea, e, f, uno angolo equale all'angolo dato. Agiongo alla linea, e, f, la linea, f, d, equale alla, a, & dalla linea, f, e, sego, over assegno, f, g, equale alla, b, & dalla, g, e, assegno etiam la, g, h, equale alla basa, c, & sopra li duoi ponti, f, & g, descrivo li duoi cerchi, d, k, & k, h, secondo la quantità delle due linee, f, d, & g, h, liquali se intersegharano fra loro in ponto. K, si come mostra la precedente, e dutte le linee, K, f, & k, g, seranno li duoi lati, k, f, & f, g, del triangolo, K, f, g, equali alli duoi lati, a, & b, del triangolo, a, b, c, & la basa, g, K, equale alla basa, c. Adonque, per la ottava l'angolo, k, f, g, serà equale all'angolo contenuto dalle due linee, a, & b, che è il proposito.



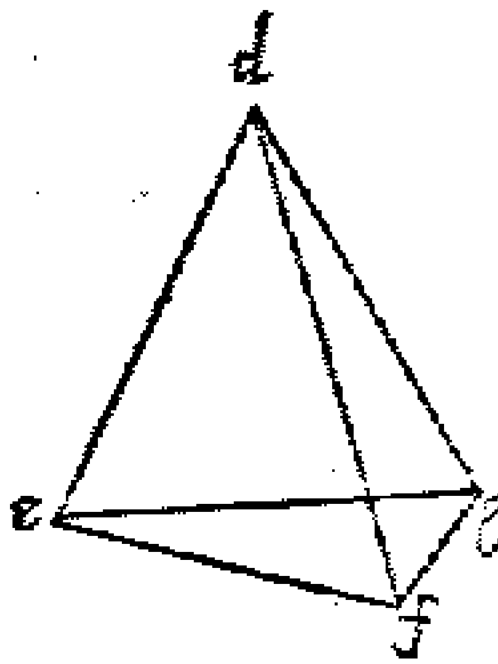
Theorema. 15. Propositione. 24.

24/24 De ogni duoi triangoli, di quali li duoi lati dell'uno seranno equali alli duoi lati dell'altro se l'uno di duoi angoli contenuti sotto di quelli lati equali, serà maggiore dell'altro, Anchora la basa del medesimo serà maggiore della basa dell'altro.

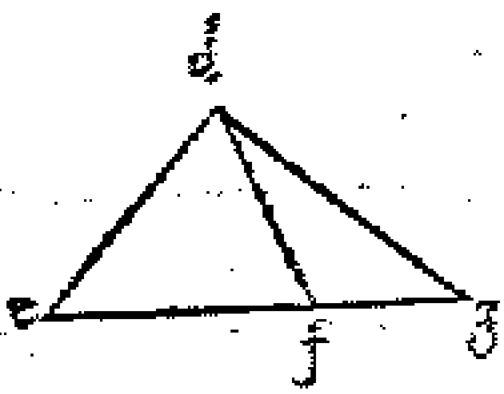
Siano li duoi triangoli, a, b, c, & d, e, f, & siano li duoi lati, a, b, & a, c, equali alli duoi lati, d, e, d, f, cioè ciascun al suo relativo, a, b, al, d, e, & a, c, al, d, f, & sia l'angolo, a, maggior dell'angolo, e, d, f, Dico che la basa, b, c, serà maggiore della basa, e, f, & per dimostrar questo farò l'angolo, e, d, g, per la dottrina della precedente equale all'angolo, a (del qual l'angolo, e, d, f, verra esser sua parte, per esser minor da lui) e ponerò, d, g, equal al, a, c, over, d, f, e tirarò la linea, e, g, laqual transirà di sopra della linea, e, f, segando la linea, d, f, over sopra la medesima linea, e, f, facendo con quella una medesima linea, over di sotto di quella, hor poniamo primamente che la transisca di sopra la, e, f, segando la linea, d, f, (come appar nella prima figura) tirarò la linea, f, g, e serà costituito il triangolo, d, f, g, de duoi lati equali, perche ciascun di quelli è equal al la, a, c, dilche l'angolo, d, [illegible] equale all'angolo, d, g, f, per la quinta propositione, per laqual cosa l'ango[illegible] serà maggior dell'angolo, e, g, f, parte dell'angolo, d, g, f,

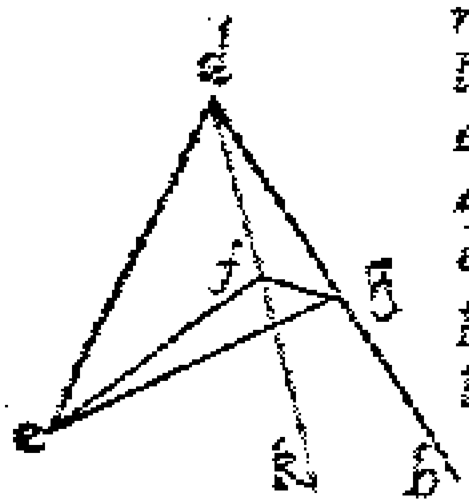


d,g,f,a lui equale, del che se l'angolo.d.f.g. da se è maggior dell'angolo,e,g,f, molto più maggior serà tutto l'angolo e.f.g del ditto angolo,e,g,f.donde seguita che'l lato.e.g, sia maggior del lato.e,f,per la decimanona propositione, hor dico che'l lato, e.g, si è equale alla basa.b.c.perche li duoi lati.a.b. & a.c.del triangolo,a,b,c,sono



equali alli duoi lati,d,e,& ,d,g,del triangolo,d,e,g,& l'angolo, e,d,g,fu posto equale all'angolo,b,a, c, onde, per la quarta propositione,la basa,e,g,serà equale alla basa,b,c, per laqual cosa se la.e.g è maggiore alla,e,f, etiam la,b,c, a quella equale,serà maggiore della detta,e,f,che è il proposito. Ma se la, e,g, transirà sopra la medesima linea, e,f, (come in questa altra seconda figura appare) e siano insieme una medesima linea alhora la,e,f,serà parte della e,g, adonque,per la ultima concettione, la,e,f,serà minor del e,g,che è il proposito. Ma se la,e,g,transisse di sotto della,e,f, (come in questa altra figura appare) siano slongate le due linee. d,f,& ,d, g, (lequal sono equale) fina in K, & h, & per la seconda parte della quinta propositione, li duoi angoli che sono sotto alla basa,f,g,seranno equali,cioe lo angolo.K,f,g,serà equale all'angolo,f,g,h, del che tutto l'angolo,e,f,g,serà maggior del detto angolo,f,g,h, ma se l'angolo,e,f,g,è maggior del ditto,f,g,h, molto piu maggiore serà dell'angolo,f,g,e,parte di quello,adonque,per la decimaottaua propositione,il lato,e,g,serà maggior dell'ato, e,f. & per consequens,b,c,serà maggior de,e,f,che è il proposito. Questo ultimo membro si puoteua anchora prouare per la uigesimaprima, perche per quella in la dispositione della terza figura,le due linee.d,g,& .e,g,seranno maggiore delle due linee.d.f. & .f. e. & perche la d.g. è equale alla, d,f,(per questo che ambedue sono equale alla,a,c,)serà la,g,e,maggiore della,e,f,per laqual cosa etiam la,b,c,serà maggiore della medesima, e,f, che è il proposito, tamen è meglio dimostrar per il primo modo, accioche in ogni dispositione sia arguita per la quinta.





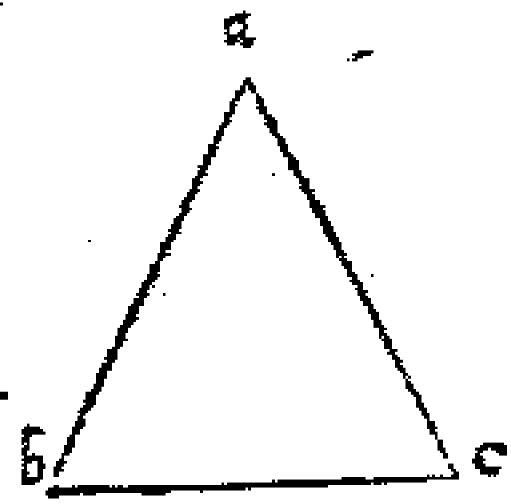
Theorema. 16. Propositione. 25.

25/25 D'ogni dui triangoli,diquali li dui lati dell'un siano equali alli duoi lati dall'altro, & che la basa dell'uno sia maggiore della basa dell'altro. Anchora l'angolo contenuto da quelli lati equali del detto triangolo (che ha la basa maggiore)serà maggior dell'angolo dell'altro triangolo contenuto delli medesimi lati.

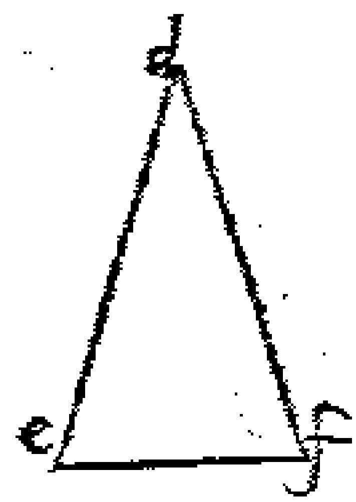
Siano li duoi triangoli,a,b,c,& d,e,f,et siano li duoi lati,a, b,& ,a,c,del primo

equali

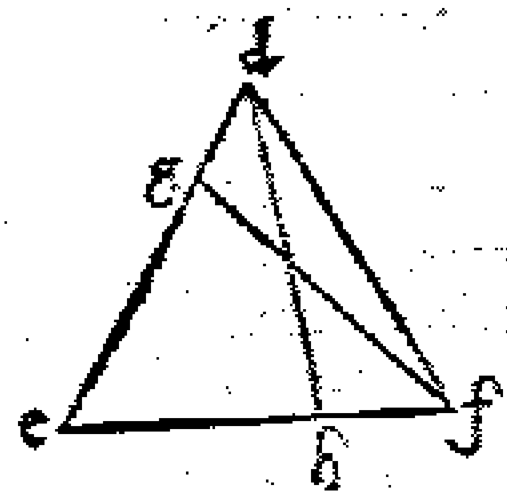
equali alli duoi lati, d, e, & d, f, del secondo, cioe ciascuno allo suo relatiuo, & sia la basa, b, c, maggiore della basa, e, f, dico che lo angolo a, serà maggiore dell'angolo d. questa è il conuerso della precedente, laqual cosa se dimostrerà in questo modo. Se l'angolo, a, non è maggiore, per l'aduersario, dell'angolo, d, serà adonque equale, ouer minor di lui, equale non puo essere, perche se cosi fusse, per la quarta, la basa, b, c, seria equale alla basa, e, f, che seria contra il presupposito, Ma dico che anchora el non puo essere minore, perche se l'angolo, a, fusse minore dell'angolo, d, la basa, b, c, seria, per la precedente, minor della basa, e, f. che seria molto contra il presupposito, adunque non possendo l'angolo, a, esser ne equale ne minor dell'angolo, d, glie necessario che sia maggiore, che è il proposito.



Theorema. 17. Propositione. 26.



26
26 De ogni duoi triangoli di quali li duoi angoli di l'uno serãno equali à duoi angoli di l'altro ciascuno al suo relatiuo, anchora che un lato dell'uno sia equale à un lato dell'altro, ò sia quel tal lato fra li duoi angoli equali oueramẽte opposito à uno de quelli, anchora li duoi restanti lati di l'uno seranno equali alli duoi restanti lati dell'altro, ciascuno al suo risguardante, ouer relatiuo, & similmente l'altro angolo di l'uno serà equale à l'altro angolo dell'altro.

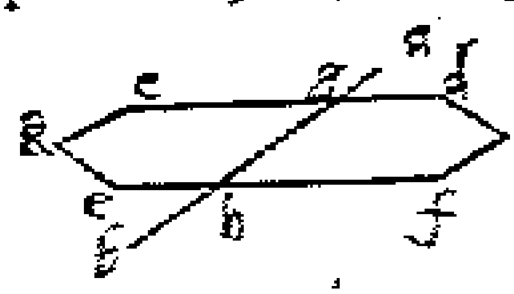


Siano li duoi triangoli, a, b, c, & d, e, f, & sia l'angolo, b, equale allo angolo, e, & l'angolo c. equal all'angolo, f, & sia el lato, b, c, equale al lato, e, f, ouer l'uno delli altri duoi lati, a, b, & a, c, sia equal a uno delli altri duoi lati, d, e, et, d, f, cioe uno di loro al suo relatiuo, cioe che, a, b, sia equale al d, e, ouer, a, c, al, d, f. Dico che li altri duoi lati dell'uno seranno equali alli altri duoi lati dell'altro, & l'altro angolo dell'uno serà equal all'altro angolo dell'altro, cioe l'angolo, a, serà equale all'angolo, d. Ponerò adunque primamente che lo lato, b, c, (sopra delquale giaceno li duoi angoli, b, c.) sia equale al lato, e, f, sopra del quale giaceno li duoi angoli, e, f, liquali sono stati posti equali alli detti duoi angoli, b, c. hor dico che'l lato, a, b, serà equale al lato, d, e, el lato, a, c, al lato, d, f. & l'angolo, a, al l'ãgolo d. Perche, se possibil sia per l'aduersario, che'l lato, a, b, nõ sia equale al lato d, e, l'uno di qlli serà adonque maggior, hor ponãmo che'l lato, d, e, sia maggiore del lato, a, b, io segarò del lato, d, e, la parte, g, e, equale al lato, a, b, per la terza proposition, e pdurò la linea, g, f, li duoi lati adõque, e, g, et, e, f, del triãgolo, e, g, f, son equali duoi *li duoi lati.a.b. & b.c. del triangolo.a.b.c. & l'angolo.a.b.c.è equale all'angolo g.e.f. dal presupposito, per laqual cosa l'angolo.g.f.e.seria equale all'angolo.a.c.b. per la quarta propositione, & perche l'angolo.d.f.e.si è anchora lui equale al ditto angolo.a.c.b.dal presupposito per la prima concettione, serà etiam equale all'angolo.g.f.e. sua parte, che è impossibile, per l'ultima concettione, adonque.d.e.serà equale al.a.b. per la quarta propositione, il lato.d.f.serà etiam equale al lato.a.c. & l'angolo.d.all'angolo.a.serà equale, che è il primo membro della division proposita, Sia anchora li duoi angoli.b.& c.equali alli duoi angoli.e.f.come prima, & sia lo lato.a.b.ilquale è opposito all'angolo.c.equale al lato.d.e.ilqual è opposito all'angolo.f.ilqual è posto equale all'angolo.c.dico che lato.b.c.serà equal al lato.e.f.& il lato.a.c.al lato.d.f. & l'angolo.a.all'angolo.d. & sel lato.e.f. non fusse equale al lato.b.c. per l'adversario l'uno di loro serà maggior dell'altro, sia adonque.e.f.maggior del.b.c.e per tanto ponerò.e.h. equale al.b.c.per la terza propositione, & produrò la linea.d.h. & serà constituido il triangolo.d.e.h. che li duoi lati.e.d.& e.h. sen equali alli duoi lati.b.c. & b.a. del triangolo.a.b.c.e l'angolo.e. si è equale al l'angolo.b. dal presupposito, dilche l'angolo.e.h.d.seria equale al l'angolo.b.c.a. per la quarta propositione, e l'angolo.f.per esser equale anchora all'angolo.c.serà etiam equale all'angolo.e.h.d.per la prima concettione, laqual cosa è impossibile, per la sesta decima propositione, che l'angolo.e.h.d.estrinsico del triangolo.d.h.f.sia equale allo angolo.h.f.d.intrinsico, & opposito, adonque il lato.e.f.serà equale al lato.b.c. & similmente, per la quarta propositione, il lato.d.f.al lato.a.c.serà equale, e l'angolo.e.d.f.all'angolo.b.a.c.che è il secondo membro della proposta divisione, dilche tutto il proposito serà manifesto.*

Theorema.18. Propositione.27.

27/27 Se una linea retta caderà sopra a due linee rette, & facia li duoi angoli coalterni fra loro equali, quelle due linee seranno equidistante.

Sia come è la linea.a.b. laqual cade sopra le due linee.c.d.& e.f. & sega la linea c.d. in ponto.g.& la linea.e.f.in ponto.h. & sia l'angolo.d.g.h.equale all'angolo.e.h.g. Dico che le dette due linee.c.d.& e.f.sono equidistante, ma se possibile è per lo adversario, che non siano equidistante, ponimo che protratte dalla parte.c.e.concorrano nel ponto.K.ouero dalla parte.d.f.nel ponto.l. & sia pur come si voglia, che accaderà lo impossibile, per la decimasesta propositione, perche l'angolo estrinseco seria equale allo intrinseco, & opposito, perche uno delli detti angoli alterni, liquali sono posti equali, serà lo estrinseco, & l'altro serà lo intrinseco, perche concorrendo le due linee.d.c. et.e.f.in ponto.K.seria formato uno triangolo, che seria.g.h.K.& seria prodotto il lato.K.g.fina in.d. facendo l'angolo.h.g.d.estrinseco, ilquale è posto equale all'angolo.e.h.g.intrinseco, & opposito laqual cosa è impossibile per la sopralegata propositione: e perche l'è impossibile che le due linee, protratte da qual parte si voglia, cō



corrano,

corrano, adonque seranno equidistante per la vigesima seconda diffinitione, che è il proposito.

Theorema. 19. Propositione. 28.

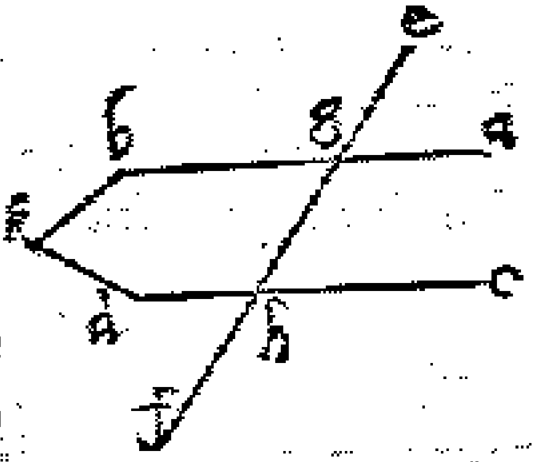
28/28 Se una linea retta segnerà sopra a due linee rette, che l'angolo intrinseco causato da quella sia equal all'angolo estrinseco a se opposito, over che li duoi angoli intrinseci da una medesima parte siano equali a duoi angoli retti quelle due linee seranno equidistante.

Sia come la linea. a. b. laqual sega le due linee. c. d. & . e. f. nelli duoi ponti. g. h. & sia l'angolo. g. estrinseco equale all'angolo. h. intrinseco, dalla medesima parte verso. d. f. over che li duoi angoli. g. & . h. intrinseci, tolti dalla medesima parte, siano equali a duoi angoli retti. Dico che le due linee. c. d. & . e. f. sono equidistante, hor sia primamente l'angolo. d. g. a. equale all'angolo. f. h. g. & perche l'angolo. c. g. h. per la quinta decima propositione serà anchora lui equale all'angolo. d. g. a. per la prima concettione, serà etiam equale all'angolo. g. h. f. per la qual cosa la linea. c. d. è equidistante alla linea. e. f. per la precedente propositione, perche li angoli. g. h. f. & . c. g. h. alterni sono equali. Anchora siano li duoi angoli, d, g, h, & , f, h, g, equali a duoi angoli retti, & perche li duoi angoli, d, g, h, & , c, g, h, similmēte sono equali a duoi angoli retti, per la tertia decima propositione, l'angolo c, g, h, serà equale all'angolo, f, h, g, per laqual cosa le dette due linee, c, d, & , e, f, per la detta propositione precedente, seranno equidistante, che è il proposito.

Theorema. 20. Propositione. 29.

29/29 Se una linea retta caderà sopra a due linee equidistante, li duoi angoli coalterni seranno equali, & l'angolo estrinseco serà equale allo angolo intrinseco a se opposito, & similmente li duoi angoli intrinseci constituidi dall'una e l'altra parte seranno equali a duoi angoli retti.

Siano le due linee, a, b, & , c, d, equidistante, sopra lequale cade la linea, e, f, segando quelle nelli duoi ponti, g, h, dico che li duoi angoli, g, h, coalterni sono equali, & che l'angolo, g, estrinseco si è equale all'angolo, h, intrinseco a se opposito tolto dalla medesima parte, & che li dui angoli, g, h, intrinsici tolti da una medesima parte sono equali, a duoi angoli retti, & questa è il converso delle due precedente, hor per dimostrar che l'angolo, b, g, h, è equale all'angolo, c, h, g, procederemo cosi, se l'angolo, b, g, h, non è equal all'angolo, c, h, g, l'uno de quelli serà maggiore, sia adonque maggiore lo angolo, c, h, g, & perche li dui angoli, c, h, g, g, h, d, sono equali

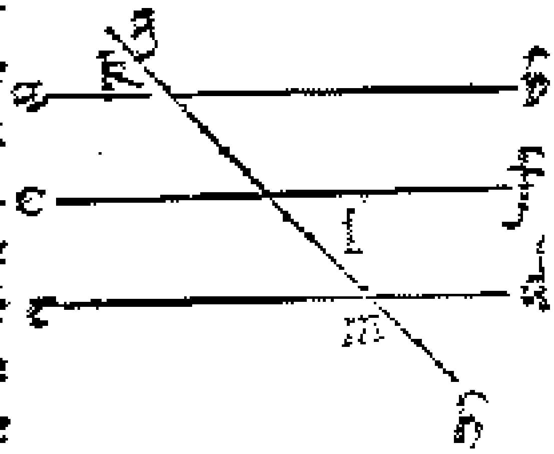


a duoi

a duoi angoli retti per la .13. propositione, & perche l'angolo .b.g.h. e minor del dit to angolo .c.h.g. ponendolo con lo angolo .d.h.g. in suma seranno minori de duoi angoli retti, adonque se le dette due linee .a.b. & .c.d. seranno protratte dalla parte del .b.d. concorreranno ad alcuno ponto (per la quarta petitione) come seria al ponto .k. adonque non seriano equidistante (per la uigesima seconda diffinitione) che è contra il proposito, & perche questo è impossibile, seranno adonque li detti dui angoli .b.g.h. & .c.h.g. coalterni equali che è il primo proposito, & da questo si manifesta anchora il secondo; perche l'angolo .b.g.h. si è equale all'angolo .a.g.e. (per la quintadecima) adonque (per la prima concettione) l'angolo .a.g.e. sera etiam equale all'angolo .c.h.g. cioe lo estrinseco sera equale allo intrinseco a se opposito, ch'è il secondo proposito, dal qual similmente si manifesta il terzo, perche li dui angoli .a.g.e. & .c.h.g. sono equali, dandoli communemente l'angolo .a.g.h. la summa sera anchora equale, dilche li dui angoli .c.h.g. & .a.g.h. sono equali alli duoi angoli .a.g.h. & .a.g.e. & perche li dui angoli .a.g.e. & .a.g.h. (per la .13.) sono equali a dui angoli retti, adonque li dui angoli .a.g.h. & .c.h.g. seranno equali a dui angoli retti, che sono li duoi angoli intrinseci tolti dalla medesima parte uerso .a.c. che è el terzo proposito.

Theorema .21. Propositione .30.

30 Se due linee rette seranno equidistante a una medema linea, quelle
30 medesime seranno fra loro equidistante.



Siano le due linee .a.b. & .c.d. delle quale l'una & l'altra siano equidistante alla linea .e.f. Dico che queste due linee, cioe la .a.b. & .c.d. sono fra loro equidistante. Et questo è uero uniuersalmente, o siano le dette linee .a.b. & .c.d. in una medema superficie con la medesima linea .e.f. ouer anchora non (tamen in questo loco non se intende altramente, se non secondo che tutte siano in una superficie, & di quelle che sono in diuerse superficie si approua nella nona propositione del .11. che sono equidistante) hor adonque siano tutte tre in una superficie io tirarò la linea .g.h. segando le dette tre linee nelli tre ponti .k.l.m. & perche la .a.b. è equidistante alla .e.f. l'angolo .a.k.l. si è equale all'angolo .k.l.f. (per la prima parte della precedente perche sono coalterni) e perche la .c.d. è etiam equidistante alla .e.f. l'angolo .f.l.k. (estrinseco) serà equale all'angolo .l.m.d. (intrinseco a se opposito, per la seconda parte della precedente) dilche se li duoi angoli .l.m.d. & .a.k.l. ciascun è equale all'angolo .k.l.f. (per la prima concettione) seranno etiam fra loro equali, per laqual cosa se l'angolo .a.k.l. è equal all'angolo .l.m.d. le dette due linee .a.b. & .c.d. sono equidistante (per la uigesima settima propositione) perche li detti dui angoli sono coalterni, ch'è el proposito.

Questa manca nel Cardano.

Problema .10. Propositione .31.

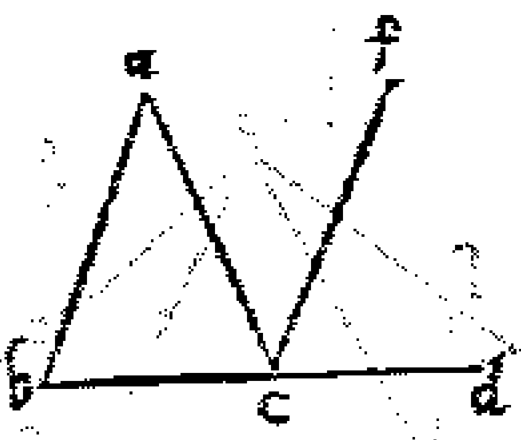
31 Da uno ponto dato fora di una proposta retta linea potemo condurre
31 re una linea retta equidistante a quella linea proposta.

Sia

Sia il ponto .a. dato de fora della linea .b.c. dalquale bisogni tirare una linea equidistante alla linea .b.c. tirò la linea .a.d. casꝭstante come si voglia con la linea .b.c. constituendo l'angolo .a.d.c. & l'angolo .a.d.b. Et sopra el ponto .a. constituirò (per la dottrina della uigesima terza propositione) l'angolo .e.a.d. equale all'angolo .a.d.b. over l'angolo .f.a.d. equale all'angolo .a.d.c. (che serà quel medesimo) e perche li detti angoli sono coalterni, la linea .f.e. serà equidistante alla linea .b.c. (per la uigesima settima propositione) che è il proposito.

Theorema .22. Propositione .32.

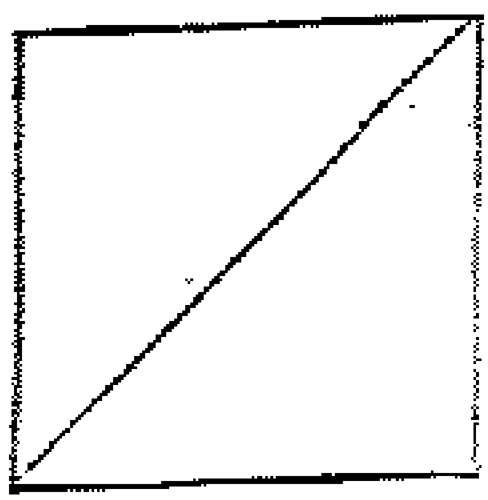
31 / 31 L'angolo estrinsico di ogni triangolo d'un lato produto, è equale alli duoi intrinsici a lui oppositi, Et tutti li tre angoli intrinsici di quello è necessario esser equali a duoi angoli retti.

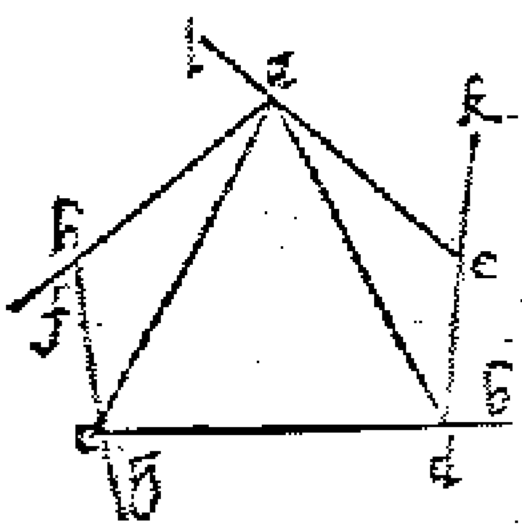


Sia el triangolo .a.b.c. e sia alongato el lato .b.c. fina in .d. dico che l'angolo .a.c.d. estrinsico si è equale alli duoi angoli .a. & .b. intrinsici oppositi a se, insieme gionti, & che li tre angoli .a.b.c. del ditto triangolo .a.b.c. insieme gionti sono equali a duoi angoli retti e per dimostrar questo dal ponto .c. tirarò (per la dottrina della precedente) la linea .c.f. equidistante alla linea .a.b. & l'angolo .f.c.a. serà equale all'angolo .a. (per la prima parte della uigesima nona) perche sono coalterni, & l'angolo .f.c.d. estrinsico serà equale all'angolo .b. intrinsico (per la seconda parte della medesima uigesima nona propositione) per laqual cosa tutto l'angolo .a.c.d. estrinsico si è equale alli duoi angoli .a. & .b. intrinsici a lui oppositi che el nostro primo proposito, & perche li duoi angoli .a.c.b. et .a.c.d. son equali a duoi angoli retti (per la terza decima propositione) adonque li tre angoli .a.b. et .c. intrinsici del triangolo seranno equali a dui angoli retti che è il secondo proposito, Et nota che per questa propositione è manifesto che tutti li angoli de ogni figura moltiangola tolti insieme sono equali a tanti angoli retti quanto è el numero ch'ella è distante dalla prima, duplicato uerbi gratia delle figure moltiangole, ouero poligonie la prima de tutte si è il triangolo, perche non si puo formar figura de rette linee manco de tre lati, perche con duoi linee rette non si puo constituire figura superficiale (per la ultima petitione) pero el triangolo è la prima figura de rette linee, la seconda figura si è il quadrilatero, la terza si è el penthagono, ouero figura de cinque lati & angoli & cosi ascendendo el numero delli lati ouero angoli a qual numero si uoglia; cauando di quello el numero binario el rimanente serà el numero dell'ordine della figura come essempli gratia de una figura de otto lati, & angoli per uoler el numero ordinario della detta figura caua de

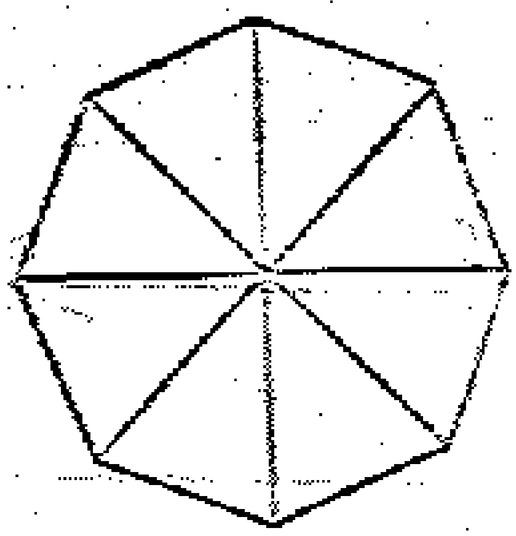
otto

otto dui, per regola ferma resta sei, per lo numero ordinario della figura predetta adonque lei serà la sesta figura & cosi se procederà in ciascuna altra, dico adonque chel triangolo qual è la prima figura tutti li suoi angoli sono equali a dui angoli retti, cioè a tanti angoli retti quanto è el doppio del numero ordenario della figura, che è uno per essere la prima, li quattro angoli d'uno quadrangolo seranno equali a quattro angoli retti, cioè al doppio del numero ordenario della figura laquale è dui per esser la seconda el doppio de dui si è quattro & li cinque angoli del pentago- no che è la terza seran equali a sei angoli retti cioè al doppio de tre che è el numero ordenario della figura de cinque angoli & li otto ango- li de una figura de otto lati seranno equali a duodeci an goli retti cioè al doppio de sei che è el numero ordinario de detta figura come de sopra fu detto & cosi assirà in ciascuna altra figura de molto numero de angoli laqual cosa se manifesta dalla infrascritta causa perche qualun che figura tale si è divisibile & resolubile in tanti trian goli quanto distarà dalla prima over quanto è el suo nu mero ordenario tirando le rette linee da qual voi de soi angoli alli angoli oppositi & tutti li tre angoli de ogni triangolo di quella resolutione sono equali a dui angoli retti però se indupla el numero ordinario della figura, el qual numero deriva del numero delli triangoli compo nenti essa figura, el qual numero de triangoli sempre se rà dui, cioè dui manco chel numero delli angoli, over lati de ditta figura essempli gratia. Sia el penthagono. a. b. c. d. e. da l'angolo. a. di quello produrò le linee. a. c. & . a. d. alli dui angoli. c. & . d. oppositi al ditto angolo. a. e. serà el ditto penthagono tutto risolto in li triangoli. a. b. c. a. c. d. Et. a. d. e. liquali sono tre, si come è il nume- ro ordinario della detta figura, laqual, come di sopra dissi, è la terza, et perche li tre angoli di ciascun de ditti tre triangoli sono equali a dui angoli retti, però se indop- pia el numero de ditti triangoli, cioè el numero ordinario della figura che tre farà sei per el numero deli angoli retti a che se equalizano li cinque angoli de detta figura che è il proposito. Anchora puotemo proponere la medesima materia in questo al- tro modo dicendo che tutti li angoli de ogni figura poligonia cioè moltiangola equalmente tolti insieme, sono equali a tanti angoli retti quanto è il doppio del nu- mero delli suoi angoli, trattone sempre quattro per regola cioè trattone quattro del doppiamento fatto, laqual cosa se dimostra cosi da un ponto tolto dentro di detta fi- gura, a ciascun angolo de detta figura, siano tirate linee, tutta la detta figura serà resoluta in tanti triangoli quanto seranno li suoi angoli, come appar in la figura de otto angoli che è qua dentro, laqual è risoluta in otto triangoli che li tre angoli de ca dauno sono equali a dui angoli retti, però fra loro otto triangoli conteneranno sede ci angoli retti, delliquali sedeci quattro ne formano fra loro otto atorno al ponto che

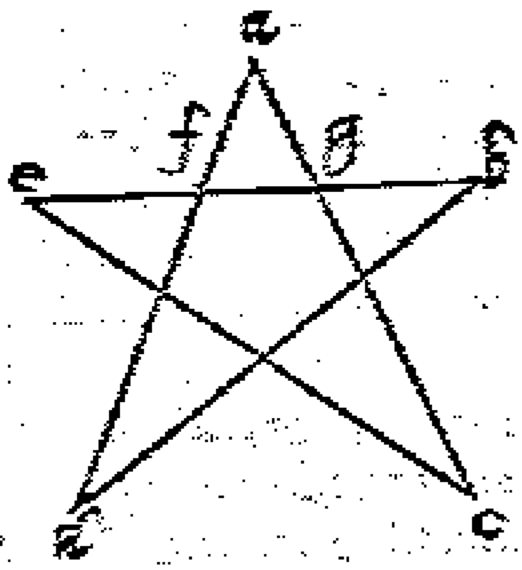




è de



è de dentro della figura doue ciascun di loro terminano con uno angolo occupando tutto quello spacio che attorno al predetto ponto, ilquale spacio sen pre se equalia a quattro angoli retti, come in fine della terciadecima propositione fu detto, & approuato adonque de quelli sedeci angoli retti ne cauaremo quattro per regola, cioè per li quattro fatti attorno al ponto, resta dudeci per il numero delli angoli retti a chi se equaliano li otto angoli della detta figura, che è il proposito. Anchora el se manifesta per le cose ditte che protrahendo ciascun lato d'una figura molti angolo tutti li angoli estrinsici gionti insieme se equaliano a quattro angoli retti che cosi se dimostrarà sopra il penthagono .a.b.c.d.e. protratto il lato .a.b. fina in .f. il lato .b.c. fin a .g. il lato .c.d. fin in .h. il lato .d.e. fin in .k. il lato .e.a. fin in .l. hor dico che tutto l'angolo .a. intrinsico del penthagono con l'angolo estrinco sono equale a duoi angoli retti per la terciadecima propositione, & per la medesima ragione li duoi angoli .b. intrinsico. & .b. estrinsico, & cosi de tutti li altri, per laqual cosa li angoli .a.b.c.d.e. intrinsici & estrinsici seranno fra tutti equali a diece angoli retti, ma perche li cinque angoli del ditto penthagono son è equali a sei angoli retti, come di sopra fu demostrato. Adonque se delli detti diece angoli retti a chi se equaliano li predetti angoli intrinsici & estrinsici del penthagone cauaremo li sei, a chi se equalia li cinque angoli intrinsici, cioè quelli del penthagono restaranno quattro per li angoli estrinseci, cioè li angoli .b.a.l.c.b.f.d.c.g.e.d.h. & .a.e.k. adonque tutti li ditti angoli estrinseci del predetto penthagono si equaliano a quattro angoli retti, & cosi riuscirà in ciascun'altra figura poligonia che è il proposito.



Anchora è manifesto, che di ogni penthagono, delqual caduno lato sega dui delli altri lati, ha cinque angoli equali a duoi angoli retti.

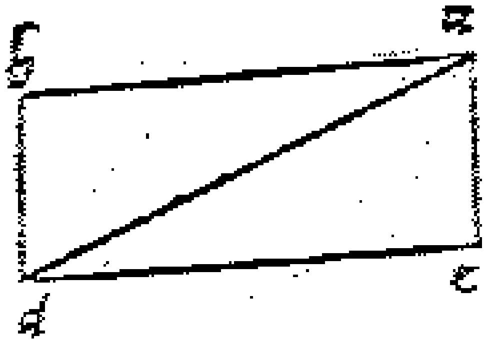
Sia il penthagono che se propone .a.b.c.d.e. et conciosia chel lato .a.c. seghi lo lato .b.e. in ponto .g. & lo lato .a.d. seghi il medesimo in ponto .f. et l'angolo .a.f.g. serà equale alli duoi angoli .b. & .d. conciosia che quello sia lo estrinseco a quelli, in lo triangolo .f.d.b. Similmente l'angolo .f.g.a. serà equale alli duoi angoli .c. & .e. conciosia che quello sia lo estrinsico a quelli in lo triangolo .g.c.e. ma li dui angoli .a.f.g. & .f.g.a. insieme con l'angolo .a. sono equali a duoi angoli retti. Adonque li quattro angoli .b.d. & .c.e. insieme con l'angolo .a. sono equali a duoi angoli retti che è il proposito.

Theorema. 23. Propositione. 33.

33/33 Se in la sommità de due linee equidistante, & di equal quantità, siano congionte due altre linee, quelle medesime seranno anchora equale, & equidistante.

Siano

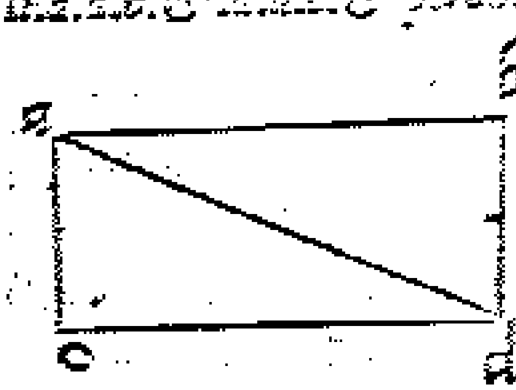
Siano le due linee.a.b. & c.d. equidistante & equale, delle quale cõgiongerò le sue estremità per le linee.a.c. & b.d. lequal dico esser equale, & equidistante. Et per dimostrar questo io tirarò la linea.a.d. & perche le due linee.a.b. & c.d. sono equidistante, dal presupposito, l'angolo.b.a.d. serà equale allo angolo.a.d.c. per la prima parte della vigesimanona propositione: & li duoi lati.a.b. & a.d. del triangolo.b.a.d. sono equali alli duoi lati.d.c. & d.a. del triangolo.d.c.a. et langolo.d.a.b. del primo si è equale all'angolo.a.d.c. del secondo. Adonque per la quarta propositione, la basa.b.d. del primo è equale alla basa.a.c. del secondo, & l'angolo.a.d.b. del primo è equale all'angolo.d.a.c. del secondo, ma perche li ditti duoi angoli son coalterni, la linea.a.c. serà equidistante alla linea b.d. per la vigesima prima propositione, e perche prima fu approuato che le medesime due linee, ouer base.a.c. & b.d. son equale l'un e l'altro proposito è manifesto.



Theorema.24. Propositione.34.

34 Ogni superficie contenuta da lati equidistanti, ha le linee, & li angoli contraposti equali, & lo diametro diuide quella per mezzo.

Sia la superficie.a.b.c.d. de lati equidistanti, cioè che la linea.a.b. sia equidistante alla linea.c.d. similmente la linea.a.c. alla linea.b.d. hor dico che le due linee.a.b. & c.d. sono equale fra lor, similmente le due linee.a.c. & b.d. sono etiam fra loro equale, cioe ciascun lato si è equale al suo opposito. Anchora dico che l'angolo.a. è equale all'angolo.d. a lui contraposito, similmente l'angolo.b. è equale all'angolo.c. & io tirarò il diametro.a.d. ilquale etiam diuiderà quella detta superficie.a.b.c.d. per mezzo cioe in due parti equale, lequal cose demostrerò in questo modo, perche.a.b. & c.d. son equidistante dal presupposito, li duoi angoli.b.a.d. et.c.d.a. son equali, per la prima parte della vigesima nona propositione, perche sono coalterni, ma perche anchora.a.c. & b.d. sono equidistanti li duoi angoli.c.a.d. & b.d.a. son equali, per la detta vigesimanona propositione, perche sono coalterni, hor intendo li duoi triangoli.a.d.b. & d.a.c. & perche li duoi angoli.a. & d. del triangolo.a.d.b. son equali alli duoi angoli.a. et.d. del triangolo d.a.c. & lo lato.a.d. sopra delquale giaceno quelli angoli equali, in l'uno e l'altro triangolo e commune. Adonque per la vigesimasesta propositione, lo lato.a.b. serà equale al lato.c.d. et similmente lo lato.a.c. al lato.b.d. serà equale, etiam l'angolo.b. serà equale all'angolo.c. e perche li duoi angoli.a. sono equali alli duoi angoli.d. come è dimostrato di sopra adonque per la seconda concettione, tutto l'angolo.a. serà equale a tutto l'angolo.d. a lui contraposito. Dico anchora che'l diametro.a.d. com'è detto di sopra, diuide ditta superficie in due parti equale perche.a.b. è equale al.c.d. & a.d. è commune, adunque li duoi lati.a.b. et.a.d. del triangolo.a.b.d. sono equali alli duoi lati.



d.c.

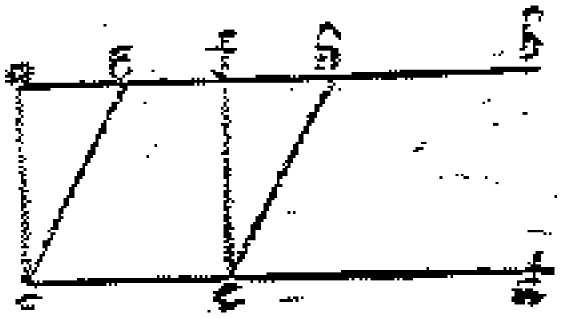
d.c. & d.a. del triangolo.d.a.c. & l'angolo d.a.b. è equale all'angolo. a.d.c. adunque per la quarta propositione, la basa.a.c. serà equale alla basa.b.d. etiam tutto il triangolo.a.b.d. serà equale a tutto il triangolo.a.c.d. che è il proposito.

Il Tradottore.

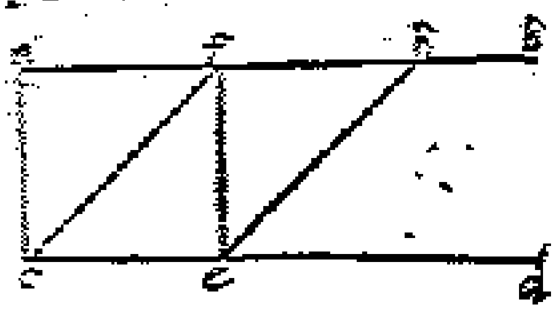
Bisogna notare che ogni superficie contenuta da linee equidistante è detta parallelogramma, e le specie di queste figure parallelogramme, over de lati equidistanti, sono solamente quattro, & queste quattro son quelle che furno diffinite in la vigesima prima diffinitione, cioe il quadrato, il tetragon longo, il rhombo, et il rhomboide.

Theorema.25. Propositione. 35.

35/35 Tutte le superficie de lati equidistanti constituide sopra una medesima basa, & in medesime linee equidistante, sono fra loro equale.



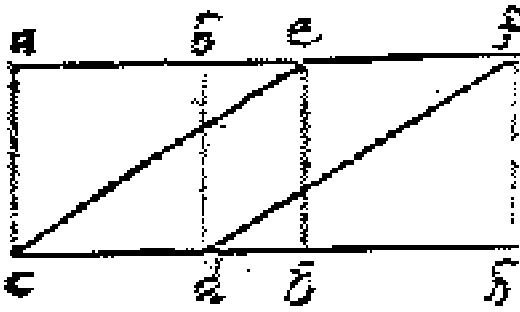
Siano le due linee.a.b. & c.d. equidistante intra lequale sia la superficie.a.c.f.e. de lati equidistanti, sopra la basa.c.e. & sopra la medesima basa & in tra le medesime linee sia l'altra superficie.g.c.b.e. similmente de lati equidistanti. Dico che le due predette superficie sono equale, laqual cosa se dimostrerà in questo modo. Perche l'una e l'altra delle due linee.a.f. & g.b. sono equale alla linea.c.e. (per la precedente propositione) adonque per la prima concettione la linea.a.f. serà equale alla linea.g.b. dilche levando communemente ad ambedue la linea.g.f. remanerà le due linee.a.g. & f.b. lequale seranno etiam fra loro equale (per la tertia concettione) anchora perche (per la precedente) il lato.a.c. è equale al lato.f.e. & (per la seconda parte della vigesima nona propositione) l'angolo.b.f.e. è equale al l'angolo.g.a.c. cioe lo estrinseco allo intrinseco a se opposito, dilche li dui lati.a.c. & a.g. del triangolo.a.c.g. sono equali alli dui lati.f.e. & f.b. del triangolo.f.e.b. et l'angolo.c.a.g. dell'uno è equale al l'angolo e.f.b. adonque (per la quarta propositione) il triangolo.a.c.g. serà equale al triangolo.f.e.b. adonque giongendo a cadauno la irregular figura quadrilatera laquale è.g.c.f.e. (per la prima concettione) la superficie.a.c.f.e. serà equale alla superficie.g.c.b.e. che è il proposito, ma se la linea.c.g. della figura superiore andasse a terminare nel ponto.f. come in questa seconda figura appare. dico anchora che la superficie.f.c.b.e. è equale alla superficie.a.c.f.e, che con la medesima argumentatione di sopra fatta se dimostra, perche per la medesima via li dui triangoli.f.a.c. & f.e.b. sono fra loro equali, dilche aggiongendo a ciascun il triangolo.f.e.c, la superficie.a.c.f.e. serà equale alla superficie.f.c.e.b. che è il proposito. Ma se per caso la linea.c.g. della prima figura andasse a terminare intra.f. & b. come in questa tertia figura appar. Similmente dico che la superficie.g.c.e.h. è equale alla superficie.



perficie.a.c.f.e.che cosi se dimostrerà perche (per la propositione precedente) argumentando come de sopra fu fatto, la linea.a.f. serà equale alla linea.g.h. dilche aggionto a l'una e l'altra linea.f.g. serà etiam tutta la linea.a.g. equale a tutta la linea.h.f. & per le medesime rason de sopra adutte il triangolo.a.g.c. serà equal al triangolo.f.e.h. adonque aggionto l'uno e l'altro il triangolo.c.k.e. & detrattone poi il triangoletto.g.k.f. da l'uno e dall'altro resterà in ultima la superficie.g.e.h.e. equale alla superficie.a.c.f.e.che è il proposito.

Theorema.26. Propositione.35.

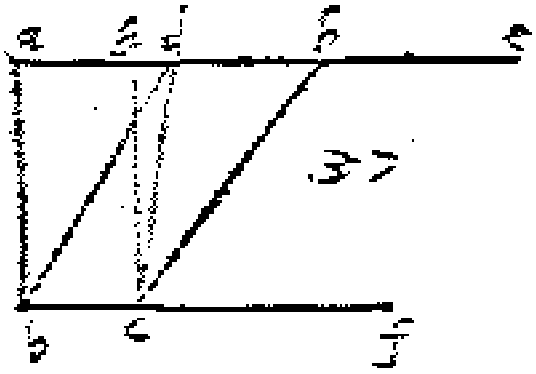
35 Tutte le superficie paralellogramme, constituide in base equale, & fra
36 medesime linee paralelle, sono fra loro equale.



Siano adonque le due superficie.a.b.c.d.& e.f.g.h. paralellogramme over de lati equidistanti constituide in tra due linee equidistante, lequal son le due linee.a.f.et c.h.e sopra equal base, lequal base son.c.d.& g.h.dico che la superficie.a.b.c.d. le necessario che la sia equale alla superficie.e.f.g.h.laqual cosa se approuerà in questo modo, io tirarò le due linee.c.e.& d.f. donde (per la trigesima tertia propositione) la superficie.c.e.d.f. serà de lati equidistanti, per questa rasone, perche.e.f.è equale, & equidistante al.c.d.perche l'uno e l'altro è equale al.g.h. seguita adonque (per la precedente) che l'una e l'altra delle due superficie.a.b.c.d.& e.f.g.h.è equale alla superficie.c.e.d.f. dilche per la prima concettione seranno etiam fra loro equale, che è il proposito.

Theorema.27. Propositione.37.

37 Tutti li triangoli liquali sono constituidi sopra una medesima basa
37 fra due medesime linee equidistante sono fra loro equali.

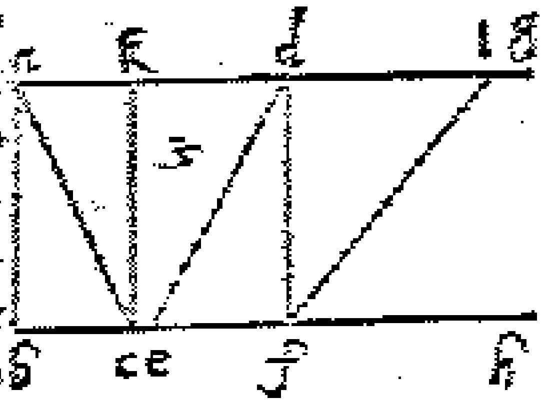


Siano li duoi triangoli.a.b.c.& d.b.c.constituidi ambiduoi sopra la basa.b.c.& fra le due linee.a.e.& b.f. lequal siano equidistante, hor dico che li ditti duoi triangoli.a.b.c.& d.b.c.sono fra loro equali, perche tirarò la linea.c.g. equidistante alla linea.b.a. similmente la linea.c.h.equidistãte alla linea.b.d.per la dottrina della trigesima prima propositione, & per la trigesima quinta propositione, le due superficie.a.b.c.g.& d.b.h.c.seranno equale, & perche li duoi triangoli.a.b.c.& d.b.c.sono la mittade di ciascuna di quelle (per lo correlario della trigesima quarta propositione) adonque li detti duoi triangoli sono etiam fra loro equali (per la settima concettione) che è il proposito.

Theorema.28. Propositione.38.

38/38 Se duoi triangoli seranno constituidi sopra base equale, & fra medesime linee equidistante, seranno fra loro equali.

Siano li duoi triangoli .a.b.c. & .d.e.f. constituidi sopra le base .b.c. & .f.e. equale & fra le linee .a.g. & .b.h. equidistante, hor dico che li detti duoi triangoli sono fra loro equali. Et per dimostrar questo io tirarò la linea .c.k. equidistante alla linea .a.b. (lato del triangolo .a.b.c.) & similmente la linea .f.l. equidistante al lato .e.d. & le due superficie .a.b.c.k. & .d.e.f.l. seranno

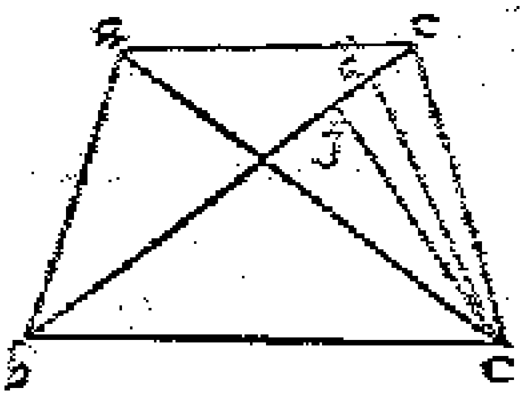


equale (per la trigesima sesta propositione) & perche li detti duoi triangoli sono la mità di ciascuna di quelle (per lo correlario della trigesima quarta propositione) dilche (per commune sententia) li detti duoi triangoli seranno equali, che è il proposito.

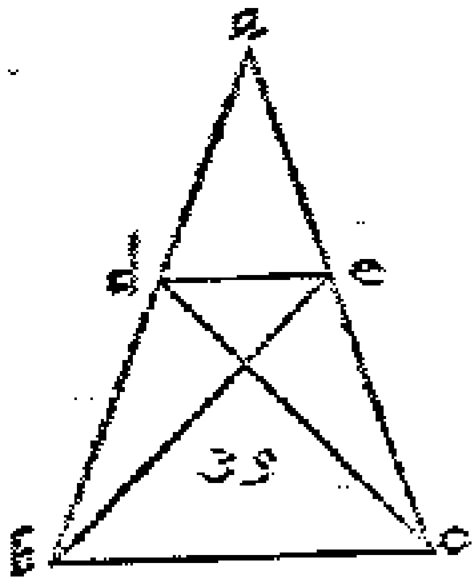
Theorema.29. Propositione.39.

39/39 Ogni duoi triangoli equali, se seranno constituidi sopra una medesima basa, e da una medesima parte, seranno fra due linee equidistante.

Siano li duoi triangoli .a.b.c. & .d.b.c. constituidi sopra la basa .b.c. da una medesima parte, & siano equali. Hor dico che questi duoi triangoli sono fra due linee equidistante. Questo è il converso della trigesima settima. Dal ponto .a. tirarò una linea equidistante alla basa .b.c. laquale se quella transirà per il ponto .d. è manifesto il proposito. Se non quella transirà di sopra, ouer di sotto, transisca prima di sopra, & sia la .a.e. & producrò la linea .b.d. per fina a tanto che seghi la linea .a.e. in ponto .e. & tirarò la linea .e.c. Et perche il triangolo .e.b.c. è equale al triangolo .a.b.c. (& per la trigesima settima propositione) Etiam lo triangolo .d.b.c. fu posto equale al ditto triangolo .a.b.c.



Adonque (per la prima concettione) lo triangolo .b.d.c. serà equale al triangolo .b.e.c. laqual cosa è impossibile, che la parte sia equale al tutto (per l'ultima concettione) dilche tirando dal ponto .a. una linea equidistante alla basa .b.c. nõ puotrà transire di sopra dal ponto .d. Anchora dico che non pertransirà di sotto dal ditto ponto .d. & se pur fusse possibile (per l'adversario) poniemo sia la linea .a.f. segante la linea .d.b. in ponto .f. io tirarò adonque la linea .f.c. e perche il triangolo .f.b.c. (per la trigesima settima propositione) si è equale al triangolo .a.b.c. similmente il triangolo .d.b.c. fu posto equale al ditto triangolo .a.b.c. donde (per la prima concettione) il triãgolo .b.f.c. seria equale al triangolo .d.b.c. cioè la parte seria equal al tutto che è impossibile (per l'ultima concettione) adonq; perche la linea protratta dal ponto.a.equidistante alla basa.b.c.non puo transire, ne di sopra, ne di sotto, dallo ponto.d. seguita de necessitade, che quella transisca per esso ponto d. ilquale è il proposito. Et tu debbi da notare che da questa, & dalla precedente ci manifesta che se una linea retta segarà li duoi lati d'un triangolo in due parti equale quella tal linea serà equidistante al terzo lato, laqual cosa se dimostrarà in questo modo, sia il triangolo.a.b.c.che li duoi lati.a.b.& .a.c. di quello siano segati dalla linea. d.e. in due parti equale nelli duoi ponti,d.& .e. Dico che la linea.d.e.si è equidistante al.b.c.& per demostrar questo io tirarò nel quadrilatero. d.e.b.c. li duoi diametri. d.c.& .b.e hor dico che'l triãgolo.d.e.b. per la trigesima ottava propositione, serà equale al triangolo.a.d.e.perche sono sopra due base equale, perche la.d.b.è equale alla.d.a. dal presupposito

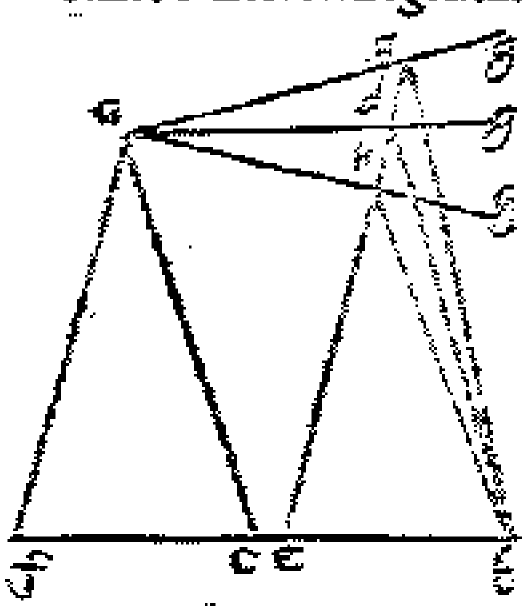


e l'altezza di loro termina nel ponto.e.dal qual se puo tirar una linea che serà equidistante alla basa over linea.b.a. per la trigesima prima propositione, dilche se puo dir che sono etiam fra due linee equidistante, avenche la linea non gli sia tirata anchora per le medesime ragione il triangolo.c.e.d.serà equale al medesimo triangolo.a.d.e. dilche per la prima concettione, il triangolo.d.e.b.serà equale al triangolo.d.e.c. liquali sono cõstituidi sopra la medesima basa.d.e.donde per la presente trigesima nona propositione, seranno fra due linee equidistante, adonque la linea, d.e. è equidistante alla linea.b.c.che è il proposito.

Theorema.30. Propositione.40.

40/40 Se duoi triãgoli equali seranno cõstituidi sopra equal base d'una medesima linea,& da una medesima parte egli è necessario quelli esser contenuti fra due linee equidistante.

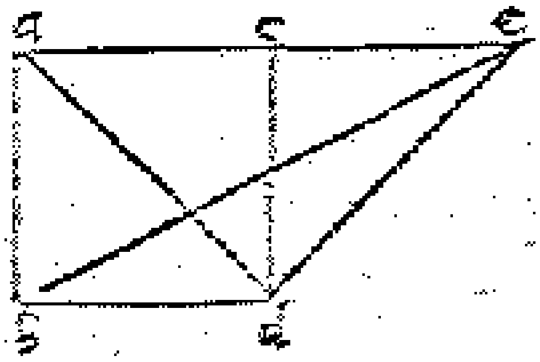
Siano li duoi triangoli.a.b.c.& .d.e.f.equali constituidi sopra le due base.b.c.& e.f.equale, lequal base sono d'una medesima linea, cioè b.f.& ambidui da una parte medesima, cioe verso.a.et d. dico adonque li detti duoi triangoli esser fra due linee equidistante, e questa è il converso della trigesima ottava, et se approva per quella medesima si come etiam la precedente per la trigesima settima, dal põto.a.sia tirata una linea equidistante alla.b.f.laquale se la transirà per il ponto.d. è manifesto il proposito, se nõ quella se la transirà di sopra, over di sotto come la.a.g.trãsisca prima di sopra, & sia produtta la.e.d. per sina a quella laqual sia.e.g.& sia tirata la linea.g.f.& per la trigesima ottava, il triangolo.a.b.c.serà equale al triangolo.g.e.f. per la quale cosa il triangolo.d.e.f.

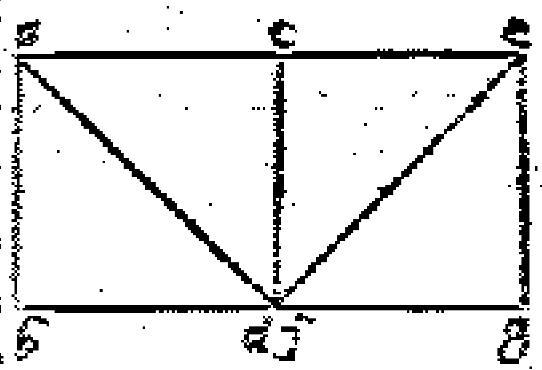


e.f. serà equale allo triangolo.g.e.f. cioe, la parte seria equale al tutto, laqualcosa è impossibile, adonque non transirà di sopra, transisca adunque di sotto, & seghi la linea.d.e. in ponto.h. & sia dutta la linea.f.h. & per la trigesimaottava il triangolo.h.e.f. serà equale al triangolo.a.b.c. per laqual cosa serà etiam equale al triangolo.d.e.f. cioe la parte al tutto, laqual cosa è impossibile. adonque perche quella non transirà se non per il ponto.d. è manifesto il proposito.

Theorema.31. Propositione.41.

41 Se uno paralellogrammo, & uno triangolo saranno constituidi in
41 una medesima basa, & in medeme linee equidistante, el paralellogrammo convien esser doppio al triangolo.



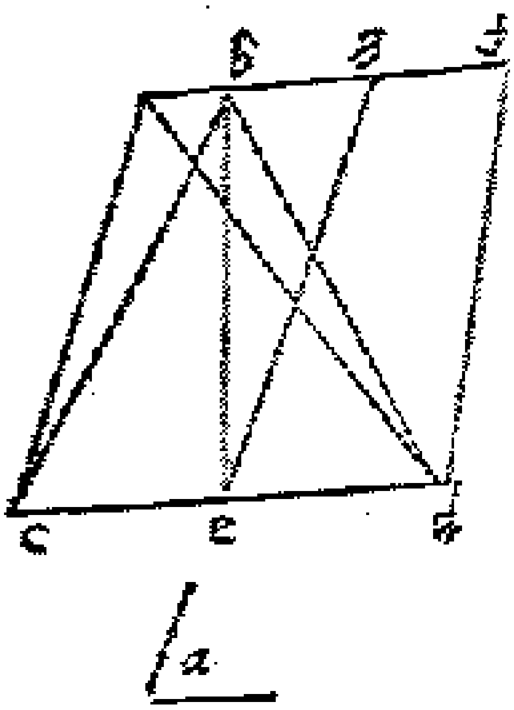


Sia il paralellogrammo.a.b.c.d. & lo triangolo.e.b.d. sopra la basa.b.d. fra le due linee.a.e. & b.d. lequale siano equidistante. Dico che il paralellogrammo.a.b.c.d. è doppio al triangolo.e.b.d. & per questo io tirarò il diametro.a.d. ilquale divide il detto paralellogrammo in due parte equale, per lo correllario della trigesima quarta propositione, adonque il triangolo.a.b.d. serà la mitade del detto paralellogrammo, & perche'l triangolo.e.b.d. è equale al triangolo.a.b.d. per la trigesima settima propositione, seguita adonque che'l triangolo, e.b.d. sia etiam lui la mità del detto paralellogrammo.a.b.c.d. che è il proposito. Similmente tu potrai approvare che se un paralellogrammo & uno triangolo seranno constituidi sopra equal base, & fra medesime linee equidistante, il paralellogrammo serà etiam doppio al detto triangolo, laqual cosa Euclide non ha posto, perche liggiermente è manifesta da questa precedente, et dal correlario della trigesima quarta, & per la trigesima ottava. Diviso il paralellogrammo, per il diametro in duoi triangoli, & sopra la basa del paralellogrammo, fra le medesime linee equidistante constituido il triangolo, alquale il paralellogrammo serà doppio per il detto corelario, et esso triangolo serà equale all'altro, per la trigesimaottava.

Problema.11. Propositione.42.

42 Puoremo designar una superficie de lati equidistanti, in un'angolo
42 equale a un'angolo assignato, & ch'essa superficie sia equale a un triangolo assignato.

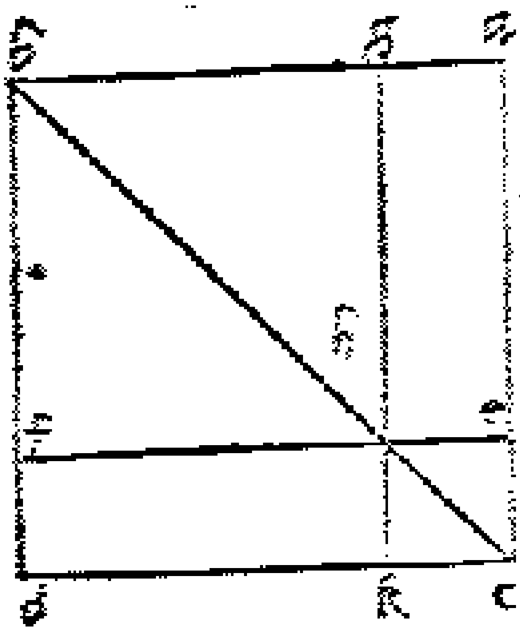
Sia lo assignato angolo.a. & lo assignato triangolo.b.c.d. voglio descrivere una superficie de lati equidistanti, che sia equale al dato triangolo, b.c.d. & che duoi di suoi angoli contrapositi siano equali, al angolo, a, perche la non puo haver uno angolo solo equale al angolo.a. (per la trigesima quarta propositione) divido la basa.c.d. in due parti equale, per la decima propositione, in ponto.



e.tiro la linea.b.e.& dal ponto.b.condurò la linea.b.f. equidiſtante alla linea.c.d.: & ſopra il ponto.e.della linea.d.e.conſtituiſco l'angolo.d.e.g.equale a l'angolo.a. (per la uigeſima terza propoſitione) e dal ponto.d.tiro la linea.d.f.equidiſtante alla linea.e.g.e ſerà conſtituido il parallelogrammo.g.e.f.d.ilquale contiene in ſe tutte le coſe adimandate, perche il triangolo, b, c, e, è equale al triangolo.b.e.d.per la trigeſima ottaua propoſitione, per eſſer la.c.e.equale alla e.d.adunque tutto il triangolo, b.c.d. uerrà a eſſer doppio al triangolo. b.e.d.ma perche il parallelogrammo.g.e.f.d.è anchora lui doppio al medeſimo triangolo.b.e.d.per la precedẽte, perche ambiduoi ſono ſopra la baſa.d.e.& in medeſime linee equidiſtante, ſeguita adunque per la ſeſta concettione, che'l ditto parallelogrammo ſia equale al triangolo,b.c.d.per eſſer ciaſcun di loro doppi al triangolo. b.e.d.dilche hauemo deſcritto il parallelogrammo.g.e.f.d.equale al triangolo.b.c. d.aſſignato, & l'uno & l'altro di duoi angoli,g,e,d,& ,f,g,di quello contrapoſiti ſono equali all'angolo.a.aſſignato, che è il propoſito.

Speculatione.32. Propoſitione.43.

43 Li ſupplementi di quelli parallelogrammi che ſono attorno del dia-
43 metro di ogni parallelogrammo ſono fra loro equali.

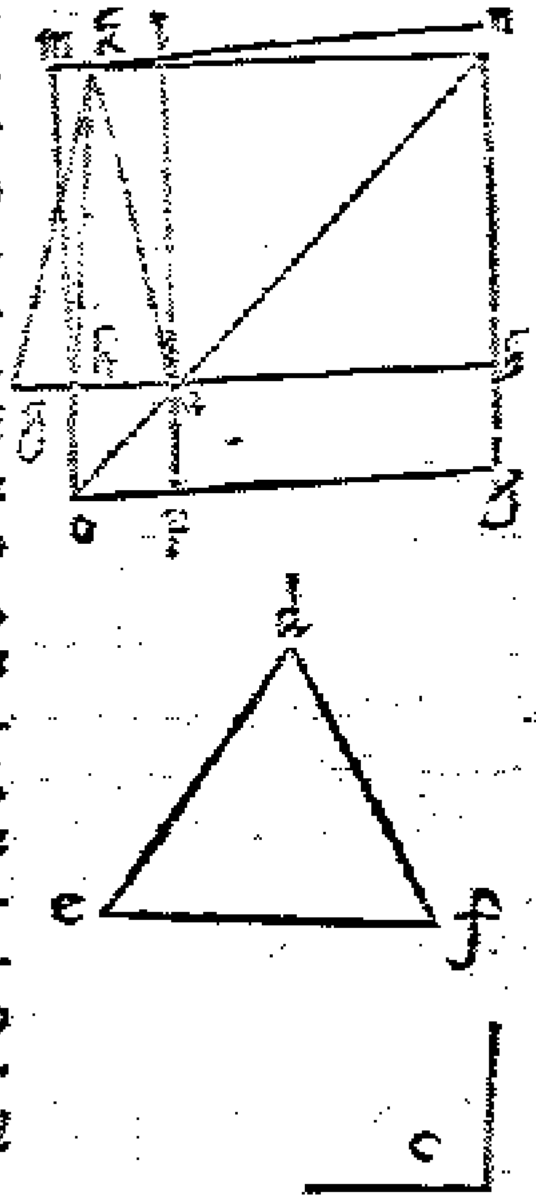


Sia il parallelogrammo,a, b,c,d, in lo quale tiro lo diametro,b,c,e ſimilmente tiro la linea,e,f, equidiſtante a l'uno & l'altro delli duoi lati,a,b, & ,c,d,laquale ſega il diametro,b,c,in ponto,h,dal quale ponto,h,duco la linea.k.g.equidiſtante a l'un e l'altro lato, a,c,& b,d,talmente che quella ſega l'uno & l'altro delli predetti lati,a,b,& ,c,d,dilche tutto lo parallelogrammo, a,b,c,d,ſerà diuiſo in quattro parallelogrammi,cioe,a, g,h,e:g,b,h,f:e,h,c,k: & ,h,k,f,d, delli quali li duoi (cioe,e,c,k, h, & ,g,b,h,f.) ſono detti ſtare attorno il diametro,b,c,perche quello tranſiſſe per mezzo di loro, e però ſono attorno il diametro, li altri duoi parallelogrammi,cioe,a,e,g,h,& K,h,f,d,ſono detti ſupplementi, & queſti duoi ſupplementi ſono equali l'uno & l'altro. Perche li duoi triangoli, a,b,c, & , c,d,b, ſono equali per il correlario della trigeſima quarta. Similmente anchora li duoi triangoli,g,h,b,& ,f,b,h,ſono equali (per lo medeſimo correlario della trigeſima quarta propoſitione) & li duoi triangoli,h,c,e,& ,k,h,c.Similmente ſono equali per lo medeſimo correlario.Adonque leuando uia li duoi triangoli,g,h,b,et,e,h,c, de tutto il triangolo,a,b,c,e ſimilmente li duoi triangoli,h,f,b,& K,c,h,de tutto il triãgolo,

golo,b,c,d,feranno li duoi residui, per la tertia concettione, anchora fra loro equali, li quali residui sono li detti duoi supplementi, che è il proposito.

Problema.12. Propositione.44.

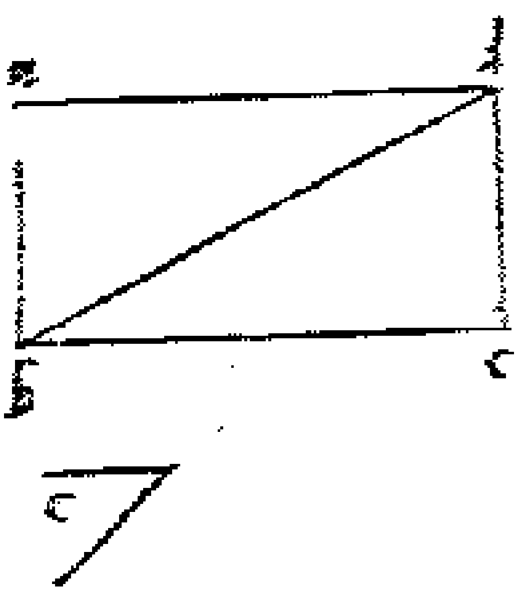
44 Proposta una linea retta, sopra quella puoremo designare una super
44 ficie de lati equidistanti, in uno angolo dato, & che essa superficie sia equale à uno triangolo asignato.



Sia la data linea,a,b,& il dato angolo,c,& lo dato triangolo,d,e,f,hor voglio sopra la linea, a, b, designarli una superficie de lati equidistanti, talmente che la detta linea,a,b,sia un di lati di quella, & che l'uno e l'altro de duoi angoli contraposti siano equali all'angolo,c,dato, perche la non puo hauer un'angolo solo equale all'angolo, c, per la trigesima quarta propositione, & che tutta la predetta superficie sia equale al triangolo,d,e,f. Questa tal propositione è differente dalla quadragesima seconda in questo, che qui si da uno lato della superficie che se ha da descriuere: cioe la linea, a, b, ma in la detta quadragesima seconda nõ se ne da niuno, quando adonque uorro descriuerò questa tal superficie sopra la detta linea,a,b, gli aggiongo la linea,a,g, ad essa linea,a,b, in diretto a quella laqual pongo equale alla basa, e,f, del triangolo dato, sopra dellaquale linea,a,g, constituisco uno triangolo equale al dato triangolo,d,e,f, et equilatero, laqual cosa faccio in questo modo. constituisco l'angolo,a,g,k, equale all'angolo, e, & l'angolo,g,a,k, equal all'angolo,f, (per la dottrina della uigesima tertia propositione) & perche la basa,g,a, fu posta equale alla basa,e,f, adonque il triangolo,g,a,k, per la uigesima sesta propositione, serà equale, & equilatero al triangolo,d,e,f, hor diuiderò la basa,g,a, in due parti equale in lo ponto,h, e tirarò la linea,K,h, & dal ponto,k, produrò la linea,m,k,n, equidistante alla linea,g,b. & per la trigesima ottaua propositione, il triangolo,a,h,k, serà equale al triangolo,g,h,K. hor sopra il ponto, a, con la linea, g,a, farò l'angolo,g,a,l, equale all'angolo,c, dato per la uigesima tertia propositione, & dal ponto,h, produrò,h,m, equidistante al,l,a, & serà cõstituido il paralellogrammo,m,h,l,a, fra le due linee,m,n, & g,b, ilqual paralellogrammo, m, h,l,a, per la quadragesima prima propositione, serà doppio al triangolo, K, h, a, per laqualcosa serà etiam equale a tutto il triangolo,k,g,a. & similmente, al triangolo, d,e,f, proposto (per la prima concettione) tirarò adonque la linea,b,n, equidistante alla linea,l,a, per la trigesima prima propositione, constituendo il paralellogrammo,l,a,n,b. Anchora produco il diametro,n,a, ilquale tiro per fina a tanto che'l concorra con la linea, m, b, anchora lei protratta in ponto, o, il qual concorso appro- uaremo in fin di questa propositione, & dal ponto, o, tiro la linea, o, q, equidistante alla linea, h, b, & produco la linea, n, b, fina che la si interseghi con la linea, o, p, co- me fa in ponto, q. & serà constituido il paralellogrammo, m, o, n, q, hora slongarò la linea, l, a, per fin al ponto, p, dalche tutto il grande paralellogrammo serà diuiso in li quattro paralellogrammi, l, a, n, h, l, a, m, b, a, b, o, p, a, p, b, q. delli quali li duoi, l, a, n, b, & b, o, a, p, sono attorno al diametro, n, o, li altri duoi, m, b, l, a, & a, p, b, q, so- no detti supplementi, liquali per la precedente propositione sono equali, & perche il triangolo, d, e, f, come di sopra fu dimostrato, si è anchora lui equale supplemente. m. b. l. a. serà etiam (per la prima concettione) equale all'altro supplemento. a. b. p. q. ilquale è cōstituido sopra la data linea. a. b. E perche l'angolo. b. a. p. per la quinta decima propositione, si è equale all'angolo. l. a. h. & l'angolo. c. dato si è equal, al det- to angolo. l. a. h. (perche cosi fu cōstituido) seguita adonque per la prima concettio- ne, che l'angolo, b, a, p, sia equal al. c. dato. Egli è adonque manifesto, che sopra la li- nea, a, b, data essergli descritta la superficie de lati equidistanti, a, b, p, q, equale al dato triangolo. d. e. f. & l'uno e l'altro di duoi angoli a, q, (contraposti di quella) so- no equali al dato angolo, c, come fu il proposito. Hor ci resta a prouar che producen- do le due linee. n. a. & . m. b. è necessario che se congiongano, come fu di sopra pro- messo, hor perche le due linee n. h. & m. b l'una e l'altra è equidistante alla linea. l. a. seranno etiam per la trigesima propositione, fra loro equidistante, & per la tertia parte della vigesimanona, li duoi angoli. m. n. h. & n. m. b. son equali a duoi angoli retti, & perche l'angolo. l. n. a. è menor de tutto l'angolo. m. n. h. per l'ultima concet tione, adonque li duoi angoli. n. m. b. & m. n. a. gionti insieme seran minori di duoi an goli retti, seguita adonque per la quarta concettione, che slongarò le due linee. n. a. m. b. in quella parte l'è necessario che cōcorran insieme, laqual cosa era da demostrare.

Problema. 13. Propositione. 45.

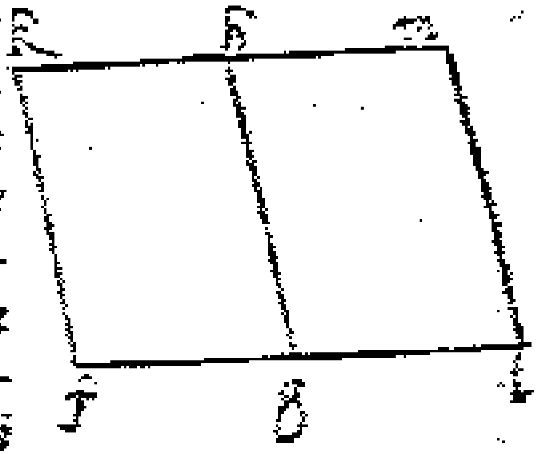
o 45 Proposto constituir un Paralellogrammo, equal a un dato rettilineo in un dato angolo rettilineo.

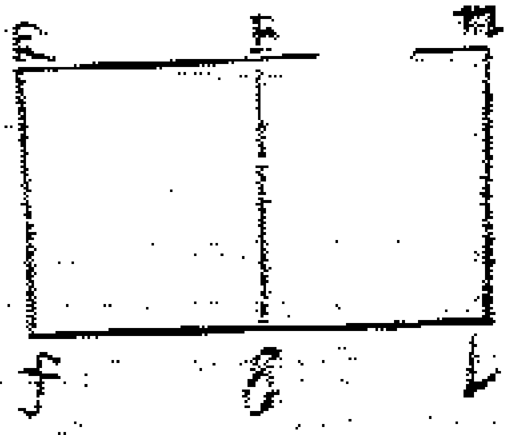


Siano il dato rettilineo, a, b, c, d, & lo dato angolo rettilineo, sia. e. hor bisogna costruere uno paralellogrā mo equal al predetto rettilineo, a, b, c, d, ma che sia cosi conditionato che habbiamo uno angolo equale allo an- golo. e. ma perche lui non ne può hauere uno senza duoi cioe duoi contraposti, per la trigesima quarta proposi- tione, diremo adonque che habbia duoi angoli contra- posti equali al ditto angolo, e, & per concludere que- sta cosa farò in questo modo, tiro la linea, d, b, diuidendo il detto rettilineo in li duoi triangoli, a, b, d, & d, b, c, poi per la quadragesima seconda propositione, constituisco il paralellogrammo. f. k. h. g. equale al triangolo, a, b, d, hauente l'angolo h. k. f. equale al dato angolo. e. &

sopra

sopra la linea, over lato, h, g, per la precedente propositione, constituisco il paralellogrammo, h, g, m, l, equale all'altro triangolo, d, b, c, havente l'angolo, m, h, g, equale al predetto angolo. e. dato. Et perche li duoi angoli. f. k. h. & h. m. h. g. a uno per uno sono stati constituidi equali all'angolo. e. dato, dilche per la prima concettione, seranno etiam fra loro equali. Et aggiongendo communamente a ciascun di loro l'angolo. g. h. k. per la seconda concettione, li duoi angoli. f. k. h. & g. h. k. seranno etiam equali alli duoi angoli. g. h. k. & g. h. m. ma perche li duoi angoli. f. k. h. & k. h. g. per la terza parte della uigesimanona propositione sono equali a duoi angoli retti li duoi angoli adonque. k. h. g. & g. h. m. seranno etiam equali a duoi angoli retti, seguita adonque per la quartadecima propositione, che la linea. k. h. & la linea. h. m. siano direttamente congionte insieme et sieno insieme una sol linea. che seria la linea. K. m. hor perche in le due linee. k. m. & f. g. (lequale sono equidistante) sono segate dalla linea. h. g. li duoi angoli. h. g. f. & m. h. g. alterni sono equali (per la prima parte della uigesimanona propositione) giongendoli communamente, all'uno e l'altro, l'angolo. h. g. l. li duoi angoli adonque. m. h. g. & h. g. l. sono equali alli duoi angoli. h. g. f. & h. g. l. (per la prima cõcettione) et li duoi angoli. m. h. g. et. h. g. l. p la terza parte della ditta uigesimanona Propositione, sono equali a duoi angoli retti, seguita adonque che li duoi angoli. h. g. l. & h. g. f. siano equali a duoi angoli retti, dilche le due linee. f. g. & g. l. sono indirette congionte, per la quartadecima propositione, & sono fatte una sol linea, che è la linea. f. l. Ma perche. f. k. (per la trigesima quarta propositione) è equale alla. h. g. etiam equidistante, similmente. m. l. è equale, & equidistãte alla medesima. h. g. (per la trigesima propositione) f. k. & m. l. seranno etiam fra loro equale & equidistante, & le due linee. k. m. & f. l. che le congiongano. (per la tregisimaterza propositione), sono equale, & equidistante. Adonque tutto. k. f. m. l. è paralellogrammo. Et perche il paralellogrammo. K. f. h. g. fu constituido equale al triangolo. a. b. d. & similmente il paralellogrammo. h. g. m. l. al triangolo. d. b. c. Adonque tutto il paralellogrammo. k. f. m. l. serà equale a tutto il rettilineo. a. b. c. d. & perche l'angolo. k. fu constituido equale all'angolo. e. dato, dilche bavemo constituido il paralellogrammo. k. f. m. l. equale al dato rettilineo. a. b. c. d. etiam l'angolo. k. equal al dato angolo. e. che è il proposito.





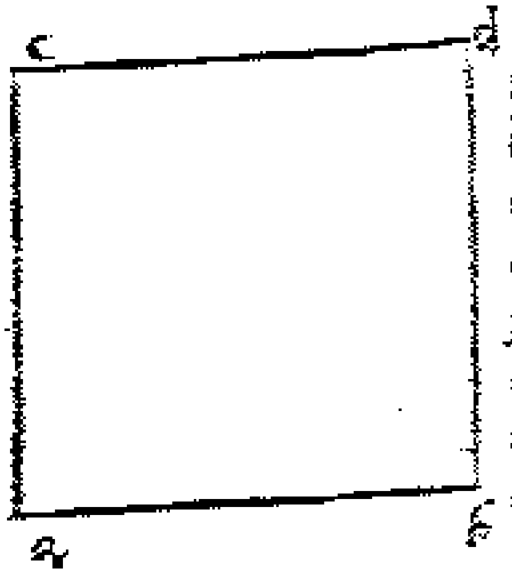
Il Tradottore.

Bisogna notare qualmente il dato rettilineo, a, b, c, d, puo essere contenuto da linee equidistante, & non equidistante, etiam de piu di quattro lati, perche questo nome rettilineo, è un nome generale, sotto alquale se intende ogni specie de figura contenuta da linee rette, per tanto se'l dato rettilineo fusse contenuto da cinque

cinque lati quello ſe doueria riſoluere in tre triangoli, & procedere come ſe fatto di ſopra, cioè ſopra la linea .l.m. coſtruerui il terzo triangolo (per la quadrageſima quarta) & coſi ſe andaria procedendo quando che'l ditto rettilineo fuſſe contenuto da piu de cinque lati.

Problema. 14. Propoſitione. 46.

45/46 De una data retta linea puotemo deſcriuere un quadrato.



Sia la data retta linea .a.b. dellaquale uoglio deſcriuere il quadrato dalle due eſtremità, ouer ponti .a. & .b. della detta linea .a.b. per la undecima propoſitione, duco le due perpendicolare .a.c. & .b.d. ſopra di quella laquale perpendicolare, per la ultima parte della uigeſimaottaua propoſitione, ſono equidiſtante, perche li duoi angoli .a. & .b. intrinſici ſono ambiduoi retti (per la diffinitione ottaua,) hor faccio l'una e l'altra di quelle, per la tertia propoſitione, equale alla medeſima linea .a.b. poi tiro la linea .c.d. laqual ſerà ancor lei equale & equidiſtante alla linea .a.b. (per la trigeſima tertia propoſitione) & perche li duoi angoli .a. & .b. ſono retti, l'uno e l'altro delli altri duoi angoli .c. & .d. ſeranno etiam retti (per la ultima parte della uigeſima nona propoſitione, ouer per la trigeſima quarta propoſitione) adonque per la uigeſima diffinitione .a.b.c.d. è quadrato che è il propoſito. Anchora ſe poteua far in queſt'altro modo, protratta che ſia la linea .a.c. indefinita perpendicolare ſopra .a.b. in ponto .a. et tagliata che ſia la parte .a.c. (per la tertia propoſitione) equale alla ditta linea .a.b. tirando poi dal detto ponto .c. la linea indefinita .c.d. che ſia equidiſtante alla linea .a.b. per la trigeſima prima propoſitione, & di quella ſegarne la parte .c.d. (per la tertia propoſitione) equale alla linea .a.c. ouer .a.b. poi ſia congionto il ponto .d. con lo põto .b. con la linea .d.b. laquale per la trigeſimatertia propoſitione, ſerà equale alla linea .a.c. etiam equidiſtante, & tutti li angoli ſono retti (per la trigeſima quarta propoſitione) adonque la detta figura .a.b.c.d. ſi è quadrato, per la uigeſima diffinitione che è il propoſito.

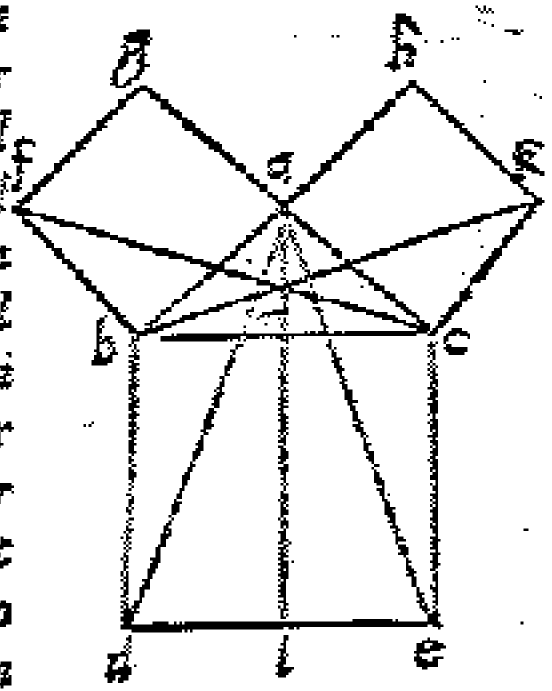
Theorema. 33. Propoſitione. 47.

46/47 In ogni triangolo rettangolo, lo quadrato che uien deſcritto dal lato oppoſito all'angolo retto, dutto in ſe medeſimo, è equale alli duoi quadrati che uengono deſcritti delli altri duoi lati.

Sia il triangolo .a.b.c. ilquale l'angolo .a. ſia retto, dico che'l quadrato del lato .b.c. è equal al quadrato del .a.b. & al quadrato del .a.c. tolti inſieme adonque quadrarò queſti lati ſecondo la dottrina della precedente, e per il quadrato del .b.c. ſia la ſuperficie .b.c.d.e. & per il quadrato del .b.a. la ſuperficie .b.f.g.a. & per il quadrato

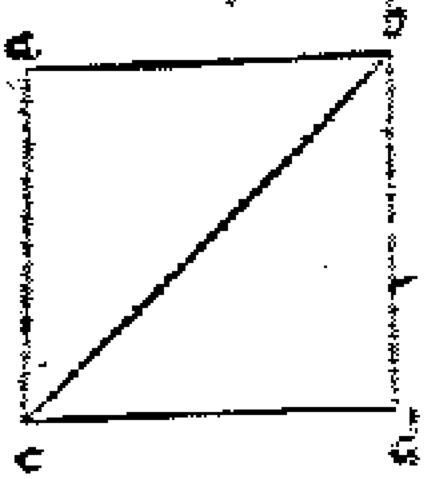
drato

drato del a.c. la superficie.c.h.K.replico adonque & di co che il quadrato.b.c.d.e. è equale ad ambiduoi li quadrati.a.b.f.g.& a.c.K.h.giõti insieme, e per dimostrar questo dall'angolo retto.a.produrò alla basa.d.e. del gran quadrato tre linee, cioe la linea.a.l. equidistãte all'uno e l'altro lato.b.d.et.c.e.laqual segha il lato.b.c.in ponto.m. & la linea.a.e.& la linea.a.d. Anchora del li altri duoi angoli.b.& c.tiro alli duoi angoli di duoi quadrati minore le due linee.b.k.et.c.f.lequale se intersegan fra loro dẽtro lo medesimo triangolo.a.b.c. E perche l'una e l'altra delli duoi angoli.b.a.c.et.b.a.g. è retto seranno adonque le due linee.c.a. & a.g. in diretto congionte, per la quarta decima propositione, & seranno una linea sola, ch'è la linea.g.c.e per le medesime ragioni le due linee.b.a.& a.h. seranno pur una sol linea, cioe la linea.b.h.perche li duoi angoli.c.a.b.& c.a.h. son retti, perche adonque sopra la basa.b.f.et fra le due linee.f.b.et.g.c.è constituido il parallelogrammo, ouer quadrato.b.f.g.a.& il triangolo.b.c.f. per la.41.il parallelogrammo.b.f.g.a.serà doppio al ditto triangolo.b.f.c.& il triangolo.b.f.c. è equale al triangolo.b.a.d.per la quarta propositione, perche li duoi lati f,b,& b,c,del primo son equali alli duoi lati,a,b,& b,d,del secondo,perche,b,f,& b,a,ciascuno è lato del quadro.b.f.g.a.pero son equali,similmente, li altri duoi,cioe,b,c,& b,d, ciascuno è lato del gran quadrato,b,d,c,e, & per questo son anchora lor equali & l'angolo,b,del primo è equale all'angolo,b,del secondo perche l'uno e l'altro è composto d'un angolo retto, & dell'angolo,a,b,c,seguita adonque, per la ditta quarta propositione,che'l ditto triangolo.b.f.c.sia equal al ditto triangolo b,a,d, & perche il quadrato,b,f,g,a,è doppio (come è detto di sopra, al triangolo,b,f,c,)serà etiam doppia (per commune scientia) al triangolo.b.a.d, Ma perche il parallelogramo,b,d,l,m,è anchora lui doppio al medesimo triãgolo,a,b,d,(per la quadragesima prima propositione)perche ambiduoi son cõstitui di sopra la basa,b,d,& fra le due linee,b,d,& a,l,equidistante, seguita adonque, per la sesta concettione, che'l parallelogrammo,b,f,g,a,sia equale al parallelogrãmo,b,d,l,m,per esser ciascun di loro doppio al triangolo,a,b,d, Et per questo medesimo modo, & con le medesime propositione prouaremo che li duoi triangoli. K.b.c,& a,e,c,sono equal fra loro,& lo parallelogrammo ouer quadrato, a, c, h, K, è doppio a l'un di loro, qual si voglia, & similmente il parallelogrammo,c,e,l,m,serà pur doppio a qual si voglia, seguiterà poi come di sopra, che'l parallelogrammo, c,e, l,m, serà equal al quadrato,a, c,K, dilche tutto il quadrato grande,b,c, d,e, per esser cõposto delli predetti duoi parallelogrammi,b,d,l,m,et,c,e,l,m,serà equale ad ambiduoi li predetti quadrati insieme gionti,che è il proposito.



Il Tradottore.

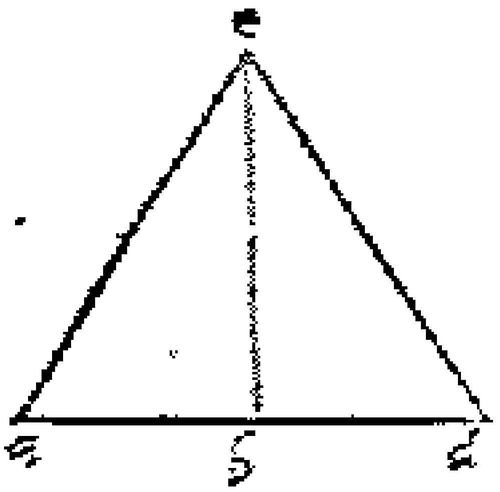
Da questa propositione si manifesta, che il quadrato del diametro di ciascuno quadrato è doppio al quadrato della sua costa, come, verbi gratia, sia il quadrato a,b, c,d,



c,d, nelqual tiro il diametro,a,d, hor dico che'l quadrato descritto di sopra,a, d, per la precedente, serà doppio al quadrato descritto sopra la costa ouer lato,a,c, ouer sopra un delli altri tre lati, laqual cosa si dimostrerà in questo modo, perche il lato,a,c, è equal al lato,c,d, p la diffinitione del quadrato,et similmente l'angolo c, è retto adonque (per la presente propositione) il quadrato del lato,a,d, del triangolo,a,d,c, per esser opposito al l'angolo,c. che retto serà equale alli duoi quadrati delli duoi lati,a,c,et,c,d, liquali duoi quadrati seranno equa li (per commune scientia) dilche essendo equale ad ambiduoi insieme (per commune scientia) serà doppia a un sol di quelli, perche uno uien a esser la mità della somma de tutti duoi, per esser equali l'uno all'altro, e questo è quello che uoil inferire.

Theorema. 34. Propositione. 48.

Se il quadrato, che uien descritto da uno lato d'un triangolo, dutto
47/47 in se medesimo serà equale alli duoi quadrati, che uengon descritti dal li dui restanti lati, l'angolo alqual è opposito quel tal lato è retto.



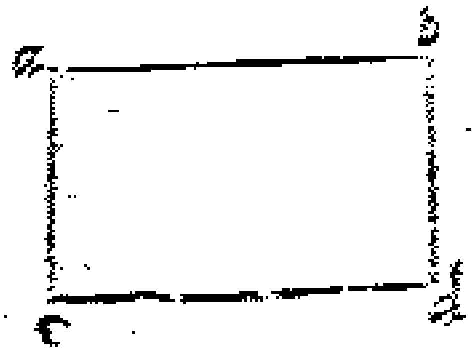
Sia il triangolo.a.b.c. & sia il quadrato del lato.a.c. equale alli duoi quadrati delli duoi lati.a.b. & .b.c. insieme gionti. Dico che l'angolo.b. (alqual si oppone il detto lato.a.c.) è retto. E questa è il conuerso della precedente. Dal ponto.b. tiro la linea.b.d. per la undecima propositione, perpendicolare alla linea.b.c. e pongo quel la equale alla linea.a.b. & produco la linea.c.d. Et per che l'angolo.d.b.c. è retto, il quadrato adonque del lato c.d. serà equale (per la precedente) alli duoi quadrati delli altri duoi lati.c.b. & .b.d. & perche.b.d. fu posta equale al.b.a. li loro quadrati (per commune scientia) seranno equali, perche sopra linee equale se descriueno quadrati equali, hor giongendo communemente a l'uno e l'altro delli detti duoi quadrati il quadrato della linea.c.b. due somme seranno equa le, per la prima concettione, & perche una de queste due somme serà equale al quadrato della.a.c. l'altra serà equale al quadrato della.d.c. Adonque li quadrati del le due,a,c, & .d.c. seranno equali, & perche li quadrati equali sono contenuti de li nee equale, per commune scientia, adonque la linea.a.c. serà equale alla linea.d.c. dil che li tre lati.a.b.a,c, & .c.b, del triangolo,a,b,c, sono equali alli tre lati.b,d,b,c, et c.d, del triangolo,d,b,c, seguita adonque, per l'ottaua propositione che l'angolo,a,b c, sia equale all'angolo,d,b,c, & perche l'angolo,d,b,c, è retto, serà etiam retto l'an golo.a.b.c. che è il proposito.

IL FINE DEL PRIMO LIBRO.

LIBRO SECONDO DI EVCLIDE.

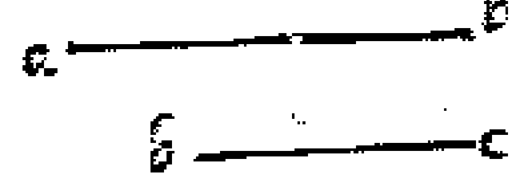
1 Ogni paralellogrammo rettangolo è detto contenerſi ſotto alle due linee che circondano l'angolo retto.

Paralellogrãmo rettãgolo.

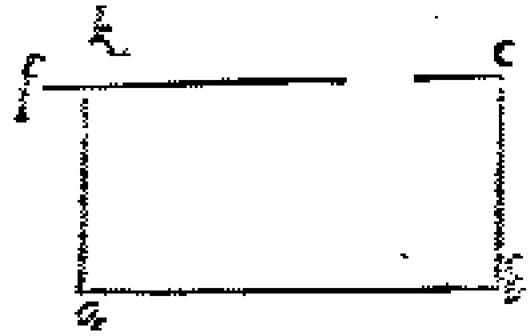


PER intelligentia di queſta diffinitione, biſogna notare qualmẽte le ſpecie principale di paralellogrammi ſono due, cioe rettangolo, & non rettangolo: il rettãgolo è quello che ha tutti li ſuoi quattro angoli retti, Et il non rettangolo è quello, che non ha alcuno angolo, che ſia retto, & l'una e l'altra di queſte due ſpecie ſi diuide in due altre ſpecie. Le ſpecie del rettangolo, l'una è il quadrato, & l'altra è il tetragon longo, & le ſpecie del paralellogrammo non rettangolo l'una è il rhombo, & l'altra è il rhomboide, & tutte queſte ſpecie furno diffinite in la uigeſima prima diffinitione del primo, hor tornando a propoſito, L'auttor per maggior noſtra inſtruttione, et intelligẽtia delle coſe che ſeguita, in queſta diffinitione ci aduertiſſe qualmente il paralellogrãmo rettangolo è detto contenerſi ſotto a due di quelle linee che comprendono uno di ſuoi quattro angoli retti: & accio che meglio me intendi, ſia il paralellogrammo .a.b.c.d. e ſia rettangolo, dico che queſto tal paralellogrammo, & altri ſimili, ſe dirà eſſere contenuto ſotto alle due linee .a.b. & .a.c. che comprendono l'angolo .a. pur retto, lequale ſono pur equale alle altre due oppoſite a quelle, per la trigeſima quarta del primo. Et queſta diffinitione, ouer ſuppoſitione deriua da queſto. Perche la quantità di ogni figura ſuperficiale, ò ſia rettangola, o non rettangola, paralellogramma o non paralellogrãma, ſempre ſe apprende, ouer conoſce la ſua quantità per mezzo della quantità della ſua uera longhezza, & larghezza, & ſua uera longhezza, & larghezza non è ſemper equale a quelle due linee che circondano, ouer comprendano l'uno di ſuoi quattro angoli, ſaluo che nella figura paralellogramma rettangola, eſempli gratia, la quantità della uera longhezza del propoſto paralellogrammo rettangolo .a.b.c.d. è tanto quanto la quantità dell'una delle due linee .a.b. ouer .c.d. & la quantità della ſua uera larghezza è tanto quanto la quantità dell'una delle due linee .a.c. ouer .d.b. laqual coſa non ſeguita nelli altri paralellogrammi non rettangoli cioè nel rhombo, ouer nel rhomboide, ne etiam in altra figura, perche le due linee che contengono alcun delli angoli del rhombo, ouer del rhomboide, ouer d'altra figura, non ſe equaliza l'una alla quantità della ſua uera longhezza & l'altra alla quantità della ſua uera larghezza, ſi come nel paralellogrammo rettangolo è detto, e pero non ſe dice, ne ſi puo dire rhombo, ouer il romboide, ouer altra figura non rettangola ſia contenuta ſotto ad alcune due di quelle linee, che contengono alcuno di ſuoi angoli, come nel paralellogrammo rettangolo è detto.

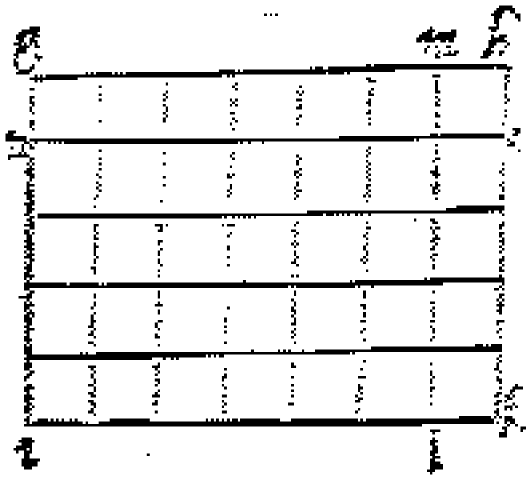
Anche-



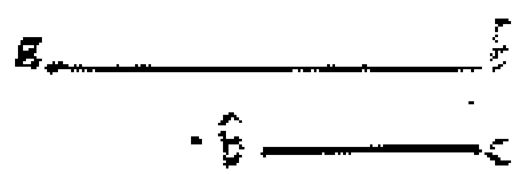
Anchora bisogna notare che questo parallelogrammo rettangolo si costuma a nominarlo sotto molti altri diuersi nomi, ouer parlari. E per essempio, sia le due linee .a.b. & .b.c. dico che tanto significa ouer importa a dire.



Quello che vien fatto del dutto della .a.b. in la .b.c.
El rettangolo della .a.b. in la .b.c.
El prodotto che vien fatto del dutto della .a.b. in la .b.c.
La moltiplicatione della .a.b. in la .b.c.
Quello che è contenuto sotto della .a.b. & .b.c.
La superficie rettangola contenuta sotto la .a.b. et .b.c.

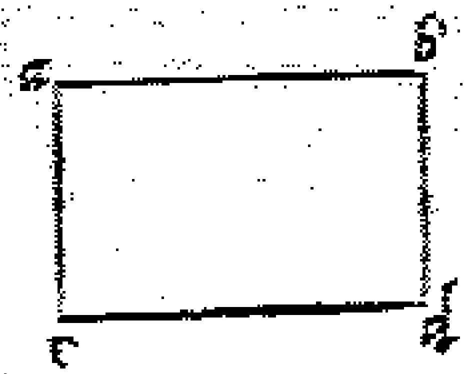


Quanto che è a dire il parallelogrammo rettangolo descritto dalle dette due linee, ouer contenuto sotto di quelle, cioè ponendo la .b.c. orthogonalmente sopra l'una delle estremità della .a.b. poniamo in ponto .b. & dal ponto .c. tirare la linea .c.f. equidistante alla .a.b. et dal ponto .a. tirare la linea .a.d. equidistante alla .c.b. laqual se intersega con la .c.f. in ponto .d. & serà compito il parallelogrammo rettangolo .a.b.c.d. contenuto sotto le dette due linee .a.b. & .b.c. (o per dir meglio sotto di due altre equale a quelle,) & se le dette due linee fusser note per numero di qual che famosa misura, etiam il detto parallelogrammo seria noto per numero: essempli gratia, se la linea .a.b. fusse otto piedi di longhezza, & la .b.c. ne fusse cinque, dico che l'area superficiale del detto parallelogrammo seria quaranta piedi superficiali, cioe quaranta quadretti de un piede per fazza, et questo quaranta nasce dalla moltiplication della .b.c. fia la .a.b. cioe de cinque fiate otto fa quaranta, & con tal modo si cognosce la quantità superficiale di ogni parallelogrammo rettangolo, cioe se misura la sua longhezza & larghezza, dapoi il se moltiplica il numero delle misure della longhezza fia il numero delle misure della sua larghezza, & il produtto di tal moltiplicatione serà la quantità superficial di tal parallelogrammo, cioe serà tanti quadretti d'una di quelle misure con che misurasti per fazza, o sieno piedi, o pertiche, o passa, & accio che meglio me intendi te voglio dar un'altro essempio, sia il parallelogrammo rettangolo .g.h.i.k. & sia la linea .g.h. ouer .i.k. sette misure, poniamo sette pertiche, & la linea .g.i. sia cinque pertiche, come etiam per la sue diuisioni appare, hor dico che l'area superficiale di questo parallelogrammo serà trentacinque, ilqual trentacinque nasce della moltiplicatione di cinque fia sette, & questo trentacinque dico, che gli è trentacinque quadretti di una pertica per lato, laqual cosa se manifesta in questo modo tirando da ciascuna delle intermedie diuisione della linea .g.h. una linea equidistante all'una & l'altra .g.i. & .h.k. alla similitudine della linea .m.l. similmente de cadauna delle intermedie diuisioni della linea .g.i. tirando una linea equidistante



distante

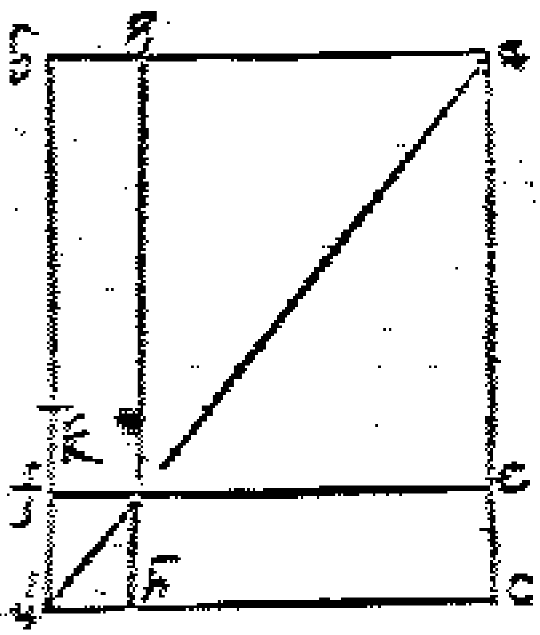
distante all'una e l'altra linea.g.h.& i.K. alla similitudine della linea.n.o. & fatto questo serà diuiso il detto parallelogrammo in trentacinque quadretti, come sensibilmente puoi uedere, & etiam per la trigesima quarta del primo, approuare cadauno di quelli essere una perticha per faccia, cioe una di quelle sette diuisione della linea.g.h. quale supponemo sieno pertiche, & questo è quello che uolemo inferire.

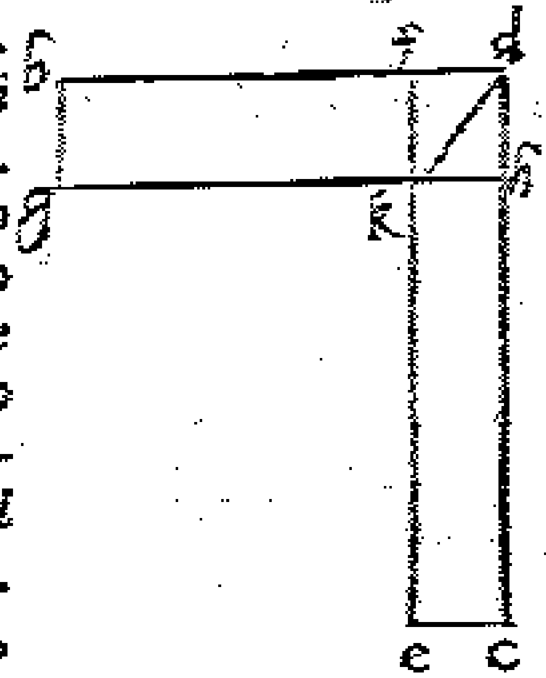


2 Quelli paralellogrammi che sega per mezzo il diametro di ogni spa
2 tio paralellagrammo, sono detti stare attorno al medesimo diametro, & qual si uoglia de quelli detti paralellogrammi che stanno attorno al detto diametro con li duoi supplementi è detto gnomone.

Quali sieno li paralellogrammi che stanno attorno del diametro, e quali sieno li supplementi fu dechiarato, sopra la demostratione della quadragesima tertia del primo.

Sia il paralellogrammo.a.b.c.d. & lo diametro di quello.a.d. ilqual diametro sia diuiso dalle due linee.e.f.& .g.h. dutte equidistante alli lati oppositi del ditto paralellogrãmo, lequal se seghino fra loro sopra il detto diametro.a.d. in ponto.k. dilche questo tal paralellogrammo serà diuiso in quattro paralelligrammi, & li duoi de quelli, cioè il paralellogrammi.a.g.e.K.& .k.f.h.d. liquali el diametro.a.d. li sega per mezzo, sono dette stare attorno al diametro come sopra alla detta quadragesima tertia propositione del primo etiam fu detto, & li altri duoi che non sono segati del detto diametro.a.d. sono detti supplimẽti, per la quadragesima tertia del primo, liquali duoi supplementi sono.e.k.c.h. & g.k.b.f. hor dico che questi duoi supplementi gionti con un delli duoi paralellogrammi.a.e.g.k. ouer.k.h.f.d. che stanno attorno al diametro, insieme componeno una figura chiamata gnomone, uerbi gratia, tollendo il paralellogrammo.K.h.f.d. insieme con li duoi supplementi.e.k.c.h.& g.K.b.f. formaranno una figura, come qui appare, laqual (come è detto di sopra) si chiamarà gnomone, ma che tolesse anchora l'altro paralellogrammo.a.e.g.K. con li predetti duoi supplimenti.e.k.c.h.& g.K.b.f. formaranno etiam loro una figura, come qui appare; laquale, come è detto di sopra, si chiamerà similmente gnomone, e questo è quello che uolemo inferire. Onde seguita che



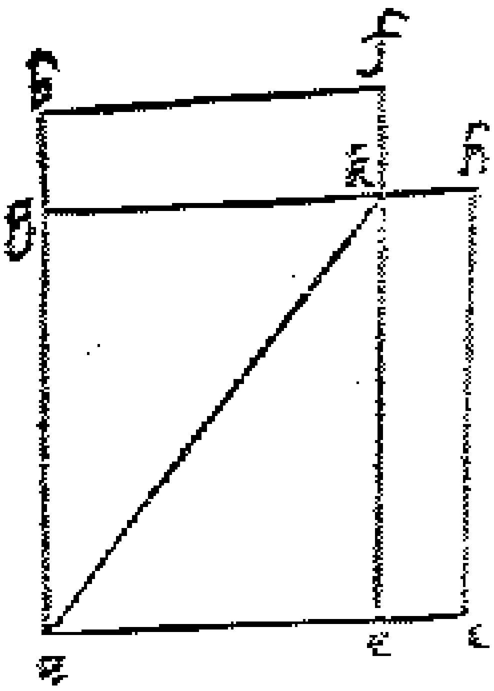


aggiunto

aggionto a cadauno di questi duoi gnomoni il parallelogrammo che gli manca refar mezo un'altra volta tutto il parallelogrammo, et a benche, il detto gnomone cresca di area, tamen il non se altera, over muta della sua circonferentia laterale, si come dice Aristotele nelli predicamenti.

Il Tradottore.

Gnomon



Questo sopra scritto correllario vol inferire che per l'aggiongere over cavare delli sopradetti parallelogrami sempre se cresce, over se sminuisse la superficie della figura, dove si aggionge over cava, & tamen mai gli cresce over sminuisce la circonferentia laterale, essempli gratia, se del parallelogrammo .a.b.c.d. ne cavaremo lo parallelogrammo .a.g.e.k. restarà lo primo gnomone, ilqual gnomone serà di minor superficie del parallelogrammo .a.b.c.d. tamen la sua circonferentia laterale serà equale alla circonferentia laterale del detto total parallelogrammo, cioe che le sei linee .e.k: k.g: g.b: b.d: d.c. & c.e. che circondano il detto gnomone sono equale in summa alli quattro lati .a.b: b.d: d.c. e .c.a. che circondano il total parallelogrammo, laqual cosa per te facilmente apprehenderai, senza altra dimostratione.

Theorema .1. Propositione .1.

Se seranno due linee rette delle quale una sia divisa in quante parti si voglia, Quello che vien fatto del dutto dell'una in l'altra serà equale a quelli rettangoli, che seranno produtti dal dutto della linea non divisa in cadauna parte della linea particolarmente divisa.

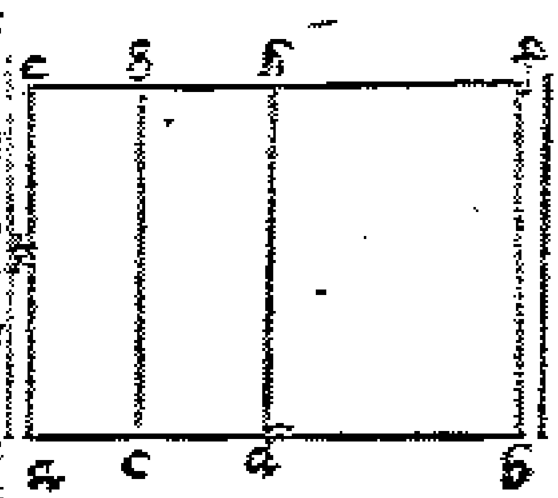
Siano le due linee .a.b. & .c. una dellequal, cioe .a.b. sia divisa poniamo in tre parti l'una dellequal parte sia .a.d. la seconda .d.e: & la terza .e.b. hor dico che quel che vien fatto dal dutto della linea .c. in tutta la linea .a.b. serà equale a quelli parallelogrammi rettangoli (gionti insieme) che seran fatti della linea .c. in la .a.d. & in la .d.e. & in la .e.b. E per dimostrar questo sopra li duoi ponti .a. & .b. ergerò le due linee .a.m. & .b.m. perpendicolare alla linea .a.b. (per la dottrina dell'undecima propositione del primo) dellequal perpendicolare ne segarò le duoi parti .a.f. & .b.g. che ciascuna sia equale alla linea .c. poi compirò il parallelogrammo .a.f.b.g. ducendo la linea .e.f.g. & questo tal rettangolo, over parallelogrammo è proprio il dutto de la linea .c. in tutta la linea .a.b. come di sopra fu detto. Anchora delli duoi ponti .d. & .e. tirarò le due linee .d.h. & .e.k. equidistante alli duoi lati .a.f. & .b.g. e l'una e l'altra di quelle seranno equale (per la trigesima quarta propositione del primo) similmente l'una e l'altra serà equal alla linea .a.f. & per la pri-

ma

ma concettione, alla linea.c. Adonque per le cose diffinite di sopra, il rettangolo.a.d.f.h. vien produtto dal dutto della linea.c. in la linea.a.d. & vien ditto esser contenuto sotto a quelle (come fu detto di sopra) & cosi il rettangolo, d, h, e, K, della detta linea, c, & della linea, d, e, serà contenuto, & similmente il rettangolo, e, k, b, g, vien pur fatto della linea, c, dutta in linea, e, b, & perche tutti questi tre rettangoli piccoli insieme gionti empieno totalmente tutto il gran rettangolo. a.f.b.g. pero tutti tre gionti insieme sono equali a quello, che è il proposito.

Theorema.2. Propositione.2.

2 Se una linea retta serà divisa in parti, quello che è fatto dal dutto de
2 tutta la linea in se medesima, serà equale a quelli rettangoli che serãno fatti dal dutto della medesima in tutte le sue parti.



Sia la linea.a.b. laqual sia divisa in quante parte si voglia, ma per il presente sia divisa in tre l'una sia.a.c. la seconda, c, d, la terza, d, b, hor dico che quello che vien fatto dal dutto di tutta la linea. a.b. in se medesima, che seria il quadrato di quella, serà equale a quelli tre rettangoli, che seranno fatti dal dutto de tutta la detta linea, a, b, in ciascuna di quelle tre parti, cioe nelle tre linee a.c. c.d. & d.b. & per dimostrar questo sopra la linea, a, b, per la quadragesima sesta propositione del primo descriverò il quadrato, a, b, e, f, & dalli duoi ponti, c, et, d, produrro le due linee, c, g, & , d, h, equidistante alli duoi lati, a, e, et, b, f, dilche tutto il quadrato, a, e, f, b, serà diviso in tre rettangoli, liquali son, a, e, g, c, g, c, h, d, & , h, d, f, b, & perche le due linee, c, g, & , d, h, sono equale, & caduna di loro sono equale al lato a, e, che è quato la, a, b, per la trigesima quarta propositione del primo, adonque li tre rettangoli sono contenuti sotto alla linea, a, b, per longhezza, & per larghezza l'uno è contenuto sotto alla parte, a, c, l'altro sotto alla parte, c, d, il tertio sotto alla parte, d, b, & perche li ditti tre rettãgoli empieno totalmente tutto il quadrato, a, b, e, f, il nostro proposito vien a esser manifesto. Anchora per la precedente se potea proceder in questo modo, sia tolto la linea, k, equale alla linea, a, b, & perche il rettangolo compreso sotto alla linea, K, & alla linea, a, b, divisa serà equale, alli rettangoli fatti della linea, k, in le tre parti della, a, b, come nella precedente fu dimostrato, ma perche il rettangolo della, k, in la, a, b, è quanto il quadrato della, a, b, & li tre rettangoli della, k, in le parti de, a, b, è tanto quanto li tre rettangoli de, a, b, in le tre parti de lui medesimo, perche la, k, & la, a, b, sono equale seguita adonque la verità del nostro proposito.

Theorema.3. Propositione.3.

3 Se una linea retta serà divisa in due parti (come si voglia.) Quello
3 che vien fatto dal dutto di tutta la linea, in l'una de dette due parti,

serà equale al dutto della medesima parte in se medesima, & al dutto dell'una parte in l'altra.

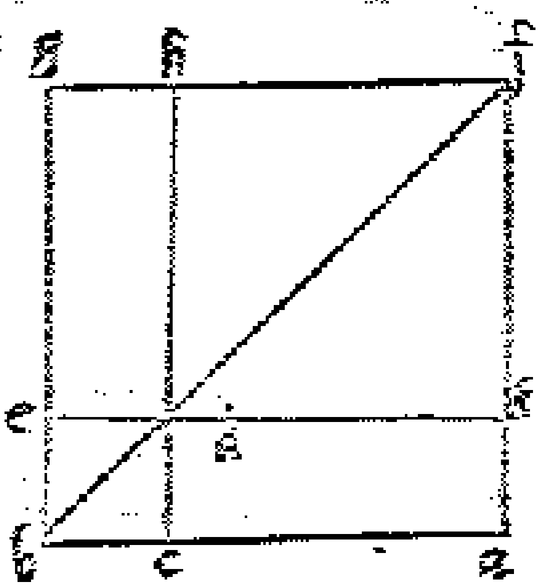
Sia la linea.a.b. divisa in.a.c. & b.c. dico che quello ch'è fatto da tutta la linea.a.b. in la sua parte.a.c. cioè rettangolo contenuto sotto a tutta la linea.a.b. & la sua parte.a.c. serà equale al quadrato della medesima parte.a.c. insieme con lo rettangolo contenuto sotto al le due parti, cioè.a.c. & c.b. E per dimostrar questo costituirò sopra la linea.a.b. il rettangolo.a.b.d.e. talmente che la sua larghezza.a.d. sia equale alla parte.a.c. & questo farò per la dottrina della prima propositione, poi dal ponto.c. produrò la linea.c.f. equidistante alli dui lati.a.d. & b.e. laqual linea.c.f. serà equale al lato.d.a. & al lato b.e. per la trigesima quarta propositione, & per la prima concettione serà etiam equale alla parte.a.c. dilche il rettāgolo.a.c.d.f. serà quadrato, et serà quello della parte.a.c. et l'altro rettangolo.c.b.f.e. è quello ch'è fatto della parte.a.c. dutta in la parte.c.b. perche se vede che la sua larghezza.c.f. è equale alla parte.a.c. & la longhezza è l'altra parte.c.b. & perche questi dui rettangoli, cioè il quadrato.a.c.d.f. & lo rettangolo.c.b.f.e. empieno totalmente tutto il gran rettangolo.a.b.d.e. seguita adonque che lor dui siano equali a quel solo, e perche questo grā rettangolo è contenuto sotto alle due linee.a.b. & .a.d. et.a.d. è equale alla parte.a.c. adonque il nostro proposito è manifesto. anchor per un'altro modo se poteua far questa demostratione, cioè tolendo la linea.g. equale alla linea.a.c. perche il rettangolo della linea.g. in tutta la linea.a.b. (per la prima propositione di questo) serà equale alli dui rettāgoli fatti della linea.g. indivisa in le due parti.a.c. & c.b. della linea.a.b. divisa, & lo rettangolo della linea.g. in tutta la linea.a.b. è tanto quanto lo rettangolo della parte.a.c. in tutta la detta linea.a.b. perche.g. è tanto quanto.a.c. dal presupposito, similmente il rettangolo de.g. in.a.c. è tanto quanto il quadrato de.a.c. etiam il rettangolo de.g. in l'altra parte.c.b. è tanto quanto il rettoangolo della parte.b.c. in l'altra parte.c.b. dilche per la detta prima propositione di questo seria delucidato il nostro proposito.

Theorema.4. Propositione.4.

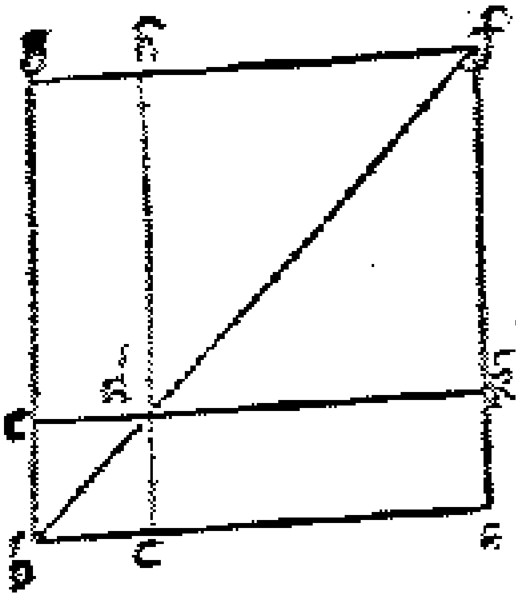
4 Se una linea retta serà divisa in due parti come si voglia, quel che vien
4 fatto dal dutto de tutta la linea in se medesima, è equale alli quadrati che vengono fatti dal dutto dell'una è l'altra parte in se medesima e al dutto, dell'una parte in l'altra due volte.

Corellario.

4 Da questo è manifesto che in ogni quadrato, le due superficie para-
4 lellogramme, che il diametro segha per mezzo son ambedue quadrate.



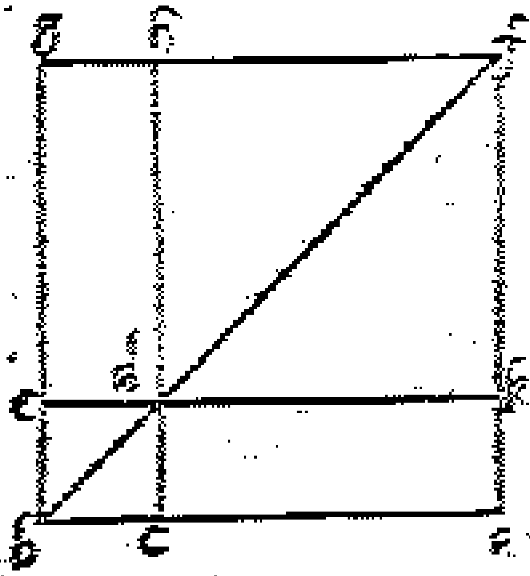
Sia la linea.a.b. divisa in.a.c.& .b.c. dico chel quadrato de tutta la linea.a.b. e equale alli duoi quadrati delle due linee.a.c. & .b.c. & al doppio di quello che fatto dal dutto della linea.c.b in la.a.c.(cioè del rettangolo de.c.b in.a.c.) Et per dimostrar questo descriuerò sopra la linea.a.b. per la quadragesima sesta, del primo il quadrato.a.b.f.g.& tiro il diametro.f.b. & dal ponto.c.per la trigesima prima propositione del primo, e duco la linea.c.h. equidistante alli duoi lati.b.g.& .a.f.laqual sega il diametro.f.b.nel ponto.d.dalqual ponto.d.tiro la linea. K.e.per la medesima trigesima prima del primo,equidistante alli duoi lati.a.b.& .f.g.& cosi tutto il quadrato.a.b.f.g.serà diuiso in quattro rettangoli delli quali li duoi,cioe,a,K,c,d,& ,h,d,g,e,sono li duoi supplementi,liquali sono equali fra loro per la quadragesima tertia propositione del primo,li altri duoi,cioè. K.d.f.h. & c.d.b.e. sono quelli, che sono segati per mezzo dal diametro.f.b. & questi duoi sono quadrati laqual cosa se dimostrerà in questo modo,perche.c.h.è equidistante al lato.a.f. & ambedue sono seghate della linea.f.b.dilche per la secōda parte della vigesima nona del primo l'angolo.b.d.c. intrinsico serà equale allo angolo.b.f.a. intrinsico a se opposito,& perche lo angolo.a.b.f.è equale anchora lui al ditto angolo.b.f.a.per la quinta propositione del primo, perche il lato.a.f.è equale al lato.a.b. del triangolo.a.f.b.dilche per la prima concettione l'angolo.c.d.b.serà equale all'angolo.c.b.d.seguita adonque per la sesta propositione del primo, chel lato.c.d. sia equale al lato.c.b.del triangolo.c.b.d.& per la trigesima quarta propositione del primo, il lato.d.e.serà equale al lato.c.b.similmente il lato.e.b.al lato.c.d. seguita adonque per la prima concettione che'l paralellogrammo.c.d.b.e.sia di quattro lati equali,dico anchora etiam quel esser rettangolo, perche la linea.c.d.è equidistante alla linea.e.b.& ambedue sono segate della linea.c.b.d.dilche per la tertia parte della vigesima nona del primo,li duoi angoli.d.c.b.& .e.b.c intrinsici sono equali a duoi angoli retti,& perche l'angolo.e.b.c.e retto per essere l'angolo del quadrato.a.b.f.g.è necessario che etiam l'angolo.d.c.b.sia retto & per la trigesima quarta del primo,li duoi angoli.c.d.e.& .b.e.d.contraposti seranno retti,adonque.c.b.d.e.serà quadrato,& serà il quadrato della linea.c.b.& per lo medesimo modo e uia se approuerà. K.d.f.h.esser quadrato, dilche il correlario serà manifesto, & perche il lato.k.d.del quadrato K.d.f.h.(per la trigesima quarta del primo) è equale alla linea.a.c.seguita adonque che'l quadrato. k.d.f.h.sia il quadrato della linea.a.c. Adonque li duoi quadrati.c.b.d.e. & .k.d.f.h.sono li duoi quadrati delle due linee.a.c.& .c.b.& perche li duoi supplementi.a.c.k.d.& .h.d.g.e.sono equali, per la quadragesima tertia del primo, & lo supplemento.a.c.k.d.è contenuto sotto alla linea.a.c.& alla linea.c.b.(perche.c.d.è equale al.c.b.)adonque ambiduoi li supplementi.a.c.k.d.et.h.d.g.e.gionti insieme seranno il doppio del produtto della parte.a.c.in la parte.c.b.& perche questi duoi supplementi insieme con li duoi quadrati de.a.

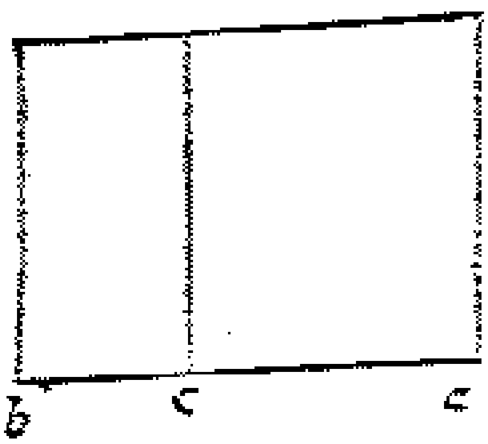


a. & de. c. b. empieno precisamente il gran quadrato a. b. f. g. de tutta la linea. a. b. adonque tutti lor quatro sono equali a lui solo, che è il proposito. Nella prima tradottione se fa la dimostratione della presente quasi al opposito di questo, perche lui prima constituisse il quadrato. c. d. b. e. sopra la parte. c. b. poi gli aggiongo el detto quadretto il gnomone secondo il dutto diretto dell'altra linea. a. c. ilquale se farà in questo modo, in lo quadretto. c. d. b. e. tiro il diametro. b. d. & dal ponto. a. duco la perpendicolare sopra la linea. a. b. laqual sia la linea. a. K. laqual. a. K. insieme col diametro d. b. produtto fina a tanto che concorrano nel ponto. f. & dal ponto. f. produro. f. b. equidistante alla linea. a. b. laqual. f. b. insieme con. b. e. produtto fina che concorrano in ponto. g. e produro. c. d. fina in. h. & e. d. fina. K. & cosi serà costituido il gran paralellogrammo, a, f, b, g, diviso in quattro paralellogrammi, come appare, hor ne bisogna dimostrar che lui sia quadrato insieme con lo paralellogrammo, k, f, d, h, & questo si farà mediante il presupposito quadretto, c, d, b, e, perche li duoi lati, c, d, & , e, b, del triangolo, d, e, b, sono equali, li duoi angoli, e, d, b, & , e, b, d, sono etiam equali, per la quinta del primo, & perche l'angolo, e, è retto (dal prosupposito) dilche per la trigesima seconda del primo, li ditti duoi angoli, e, d, b, & , e, b, d, ciascun di loro serà la mittà d'un angolo retto, & per le medesime ragion l'uno e l'altro delli altri duoi angoli, c, d, b, & , c, b, d, seranno la mittà d'un angolo retto, per laqual cosa li quattro angoli, cioe, h, f, d, & , h, d, f, & , k, f, d, & , k, d, f, ciascun di loro seranno la mittà d'un angolo retto, et questo se approuerà (per la seconda parte della vigesima nona del primo) perche la linea. b. f. sega le due linee. a. f. & . h. c. equidistante, e similmente le altre due. g. f. et. e. k. etiam. g. b. che sono pur equidistante, dilche l'angolo. h. f. d. serà equale all'angolo, e, d, b, che è la mittà d'un retto, et l'angolo. h. d. f. serà equale all'angolo, e, b, d, adonque li duoi angoli, h, d, f, & h, f, d, sono equali perche ciascun è mezzo angolo retto, adonque li duoi lati, h, d, et h, f, del triangolo, d, h, f, per la sesta del primo seranno equali similmente li duoi lati. k. d. & . K. f. del triangolo. K. d. f. per le medesime ragion seran equali, & per la trigesima quarta del primo, il paralellogrammo, K, f, d, h, serà de lati equali etiam rettangolo, perche li duoi angoli terminanti in. f. sono mezzo angolo retto per uno, adonque tutto l'angolo, g, f, a, serà retto, similmente l'angolo, b. d, k, & similmente per la terza parte della vigesima nona del primo, l'angolo. a. & l'angolo. g. seranno retti, similmente li duoi lati. g. f. & g. b. del triangolo. g. b. f. seranno equali (per la sesta del primo) & similmẽte li altri duoi lati. a. b. & . a. f. dell'altro triangolo, a, b, f, serã equali, Adonque li duoi paralellogrammi. a. f. b. g. & . k. f. d. h. seranno quadrati, per la trigesima quarta del primo, & perche il gran quadrato, a. f. b. g. è il quadrato di tutta la linea. a. b. & quello è diviso in quattro rettangoli li duoi che sono attorno al diametro. f. b. sono li quadrati delle due linee. a. c. & . c. b. perche la linea

k. d. è

k,d, è equale alla linea,a,c, & li duoi supplementi sono equali fra loro (per la quadragesima tertia del primo) & l'uno di quelli, cioe,a,K,c,d, è contenuto sotto alle due linee,a.c. & c.b. perche,c,d, è equale al detto,c,b. Adonque li duoi supplementi,a,k,c,d,b,e,g, gionti insieme seranno il doppio di quello che è fatto della linea,a,c, in la linea.c.b. & perche li ditti duoi supplemēti insieme con li duoi quadretti delle due linee,a,c, & ,c,b, impieno precisamente il gran quadrato.a,f,b,g. adonque tutti quattro se aguagliano a lui solo, che è il proposito. Anchora per un'altro piu spedito modo se puo far questa demostratione, sia anchora la medesima linea.a.b. diuisa in,a,c, & ,c,b, dico che'l quadrato de tutta la linea,a,b, è equale alli duoi quadrati delle due linee,a,c, & ,c,b, insieme con il doppio del rettangolo compreso sotto alle due linee,a,c, et,c,b. Che per questo altro modo lo dimostrarò sopra la linea, a,b, (per la quadragesima sesta del primo) cōstituisco il quadrato,a,f,b,g, in quello tiro tutte le linee, come di sopra fu fatto, cioe,f,b.c.h.k,e, & perche li tre angoli del triangolo,g,f,b, sono (per la trigesima seconda del primo) equali a duoi angoli retti, & perche l'angolo,g, è retto (dal presupposito) necessaria adonque che li altri duoi (cioe l'angolo,g,f,b, & ,g,b,f,) insieme siano un sol angolo retto, & perche li duoi lati,g,f, & ,g,b, del ditto triangolo,g,f,b, sono equali (dal presupposito per esser li lati del quadrato) li duoi angoli,g,f,b, & ,g,b,f, (per la quinta del primo) serāno equali, & perche tutti duoi sono un sol angolo retto, adonque cadauno di loro serà un mezzo angolo retto, & perche la linea,a,b, sega le due linee,f,a, & b,c, equidistante, l'angolo,d,c,b, estrinsico serà equale all'angolo,a, intrinsico, & perche l'angolo,a, è retto (per esser l'angolo del quadro) l'angolo,d,c,b, serà etiam retto, & perche li tre angoli del triangoletto,d,c,b, (per la detta trigesima seconda del primo) sono equali alli duoi angoli retti, e perche l'angolo,c, è retto li altri duoi insieme seranno un sol angolo retto, e perche l'angolo,d,b,c, è mezzo angolo retto (come se è prouato nel triangolo,a,f,b,) adonque l'altro angolo,c,d,b, serà un'altro mezzo angolo retto. Adonque li duoi angoli,c,b,d, & c,d,b, seranno equali (& per la sesta del primo) li duoi lati,c,d, & c,b, seranno etiam equali (& per la trigesima quarta del primo) il lato,d,e, serà equale al lato,c,b, & lo lato,e,b, al lato,c,d, & l'angolo d,e,b, all'angolo,d,c,b, ch'è retto, similmente tutto l'angolo,b, è retto (ch'è l'angolo del gran quadro) retto serà etiam tutto l'angolo,d, a lui opposito, adonque,c,d,b,e, serà quadrato, (& della linea,c,b, come appare) & per la medesima ragione serà etiam quadrato,k,d,f,h, seguita adonque che li duoi paralellogrammi,c,d,b,e, & K,d,f,h, che sono intorno al diametro,f,b, sono quadrati, il correlario adonque serà manifesto, & perche,d,K, è equale al,c,a, il quadrato adonque,k,d,f,h, serà il quadrato della linea,a,c, & perche li duoi supplementi,a,k,c, & ,d,h,e,g, sono equali (per la quadragesima tertia del primo) & perche il supplemento,a,c,k,d, è contenuto sotto alla linea,a,c, & alla linea,c,b, (per esser,c,d, equale al detto,c,b,) adon-





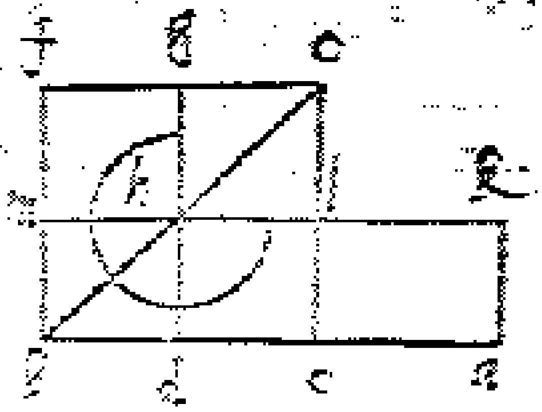
b.) adonque ambiduoi li detti supplementi insieme seranno il doppio del rettangolo fatto della linea.a.c.in la linea.c.b. & perche li detti duoi supplementi insieme con li detti duoi quadrati delle due linee.a.c.& c.b.impiono precisamente il gran quadrato.a.f.b.g.della linea.a.b.adonque tutti quattro seranno equali a lui solo,che è il proposito. Anchora piu facilmente se poteua far la demostration della soprascritta propositione (per la seconda & terza propositione) essempli gratia, sia anchora la linea.a.b.diuisa in.a.c.& c.b.dico che'l quadrato de tutta la linea.a.b. serà equale alli duoi quadrati delle dette due linee.a.c.b.& al doppio del rettangolo compreso sotto alle due parti.a.c.& b.c.che per questo altro breue modo se dimostrerà. Perche il quadrato della linea.a.b.(diuisa in.c.) è equale (per la seconda propositione di questo) alli duoi rettangoli fatti da tutta la linea.a.b.in le sue due parti.a.c.& c.b.ma perche ciascun di questi duoi rettangoli sono equali al rettangolo de l'una in l'altra & al quadrato di essa parte (per la tertia di questo) essempli gratia,il rettangolo de tutta la linea.a.b.in la parte.a.c.è equale al rettangolo del la.a.c.in la.c.b.& al quadrato della detta.a.c.(per la tertia di questo) similmente

l'altro rettangolo della linea.a.b.in l'altra.c.b.è pur equale a un'altro rettangolo della detta linea.c.b.in la detta linea.a.c.& al quadrato della detta linea.c.b.(come nella detta tertia questo fu dimostrato) e perche adonque questi duoi rettangoli della linea.a.b.in le due parti.a.c.& c.b.uno di loro è composto del quadrato della parte.a.c.& d'un rettangolo della.c.b.in la.a.c.& l'altro è composto il quadrato dell'altra parte.c.b.e d'un altro rettangolo pur della.c.b.in la.a.c.diche in a tutti duoi li detti rettangoli de.a.b.in le due parti.a.c.& c.b contenerranno li dui quadrati de le due parti,a,c,& c,b,et due uolte el rettangolo della,c,b,in la,a,c,& perche li detti dui rettangoli de,a,b,in le due parti,a,c,et,c,b, sono equali al quadrato della detta linea,a,b,(come è detto di sopra) seguita adonque (per la prima concettione) che li dui quadrati de le due linee,a.c.et.c.b.con lo doppio del rettangolo della,b,c,in la,a,c,esser equali al detto quadrato de la detta linea,a,b,che è il proposito.ma procedendo per questo modo non se uerria a delucidar il correllario,cioe che le superficie che sono segate dal diametro ambidue sono quadrati,pero è meglio ciascun delli altri tre modi di sopra posti,ma non uolendo approuar il correllario questo seria piu breue.

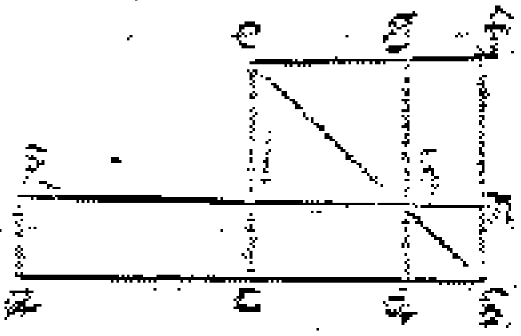
Theorema.5. Propositione.5.

5 Se'l serà segata una linea retta in due parti equali,& in due altre non
5 equale,il rettangolo che è contenuto sotto alle settioni inequali,di tutta la linea,con il quadrato che uien descritto da quella linea che è fra l'una,& l'altra settione, è equale al quadrato che uien descritto dalla mità di tutta la linea dutta in se medesima.

Sia la linea, a, b, diuisa in due parte equale nel ponto, c, & in due parti inequale, nel ponto, d, dico che'l quadrato della linea, c, b, è equale a quello che vien fatto dal, a, d, in, d, b, & del quadrato de, c, d, et per dimostrar questo io descriuerò sopra la linea, c, b, (per la quadragesima sesta del primo) il quadrato, c, e, b, f, nel quale tiro il diametro, e, b, & dal ponto, d, tiro la linea,



d, g, equidistante alli duoi lati, c, e, & b, f, laqual segarà il diametro, e, b, in ponto, h, & dal ponto, h, tiro una linea equidistante alla linea, a, b, laqual sia, h, k, laqual segarà la linea, b, f, in ponto, m, & la linea, c, e, in ponto, l, & tirarò la linea, a, k, equidistante alla linea, c, e, hor dico che l'una e l'altra delle due superficie, l, g, & d, m, (per lo correlario della precedente) serà quadrata (e per la quadragesima terza del primo) li dui supplementi, c, h, & h, f, sono equali, giongendo adonque equalmente a ciascuno il quadrato, d, m, (per la seconda concettione) il parallelogrammo, c, m, serà equale al parallelogrammo, d, f, & perche il parallelogrammo, a, l, è equale al parallelogrammo, c, m, (per la trigesima sesta del primo) per esser la basa, a, c, equal alla basa, c, b, & (per la prima concettione) serà etiam equale al parallelogrammo, d, f. Adonque se del parallelogrammo, a, h, m, la sua parte, a, l, è equale al parallelogrammo, d, f, tutto il ditto parallelogrammo, a, h, serà equal al gnomone, che circonda el quadrato, l, g, & perche



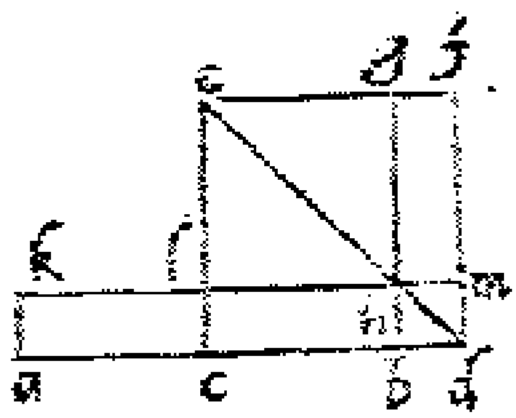
il ditto gnomone insieme con lo quadrato, l, g, (ilquale vien a esser il quadrato della linea, c, d, per esser, l, h, equale alla ditta, c, d,) impieno precisamente tutto il quadrato, c, f, della linea, c, b, seguita adonque che'l ditto gnomone insieme col quadrato della linea, c, d, sian equali al quadrato della linea, c, b, & perche il detto gnomone è equale (come è detto) al parallelogrammo, a, h, ilquale è contenuto sotto alle due parti, a, d, & d, b, inequale (per esser, d, h, equale alla detta, d, b,) per esser ciascun lato del quadrato, d, m, adonque il parallelogrammo, a, h, insieme con lo quadrato della linea, c, d, serà equali al quadrato della linea, c, b, che è il proposito.

Il Tradottore.

Nota che per le due superficie, l, g, & d, m, se die intendere le due superficie, l, e, h, g, & d, b, h, m, perche in nominar una superficie quadrangola, in la seconda tradottione se costuma à nominarla solamente cō due lettere diametralmēte opposite, come di sopra si è fatto, e pero di questo bisogna auertire in le cose che seguita.

Theorema. 6. Proposizione. 6.

6/69 Se una linea retta sia diuisa in due parti equali, & che à quella sia aggionto in longo un'altra linea, quello che uien fatto dal dutto di tutta la linea cosi composta, in quella che gia è stata aggionta cō quello, che uien fatto dal dutto della mità della linea in se medesima: è equale al quadrato descritto dal dutto di quella linea che è composta da quella linea aggionta, & dalla mità, in se medesima.



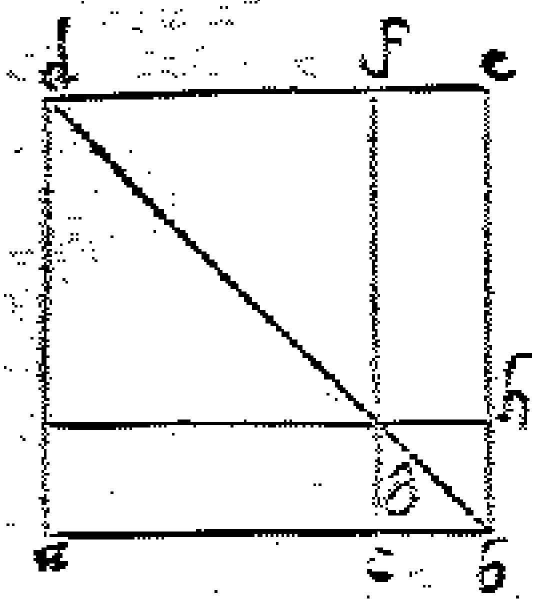
Sia la linea.a.b. diuisa in due parti equale in ponto.c.et a quella che gli sia aggionta la linea.b.d.dico che'l quadrato della linea.c.d. (il qual sia.c.d.e.f.) è equale al rettangolo fatto da tutta la linea. a.d.in.la.b.d. & al quadrato della linea.c.b. Et per dimostrar questo produro nel quadrato predetto il diametro, d, & dal ponto.b.tiro la linea.b.g.equidistante alla linea.d.f.la qual segarà il diametro e.d.nel ponto.h.dal qual ponto.h.tiro la linea.h.k.equidistante alla linea a.d.laqual sega la linea.f.d. in ponto.m. & la linea.c.e.in ponto.l. & produrò la.a.k.equidistante alla.c.l.dilche il parallelogrammo.a.l. serà equal al parallelogrammo.c.h.(per la trigesima quinta del primo) per esser la.a.c.equale alla.c.b.& lo supplemento.c.h.serà equale al supplemento.h.f.(per la quadragesima tertia del primo)per la qual cosa.a.l.serà etiam equale al ditto supplemento.h.f.dilche aggiongendo equalmente a ciascun di loro lo parallelogrammo.c.m.la summa serà ancor equal(per la seconda concettione) adonque il gnomone.f.h.l.serà equale alla superficie.a.m.aggiongendoli etiam equalmente.l.g. (qual è quadrato)per lo correlario della quarta, serà pur le ditte due summe ancor equale, et perche il ditto gnomone.f.h.l.con lo quadrato l.g.se equalia al quadrato.c.f. adonque il rettangolo.a.m. con lo detto quadrato.l.g.serà equale al ditto quadrato.c.f. il quale è il quadrato della linea.c.d. & perche il quadrato.l.g. è il quadrato della linea.c.b.per esser.l.h.equale al.c.b. & lo rettangolo.a.m.è contenuto sotto a tutta la linea.a.d. e alla linea.d.b.(per esser.d.m.equale al.b.d.)per esser ciascun lato del quadrato.b.m.seguita adonque che'l rettangolo fatto della linea.a.d.in la linea.b.d. con lo quadrato della linea.c.b. esser equali al quadrato della linea.c.d.che è il proposito.

Theorema.7. Propositione.7.

7 / 7 Se una linea retta sia diuisa in due parti, come si uoglia, quello che uien fatto dal dutto di tutta la linea in se medesima con quella, che uien fatto dal dutto di l'una di dette parti in se medesima, è equale a quelli rettangoli che uengono fatti da tutta la linea in la medesima parte due uolte, & al quadrato dell'altra parte in se medesima.

Sia la linea.a.b. diuisa in due parti in ponto.c. dico che'l quadrato de tutta la linea.a.b.con lo quadrato della linea.c.b.è equale a quello che uien fatto della linea.a.b.due uolte in la.c.b.insieme con lo quadrato della linea.a.c.Et per dimostrar tal cosa descriuerò il quadrato della linea.a.b.(per la quadragesima sesta

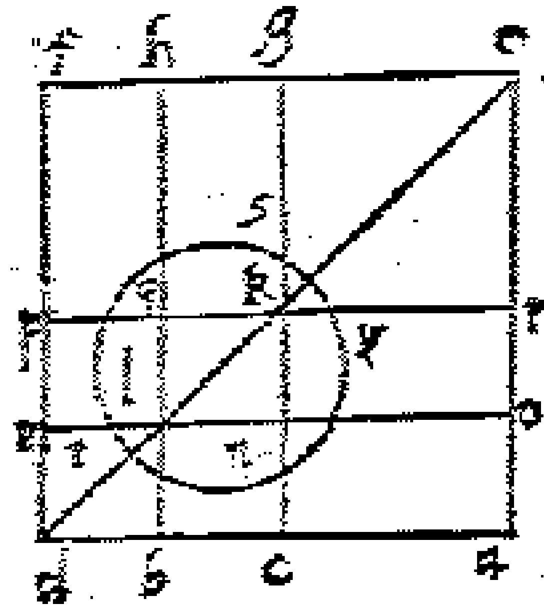
del



del primo) qual sia il quadrato, a, b, d, e, & protrarò il diametro. d. b. dal ponto c. tirarò la linea, c, f, equidistante alla linea. b. e. laqual sega il diametro. d. b. in lo ponto. g. et dal ponto. g. tiro la linea. K. g. h. equidistante alla linea. a. b. & perche il quadrato a. e cō lo quadrato c. h. sono tanto quanto il quadrato k. f. con le due superficie a. b. c. e. & perche le due superficie. a. b. & c. e. sono de piu del gnomone. a. b. f. tanto quanto è il quadrato, c, h, per esser il detto quadrato compute à due fiade, cioè una in la superficie. a. b. & l'altra in l'altra superficie. c. e. & perche queste due superficie. a. b. & c. e. sono equale (come per la 43. del primo se puo prouare) & l'una di quelle, cioe a. b. è contenuta sotto a tutta la linea. a. b. & alla linea. c. b. per essere. b. h. equale alla b. c. (per esser ciascuna lato de. c. h. ilquale è quadro insieme con. K. f. per il correlario della quarta di questo, adonque le due superficie. a. b. & c. e. insieme sono il doppio de. a. b. agiunto a quelle il quadrato. k. f. (ilqual uien a esser il quadrato della. a. c. per esser la. k. g. equal alla detta. a. c. tutta questa summa serà equal a tutto il quadrato. a. e. insieme con lo quadrato. c. h. che è il proposito.

Theorema. 8. Propositione. 8.

8 Se una linea retta sia diuisa in due parti come si uoglia, & à quella gli sia aggionto in longo un'altra linea equale a una di quelle parti, Quello che uien fatto dal detto di tutta la linea cosi composta in se medesima, serà equale al rettangolo fatto dal detto della prima linea in quella agionta quattro uolte, & al quadrato de l'altra parte.



Sia la linea. a. b. diuisa in ponto. c. allaquale sia agiunto in longo la linea. b. d. equale alla parte. c. b. dico che'l quadrato de tutta la linea. a. d. (ilquale sia. a. d. e. f.) è equale a quattro rettangoli fatti della linea. a. b. in la linea. b. d. & al quadrato della linea. a. c. Et questo serà manifesto dutto il diametro. e. d. e dalli duoi ponti, c, & , b, dutte le due linee, c, g, & , b, h, equidistante alla linea d, f, laquale segano il diametro, e, d, nelli duoi ponti, l, & , k, dalliquali ponti tiro le due linee, p, q, K, r, & , m, l, n, o, equidistante alla linea, a, d, di che tutto il quadrato della. a. d. serà diuiso in noue superficie dellequale la superficie, r, g, e tutta la superficie. c. p. sono quadrate (per lo correlario della quarta di questo) & perche il quadrato, c, p, è diuiso in le quattro superficie, c, l, b, m, n, q, & l, p, di le quale le due cioe b, m, & , n, q, son etiam quadrate (per lo detto correlario della quarta di questo) & perche, b, d, è equale al, b, c, il supplemento, c, l, serà (per la trigesima sesta del

primo)

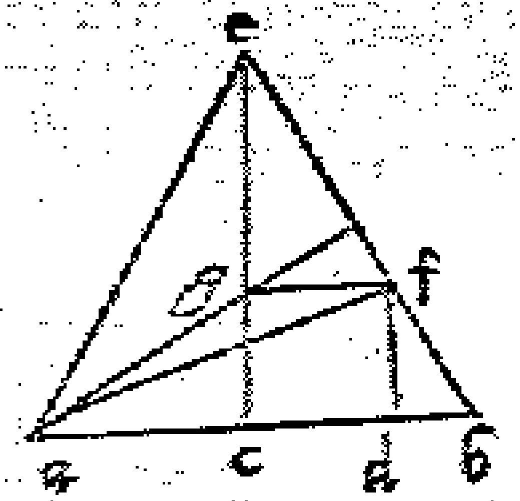
primo) equale al quadretto.b.m. & perche il supplemento.l.p. equale al ditto supplemẽto.c.l. (per la quadragesima tertia del primo) serà etiam equale al ditto quadretto.b.m. (per la prima concettione) e perche il lato del quadretto.n.q. cioe.n.l. (per la trigesima tertia del primo) è equal al.c.b. & c.b. è equale (com'è detto) al lato.b.d. (seguita per la prima cõcettione) che'l lato.n.l. sia equale al lato.b.d. (per communa sententia) il quadretto.n.q. serà equale al quadretto.b.m. dal che tutto il quadretto.c.p. viene esser diviso in quattro parte equali, cioè in li quattro quadretti predetti, e perche li dui supplementi.a.k. & k.f. del quadrato.a.f. son equali (per la quadragesima tertia del primo) & perche.n.c. è equale al.b.l. lato del quadretto.b.m. (per la trigesima tertia del primo) similmente il lato.k.n. del quadretto.n.q. è equale al detto lato.b.l. (per esser li detti quadrati equali) adonque (per la prima concettione) k.n. serà equale al.n.c. (& per la trigesima sesta del primo) il parallelogrammo.c.o. serà equale al parallelogrammo.n.r. & perche li dui supplementi.n.r. & k.h. del quadrato.l.e. sono equali (per la ditta.43. del primo) cavandoli dalli dui primi supplementi, cioè da.a.k. & k.f. li dui rimanenti, cioe.a.n. & q.f. (per la tertia cõcettione) seran equali, e perche.k.h. è equale (come è detto) al.n.r. & n.r. è equal al.a.n. seguita adonque che le quattro superficie, cioè.a.n.n.r.k.h. et.q.f. siano equale, per esser ciascaduna equale alla superficie.a.r. overo.c.o. (che è la medesima) & perche la detta superficie.a.n. gionzendo il quadrato.c.l. tutta la summa cosi composta (che seria il rettangolo.a.l.) serà il rettangolo compreso sotto la linea.a.b. & alla linea.b.d. (per esser.b.l. equale alla linea.b.d.) adonque le quattro superficie.a.n.o.k.r.k.h. & q.f. insieme con li quattro quadretti.c.l.b.m.n.q.l.p. seranno in summa quattro superficie.a.l. laqual summa serà il gnomõ.s.t.y. over.g.p.z. che è el medesimo, & perche il quadrato.r.g. è il quadrato della linea.a.c. (per esser.r.k. equale al.a.c. per la trigesima quarta del primo) e il detto quadrato.r.g. insieme con lo detto gnomone, se equaliano al quadrato de la linea.a.d. cioè, al quadrato.a.f. seguita adonque che il quadreto della linea,a,c, insieme con li quattro rettangoli fatti della linea,a,b, in la linea.b,d, se equaliano al quadrato della linea,a,d, che è il proposito.

Theorema.9. Propositione.9.

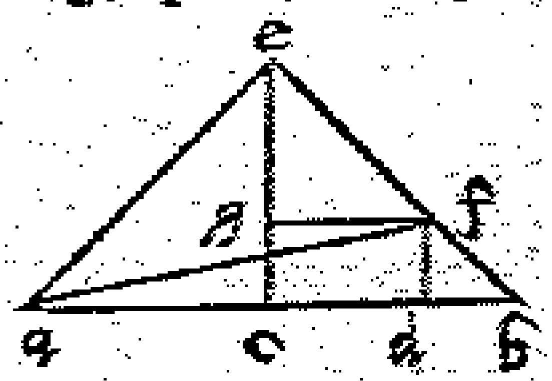
9 Se una linea retta sia divisa in due parti equale & in due non equali
9 li quadrati, che vengono fatti dal dutto delle settioni non equali in se medesime tolti insieme, son doppii alli quadrati descritti della mità della linea, & da quella linea che giace fra una e l'altra settiõ tolti insieme.

Sia la linea,a,b, divisa in due parti equale in ponto,c, & in dui parti non equale in ponto,d, dico che'l quadrato della linea,a,d, gionto con lo quadrato della linea d,b, sono doppii al quadrato della linea,a,c, gionto con lo quadrato della linea,c,d. Et per dimostrar questo, dal ponto,c, tiro la linea,c,e, perpendiculare alla linea.a.b. e quella faccio equal a l'una e all'altra delle due linee a,c, & ,c,b, & produco le due linee, e,a, & ,e,b, & serà costituido il triangolo,a,e,b, ilquale è diviso in dui

trian-



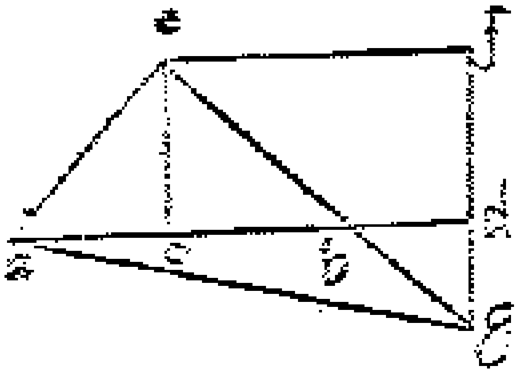
triangoli,e,c,b,& c,e,a,(dalla perpendicolare,e,c,) & perche el lato,c,e, è equale al lato,c,b,(del triangolo,c,e,b,) li duoi angoli,c,e,b,& c,b,e,(per la quinta del primo) sono equali, & per esser l'angolo,e,c,b,retto l'uno e l'altro delli duoi angoli,c,e,b,& c,b,e,(per la trigesima seconda del primo) sarà la mità d'un angolo retto, & per le medesime ragione li duoi angoli,c,a,e, & c,e,a, ciascun di loro serà la mità d'un angolo retto dilche tutto l'angolo,e, sarà retto (per esser composto de duoi mezzi angoli retti) hor dal ponto,d, produco la linea,d,f,equidistante alla,c,e,& perpendicolare sopra la linea,a,b, dilche l'un,e l'altro delli duoi angoli.d,serà retto, & perche l'angolo,d,b,f,(come è detto) e mezzo angolo retto,et perche l'angolo,b,d,f, è retto necessita (per la trigesima seconda del primo) che l'angolo,d,f,b, sia mezzo angolo retto (& per la sesta del primo) il lato,d,f,serà equale al lato,d,b,hor dal ponto,f,conduco la linea,f,g,equidistante alla linea,a,b,dilche li duoi angoli che sono al.g,(per la seconda parte della uigesima nona del primo) l'uno e l'altro serà retto, & l'angolo,e,f,g,(per la detta trigesima seconda del primo) serà la mità d'un angolo retto, per laqual cosa li duoi lati,g,e,& g,f,(per la sesta del primo) seranno equali (& per la penultima del primo) il quadrato de,e,f, è equal al quadrato de,e,g,& al quadrato de,g,f, per laqual cosa il quadrato del ditto,e,f, serà doppio al quadrato solo, de,g,f,& per esser,g,f, equale al,c,d,(per la trigesima quarta del primo) seguita adonque chel quadrato de.e.f. sia doppio al quadrato de.c.d. hor tiro la.f.a. & perche il quadrato de,e,a, è equale al quadrato de,a,c,& al quadrato de,c,e,(per la detta penultima del primo) & perche,a,c, è equale al,c,e, seguita che'l quadrato de a,e, sia doppio al quadrato de,a,c, & perche il quadrato de,a,f, è equale al,c,e, seguita che'l quadrato de,a,e,& de,e,f,(per la detta penultima del primo) adonque il quadrato de,a,f,serà doppio al quadrato de,a,c,& al quadrato,de,c,d,& perche il quadrato del detto,a,f,(per la detta penultima del primo) anchora lui è equal al quadrato della,a,d,& al quadrato della,d,f,seguita adonque che'l quadrato della,a,d,et lo quadrato della,d,f,gionti insieme sono doppij al quadrato della,a,c,& al quadrato della,c,d,tolti insieme,& perche il quadrato della,d,f,è equale al quadrato della,d,b, adonque li quadrati delle due linee,a,d,& d,b, seranno doppij alli quadrati delle due linee,a,c,& c,d, che è il proposito.



Theorema.10. Propositione.10.

10 Se una linea retta serà diuisa in due parti equali, & che a quella sia
10 aggionto in longo un'altra linea, il quadrato, che uien descritto de tutta con la aggionta, & il quadrato, che uien descritto da quella, che è aggionta l'un e l'altro di questi duoi quadrati tolti insieme è necessario esser

sere doppii, al quadrato che uiē descritto dalla mità della prima linea, & a quello che uien produtto da quella, che è composta della mità, & dall'aggionta, cioe di quelli duoi quadrati tolti insieme.



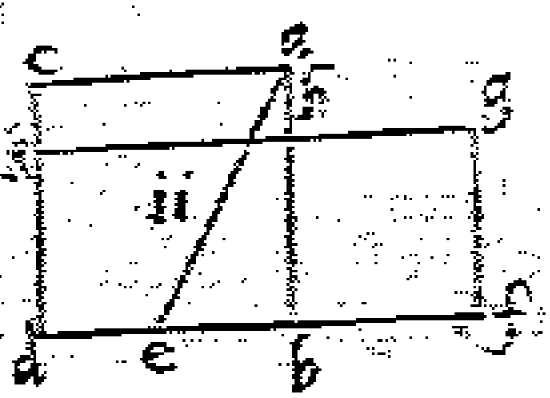
Sia la linea.a.b. diuisa in due parti equali in ponto c. & a quella sia agionta la linea.b.d. dico che'l quadrato della linea.a.d. insieme con lo quadrato della linea.b.d. ambidui cosi insieme sono doppii alli duoi quadrati delle due linee.a.c. & c.d. tolti ambiduoi insieme, & per dimostrar questo dal pōto.c. (per la.11.del primo) tiro la linea.c.e. perpendicolar alla linea.a.d. & quella (per la.3. del primo) pongo equale all'una e l'altra delle due.a.c. & c.b. & dal ponto.e. (per la prima petitiō) duco le due linee. e.a. & e.b. e serà constituido il triangolo.e.a.b. dil che l'un e l'altro de duoi angoli.a. et.b. per le ragione adutte nella precedente, serà la mità d'un angolo retto, & similmente l'uno & l'altro delli duoi angoli che sono al.e. seran pur la mità d'un angolo retto, dil che tutto l'angolo.e. uerrà esser retto (per esser composto de duoi mezzi angoli retti) & dal ponto.e. (per la trigesima prima del primo) produco la linea.e.f. equidistante alla linea.a.d. & equale alla linea.c.d. & produco.f.d. poi slongo le due linee.e.b. & f.d. per fina a tanto che lor concorrano in ponto.g. & produco la linea a.g. (& per la ultima parte della uigesima nona del primo) l'angolo.c.e.f. serà retto & perche l'angolo.c.e.b. è mezzo angolo retto, adonque l'angolo.b.e.f. serà etiam lui mezzo angolo retto, & perche (per la trigesima terza del primo).f.d. è equidistante al.c.e. serà l'angolo.f. (per la trigesima quarta del primo) retto, & (per la trigesima seconda del medesimo) l'angolo.e.g.f. serà la mità d'un angolo retto, & perche li duoi angoli.g.e.f. & .f.g.e. (del triangolo.f.e.g.) sono equali, per esser ciascun mezzo angolo retto seguita (per la sesta del primo) ch'l lato.e.f. sia equal al lato.f.g. & perche l'angolo.g.d.b. (per la seconda parte della uigesima nona del primo) è retto & l'angolo.d.g.b. è la mità d'un retto (come prouato habbiamo) adōque per la detta trigesima seconda del primo l'angolo.d.b.g. serà etiam lui la mità d'un retto (& per la sesta del primo) il lato.b.d. serà equale al.d.g. Adonque per la penultima del primo, il quadrato de.e.g. è doppio al quadrato de.e.f. similmente serà etiam doppio al quadrato de.c.d. per esser.c.d. equal al.e.f. (per la detta trigesima quarta del primo) anchora per la detta penultima del primo, il quadrato de a.e. serà doppio al quadrato del.a.c. & perche il quadrato de.e.g. è doppio (com'è detto) al quadrato de.c.d. adonque li duoi quadrati delle due linee.a.e. & .e.g. tolti insieme seranno doppii alli duoi quadrati delle due linee.a.c. & c.d. tolti insieme & perche il quadrato de.a.g. si è tanto quanto li detti duoi quadrati de.a.e. & de.e.g. (per la detta penultima del primo) seguita adonque che'l quadrato solo della linea.a.g. sia doppio alli detti duoi quadrati de.a.c. & c.d. tolti insieme, & perche il quadrato de.a.g. si è tanto quanto li duoi quadrati de.a.d. & de.d.g. (per la detta penultima del primo) seguita adonque che li detti duoi quadrati de.a.d. & d.

d,& , d, g, fiano in fumma doppij alli detti duoi quadrati de, a, c, et, c, d, pur gionti insieme, & perche, d, h, è equale al, d, g, il quadrato de, d, h, (per commune scětia) serà etiam equale al quadrato de, d, g, seguita adonque che li duoi quadrati de, a, d, & h, d, gionti insieme siano doppij alli duoi quadrati de, a, c, & c, d, pur gionti insieme, che è il proposito.

Problema .2. Propositione .11.

11 Puotemo segare una data retta linea si condirionatamente che il ret

11 tangolo che è contenuto sotto di tutta la linea, & di una parte, sia equale al quadrato che uien fatto dell'altra parte.



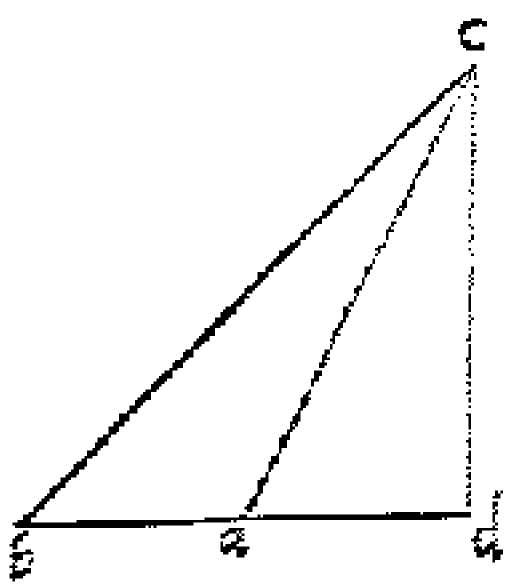
Sia la data linea, a, b, laqual uolemo diuidere cosi cō ditionatamente che quel che uien produtto da tutta la linea in la sua menor parte sia equale al quadrato del l'altra maggior parte, & per far tal cosa descriuerò il quadrato sopra la detta linea. a. b. (per la quadragesima sesta del primo) ilqual, sia, a, b, c, d, & diuido il lato, b, d, in due parti equale in ponto, e, et produco la, a, e, & slongo etiam la, e, b, fina in ponto, f, talmente che la, e, f, sia equale alla, a, e, et sopra la parte estrinseca, b, f, descriuo (per la quadragesima sesta del primo) il quadrato, b, f, g, h, ilquale sega della linea, a, b, la parte, b, h, equale alla parte, b, f, hor dico che la linea, a, b, è diuisa talmente in ponto, h, che quello che è fatto da tutta la linea, a, b, in la sua minor parte, a, h, è equale al quadrato della parte, b, h. Et per dimostrar questo slongo la, g, h, per fin al k. laqual serà equidistante al, a, c. perche adonque la linea, d, b, è diuisa in due parti equale in ponto, e, & a quella glie aggiunta la linea, b, f. Il rettangolo compreso sotto a tutta la linea, d, f, & alla linea, b, f, col quadrato della e. b. per la sesta di questo, serà equale al quadrato della, e, f, & perche e. f. si è equale alla. e. a. il rettangolo adonque fatto della, d, f, in la, b, f, con lo quadrato della, e, b, serà equale al quadrato della. e. a. & perche il quadrato della, e. a. (per la penultima del primo) si è equale alli duoi quadrati delle due linee. e. b. & a. b. seguita adunque che'l rettangolo della. d. f. in la. b. f. con lo quadrato della. e. b. sia equale al medesimo quadrato della. e. b insieme con lo quadrato della, a, b, leuando uia da l'una & l'altra summa il quadrato della ditta. e. b. li duoi rimanenti (per la terzia concettione) seranno fra loro equali, delli quali rimanenti l'uno serà il rettangolo fatto della d. f. nella b. f. & l'altro è il quadrato della. a. b. & perche il rettangolo fatto della d. f. nella. b. f. si è la superficie, d, g, perche f. g. è equale al. b. f. (per esser ciascun di loro lato del quadrato. b. f. g. h.) adonque la superficie. d. g. serà equale al quadrato della. a. b. cioè al quadrato. a. d. hor se communamente ne cauemo la superficie. d. h. li duoi rimanenti seranno anchora equali (per la detta terza concettione) l'uno di quali rimanenti è la superficie. a. k. l'altro serà il quadrato. b. f. g. h. & perche la superficie. a. k. è contenuta sotto a tutta la linea. a. b. & da la sua minor parte. a. h. (per essere. a. c. equale à. a. b.) & lo quadrato. b. f. h. g. è il *quadrato de, b, h, cioe de l'altra sua maggior parte, adonque la linea, a, b, serà divisa secondo il proposito nel ponto, h, perche la superficie, over rettangolo de tutta la linea, a. b, in la sua minor parte, a. h. è equale al quadrato dell'altra sua maggior parte, h, b, Et nota che non bisogna afaticarsi in voler dividere in questo modo un numero perche è impossibile, come in la vigesima nona del sesto si manifestarà.*

Il Tradottore.

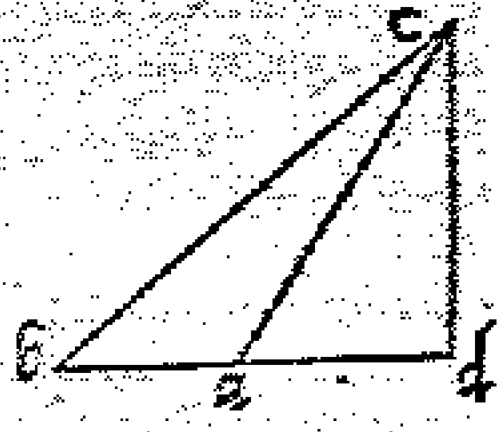
La vigesima nona del sesto non dimostra quel che dice il commentatore, cioe che'l non si possa dividere un numero sotto la detta conditione, anci la dimostra in la sesta del terzodecimo.

Theorema. 11. Propositione. 12.

12 / 12 In li triangoli che hanno un'angolo ottuso tanto è piu potente quella linea che sotto tende a l'angolo ottuso, de ambi li altri duoi lati che contengono l'angolo ottuso, quanto è quello che è contenuto sotto uno di quelli lati, & quella linea a se direttamente congionta a l'angolo ottuso tagliata dalla perpendicolare di fora del triangolo due volte.



Sia il triangolo, a, b, c, il quale habbia l'angolo, a, ottuso dal ponto, c, sia dutta una linea perpendicolare al la linea. a. b. laqual de necessita cade fuora del triangolo, a, b, c, altramente l'angolo, a, seria retto, over minor d'un retto (per la sestadecima del primo) laqual cosa seria contra il presupposito, over che cadendo di dentro del triangolo sopra la linea, a, b, constituerà il triangolo verso, a, che li duoi angoli di quello seriano maggiori de duoi angoli retti, cioe l'angolo, a, insieme con l'angolo retto (che faria la perpendicolare) la qual cosa è impossibile, (per la trigesima seconda del primo) siche adonque la detta perpendicolare caderà de fuora del detto triangolo a, b, c, laqual ponamo sia la linea, c, d, ma perche la linea, b, a, non arriva fina al ponto del cadimento della detta perpendicolare, pero slonghemo quella per fina al detto ponto il quale sia il ponto, d, hor dico che'l quadrato del lato, b, c, (il quale sotto tende all'angolo, a ottuso) è tanto maggior delli duoi quadrati delle due linee, a, b, & , a, c, (contenente il detto angolo, a, ottuso) quanto è il doppio di quello, che vien fatto dal, a, b, in, a, d, ma inanti che vegnamo alla demostratione bisogna notare qualmente la possanza di una linea, è in respetto al suo quadrato. Onde tanto se dice poter una linea quanto è il quadrato descritto sopra a quella, over quanto è il produtto di quella duta in si medesima, hor vegnimo alla dimostratione della proposta propositione. Perche la linea, b, d, è divisa in due parti in ponto, a, dilche il quadrato de tutta la linea b, d, serà equal (per la. 4. di questo) alli duoi quadrati delle due linee, b, a, & , a, d, & al doppio di quello che vien fatto della, a, b, in la, a, d, & perche il quadrato della b c, (per

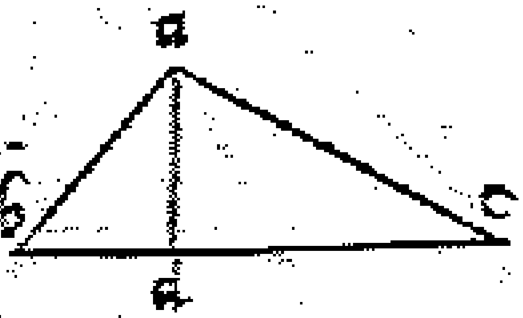


c, (per la penultima del primo) è equale al quadrato della, b, d, & al quadrato della, d, c, adonque il quadrato di questa, b, c, serà equale alli quadrati delle tre linee b, a, a, d, & d, c, & al doppio di quello che vien fatto dal, a, b, in, a, d, ma (per la medesima penultima del primo) il quadrato della, a, c, è equal alli dui quadrati delle due linee, a, d, & d, c, adonque il quadrato della, b, c, è equal alli doi quadrati delle due linee, b, a, & c, a, & al doppio di quello che vien fatto della, b, a, in, a, d, per la qual cosa il lato, b, c, puo piu delle due linee, b, a, a, c, tanto quanto è il doppio di quello che vien fatto dal, a, b, in, a, d, perche gia havemo detto che tãto se dice poter qualunque linea quanto quello che la produce dutta in se medesima, che è il proposito.

Theorema. 12. Propositione. 13.

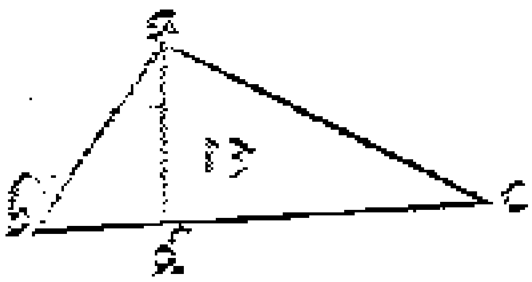
13 13 Quella linea che risguarda un angolo acuto di ogni triangolo ossigonio, puo tanto meno de ambidui li altri lati, che contengono quel angolo acuto, quanto è quello che è contenuto due uolte sotto de quello lato alquale sta sopra la perpendicolare di dentro, & a quella sua parte che giace fra quel angolo acuto & la perpendicolare.

Quello che quivi se prepone del lato risguardante alcun angolo acuto in el triãgolo ossigonio se verifica del lato riguardãte qual si voglia angolo acuto in ogni triãgolo, o sia orthogonio, over ambligonio, over ossigonio.



Sia adonque il triangolo, a, b, c, & sia qual triangolo si voglia che habbia lo angolo, c, acuto sel serà ossigonio ducẽdo la perpendicolare dallo angolo, a, overo dello angolo, b, al suo lato opposito, la detta perpendicolare sempre caderà di dentro del triangolo (come sotto si demostrarà) ma se il ditto triangolo, a, b, c, serà ambligonio, over orthogonio ducendo la perpendicolare dall' angolo ottuso (over dal retto) al lato opposito è necessario che quella cada di dentro del triangolo (e questo di sotto se demostrarà) stando adonque l' angolo, a, retto over ottuso over acuto per lo triangolo ossigonio producendo da quello la perpendicolar al lato, b, c, opposito caderà dentro del triangolo sopra la detta linea, over lato, b, c, quella poniamo sia la linea, a, d, & perche in ogni triangolo è necessario che gli sia duoi angoli acuti (per la trigesima seconda del primo) dilche stante il presupposito l' angolo, b, seria etiã acuto si come e l' angolo, c, dico adonque chel quadrato de, a, b, (che opposito all' angolo, c, acuto) è tanto minor delli duoi quadrati delle due linee, a, c, & b, c, quanto è il doppio di quello che vien fatto della, b, c, in la, d, c, over dico che 'l quadrato della, a, c, (il quale etiam è opposito all' angolo, b, il quale ponessemo etiam acuto) è tanto minor delli duoi quadrati delle due linee, a, b, & b, c, quanto è il doppio di quello che vien fatto della, c, b, in la, d, b, perche la linea, b, c, divisa in due parti nel põto, d, il quadra-

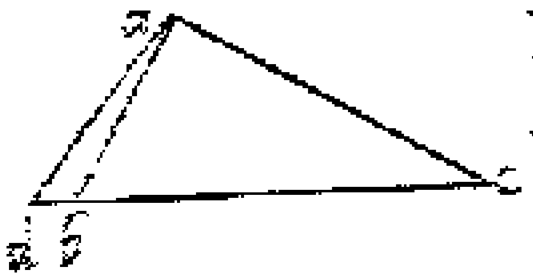
quadrato di tutta la linea,b,c,cō lo quadrato della parte,d,c, (p la 7.di q̃sto) serà
equal a quello che vien fatto della.b.c.in la.d.c.due uolte & al quadrato dell'altra
parte (cioe della,b,d,) laqual aggiungendo a l'un e l'altro il quadrato della,a,d,serà
etiam il quadrato della, b,c, con li duoi quadrati delle due linee,a,d,& ,d,c,equale
alli duoi quadrati delle due linee, a,d,& ,d,b, & al doppio di quello che uien fatto
della,b,c,in la,c,d, & perche (per la penultima del primo) il quadrato della,a,c,è
equale alli quadrati delle due linee,a,d,& ,d,c,adonque il quadrato della,b,c, con
lo quadrato della,a,c,è equal alli quadrati delle due linee,a,d,et ,b,d, & al doppio
di quello retiangolo che uien fatto della.b.c.in la,c,d,(ma per la medesima penulti
ma del primo) il quadrato de,a,b, è equal alli dui quadrati delle due linee,a,d,&,
b,d, Adonque il quadrato della,b,c, con lo quadrato della,a,c,il è equal al qua-
drato della,a,b, & al doppio di quel che uē fatto della,b,c,in la,c,d,per ilqual so
la il quadrato solo della,a,b,seria menor delli detti duo
quadrati de b,c,& ,a,c, quanto saria il doppio di quel



che uien fatto della detta,b,c, in la,c,d,che è il propo-
sito, per simil modo tu approuerai, che'l quadrato del
lato,a,c,che opposito all'angolo,b,acuto,esser tanto mi
nor delli quadrati delle due linee, a,b,& ,b,c, quanto
è il doppio di quello che uien fatto della,c,b,in la,b,d, Et è da notar che per que-
sta,& per la precedente,e per la penultima del primo,che conosciuto che hauemo li
lati di ogni triangolo se conosce la area superficial di quello, & con lo agiuto delle
tauole de corda,& arco,se conosce ogni angolo di quello.

Il Tradottore.

Hora per approuare che tirando dal l'angolo,a,del proposito triangolo.a.b.c.una
perpendicolare al lato.b.c.opposito come le necessario (essendo l'angolo.a.obtuso,
ouer retto, ouer acuto d'un triangolo ossigonio) che lei cada di dentro del triangolo,
poneremo il medesimo triangolo,a,b,c,& presupponeremo (che tirando al detto an
golo.a.una perpēdicolare alla linea.b.c.) che l sia possi
bile (per l'aduersario) che la cada de fuora del trian-
golo nel ponto d. & alongarò la linea.c.b.per fin al det
to ponto.d.& serà costituido il triangolo.a.b.d.de fora
del proposito triangolo.a.b.c.& perche li duoi angoli.a.



b.c.& .a.c.b.stante l'angolo.a.secondo il presupposito
(per la trigesima seconda del primo) sono acuti, adonque se l'angolo.a.b.c.è acuto
l'angolo.a.b.d.del triangolo.a.b.d.(per la tertia decima del primo) serà obtuso &
l'altro angolo.a.d.b. (per esser costituido della perpendicolare.a.d.) serà retto, adō
que li duoi angoli.a.b.d.et.a.d.b.(del triangolo.a.b.d.) giunti insieme seriano mag
giori de duoi angoli retti, laqual cosa è impossibile (per la decima settima del pri-
mo) seguita adonque che la detta perpendicular debba cader di dentro del triango
lo de necessità, che è il proposito.

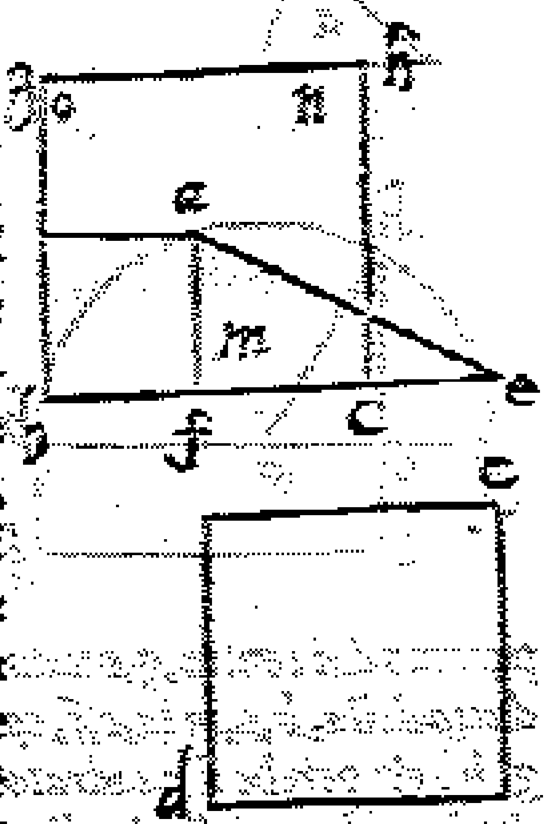
Proble-

Problema. 2. Propositione. 14.

o Proposti duoi quadrati, come si uoglia, a l'uno di quelli puotemo de scriuere un gnomone equale all'altro.

Il Tradottore.

Questa propositione in la prima tradottione fu posta in fine del primo libro, ma per non esser in suo condecente loco, lo hauemo quiui assettata.

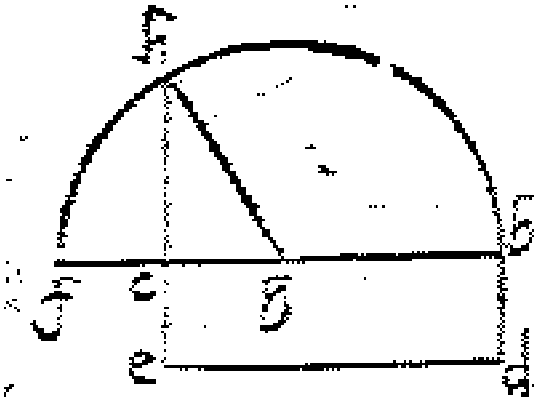


Siano adonque proposti li dati quadrati, a, b, & c, d. & sia il proposito de descriuere atorno il quadrato a b un gnomone, che sia equale a l'altro quadrato c d. Per tanto sia alongato uno di lati del quadrato, a, b, direttamente, per fina alla equalità d'uno di lati del quadrato, c, d, et sia, f, e, cioe che, f, e, sia equal a uno de lati del quadrato, c, d, & dal ponto, e, sia tirata una linea al ponto, a, (angolo del quadrato, a, b,) et serà constituido il triangolo a f e. orthogonio (p esser l'angolo, a, f, e, retto) & perche il quadrato de, a, e, si è tanto quanto li duoi quadrati delle due linee. a f. & f e. (per la penultima del primo.) ma il quadrato della f e è equale al quadrato, c, d, & lo quadrato della, a, f, è equale al quadrato. a. b. adonque il quadrato della, a, e, si è equale alli duoi quadrati a b & c d. Et perche li duoi lati, a, f, & f, e, sono maggiori (per la uigesima del primo) del lato a e. & perche la b f. si è equale alla f a. tutta la linea b e serà maggiore del ditto lato a e. Adonque della linea, b, e, sia resegata la parte b c. (per la terza del primo) equale al lato, a, e. talmente che la, b, c, sia equale alla ditta, a, e, & sopra la linea b c. (per la quadragesima sesta del primo) sia constituido il quadrato b c g h. il qual quadrato, b, c, g, h, è equale al quadrato della, a, e, (come di sopra fu approuato) si è equale alli duoi quadrati, a, b, et, c, d, adonque il quadrato b c g h. (per la prima concettione) serà equale alli duoi quadrati, a, b, & c, d, ma il quadrato b c g h sopr'abunda il quadrato, a, b, nel gnomone, m, n, o, il qual gnomone, m, n, o, uerra a esser equale al quadrato c, d, adonque atorno il quadrato, a, b, hauemo descritto il gnomone m. n. o. equale a l'altro quadrato, c, d, che è il proposito.

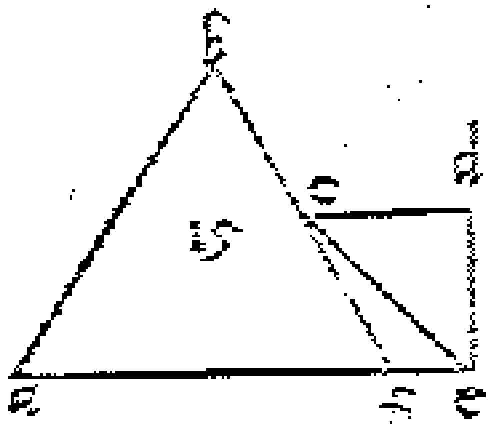
Problema. 3. Propositione. 15.

14 Puotemo descriuere un quadrato equale a uno dato triangolo.
14

Sia il dato triangolo, a, al quale noi uolemo descriuere uno quadrato equale, designarò una superficie de lati equidistanti, & de angoli retti (per la quadragesima seconda del primo) equale al dato triangolo, a, laqual pongo sia la superficie, b, c, d, e, & se per caso li lati di quello fussero equali, cioe, che lo lato, b, d, fusse equale al lato, d, e, noi haueressimo quello che cercamo, perche la detta superficie



perficie per la diffinitione seria un quadrato, come se adimanda, ma se li lati seranno inequali all'hora agiũgerò il lato minore, al lato maggiore in diretto, & sia c.f. cioè che, e, f, sia equale al, c, e, suo minor lato, ilqua le è agionto in diretto al. b. c. suo maggior lato secondo la rettitudine, hor tutta questa linea. b. f. dividerò in due parti equale in ponto. g. & fatto. g. centro sopra la linea. b. f. secondo la quantità della linea. g. b. descriverò il mezzo cerchio. b. h. f. & lo lato. e. c. allongarò per fina a tanto che'l segha la circonferentia in ponto. h. hor dico che'l quadrato della linea, c. h. è equal al datto triãgolo dato. Et per dimostrar questo io tirarò la linea. g. h. et perche la linea. f. b. divisa in due parti equali in põto. g. & in due parti inequali in ponto. c. quello che viẽ fatto del dutto della. b. c. in la. c. f. con lo quadrato della, c, g, (per la quinta di questo) è equale al quadrato della, g, f, & perche, g, h, è equale alla, g, f, (per la quarta decima diffinitione del primo,) perche ambe due se parteno dal centro, g, e vanno alla circonferentia, adonque quello che vien fatto dal dutto della, b, c, in la, c, f, con lo quadrato della, g, c, serà equale al quadrato della, g. h. & perche il quadrato della, g, h, si è equale (per la penultima del primo) alli dui quadrati delle due linee, g, c, & c, h, adonque li detti dui quadrati de, g, c, & c, h, seranno equali al detto quadrato, de, g, c, insieme con quello ch'è fatto dal dutto della, b, c, in la, c, f, levando adonque communamente da l'una e l'altra parte il quadrato della, c, g, restarà il quadrato solo della, c, h, equal a quello che vien fatto dal dutto della, b, c, in la, c, f, & perche il dutto della, b, c, in la, c, f, e equale alla superficie, b, c, d, e, perche, c, e, e equale alla, c, f, adonque il quadrato della linea. c. h. serà



equale alla superficie, b, c, d, e, è perche la superficie, b, c, d, e, è equale al triangolo, a, adonque il quadrato della linea, c, h, serà equale (per la prima concettione) al triangolo, a, che è il proposito. Et nota che per questo modo se trova il lato tetragonico de qual si voglia figura piu longa da una banda che dall'altra, & simplicemẽte d'ogni figura contenuta da linee rette sia come si voglia, Perche ogni tal figura la resolvemo in triangoli, & de cadauno di quegli triangoli, trovamo il lato tetragonico secondo la dottrina di questa propositione, et dapoi trovamo (per la penultima del primo) una linea laqual possi in tutti quelli lati tetragonici trovati essempli gratia, voglio al presente trovar il lato tetragonico della figura irregular, a, b, c, d, e, f, resolvo quella in tre triangoli quali sono, a, b, f, c, d, e, & c, f, e. Anchora secõdo la dottrina di questa trovo li lati tetragonici di questi tre triãgoli, quali siano, g, h, i, h. k. et. k. l. e rigo la, h, k, perpendicolarmente sopra la, g, h, e tiro la, g, k,

onde

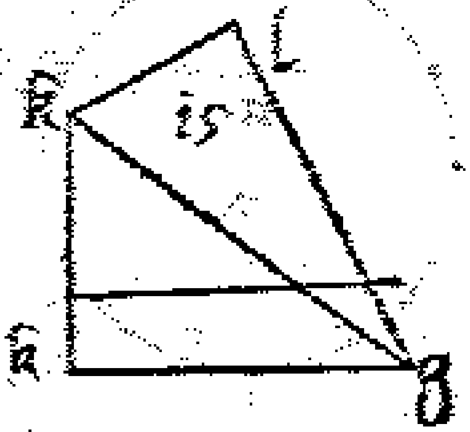
onde (per la penultima del primo) il quadrato della .g. k. serà equale alli quadrati delle due linee .g. h. & h. k. & lo terzo lato .k. l. constituisco perpendicolarmente sopra la linea .g. k. & tiro la linea .g. l. e la linea .g. l. (per la detta penultima del primo) serà il lato tetragonico di tutta la figura rettilinea proposta, che è il nostro proposito.

Il Tradottore.

El testo di questa ultima propositione di questo secondo libro in la seconda tradottione dice in questa forma.

Porremo constituir un quadrato equale a un dato rettilineo.

La qual propositione è piu generale della soprascritta, perche lui propone tutto quello, che agionge il commentatore nella soprascritta, ma non la concinde per il modo dato di sopra anci la concinde per la quadragesima quinta del primo (della qual manca la prima tradottione) cioe lui vol che sia constituido uno parallelogrammo rettangolo equal al dato rettilineo (per la detta quadragesima quinta del primo) dapoi procede come di sopra si fece del parallelogrammo .b.d.e.



LIBRO TERZO

DI EUCLIDE.

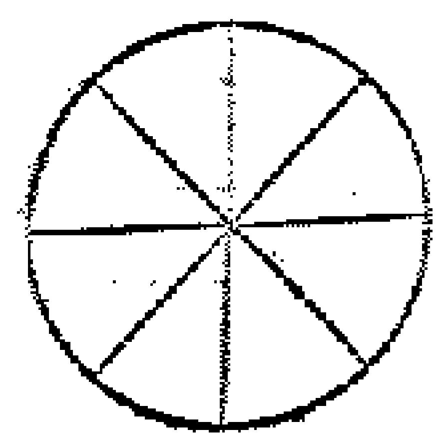
Diffinitione prima.

1/1 Li cerchii se dicono essere equali, quando li diametri, over li mezzi diametri di quelli sono equali, & maggiori quelli di quali li detti diametri, over mezzi diametri sono maggiori, & minori quelli di quali sono minori.

Il Tradottore.

Questa diffinitione, over suppositione è assai manifesta da se, cioe che li cerchi che hanno li lor diametri, over li lor mezzi diametri equali sono fra loro equali, &

2/2

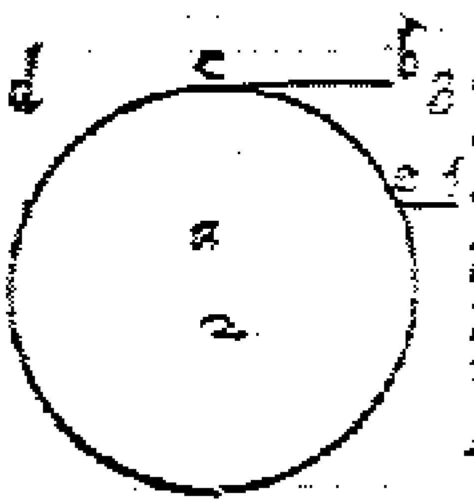


li, & quelli che li hanno maggiori sono maggiori, & econuerso, e questo basta senza addur essempio, uero è che questa è piu presto suppositione, ouer petitione che diffinitione.

Diffinitione. 2.

Vna linea se dice toccare un cerchio, quando che la tocca il cerchio, talmente che alongandola da l'una e l'altra parte, quella non segha il cerchio.

Il Tradottore.

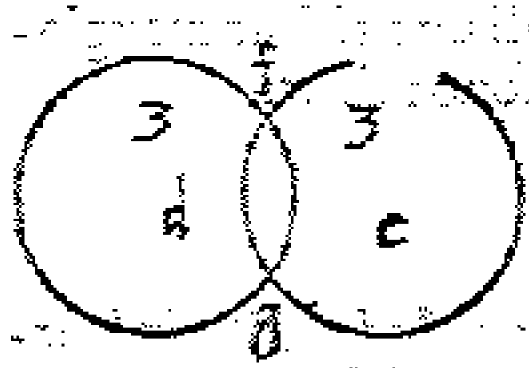


In la presente diffinitione uien notificato come una linea uien detta toccare un cerchio quando quella tocca il detto cerchio talmente che alongandola da l'una e l'altra parte la non segha il detto cerchio, per essempio, sia il detto cerchio, a, toccado dalla linea, b, c, in ponto. c. & dalla linea, e, f, in ponto, e, & perche chi menasse, ouer producesse la linea, b, c, dalla parte, c, uerso, d, ouer dalla parte, b, uerso, g, lei non segarà il detto cerchio, come al senso si puo considerare, pero se dirà, che la detta linea, b, c, tocca il detto cerchio in lo detto ponto. c. laqual cosa non si puo dire della linea. e. f. perche chi ducesse quella dalla parte. e. inuerso. a. senza dubbio lei segaria il detto cerchio come da te puoi considerar, pero non si intenderà che essa linea, e. f. sia toccante il cerchio. a. anzi serà segante il detto cerchio. & la b. c. serà toccante il detto cerchio.

Diffinitione. 3.

Quelli cerchi si dicono toccarse insieme liquali toccandosi fra loro
3/3 non si seghano.

Il Tradottore.



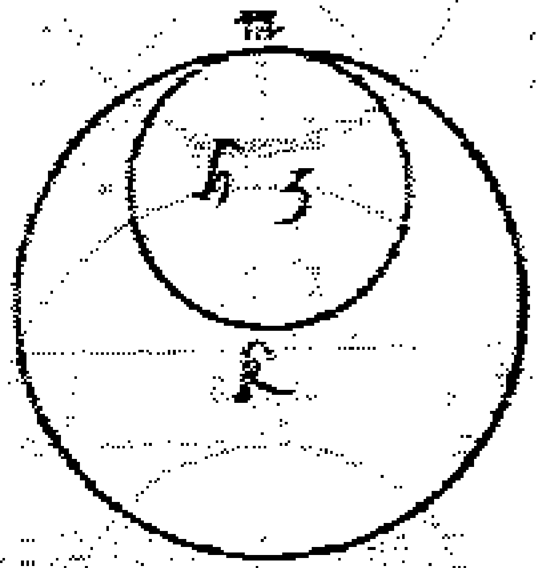
In questa diffinitione uien dechiarido come li cerchi sono detti toccarsi fra loro quando quelli si toccano l'uno con l'altro, e non si segano essempio, siano li dui cerchi a. & b. liquali si toccano nel ponto. c. & li dui altri. d. & e. liquali si toccano etiam loro, ma si seghano nelli duoi ponti. f. & g. dilche li duoi cerchi, a, & b, perche si toccano, & non si seghano nel ponto. c. se diranno toccanti fra loro nel ponto. c. laqual cosa non si dirà delli duoi cerchi. d. & e. abenche anchora loro si toccano, perche nel toccar che fanno si seghano nelli duoi ponti. f. g. anzi se diranno seganti fra loro & li duoi, a, b, & h toccano & similmente li duoi. b. & K in ponto. m.

Diffi-

Diffinitione. 4.

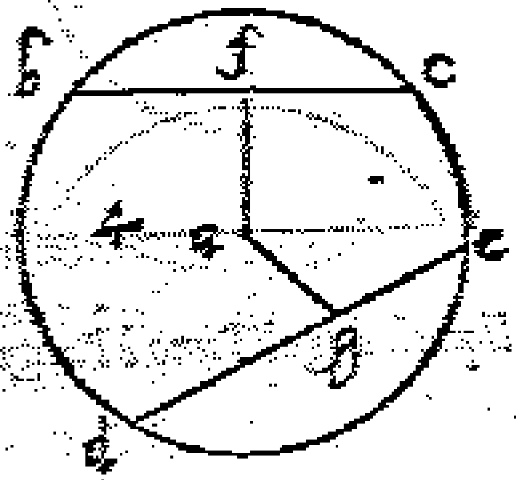
4/4 Le linee rette in un cerchio sono dette equalmente distante dal centro, quando le perpendicolare dutte dal centro a quelle serãno equale.

Il Tradottore.



El se dechiara in questa diffinitione che le linee rette tirate in qualche cerchi sono dette equalmente distante dal centro del detto cerchio, quando le perpendicolare dal detto centro a ciascuna di quelle seranno equali, essempio, siano le due linee, b, c, & d, e, nel cerchio, a, & sopra ciascuna di loro (dal centro a.) siano dutte le perpendicolare, a f, et, a g, se per caso le dette due perpendicolare, cioe, a f, & , a g, seranno equale le dette due linee, b, c, & , d, e, se diranno equalmente distare dal centro, a, &c.

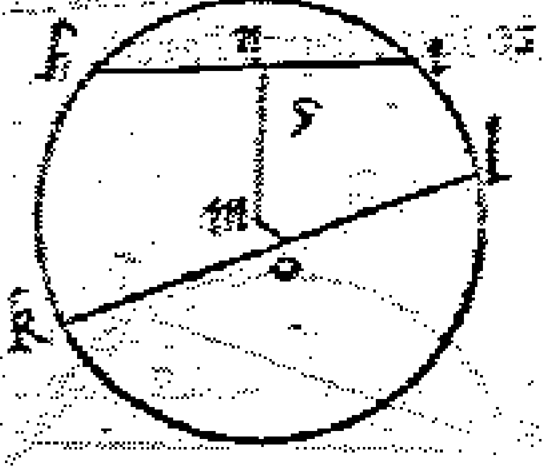
Diffinitione. 5.



5/4 Et piu distare dal centro è detta quella in laquale cade piu longa la detta perpendicolare.

Il Tradottore.

Questa diffinitione, abenche la sia disgionta dalla passata, tamen la se die intendere congionta con quella, perche dice che le linee par descritte in qualche cerchio, quella è detta piu distante dal centro del detto cerchio, in laqual cade la perpendicolare piu longa, essempio, siano le due linee. h i. & k l. in lo cerchio m. sopra dellequale dal centro m. siano tirate per la duodecima del primo, le due perpendicolare m n. & m o. & perche la perpendicolare m n. è piu longa della perpendicolar m o. se dirà che la linea h i. è piu distante dal centro m. che non è la linea k l. & questo è quello, che se vuol inferire.



Diffinitione. 6.

6/o Quella linea retta che contiene la parte d'un cerchio è detta corda.

Il Tradottore.

La presente diffinitione ne aduertisse come quella linea retta che contiene la parte d'un cerchio è nominata, corda, essempio, sia la parte del cerchio. a. b. c.

G 3 *conte-*

contenuta dalla linea curua.a.b.c.& dalla linea retta.a.c. dice che la linea. a. c. è detta corda.

Diffinitione. 7.

7/0 Et la parte della circunferentia se chiama arco.

Il Tradottore.

La presente diffinitione seguitando le parole della precedente dice che quella parte di circonferentia che contiene la detta parte di cerchio è chiamato arco, che seria la linea curua.a. b.c.della figura superiore laqual le satisfa, etiam per lo essempio di questa.

Diffinitione. 8.

8/6 Et l'angolo che è contenuto dalla corda e dal arco è detto angolo del la portione.

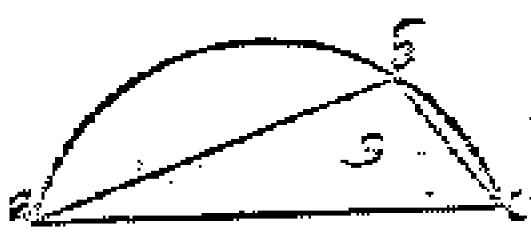
Il Tradottore.

La presente diffinitione dice che l'angolo che è contenuto dalla corda & dallo arco d'una portione è detto angolo della portione, essempio, sia la portione c.d.e.di co che ciascuno delli duoi angoli contenuti dalla corda. c.e.& dal arco.c. d. e. sono detti angoli della portione, liquali angoli l'uno è l'angolo.c.& l'altro è l'angolo.e. &c.

Diffinitione. 9.

9/7 L'angolo, che è contenuto da due linee rette che uscisseno da qualunque ponto che sia in l'arco, & vadino alli termini della corda, è detto stare sopra l'arco.

Il Tradottore.



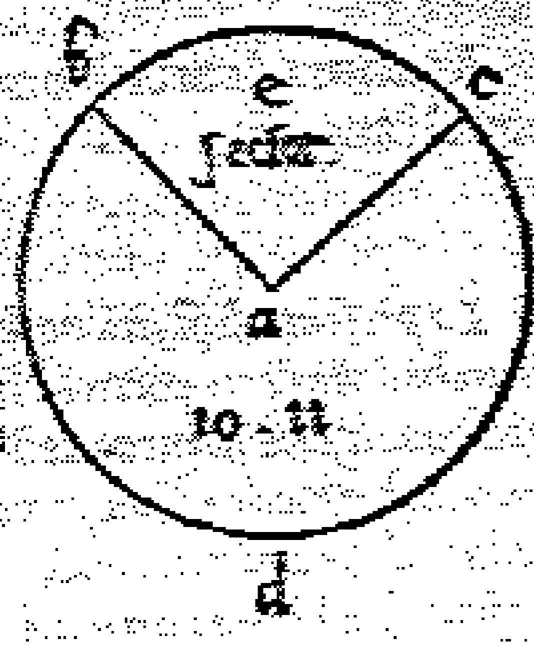
Questa diffinitione admonisce, che quel angolo è detto stare sopra de l'arco, ilquale è contenuto da due linee rette dutte di qual si voglia ponto, che sia in l'arco alli duoi termini della corda, essempio, sia la portione. a.b.c. & sopra de l'arco sia tolto il ponto.b. dal quale tirando le due linee.a.b.et.c.b. alli duoi termini della corda.a.c. serà constituido l'angolo.a.b.c.ilqual angolo.a.b.c. è detto stare sopra l'arco a.b.c.ideo, &c.

Diffinitione 10.

9/10 Sector del cerchio è una figura, che è contenuta sotto a due linee ret te, dutte dal centro, & sotto a l'arco comprehenso da quelle.

Il Tra-

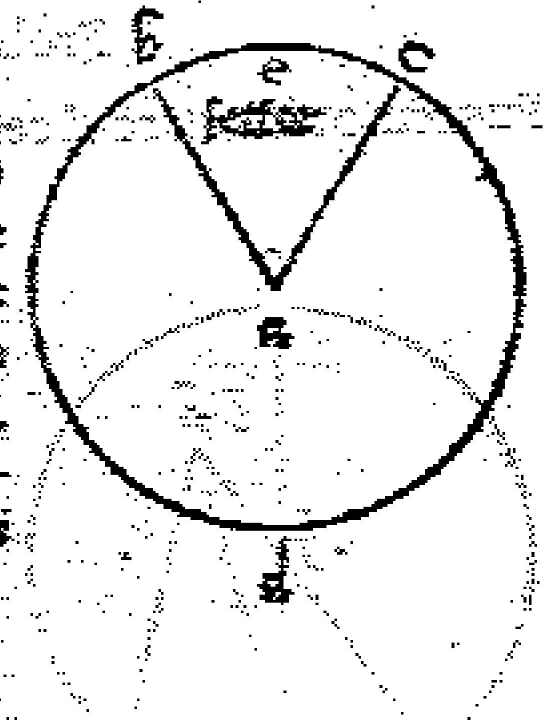
Il Tradottore.



La presente diffinitione ne da intendere come il sector di cerchio è una figura laquale è contenuta sotto a due linee rette dutte dal centro, & sotto a l'arco compreso da quelle, essempio sia il cerchio .b.c.d. descritto sopra il centro .a. dal qual centro .a. dutte le due linee .a.b. & .a.c. dice che la figura che è contenuta dalle due linee rette .a.b. & .a.c. & dallo arco .b.c. se chiama sector di cerchio.

Diffinitione. 10.

10/0 Et l'angolo contenuto da quelle due linee è detto stare sopra il centro.



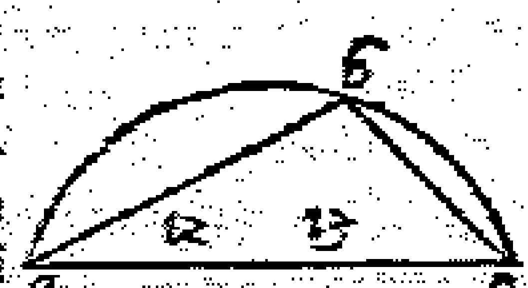
Il Tradottore.

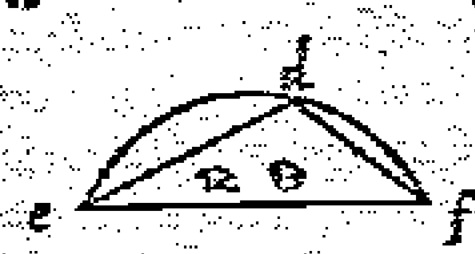
La presente diffinitione (seguitando la precedente) dechiara l'angolo circondato, over contenuto da quelle due linee rette dutte dal centro del detto cerchio è detto stare sopra il centro del detto cerchio, ilqual angolo seria quello che è contenuto dalle due linee .a.b. & .a.c. sopra il centro .a. della figura circular della diffinitione precedente, laqual satisfa per lo essempio etiam di questa.

Diffinitione. 12.

12/10 Le portioni di cerchi sono dette simile, in lequal li angoli che stanno sopra l'archo sono fra loro equali.

Il Tradottore.





La presente diffinitione ne advertisse come le portioni, over parti di cerchi sono dette simile, in lequali li angoli che stanno sopra l'arco sono equali fra loro, essempio, siano le due portioni .a.b.c. & e.d.f. havendo ciascuna di loro uno angolo sopra del suo arco, liquali angoli l'uno sia l'angolo .b. (contenuto dalle due linee rette .a.b. & .c.b. sopra l'arco .a.b.c. nel detto ponto .b.) l'altro sia lo angolo .d. (contenuto dalle due linee rette .e.d. & f.d. sopra l'arco .e.d.f. nel detto ponto .d.) dice adonque che se l'angolo .b. (che è sopra l'arco .a.b.c.) serà equal a l'angolo .d. (che è sopra l'arco .e.d.f.) la portion .a.b.c. serà simile alla portion .e.d.f. aben che l'una sia de maggior cerchio che l'altra.

Diffinitione. 13.

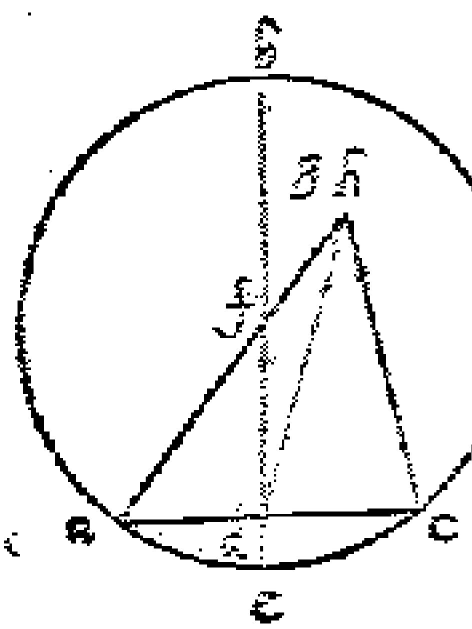
13 Anchora li archi sono simili, liquali al predetto modo riceueno
o equali angoli.

Il Tradottore.

La presente diffinitione seguitando il parlar della precedente dice che anchora li archi delle dette portioni sono simili, quando che receuano al predetto modo li an goli equali, cioè al modo della precedēte, essempio, se l'angolo b. contenuto dalle due linee .a.b. & .c.b. (della precedente) sopra l'arco, a, b, c, serà equale all'angolo .d. contenuto dalle due rette, e, d, & f, d, sopra dell'arco, e, d, f, (pur della figura della precedente) all'hora l'arco, a, b, c, serà simile a l'arco, e, d, f, abenche l'uno sia maggior di l'altro & questo è quello che se uuol inferire.

Problema. 1. Propositione. 1.

1
1 Puotemo ritrouare el centro d'un proposito cerchio.



Sia il proposito cerchio, a, b, c, delquale uolemo ritrouare il suo centro tiro nel detto cerchio la linea, a, c, la qual termini oue si uoglia nella circonferentia di esso cerchio, la qual linea .a.c. (per la decima del primo) diuido in due parte equali nel ponto, d, dalquale ponto .d. (per la undecima del primo) conduco una perpendicolare alla detta linea, a, c, & quella produco da ambe le parti fin che la se applica alla circonferentia quale sia la linea. b. d. e. laquale linea .b.e. per diuido in due parti equali in pōto .f. (per la detta decima del primo) il qual ponto .f. dico esser il centro del detto cerchio, per che se quello non è il centro del detto cerchio (per lo aduersario) quel serà adonque ouer in la linea, b, e, ouer che serà di fora di quella hor dico che'l non puo esser nella detta linea, b, e, & se pur il fusse possibile per l'aduersario ponuemo che'l sia il ponto, g, essendo adonque il ponto, g, el centro del detto cerchio la linea .g.b. seria (per la diffinition quartadecima del primo) equale alla linea, g, e, (perche ciascuna se parte dal centro e ua alla circonferentia) e perche la, f, e, è etiam equale alla .f.b. (per commune sentenza) la, f, b, serà maggior della parte, g, b, e consequentemente la, e, f, seria etiam maggior della, g, e, (per esser la, g, e, equale alla detta .g.b.) laqual cosa è impossibile (per la ultima concettione) che la parte, f, e, sia maggior del tutto cioè della .g.e. seguita adonque che'l detto centro nō puo esser nella detta linea .b.e. eccetto che nel ponto .f. Anchora dico che'l non puo essere de fuora della detta linea .b.e. e se pur fusse possibile (per lo detto aduersario) ponemo che'l sia il ponto .h. siano tirate le linee .h.a. h.d. h.c. & serà costituido li duoi trianguli .h.a.d. & h.d.c. et perche li duoi lati .h.d. & .d.a. del triangolo .h.a.d. sono equali alla *li alli duoi lati. b.d. & d.c. del triangolo.b.d.c.& similmente la basa.b.a.dell'uno feria equal alla basa.b.c. dell'altro (perche ambe si parteno dal centro.b.et vanno alla circonferentia) seguiteria adonque (per la ottaua del primo) che'l angolo.b.d.c. de l'uno feria equale all'angolo,b,d,a,dell'altro, & perche questi duoi angoli.b.d.a. et.b.d.c.sono causati della linea.b.d. cadente sopra la linea,a,c,dilche essendo li det ti duoi angoli, equali, ciascun di loro feria retto (per la ottaua diffinitione del pri mo) e perche l'angolo,a,d,b,fu constituido retto adonque l'angolo,a,d,b,feria equa le all'angolo,a,d,b,(per la tertia,petitione per esser ambiduoi retti laqual cosa è im possibile, per la ultima concettione) che la parte se equali al tutto,seguita adonque che'l centro del dato cerchio, non possendo esser in alcun loco de fuora del ponto.f. che quel sia nel proprio ponto.f.che è il proposito.*

Corelario.

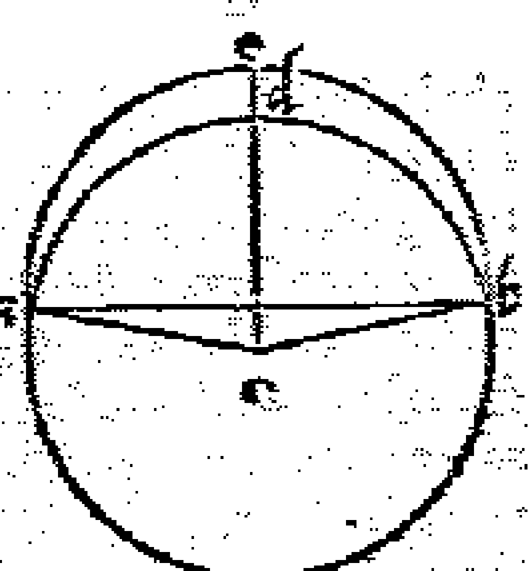
1/1 Onde eglie manifesto che due linee rette in un medesimo cerchio che terminano in la circõferentia, niuna di quelle segharà l'altro ortho gonalmente in due parti equale,se quella non transisse sopra il centro.

Il Tradottore.

In questo correlario se conclude che per le cose dette & dimostrate di sopra egli è manifesto che se due linee rette feranno in un cerchio terminante nella circonferen tia di quello non l'una segharà l'altra orthogonalmente in due parti equale se quel la non passa per il centro di esso cerchio,si come di sopra si è visto nella linea.b.e.la quale sega la linea,a,c, orthogonalmente in due parti equale in ponto,d, & quella passa per lo ponto.f.centro del detto cerchio a.b.c.e questo è quello che nel correla rio se vol inferire.

Theorema. 1. Propositione.2.

2/2 Se si menarà una linea retta, da uno a l'altro de duoi ponti signati in su la circõferentia d'un cerchio è necessario che quella seghi il cerchio.

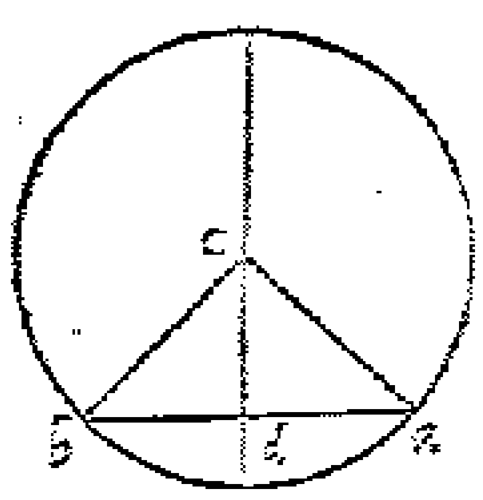


Sia il cerchio.a.b.il centro del qual sia il ponto,c,so pra della circonferentia di quello sian li duoi ponti.a. & b. Dico che ducendo una linea retta dal ponto.a. al ponto.b. le necessario che quella seghi il detto cer chio.a.b. & se possibil fusse per l'aduersario ch'ella non lo seghi, ma che quella transisca di fuora del detto cerchio, poniamo sia la linea,a,e,b, & che sia retta per satisfar lo detto aduersario dal centro,c,produrò le due linee.c.a.et.c.b.& serà costituido il triangolo delle tre linee.c.a.c.b.& della linea.a.e.b.dilquale li duoi lati.c.a.et.c.b.sono equali perche ambiduoi veneno dal centro alla circonferentia, adonque (per la quinta del primo) l'angolo,c,a,b,serà equal all'angolo,c,b,a,tirarò anchora la linea,c,e,so pra

pra la detta linea.a.e.b. laqual sega la circonferentia nel ponto.d. & diuide il detto triangolo.a.b.c.in li duoi triangoli.c.e.b.& c.e.a.& perche l'angolo.c.e.a.estrinsico (per la sesta decima del primo) e maggior dell'angolo.c.b.e.intrinsico a se opposito, & perche l'angolo.c.a.b. è equale al detto angolo.a.b.c.seguita adonque (per communa scientia) che'l detto angolo.c.e.a.sia etiam maggiore del detto angolo.e.a.c.(& per la decima nona del primo) il lato.a.c.serà maggiore del lato.c.e.& perche.c.d.è equal (per la decima quarta diffinition del primo) al detto lato.c.a.seguita adonque (per communa scientia) che la detta linea.c.d. sia maggiore della detta linea.c.e.laqual cosa è impossibile, cioe che la parte sia maggiore de tutto (per la ultima concettione) perche adonque la detta linea congiongente li detti duoi ponti.a.& b.non puo transire de fuora del detto cerchio, de necessità transirà di dentro, & transiendo di dentro segharà quello, che è il proposito.

Theorema. 2. Propositione. 3.

3 3 Se serà una linea retta collocata dentro a un cerchio, laqual non passi per il centro, & che un'altra che uenga dal centro seghi quella in due parti equali, eglie necessario che la stia sopra a quello orthogonalmente, & se lei starà sopra a quella orthogonalmente è necessario che la diuida quella in due parti equali.



Sia la linea.a.b. collocata dentro dal cerchio.a.b. il centro delqual sia il ponto.c. & la linea.c.d. che uien dal centro.c. quella diuida la linea.b.a. in due parti equali nel ponto.d. dico che la detta linea.c.d. diuide la detta linea.b.a. orthogonalmente, cioe che la,c,d,è perpendicolare sopra la.b.a.& è conuerso, cioe che se la linea.c.d. diuide la detta linea.b.a. orthogonalmente dico che lei diuide la detta linea.b.a.in due parti equale. Et per dimostrar questo produrò dal ponto.c. le due linee.c.b.& c.a. constituendo il triangolo,c,b,a, diuiso in duoi triangoli dalla linea,c,d, hor ponremo prima che la detta linea,c,d,diuida in due parti equali la detta linea.a.b. adonque li duoi lati,c,d,& ,d,a, del triangolo,c,d,a, seranno equali alli duoi lati,c,d,& ,d,b,del triangolo,c,d,b,& la basa,c,a,alla basa,c,b,serà equale (perche ambe uengon dal centro,c,& uanno alla circonferentia) adonque (per la ottaua del primo) l'angolo,d, dell'uno serà equale all'angolo,d,dell'altro, dal che (per la ottaua diffinitione del primo) ciascun di loro serà retto (& per la nona diffinition del detto) la linea,c,d,serà perpendicolare sopra della detta linea.b.a. che è il primo proposito, hor uegniamo al secondo ponendo che la,c,d,sia perpendicolare sopra la,b,a, dimostrarò che la detta,c,d, diuide la detta,b,a,in due parti equali, in questo modo perche la,c,d, è perpendicolare sopra la,b,a, seranno li duoi angoli quali sono al ponto,d,ambiduoi retti, dalche l'uno serà equale all'altro, & perche lo angolo,c,a,d,è etiam equale,

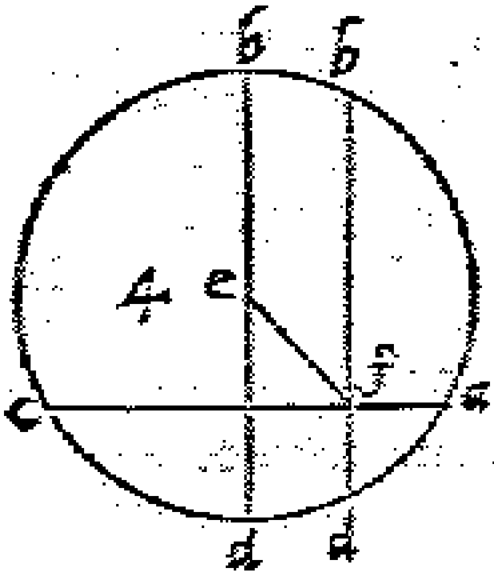
(per

(per la quinta del primo) all'angolo, c, b, d, per esser tutto il triangolo, c, b, a, de duoi lati equali, adonque li duoi angoli, c, d, b, & , c, b, d, del triangolo, c, d, b, sono equali alli duoi angoli, c, d, a, & , c, a, d, del triangolo, c, a, d, & il lato, c, a, dell'uno è equale al lato, c, b, dell'altro, dilche (per la vigesima sesta del primo) il lato, b, d, serà equale al lato, a, d, adonque la linea, b, a, uerra a essere diuisa in due parti equale nel ponto, d, che è il secondo proposito.

Theorema. 3. Proposizione. 4.

4
4
Se due linee rette se segaranno fra loro dentro d'un cerchio, & che ambedue non transiscono sopra il centro, le necessario che quelle non si seghino fra loro in parti equale.

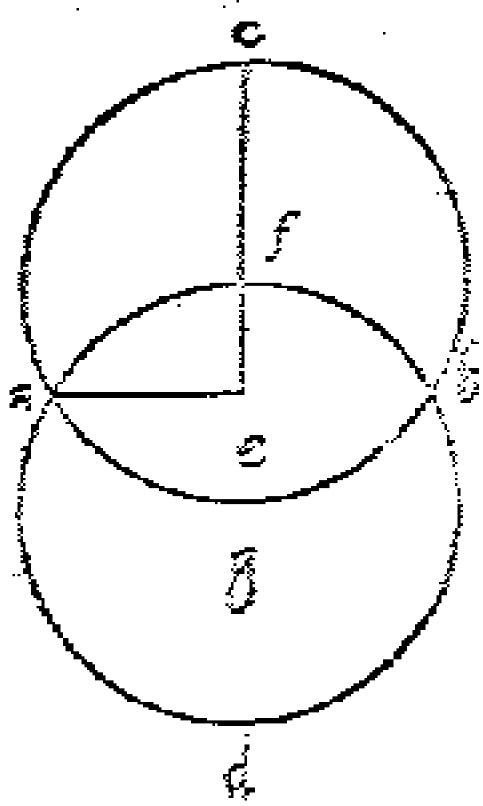
Sia il cerchio. a. b. c. d. il centro delqual sia il ponto. e. nel quale siano le due linee. a. c. & b. d. le quel si seghino fra loro nel ponto. f. & l'una e l'altra, ouer una di quelle non passi per lo centro. e. Dico che in fra loro non si diuideno in parti equali, cioè che l'una e l'altra sia diuisa dall'altra in due parti equali, & quando questo fusse possibile per l'aduersario, poniamo prima che ne l'una ne l'altra passi per lo centro. e. & che si diuideno ambedue in parti equale (per l'aduersario) in ponto. f. tirarò la linea. e. f. & perche. e. f. uien dal centro. e. & diuide le due linee dette in duoi parti equale nel detto ponto. f. dilche (per la prima parte della precedēte) seria perpēdicola sopra di ciascuna di quelle. & li duoi angoli. a. f. e. & . e. f. c. fatti sopra la. a. c. seria ciascun di loro retto & similmente l'uno e l'altro delli altri dui angoli. e. f. d. & . e. f. b. (fatti sopra la linea. b. d.) seria etiam retto, & perche li angoli retti son equali (per la tertia petition) adonque l'angolo. e. f. c. seria equale all'angolo. e. f. d. laqual cosa è impossibile che l'angolo. e. f. c. minore sia equale all'angolo. e. f. d. maggiore, adonque le dette due linee. a. c. & . b. d. non se ponno diuidere fra loro in parti equale, similmente se una transirà per lo centro. e. & l'altra non, le pur necessario che le non se possano diuidere fra loro in parti equale. & se possibile fusse (per l'aduersario) poniamo che la. b. d. passi per lo centro. e. & la. a. c. nō, & che pur ambe se diuidano in parti equali, adonque se la. b. d. (che uiene dal centro. e.) diuide la linea. a. c. in due parti equali, e necessario (per lo correlario della prima di questo) che la. b. d. sia perpendicolare sopra la. a. c. & se la. b. d. segha la. a. c. perpendicolarmente similmente la, a, c, segharà etiam la, b, d, perpendicolarmente, & se la, a, c, segha la b, d, perpendicolarmente, et in due parti equale (per l'aduersario) è necessario per lo detto correllario della prima di questo, che la, a, c, passi per lo centro, e, che seria contra il presupposito, seguita adonque che se in un circolo seranno due linee che si seghan ambedue non serāno seghate in parti equal se ambedue non passano sopra il centro, che è il proposito.



Theo-

Theorema .4. Propositione .5.

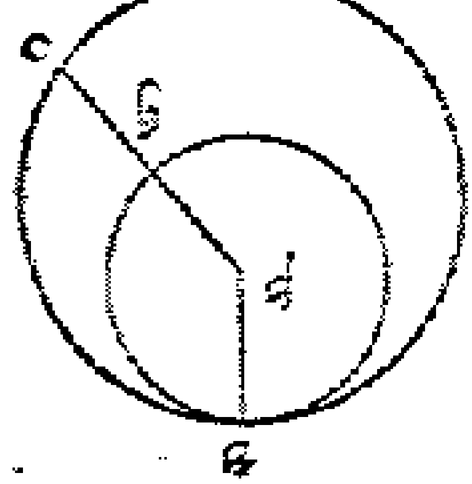
5/5 Li centri di cerchi, che fra loro si segano, è necessario esser diversi.



Siano li duoi cerchi .a.c.b. & .a.d.b. liquali si seghino fra loro nelli duoi ponti .a. & .b. Dico che li centri di questi tal cerchi sono diversi, cioe che sono in diversi lochi, over che non ponno esser descritti questi duoi cerchi sopra uno medesimo centro ma in diversi centri: ma se possibil fusse (per l'adversario) che ambidua havessino uno medesimo centro, poniamo che quello sia il ponto .e. cioè che ponto .e. sia commun centro di ambiduoi li detti cerchi, produtto le due linee .e.a. & .e.f.c. & perche le due linee .e.a. & .e.f. si partino dal centro .e. & vanno alla circonferentia del cerchio .a.f.b.d. seranno equali (per la decimaquarta diffinitione del primo) & similmente la linea .e.c. seria etiam lei equale alla linea .e.a. perche anchora loro vanno da ditto centro .e. alla circonferentia del cerchio .a.c.b.g. & perche le due linee, cioe .e.c. & la parte .e.f. ambe sono equale alla linea .e.a. (per la prima concettione) seriano etiam fra loro equali: laqual cosa è impossibile (per la ultima concettione) che la parte sia equale al tutto, seguita adonque che li detti duoi cerchi nō ponno haver in uno medesimo centro che gli sia commun ad ambiduoi: ma diversi che è il proposito.

Theorema .5. Propositione .6.

6/6 El centro di cerchi che fra loro si toccano, l'è necessaria che non sia un medesimo.

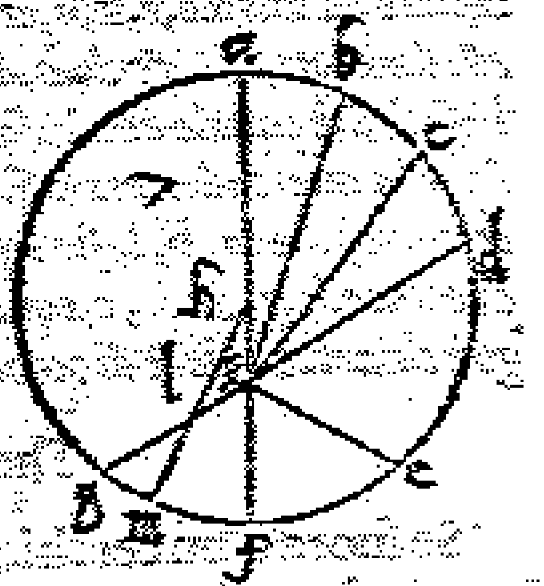


Siano li duoi cerchi .a.b. & .a.c. che si tocchino fra loro nel ponto .a. Dico che li centri de questi duoi cerchi sono diversi, cioe che non puonno haver uno centro che gli sia commun ad ambiduoi, & se pur il fusse possibile (per l'adversario) che ambi duoi li detti cerchi habbino uno sol centro che gli sia commune a tutti duoi, quello serà nel cerchio minore, qual poniamo sia il ponto .d. hor dal centro .d. produtto le due linee .d.a. & .d.b.c. & perche le due linee .c.d. & .d.a. vanno dal centro alle circonferentia del cerchio .a.c. seriano per equale (per la decima quarta diffinitione del primo) similmente la linea .d.b. seria per equale alla linea .d.a. (per la ditta decima quarta diffinitione del primo) perche ambedue vanno dal centro alla circonferentia del cerchio .a.b. per

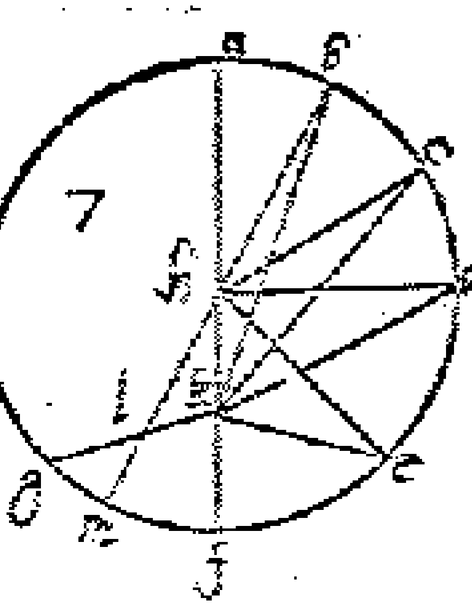
per esser adunque le due linee (cioè .d.c. & la parte .d.b.) ciascuna equale alla linea .d.a. seriano etiam fra loro equale (per la prima concettione) laqual cosa è impossibile che la parte .d.b. sia equale al tutto cioè alla .d.c. (per la ultima concettione) adonque li detti duoi cerchi non ponno hauer un medesimo centro, seguita adonque che siano diuersi, che è il proposito, & se li detti cerchi fossero congiunti dalla parte di fuora il proposito seria da se manifesto, perche ciascun haueria il suo centro in mezzo per la diffinitione del centro dilche non hauerano un medesimo centro anzi ciascun di loro haueria il suo dentro di se.

Theorema. 6. Propositione. 7.

Se in el diametro d'un cerchio sia signato un ponto, ilqual non sia il
7/7 centro, & da quello siano dutte piu linee rette alla circonferentia, quella che transira sopra il centro serà piu longhissima de tutte le altre, & quella che compirà il diametro serà piu breuissima di tutte le altre, e quella che serà piu propinqua al cētro sarà piu longa delle altre che mā co se egli accostano, & quanto piu seranno remote dal centro, tanto piu conuengono esser piu corte, anchora le due linee colaterale equalmente distante alla breuissima cioe equalmente distanti con l'istremità alla istremità della breuissima, ouer longhissima è necessario essere equale.



Sia el cerchio .a.c.d. il diametro delquale sia la linea .a.x.f. & il centro di quello sia il ponto .b. & sopra .a.f. sia signato il ponto .x. fuora del centro .b. dal quale siano dutte piu linee lequal siano .k.a. x.b. k.c. k.d. x.e. k.f. k.g. alla circonferentia, et la .k.a. transisca sopra il centro .b. & la .x.f. sia il compimento del diametro, & sia .k.e. & .k.g. equidistante .a.x.f. cioè che li duoi ponti .e. & .g. siano equalmente distanti dal ponto .f. ouer che l'angolo .e.k.f. sia equale al angolo .f.x.g. Dico che la .k.a. è piu longhissima di ciascuna delle altre (per esser quella che passa sopra il centro .b.) & la .k.f. è la piu breuissima di cadauna delle altre per esser quella che compisse il diametro .a.k.f. le altre linee tanto son piu longhe quanto son piu propinque al centro .b. verbi gratia la .k.b. è piu longa de .k.c. & .k.c. è piu longo de .x.d. & .k.d. è piu longa de .k.e. & .k.e. & .k.g. sono equale. Et per dimostrar queste cose io tirarò dal cētro .b. le linee .b.b. b.c. b.d. b.e. e perche li duoi lati .b.b. et .b.k. del triāgolo .b.b.k. sono maggiori (per la 20 del primo) del lato .b.k. e perche .b.b. è equal al .a.b. (perche ambe uengono dal cētro .b. alla circonferētia) giontoli cōmunamēte il lato .b.k. tutta la linea .a.k. serà equal alli detti duoi lati .b.b. et .b.k. e perche li detti duoi lati .b.b. et .b.k. son maggiori (come è detto) del lato .b.k. seguita adōq; che tutta la linea .a.k. (per cōmuna sciētia) sia maggiore della linea .b.k. & per la medesima ragione serà maggiore etiam de

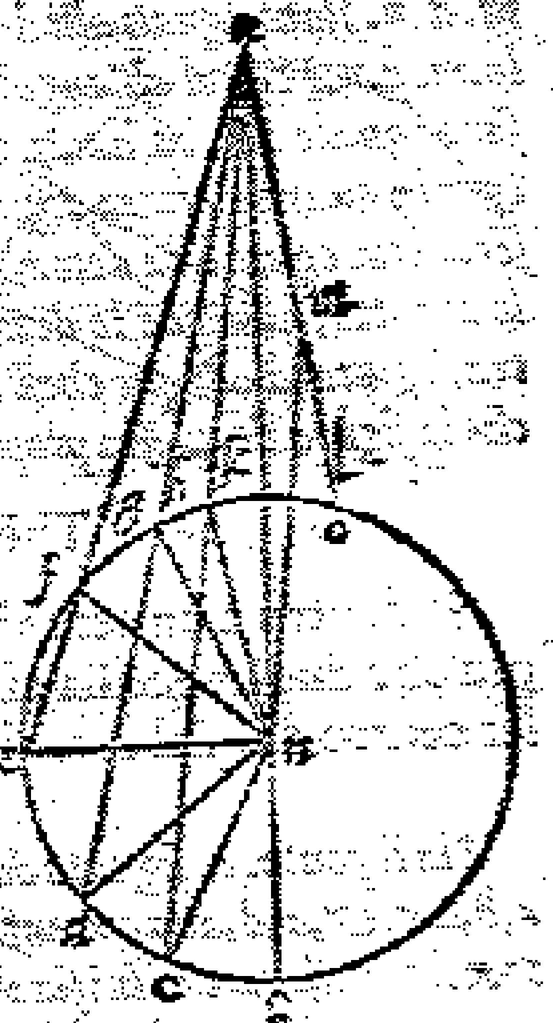


de caduna delle altre, che è il primo proposito. Anchora perche li duoi lati .h.k. & .k.e. (dal triãgolo .h.k.e.) sono maggiori (per la detta uigesima del primo) del lato .h.e. & perche il detto lato .h.e. è equale alla linea .h.f. (per la quartadecima del primo) adonque li duoi lati .K.h. & .K.e. (per commune scientia) seranno maggiori della detta linea .h.f. cauando communamente il lato, h, K, (per la quarta cõcettione) il lato solo .K.e. serà etiam maggiore dell'altro rimanente, cioe de, k, f, et con la medesima ragione se dimostra ciascuna delle altre linee esser maggiore della medesima linea .k, f, & questo è il secondo proposito. Anchora perche li duoi lati, h, ñ, & , h, k, del triangolo, b, h. k. sono equali alli doi lati, c, h, & , h, k, del triangolo, c, h, k, & l'angolo. b. h. k. è maggiore dell'angolo, c, h, k, (per la uigesimaquarta del primo) la basa, b, k, serà maggiore della basa, c, k, & per la medesima ragione, k, c, serà maggior de, k, d, & , k, d, serà maggiore de, k, e, & questo è il terzo proposito. Anchora se le due linee, K, e, & , K, g, non sono equale (per lo aduersario) l'una serà maggiore dell'altra. hor poniamo che la, k, g, sia maggiore della, k, e, & della detta, k, g, ne segheremo la parte, k, l, (per la terza del primo) equale alla .k, e, & produrò la, h, l, fina che ella segha la circonferentia in ponto, m, & perche l'angolo, g, k, f, è equale all'ãgolo, f, k, e, (dal presupposito) & (per la tertiadecima del primo) l'angolo .l. k. h. è equale all'angolo, e, k, h, et li duoi lati .l, k, & . k, h, del triangolo, l, k, h, sono equali alli duoi lati, e. k, & . k, h, del triangolo, e, k, h, adonque (per la quarta del primo) la basa, h, l, è equale alla basa, h, e, et perche la, h, m, è etiam lei equale alla detta, h, e, (per la quartadecima diffinitione del primo,) seguita adonque (per la prima concettione) che la, h, l, sia equale alla, h, m, laqual cosa è impossibile, sono adonque le due linee, k, g, & , k, e, equale, che è il quarto proposito, & questa tal figura dal uulgo è chiamata piedo di occha.

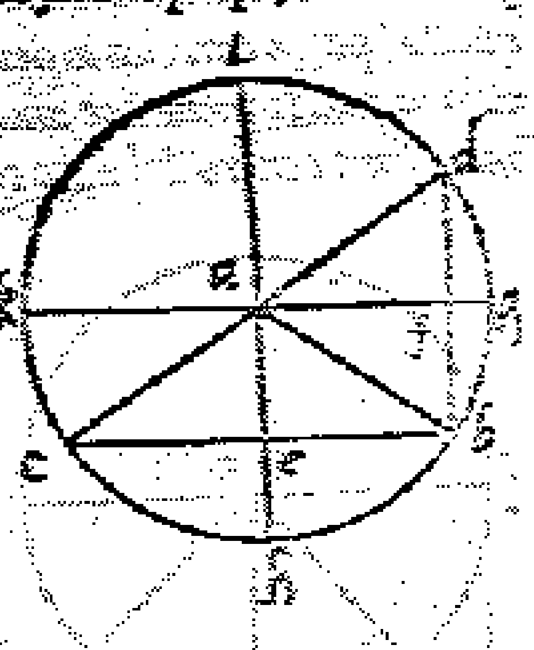
Theorema. 7. Propositione. 8.

8 Se fuora d'un cerchio sia signato un ponto, & da quello alla circonfe
8 rentia siano dutte piu linee segando il cerchio, quella che transirà sopra il centro sarà piu longha de ciascaduna delle altre, & le piu propinque al centro seranno piu longhe delle altre piu remote. Et quelle linee partiale applicate alla circonferentia di fuora uia quella, che giace in diretto con lo diametro sia minore di ciascaduna delle altre, & le piu propinque a quella seranno piu corte delle piu lontane. Et le due linee che dall'una banda, e l'altra equalmente se appropinquano alla breuissima sono equale.

Sia il ponto, a, signato di fuora del cerchio, b, c, d, e, f, il centro delquale sia il ponto, n, & dal ponto, a, siano dutte piu linee alla circonferentia seghando il detto cerchio,



chio, le qual siano, a,K, a,b, a,h, a,c, a,g, a,d, & a,f, a, dico che la, a,b, che transisse sopra il centro, n, serà longhissima de tutte le altre a una per una: anchor dico che la a,c, è maggiore della, a,d, per esser piu propinqua al cẽtro, n, et similmente la, a,d, serà maggiore della, a,e, oltra di questo dico che delle linee partiale di fuora del cerchio la linea, a,K, serà piu breve de tutte le altre a una per una per esser quella che giace in diretto con lo diametro. k.b. & dico che la, a,h, è minore della, a,g, (per esser piu propinqua alla detta minima a.k.) similmẽte, a,g, serà minore della. a.f. Dico anchora che se'l serà dutta la, a,l, talmente che quella, et la, a,h, equalmẽte distemo dalla, a,K, cioe che l'angolo k.a.h sia equale all'angolo. L.a.K. seranno equale, & per dimostrar questo io produrò dal cẽtro, n, le linee. n.e. n.d. n.c. n.f. n.g. n.h. Et perche li duoi lati. a. n. & n.c. del triangolo, a, n, c, (per la vigesima del primo) sono maggiori del lato, a,c, ma perche li detti duoi lati, a,n, & n,c, sono equali alla linea, a, b, per esser la n.c. equale alla n.b. (per la quartadecima diffinitione del primo) seguita adonque che la linea, a,b, sia etiam maggior del detto lato, a,c, & per la medesima ragione serà maggior de tutte le altre a una per una, che è il primo proposito. Anchora perche li duoi lati, a,n, & n,c, del triangolo, a, n,c, sono equali alli duoi lati, a,n, & n,d, del triangolo, a,n,d, (per la decimaquarta diffinitione del primo) & l'angolo, a,n,c, è maggiore dell'angolo, a,n,d, adonque la basa, a,c, serà maggiore (per la vigesimaquarta del primo) della basa, a,d, & per la medesima ragione la, a,d, serà maggior della, a,e, che è il secõdo proposito. E anchora perche li duoi lati, a,h, et, n,h, (del triangolo, a, n, h,) sono maggiori (per la vigesima del primo) del lato, a, n, & per essere la parte n.k. equale al lato, n,h, lo lato solo, a,h, (per commune scientia) serà maggior dell'altro residuo, a,k, et per la medesima ragione ciascuna delle altre linee partiale di fuora serà maggiore della linea, a,k, che è il terzo proposito. Anchora perche le due linee, a,h, & h,n, sono minore (per la vigesima prima del primo) delle due linee, a,g, & g,n, & la, h,n, è equale (per la quartadecima diffinitione del primo) alla, g,n, serà adonque (per commune scientia) la, a,g, maggiore della, a,h, & per la medesima ragione la, a,f, serà maggiore della, a,g, che è il quarto proposito. Anchora se la, a,l, non è equale al, a,h, (conciosia che la sian equalmẽte distãte dal, a,k,) l'una serà maggior dell'altra (per l'adversario) hor poniamo che la, a,l, sia maggior della, a,h, io ponerò adonque la, a,m, equale alla, a,h, & produrò la, n,o,m, perche adonque li duoi lati, m,a, & a,n, (del triangolo, m,a,n,)

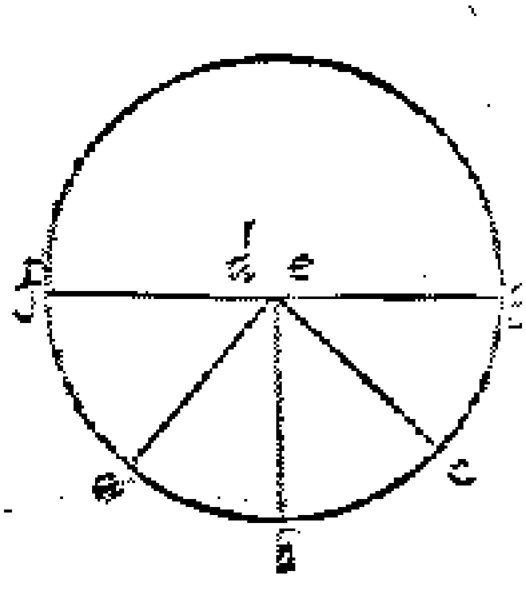


m. a. n.) sono equali alli duoi lati. b. a. & . a. n. (del triangolo. b. a. n.) & l'angolo. m. a. n. è equal all'angolo. b. a. n. dilche (per la quarta del primo) la basa. m. n. sarà equale alla basa. n. b. & perche la. n. o. è anchor lei equal alla detta basa. n. b. (per la quartadecima diffinition del primo) adonque la. n. o. (per la prima concettione) seria etiam equal alla detta basa. n. m. laqual cosa è impossibile che la parte sia equale al tutto, adonque le dette due linee. a. l. & a. b. niuna puo essere maggior di l'altra, seguitarà adonque che l'una sia equale all'altra che è il quinto proposito, e sappi che la figura de questa propositione è detta dal uulgo coda di pauone.

Theorema. 8. Propositione. 9.

9/9 Se dentro a un cerchio sia signato un ponto, & da quello siano dutte piu che due linee alla circonferentia equale, quel ponto è necessario esser centro di quel cerchio.

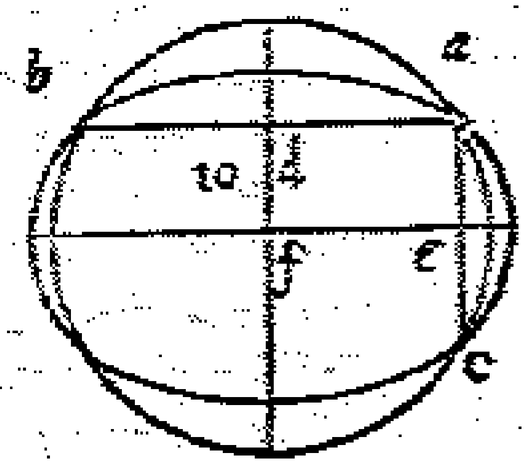
Sia il ponto. a. signato dentro del cerchio. b. c. d. dal qual siano dutte le tre linee. a, b, a, c, & , a, d, alla circonferentia, lequale pongo, che siano equale. Dico che'l ponto. a. è necessario che lui sia il centro del ditto cerchio, & per dimostrar questo io produrò le due linee. c. b. & b. d. & dividerò l'una e l'altra in due parti equale (per la decima del primo) cioe. d. b. in ponto. f. & c. b. in ponto. e. & produrò. e. a. & . f. a. lequale applicò dall'una e l'altra parte alla circonferentia, & perche li duoi lati, a, e, & c. e. del triangolo. a. e. c. sono equale alli duoi lati. a. e. & . e. b. del triangolo. a. e. b. & la basa. a. c. è equale alla basa. a. b. (dal presupposito) dilche (per la ottaua del primo) l'angolo. e. dell'uno serà equale all'angolo. e. dall'altro (& per la 13. diffinition del primo) li detti duoi angoli quali terminano nel ponto. e. ciascun di loro serà retto similmente ancor l'un e l'altro delli duoi angoli che son al ponto. f. è retto, adonque perche. l. b. divide la. c. b. orthogonalmente & in due parti equale nel ponto. e. quella (per lo correlario della prima di questo) transirà per lo centro del dato cerchio. b. c. d. similmente anchora la. k. g. per lo medesimo correlario, transirà per lo medesimo centro del dato cerchio, adonque sel centro del cerchio. b. c. d. è nella linea. l. b. & nella linea. k. g. le necessario che quel sia il ponto della intersegatione delle dette due linee (cioe il ponto. a. per esser un ponto commune in l'una e l'altra linea) che è il proposito. Anchora per un'altro modo se porria far questa demostratione, hor sia il cerchio, a, b, c, nel quale sia tolto un ponto, d, & dal detto ponto, d, ponno che ne cada le tre linee, d, a, d, b, et, d, c, equali. Dico che'l detto ponto, d, si è il centro del dato cerchio a, b, c, & se possibile fusse (per l'aversario) che'l detto ponto, d, non sia il detto centro, è necessario adonque che lui sia in qualche altro loco. hor ponimo che sia il ponto. e. io tirarò dal ponto. d. al ponto, e, la linea, d, e, & quella slongarò in diritto da ambe le parti fina alla circonferentia, toccando quella nelli duoi ponti, f, & . g, adonque,



que. f. g. serà il diametro del cerchio, a, b, c, & perche nel diametro, f, g, è tolto il ponto, d, ilquale non è il centro del detto cerchio (per satisfattione del aduersario,) & dal detto ponto, d, sono tirate le linee, d, a, d, b, d, c, d, g, delle quale, d, g, (per la settima di questo) serà la piu longha de tutte le altre, e la linea, d, c, serà maggior della d, b, & la, d, b, serà maggior della d. a. laqual cosa seria contra il presupposito, perche fu prosupposto che le, d, a, d, b, d, c, fussero equale, dilche seria impossibile che essendo equale l'una possa esser maggiore dell'altra, seguita adonque che'l detto centro (non possendo esser in altro loco fuora del ponto. d.) sia il proprio ponto, d, che è il proposito.

Theorema. 9. Propositione. 10.

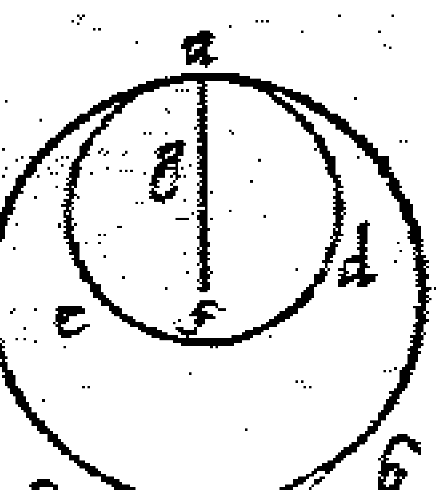
10 Se uno cerchio segha un'altro cerchio, egli è necessario che quello lo
10 seghi solamente in duoi luoghi.



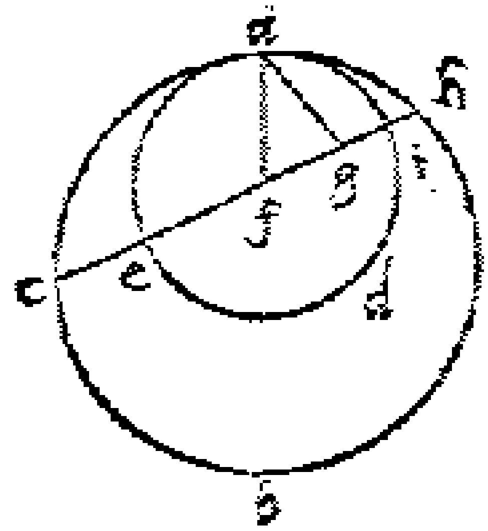
Siano (se gli è possibile) per l'aduersario li duoi cerchij che si seghino in piu che in duoi luoghi, ponicmo sopra li tre ponti, a, b, c, io produrò le due linee. a. b. & a. c. lequale diuiderò in due parti equali in li ponti, d, & e, & dal ponto, e, produrò la linea, e, f, perpendicolare sopra la linea, a, c, & dal ponto, d, la linea, d, f, perpendicolare sopra la linea, a, b, & seghansi le due linee, e, f, & d, f, in ponto, f, & (per lo correllario della prima di questo) il ponto, f, serà il centro dell'uno e l'altro cerchio, laqual cosa è impossibile (per la quinta di questo.)

Theorema. 10. Propositione. 11.

11 Se uno cerchio toccarà di dentro da se un'altro cerchio, & che da l'un
11 centro all'altro sia condutta una linea retta, alongando quella drettamente uerso la parte doue si toccano, le necessario che quella transisca per il ponto del toccamento.



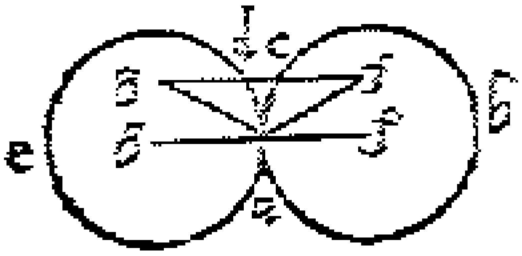
Siano li duoi cerchij. a. b. c. & a. d. e. liquali si tocchino fra loro di dentro uia nel ponto. a. & sia. f. il centro del cerchio. a. b. c. & g. sia il centro del cerchio. a. d. e. et sia dutto dal centro. f. al centro. g. la linea. f. g. Dico che alongando la detta linea. f. g. uerso. a. le necessario che quella transisca per lo ponto. a. & se possibile fosse (per l'aduersario) che quella non transisca per lo detto ponto. a. ponicmo che quella possa transire come fa la linea. f. g. h. (della seconda figura) produrò le due linee. a. g. & a. f. & perche il ponto. f. e il centro del cerchio. a. b. c. le due linee. f. a. & f. b. (per la diffinitione del cerchio) seranno equale, & perche li duoi lati, f, g, & g. a. del



g.a.del triangolo.a.f.g.(per la vigesima del primo) son piu longhi del lato.f.a.seranno etiam piu longhi (per communa scientia) della linea.f.h.hor levando communamente lo lato,f,g, lo lato solo.g.a.per communa scientia serà etiam piu longho del residuo.g,h, & perche la g.i. è equale (per la diffinitione del cerchio) alla.g.a. dilche la.g.a,è maggior della,g,h, seguaria (per communa scientia) che la,g,i, sia maggior etiam lei della g,h, laqual cosa è impossibile che la parte sia maggiore del tutto. Adonque se la linea.f.g. slongandola verso a, non puo transire per ponto alcuno che sia de fuora del detto ponto.a.de necessità adonque transirà per quello,che è il proposito.

Theorema.11. Propositione.12.

11/12 Se seranno duoi cerchij che si tocchino fra lor della parte di fuora conducendo una linea retta da l'un centro all'altro quella tal linea transirà per il ponto del toccamento.



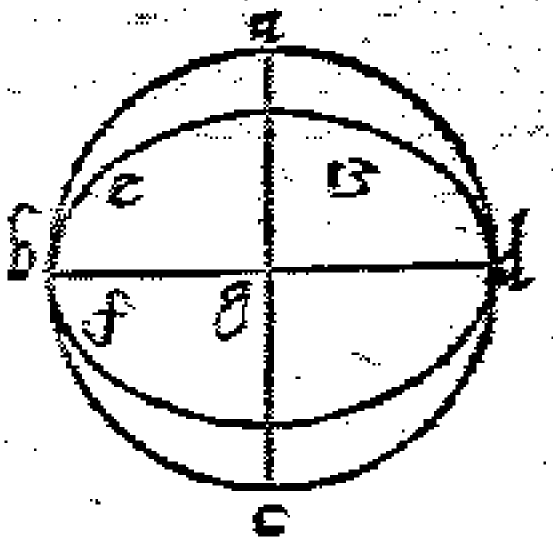
Siano li duoi cerchij,a,b,c,& ,a.d,e, contingenti fra loro de fuora via nel ponto,a, & il centro del cerchio,a,b,c,sia il ponto,f,& il centro del cerchio,a,d,e, sia il ponto.g. Dico che conducendo dal centro,f, al centro,g, la linea,f,g, quella de necessità transirà per lo ponto,a, & se possibile fusse(per l'adversario) che quella transisca come fa la linea,f,c,d,g, dal ponto,a, siano tirate le due linee,a,f, & a,g, constituendo il triangolo,a,f,g, adonque perche il ponto,f, è il centro del cerchio,a,b,c, la linea,f,a,serà equale alla linea,f,c, (per la diffinitione dil cerchio) similmente perche il ponto,g,(è il centro dil cerchio,a,d,e, la linea,a,g, serà equale alla linea,g,d, dilche le due linee,f,c,& g,d,sariano equale alli duoi lati,f.a,& ,g,a, del triangolo,a,f,g,& perche tutto il lato,f,c,d,g,è maggior delle dette due linee,f,c,& ,g,d, serà etiam (per communa scientia) maggiore delli duoi lati a,g, & ,a,f, laqual cosa è impossibile (per la vigesima del primo) che un lato d'un triangolo sia maggior delli altri duoi lati, immo sempre bisogna che sia minor, come nella detta vigesima del primo se dimostra. Seguita adonque che tirando dal centro,f, al centro,g, la linea,f,g, non puo transire per altro loco che per lo ponto, a,che è il proposito.

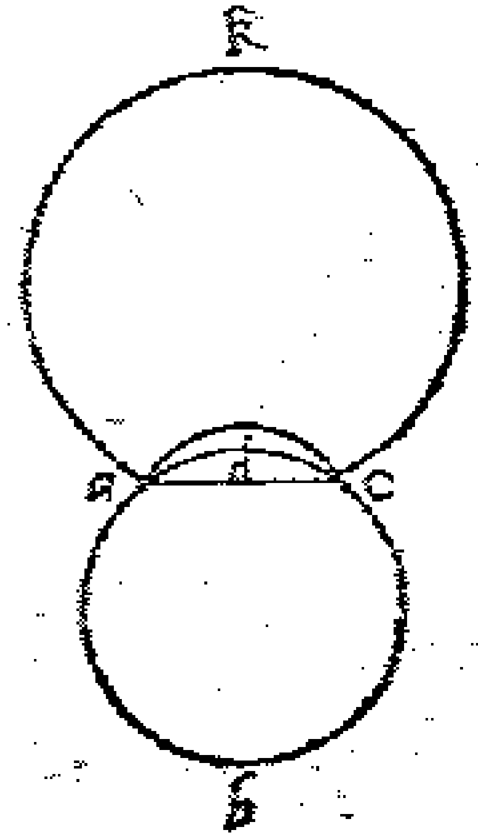
Theorema.12. Propositione.13.

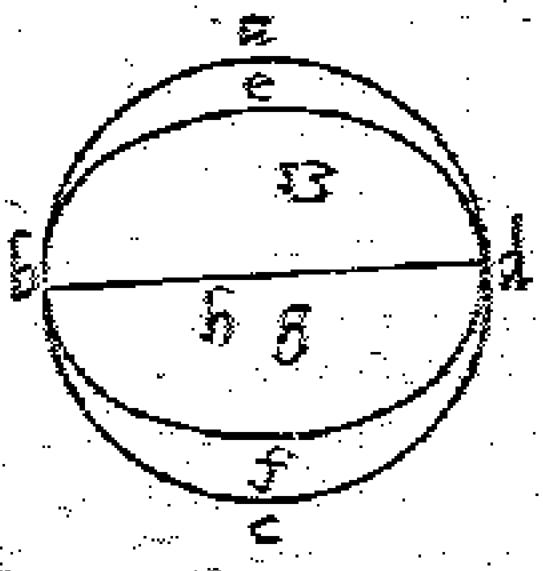
12/13 Se uno cerchio toccarà un altro cerchio,di dentro,over di fuora, lo toccherà solamente in un luogo.

Ma se pur fusse possibile che un cerchio tocchi un'altro cerchio di dentro, over di fuora in duoi luoghi,poniamo primamente che'l cerchio,a,b,c,d,sia toccado dal cerchio,

chio,e,h,f,d,nelli duo ponti,b,& ,d,tirando adōque dal ponto,d,al ponto,b, la linea,b,d, laqual linea,b,d,per la seconda di questo caderà di dentro di ambiduoi li detti cerchij, & diuidendola in due parti equali nel ponto g,& dal ponto g tirando la linea,a,g,c, orthogonalmēte sopra la detta linea,b,d, quella (per lo correlario della prima di questo) transirà per ambiduoi li centri delli detti duoi cerchij,adonque la linea,a,g,c,transirà per li duoi centri delli detti duoi cerchij contingenti,& non passaria per alcun delli duoi ponti,b, & , d, laqual cosa è impossibile (per la precedente propositione)seguita adonque che uno cerchio non puo esser toccado d'alcun altro cerchio di dentro uia in piu de uno luogo solo,che è il primo proposito,hor ueniamo alla demostratione del secondo, & poniamo che'l cerchio a, b, c, d, (se possibile è per l'aduersario) sia toccado dal cerchio, a, k, c, de fuora uia nelli duoi ponti, a, & , c, tirando adōque dal ponto,a, al ponto,c,la linea,a,c,quella caderia fuora del cerchio,a, k, c, laqual cosa è impossibile (per la secōda di questo)adōque seguita il proposito. Anchora per questo altro modo se fusse possibile che un cerchio possa toccar di dentro uia uno altro cerchio in duoi luoghi, ouer in duoi ponti, poniamo che'l cerchio, a,b,c,d, sia toccado dal cerchio,e,b,f,d,nelli duoi ponti b,& ,d,& poniamo che'l ponto,g,sia il centro del cerchio,a,b,c,d, & lo ponto,h, sia il centro di l'altro cerchio,e, b,f, d, hor tirando dal centro g,al centro. h, la linea, g,h, & quella produr indiretto da ambedue le parti quella passerà (per la precedente) per duoi ponti. b, & , d, come se uede far alla linea,b,d,adonque perche la,h,g,è maggior della,h,b,(sua parte) & la,g,d, è equal (per la diffinitione del cerchio) alla g,b,adōque (per commune scientia la,g,d, serà maggior della detta h,b,& se la,g,d, è maggior della detta,h,b,molto piu maggiore serà tutta la,h,d,della ditta,h,b,& pche il ponto,h,è centro dil cerchio, e,b,f,d,dilche la linea,h,d,seria equal (per la diffinitione del cerchio) alla linea, h, b, & gia hauemo prouato che la è molto maggiore, adōque è impossibile che la,h, d,possa esser maggiore , & equale alla,h,b, seguita adonque che'l cerchio,e,b,f,d, non puo toccare il cerchio,a,b,c,d,saluo che in uno ponto solo,che è il proposito.

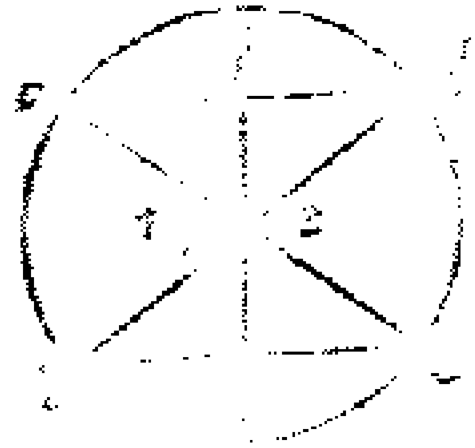






Theorema.13. Propositione.12.

13/14 Se in un cerchio seranno piu linee rette,che siano equal fra loro, le necessario che quelle ſiano equalmente diſtante dal centro, & ſe quelle ſeran equalmente diſtante dal centro, e necessario che ſiano fra loro equale.



Sia il cerchio.a.b.c.d.il centro del qual ſia il ponto.e.nel qual cerchio ſiano le due linee.a.d.& .b.c.lequal ſe ſeranno equale fra loro, dico che ſeranno equalmente diſtante dal centro.e. & per lo contrario ſe le dette due linee ſerãno equalmente diſtante dal centro.e. dico che fra lor ſeranno equale. perche ſe noi poniamo prima che lor ſian equale produro dal centro.e.le due linee.e.f.& e.g.perpendicolare ſopra alla.a.d.& .b.c. dilche la linea.a.d.(per la terza di queſto)ſerà diuiſa in due parti equali nel ponto.f.ſimilmẽte la linea.b.c.nel ponto.g.anchora dal centro.e.io tirarò le quattro linee.e.a.e.d.e.b.e.c.& ſerà coſtituido li duoi triangoli.e.a.d.& .e.b.c.& perche li duoi lati.e.a.& .e.d.del triangolo.e.a.d.ſono equali alli duoi lati,e,c,& ,b,e, del triangolo,e,b,c,(per la diffinitione del cerchio) & la baſa.a.d.ſerà etiam equal alla,b,c, dilche (per la ottaua del primo) l'angolo,a,d,e,ſerà equale all'angolo,b,c,e, & perche li duoi lati,e,d,& ,d,f,del triãgolo,e,d,f,ſono equali alli duoi lati,e,c,et,c,g, del triãgolo,e,c,g,(perche la,d,f,è equal alla,c,g,perche tutta,a,d,fu poſta equale alla,b,c,però la mità de,a,d,(che è,d,f,)ſerà equal alla mità de,b,c,(che è,g,c,) et l'angolo.d.è equal all'angolo,c,dilche la baſa.e.f.(per la quarta del primo) ſerà equal alla baſa,e,g,& perche queſte due baſe uengono dal centro, & ſono perpendicolare ſopra le dette due linee,a,d,& ,b,c,ſeguita adonque(per la quarta diffinitione di queſto)che le dette due linee,a,d,et,b,c,ſiano equalmente diſcoſte dal centro,che ſeria la prima parte del propoſito.

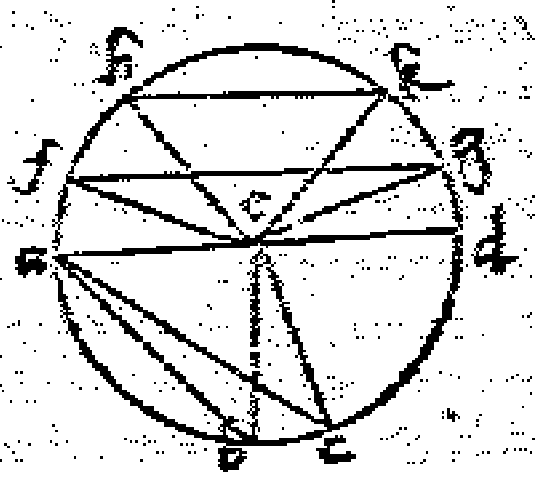
Anchora per un altro modo la potemo dimoſtrar dicendo il quadrato della,e,d.(per la penultima del primo) ual tanto quanto li duoi quadrati delle due linee,e,f,& ,f,d,& ſimilmente il quadrato della,e,c,ual tanto quanto li quadrati delle due linee,e,g,& ,c,g,& perche il quadrato della,d,e,è equale al quadrato della,e,c,& lo quadrato della,d,f,al quadrato della,c,g,ſeguita adonque che'l quadrato della,e,f,ſia etiam equale al quadrato della,e,g,& (per communa ſcientia)la,e,f,ſeria equale alla,e,g,& coſi è manifeſta la medeſima prima parte. hor ueniamo alla ſeconda ponendo che le due linee,a,d,& ,b,c,ſiano equalmente diſcoſte dal centro, cioè che la,e,f,ſia equale alla,e,g,(come uole la quarta diffinitione di queſto,) dico che la,a,d,è equale alla,b,c,perche le due linee,e,d,& ,e,c,ſono equale (per la diffinitione del cerchio) li loro quadrati ſeranno etiã equali,ſimilmente li duoi quadrati delle due linee,e,f,& ,e,g,ſeran etiã equali(per eſſer le dette due linee equal dal preſuppoſito) cauando adonque del quadrato della e,d,il quadrato della,e,f,et del quadrato della,e,c,il quadrato della,e,g,li duoi rimanenti (per la terza conceptione) ſeranno etiam equali liquali duoi rimanenti l'uno ſerà (per la penultima del primo) il quadrato della linea,d,f,l'altro ſerà il quadrato della linea,c,g,dilche ſe'l quadrato della,d,f,è equale al quadrato del

la,c.

la.e.g. seguita che la.d.f. sia equale alla.e.g. & se la.d.f. è equale alla.e.g. il doppio della.d.f. (cioe la.d.a.) sera equale al doppio della.e.g. (cioe alla.c.b.) e questa è la seconda parte del proposito.

Theorema.14. Propositione.15.

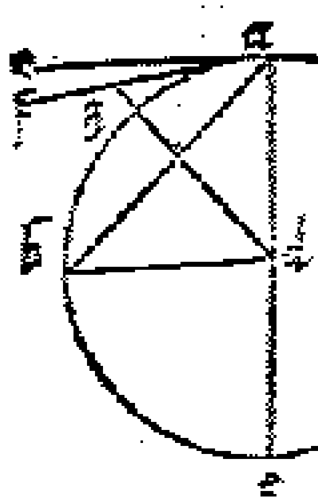
14 Se in un dato cerchio seranno piu linee rette il diametro serà mag-
15 gior de ciascuna delle altre, & quelle che seranno piu propinque al detto diametro seranno piu longhe di quelle che gli seranno piu lontane.



Sia come in lo cerchio.a.b.c.d. il centro dil quale sia il ponto.e. nel qual cascano piu linee le quale siano.a.b.a.c.a.d.f.g.h.k. et sia la linea.a.e.d. del diametro del del detto cerchio. dico la detta linea.a.e.d. essere la piu longhissima de ciascuna delle altre, & la linea.f.g. esser piu longha della linea.h.k. per essere piu propinqua al detto diametro.a.e.d. et similmente la linea.a.c. è maggiore (per la medesima causa) della linea.a.b. Et per dimostrar questo dal centro.e. alla estremità delle dette linee, io tirerò le linee.e.b.e.c.e.f.e.g.e.h.e.k. & perche li duoi lati.e.f. et.e.g. del triangolo.e.f.g. sono maggiori (per la vigesima del primo) del lato.f.g. & li predetti duoi lati insieme sono equali al diametro.a.e.d. perche ciascuno di loro sono la mità del diametro (per la diffinitione dil cerchio) adonque il diametro.a.d. (per commune scientia) serà etiam lui maggiore del ditto lato.f.g. & per la medesima ragione serà etiam maggiore della.a.c. & cosi anchora serà maggior de.h.k. etiam de.a.b. ma che.f.g. sia maggior de.h.k. & a.c. de.a.b. se manifestarà in questo modo, perche li duoi lati e.f. & e.g. del triangolo.e.f.g. sono equali alli duoi lati.e.h.e.k. del triangolo.e.h.k. (perche tutte vanno dal centro alla circonferentia) et l'angolo.f.e.g. è maggiore del l'angolo.h.e.k. la basa.f.g. (per la vigesima quarta del primo) serà maggiore della basa.k.h. similmente anchora li duoi lati,a,e,& e,c, del triangolo.a,e,c, sono equali alli duoi lati,a,e,& ,e,b, del triangolo,a,e,b,& l'angolo,a,e,c, è maggiore del angolo,a,e,b, dil che la basa,a,c, serà maggior (per la detta vigesima quarta del primo) della basa,a,b,& cosi il proposito vien a esser concluso.

Theorema.15. Propositione.16.

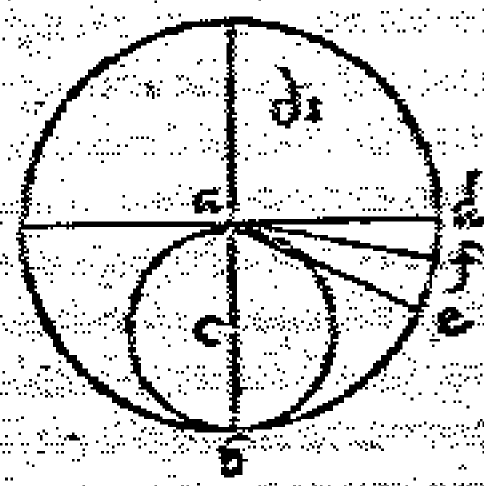
15 Se dall'un di termini del diametro de alcun cerchio serà dutta ortho
16 gonalmēte una linea retta le necessario che quella cada di fuora del detto cerchio, & fra quella è il cerchio le impossibile che gli possa capire altra linea retta. E l'angolo contenuto de quella, & dalla circonferentia è piu acuto de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette, e l'angolo fatto di dentro dal diametro, e dalla circonferantia e maggiore de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette.



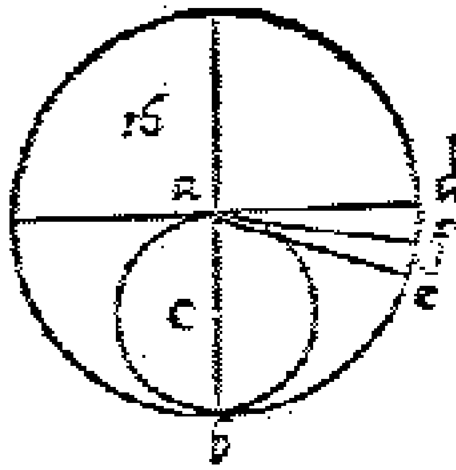
Sia il cerchio. a. b. c. descritto sopra il centro. d. il diametro dil quale sia la linea. a. e. dico che tirando dal ponto. a. una linea che sia perpendicolare alla linea. a. e. quella tal perpendicolare de necessita caderà de fuora del detto cerchio, & fra quella linea, over perpendicolare, e la circonferentia del detto cerchio nõ è possibile che gli possa capire alcun' altra linea retta. E l'angolo contenuto dalla detta linea, over perpendicolare, & dalla circonferentia del detto cerchio è minore de ogni angolo rettilineo, (cioè che sia contenuto da due linee rette) & quello angolo contenuto dal diametro (del detto cerchio) & dalla circonferentia è maggiore de ogni angolo acuto contenuto pur da linee rette. lequal cose se dimostraremo a una per una. hor comminciando dalla prima dico che tirando dal ponto. a. una linea retta perpendicolare al diametro. a. e. de necessita caderà de fuora del detto cerchio, & se pur fusse possibile (per l'adversario) che potesse cadere di dentro poniamo che quella cada come fa la linea. a. b. dal centro. d. produre la linea. d. b, & serà constituido il triangolo. d. a. b. dil quale li duoi lati. d. a. & . d. b. sono equali (perche vanno dal centro alla circonferentia) dilche li duoi angoli. d. a. b. & . d. b. a. (per la quinta del primo) seran equali, & per esser la linea. b. a. perpendicolare sopra. a. e. (per il presupposito) l'angolo. b. a. d. serebbe retto dilche anchora l'angolo. d. b. a. seria pur retto, donde il triangolo. a. b. d. haveria dui angoli retti, laqual cosa è impossibile (per la trigesima seconda del primo) seguita adonque che tirando dal ponto. a. una perpendicolare al diametro. a. b. quella de necessita caderà de fuora. hor poniamo che quella tal perpendicolare sia la linea. a. e. hor dico che fra la detta linea. a. e. & la circonferentia non è possibile che gli possa capire alcuna linea retta, & se pur fusse possibile (per l'adverserio) poniamo che gli capisca la linea. a. f. alla qual linea. a. f. dal centro. d. produremo una perpendicolare laqual poniamo (se possibile è) che quella sia la linea. d. g. & perche l'angolo. d. g. a. (del triangolo. d. a. g.) seria retto donde l'angolo, g, a, d, (per la trigesima seconda del primo) veria a esser menor d'un angolo retto dilche il lato, a, d, (per la decima nona del primo) seria maggiore del lato, d, g, (per esser opposito a maggior angolo) laqualcosa è impossibile, anci la detta, d, g, seria maggior di lei per quella parte che passa di fuora dil cerchio, cioe dalla circonferentia al ponto, g, per laqual cosa seguita che fra la detta linea, a, e, & la circonferentia, a, b, non puo capirli alcuna linea retta, & per questo se manifesta che l'angolo contenuto dalla circonferentia, a, b, & dalla linea retta, a, e, (ilquale è detto angolo della contingentia) è minore de ogni angolo contenuto da due linee rette. ma se alcun angolo rettilineo potesse essere equale, over minor dell'angolo della contingentia quello tal angolo se potria dividere (per la nona del primo) in due parti equale, dilche seguiria che fra la linea, a, e, & la circonferentia, a, b, potesse caperli una linea retta, laqual cosa è impossibile, come de sopra è sta dimostrato per laqual cosa se manifesta che l'angolo contenuto dal diametro, a, e, & dalla circonferentia *retia esser maggior de tutti li angoli acuti contenuti de due linee rette perche non è differente dell'angolo retto se non in l'angolo della contingentia ilquale havemo dimostrato esser minore de ogni angolo rettilineo.*

Correlario.

15 Donde el se manifesta anchora che ogni linea retta dutta da l'un di
16 termini del diametro de alcun cerchio orthogonalmente quella esser contingente con lo detto cerchio, & che la detta linea retta tocca il detto cerchio solamente in un ponto, perche eglie dimostrato nella seconda de questo, che una linea tirata dall'un all'altro de duoi ponti posti in la circonferentia d'un cerchio quella cade di dentro segando quello, laqual cosa bisognava dimostrare.



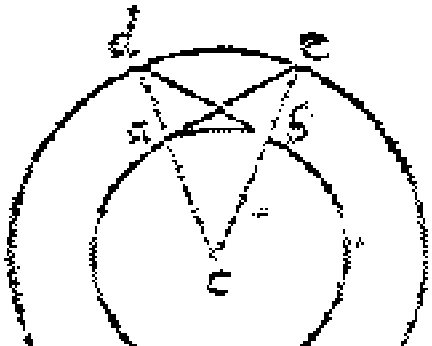
Anchora per cose dette di sopra le da esser notado che'l non vale questa argumentatione che dice questo transisse dal minore al maggiore & per tutti li mezzi. Adonque transisse etiam per lo equale. Ne anchora quest'altra che dice trovandosi il minor & lo maggior d'una cosa, è possibile trovar etiã lo equale laqual cosa se manifesta in questo modo, sia il cerchio, a, b, descritto sopra il centro, c, il diametro delquale sia la linea, a, c, b, & dal suo termine, a, sia dutta la linea a, d, orthogonalmente laqual sarà (per lo corellario di questa) contingente con lo cerchio, a, b, nel ponto, a, sia anchora descritto sopra il ponto, a, secondo la quantità del diametro, a, b, il cerchio, b, e, d, & sia imaginato la linea retta, a, b, essere mossa sopra il ponto, a, per la circonferentia dell'arco, b, e, d, talmente che'l ponto, b, numeri tutti li ponti dell'arco, b, e, d, per fina a tanto che quella pervenga alla linea, a, d, cioe prenda quella, & perche l'angolo, b, a, d, è retto il sera come il non sia possibile pigliar alcuno angolo acuto che la linea, a, b, non habbia fatto uno (con lo diametro del cerchio minore) cioè con la linea retta, a, c, b, stabile a lui equale, perche quella ha transito all'angolo retto numerando il sito del tutti li angoli acuti di quali è manifesto alcuni essere minori dell'angolo de mezzo cerchio (contenuto dalla circonferentia, a, b, & dal diametro, a, c, b,) e l'angolo retto le manifesto esser maggiore de quello medesimo. Dico che nel transito fatto dalli angoli acuti minori all'angolo retto maggiore nessuno fra mezzo ne sia fatto che sia a quello equale, & se pur fusse possibile cõ ella ne habbia costituido alcuno poniamo che'l sia quello che habbia fatto la linea, a, b, mobile quando il ponto b, è gionto sopra il ponto, e, dall'arco, b, e, d, perche adonque l'angolo, e, a, b, è equale all'angolo del detto semicerchio, ma l'angolo del detto semicerchio è lo ampissimo de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette (per l'ultima parte di questa) dilche l'angolo, e, a, b, seria etiam lui ampissimo de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette. Sia adonque diviso l'angolo, e, a, d, in



due parti equale (per la nona del primo) per la linea, a, f, dilche (per commune scientia) l'angolo, f, a, b, serà piu ampio dell'angolo, e, a, b, per laqual cosa seguiria che al cun angolo acuto rettilineo serà piu ampio del ampissimo, laqual cosa è impossibile, ancora se puo procedere in quest'altro modo ponendo pur che l'angolo, e, a, b, sia equale all'angolo del semicerchio, & perche l'angolo del semicerchio con l'angolo della contingentia sono equali all'angolo retto similmente l'angolo, e, a, b, con l'angolo e, a, d, è equale a uno angolo retto dilche l'angolo, e, a, d, (per commune scientia) saria equale all'angolo della contingētia, & perche l'angolo della contingentia è acutissimo de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette (per la tertia parte di questa) l'angolo adonque, e, a, d, a lui equale serà etiam acutissimo de tutti li angoli acuti contenuti da linee rette. Ma l'angolo, e, a, f, (per commune scientia) è molto piu acuto di lui, adonque il saria alcun angolo rettilineo piu acuto de l'acutissimo cioe di quel della contingentia, laqualcosa è impossibile, come di sopra in questa fu dimostrato. Adonque non serà alcun angolo rettilineo equale all'angolo del semicerchio contenuto dalla mità della circonferentia, a, b, & dal diametro, a, c, b, et per che la linea, a, b, mobile transisce dal minore al maggiore & per tutti li mezzi & nō per lo equale, similmente perche il se puo trouare un'angolo maggior etiam minor (del detto angolo del mezzo cerchio) contenuto de linee rette et tamen nō se ne puo ritrouare un che gli sia equale, egli manifesta la oppositione cōtra all'una e l'altra argumentatione predetta. Onde a quello è da essere resposto per destruttione.

Problema. 2. Propositione. 17.

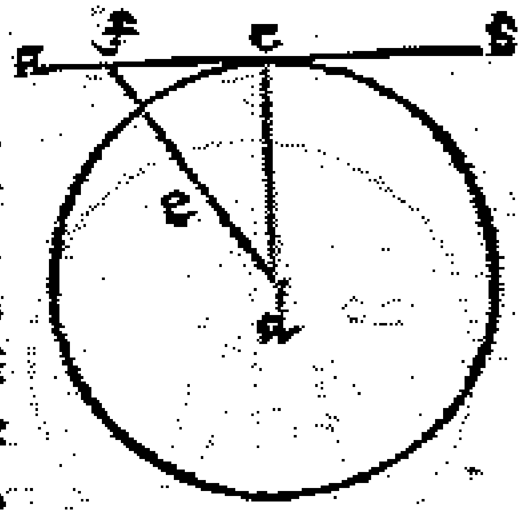
16 Da un dato ponto, a un dato cerchio puotemo menare una linea
17 retta toccante.



Come sia il dato ponto, d, e il dato cerchio, a, b, il centro del qual sia il ponto, c, voglio dal ponto, d, menare una linea retta che tocchi il cerchio, a, b, produco la linea, d, c, laqual segharà la circonferentia del detto cerchio, a, b, nel ponto, a, sopra laquale descrivo il cerchio, d, e, secondo la quantità della linea, d, c, sopra il medesimo centro, c, & dal ponto, a, produco la linea, a, e, perpendicolare alla linea, d, c, laqual segha la circonferentia dil cerchio, d, e, in lo ponto, e, & produco la linea, e, c, seghante la circonferentia dil cerchio, a, b, in lo ponto, b, e, dipoi produco la linea, d, b, laqual serà toccante il cerchio, a, b, nel detto ponto, b, perche li duoi lati, a, c, & c, e, del triangolo, a, c, e, sono equale alli duoi lati, b, c, & c, d, del triangolo, b, c, d, et l'angolo, c, è commun all'un e l'altro, dilche (per la quarta del primo) l'angolo, e, a, c, serà equale all'angolo, d, b, c, ma l'angolo, e, a, c, è retto, per laqualcosa l'angolo, d, b, c, serà *b,c, serà etiam retto. Adonque per lo correlario della precedente la linea, d, b, serà toccante il cerchio, a, b, che è il proposito.*

Theorema. 16. Propositione. 18.

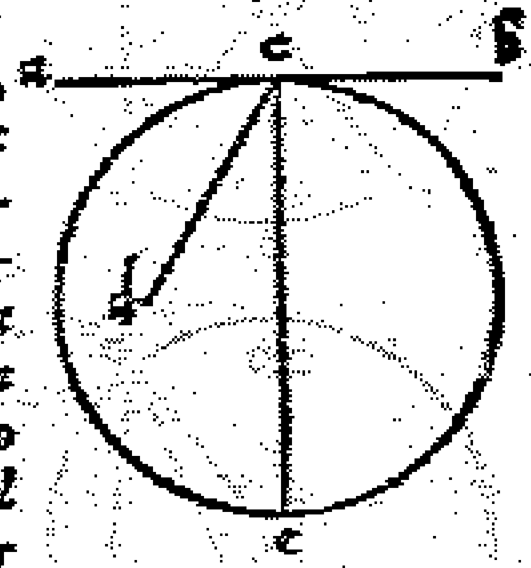
17/18 Se una linea retta tocca un cerchio, e dal toccamento al centro si meni una linea retta è necessario che la sia perpendicolar sopra quella che tocca.



Sia la linea, a, b, laqual tocchi il cerchio, c, e, nel ponto, c, il centro del qual cerchio sia il ponto, d, & sia congionto il detto ponto, c, con lo centro, d, per la linea, c, d. Dico questa tal linea, d, c, essere perpendicolare sopra la linea, a, b, che tocca, & se quella non fusse perpendicolare sopra la detta linea, a, b, (per l'aduersario) ponimo adonque che quella sia la linea, d, f, cioe che la linea, d, f, sia perpendicolare sopra la detta linea, a, b, la qual segharà la circonferentia del cerchio in ponto, e, dilche l'uno e l'altro delli dui angoli, che sono al. f. son retti, adonque l'angolo. f. c. d. (per la trigesima seconda del primo) serà minor d'un retto, dilche serà etiam minor dell'angolo. d. f. c, seguita adonque che'l lato. d. c. (per la decima nona del primo) sia maggior del lato, d, f, laqual cosa è impossibile che'l minor sia maggior del maggior donde el si manifesta, d, c, esser perpendicolare sopra della, a, b, che è il proposito.

Theorema. 17. Propositione. 19.

18/19 Se una linea retta toccarà uno cerchio, & dal ponto del toccamento nel detto cerchio si meni orthogonalmente una linea retta in quella medesima è necessario esser il centro.

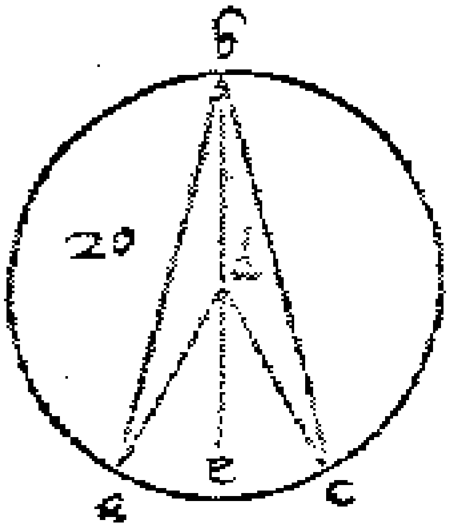


Come sia la linea, a, b, toccante il cerchio, c, e, nel ponto, c, & dal ponto, c, sia dutta dentro del detto cerchio. c. e. una perpendicolare alla linea, a, b, laqual sia la linea, c, e, dico che'l centro del detto cerchio, c, e, e nella linea, c, e, (questa è al contrario della precedente) e se possibile è che il detto centro non sia in la detta linea, c, e, de necessità serà in qualch' altro loco de fuora di essa linea, c, e, poniamo adonque che'l sia il ponto, d, io produrò la linea, d, c, laqual linea, d, c, (per la precedente) seria perpendicolare sopra alla linea, a, b, laqualcosa è impossibile cõ cosia che la linea, c, e, fu posta perpendicolar sopra di detta linea, a, b, dilche non è possibile che ambedue possano esser perpendicolare sopra di quella nel medesimo ponto, c, perche il seguiria questo disconueniente che l'angolo, d, c, a, fusse equale

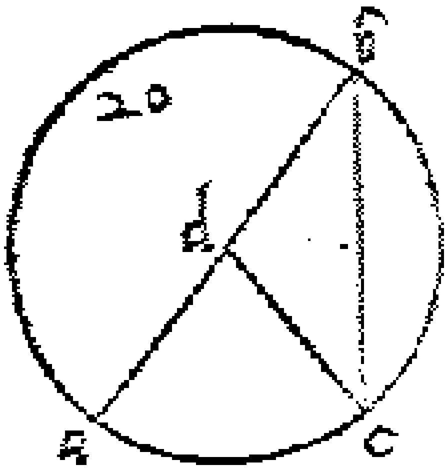
equale all'angolo .e.c.a. perche ambidui sariano retti, seguita adonque che'l centro del detto cerchio .a.e. (non possando esser fuora della linea .c.e.) sia in essa linea, c.e. che è il proposito.

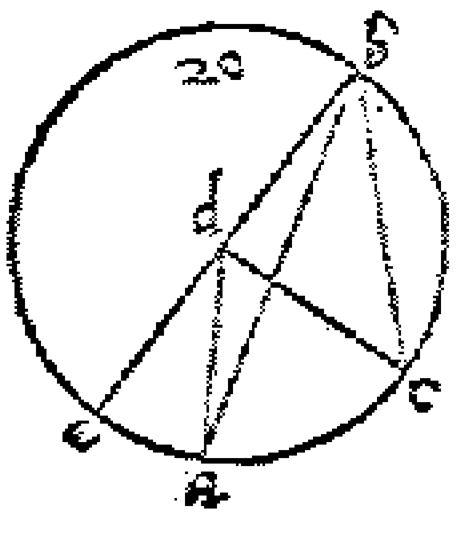
Theorema. 8. Propositione. 20.

19/20 Se in un cerchio serà constituido uno angolo sopra il centro, & uno altro sopra la circonferentia liquali habbino una medesima basa de circonferentia l'angolo dil cētro serà doppio all'angol della circonferētia.



Come sia il cerchio .a.b.c. il centro dil quale sia il ponto .d. nel quale sia l'angolo .a.d.c. sopra il centro & l'angolo .a.b.c. sopra la circonferentia & sia l'un & l'altro de detti angoli sopra la medesima basa laqual è la circonferentia .a.c. Dico che l'angolo .a.d.c. e doppio allo angolo .a.b.c. laqual cosa se approuerà in questo modo. perche le due linee .a.b. & .b.c. ouero includeno di dentro da loro le due linee .a.d. & d.c. ouer che una di quelle passerà sopra l'una di loro facendosi con quella una sol linea, ouer che una delle dette due linee .a.b. & .b.c. segarà una delle dette due linee, cioè .a.d. ouer .c.d. Sia adonque primamente che le due linee .a.b. & b.c. includeno di dentro da loro le due linee .a.d. & d.c. come in la prima figuratione appare. & sia produtto la linea .b.d.e. (& per la .32. del primo) l'angolo .a.d.e. di fuora è equale alli duoi angoli di dentro liquali sono .b.a.d. & .a.b.d. (del triangolo .a.b.d.) & perche li detti duoi angoli .d.a.b. & .d.b.a. sono equali fra loro (per la quinta del primo) l'angolo .a.d.e. serà doppio all'angolo .a.b.d. similmente anchora l'angolo .e.d.c. serà doppio all'angolo, d, b, c, per laqual cosa tutto l'angolo, a, d, c, è doppio a tutto l'angolo .a.b.c. che è il proposito. Ma se una delle due linee .a.b. & .b.c. passasse sopra una delle due linee .a.d. & .c.d. talmente che facessino insieme una linea sola (come nella seconda figuratione appare) dico anchora che l'angolo, a, d, c, è doppio all'angolo, b, (per la detta quinta & trigesima seconda del primo) per se manifesta, perche l'angolo .a.d.c. di fuora è equale alli duoi angoli .d.b.c. & .d.c.b. di dentro liquali sono equali (per la detta quinta) però l'angolo, a, d, c, serà doppio all'angolo, d, b, c, che è il proposito. Ma se una delle due linee, a, b, & .c.b. segarà una delle due linee .a.d. & .c.d. (come nella terza figuration appare doue la linea, a, b, sega la linea, d, c,) sia produtta la linea, b, d, e, donde per le ragion dette nella seconda figuratione l'angolo, e, d, a, è doppio all'angolo, d, b, a, similmente tutto

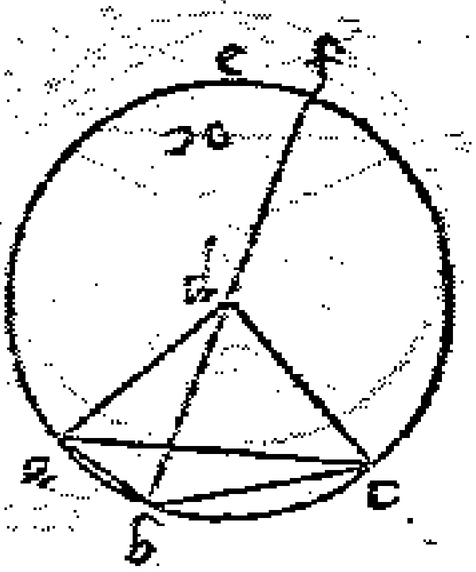




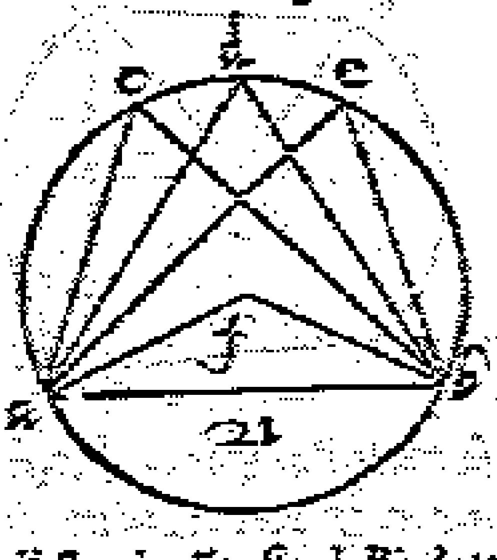
te tutto

te tutto l'angolo, e, d, c, e pur doppio a tutto l'angolo, d, b, c, per laqualcosa l'angolo, a, d, c, è doppio all'angolo [illegible] cioe, a, b, c, se tutto l'angolo, e, d, c, e doppio a tutto l'angolo, e, b, c, & che l'angolo, e, d, a, (parte di tutto l'angolo, e, d, c.) e doppio all'angolo, d, b, a, ch'è parte de tutto l'angolo, d, b, c, (per communa scientia) e il residuo, a, d, c, sera etiã doppio al residuo, a, b, c, ch'è il proposito.

Il Tradottore.



El testo di questa soprascritta propositione, tolto secondo che parla la prima tradottione patiria oppositioni assai. perche lui dice che se in un cerchio sia constituido un'angolo sopra il centro, & un'altro sopra la circonferentia liquali habbiano una medesima basa lo inferiore serà doppio al superiore, laqualcosa non seguitarà se in un cerchio (qual sia il cerchio, a, b, c, di questa quarta figuratione) sia tirata una linea retta, qual sia la, a, c, & congiongendo le due estremità di quella con il cetro, d, etiam con un ponto tolto nel arco, a, b, c, (qual sia il ponto, b,) serà constituido li dui angoli, cioe l'angolo, a, d, c, sopra il centro, & l'angolo, a, b, c, sopra la circonferentia liquali hanno una medesima basa che è la detta linea, a, c, e nientedimeno l'angolo, a, d, c, sopra il centro non è doppio all'angolo, a, b, c, sopra la circonferentia, come facilmente si puo prouare, & pero piu correttamente parla il testo della seconda tradottione, qual uol che li detti angoli habbiano equal circonferentia, cioè equal basa de circonferentia e non de linea retta. e però tutto



quel spatio, che è attorno all'angolo, a, d, c, è doppio al l'angolo, a, b, c, perche hanno una medesima basa di circonferentia che è la circonferentia, a, e, c, & per dimostrarlo io tirarò la linea, b, d, & quella alongarò per fina alla circonferentia in ponto, f, & perche l'angolo, c, d, f, (per la prima parte della trigesima seconda del primo) è equale alli dui angoli d, b, c, & d, c, b, liquali sono equali (per la quinta del primo) e pero uerrà a esser doppio all'angolo, d, b, c, e per le medesime ragione l'angolo, f, d, a, sera etiã doppio al angolo, a, b, d, e pero tutto il spacio cõposto delli detti dui angoli, c, d, f, & f, d, a, serà doppio a tutto l'angolo, a, b, c, che è il proposito.

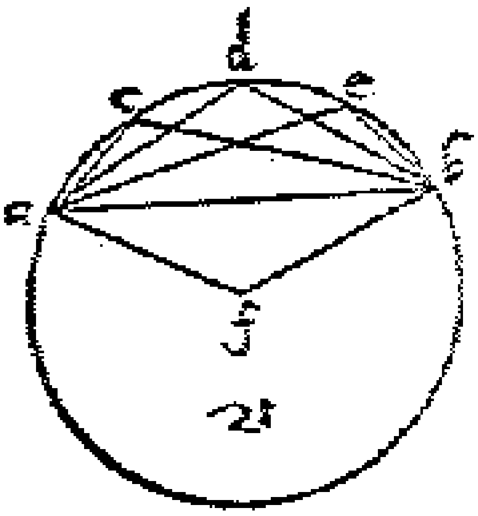
Theorema. 19. Propositione. 21.

20/21 Se in una portione di cerchio sieno molti angoli sopra dil arco constituidi, sieno infra loro equali.

Come sia in la portione, a, d, b, del cerchio, a, d, b, il centro dil qual sia il ponto, f, sieno molti angoli sopra l'arco, a, d, b, della portion maggior liquali sono, c, d, & e, quelli dico esser equali fra loro, & per dimostrare questo sia tirata la corda, a, b, & dalle

dalle sue due estremità siano dutte al centro .f. le due linee .a.f. & b.f. dilche l'angolo .a.f.b. constituido sopra il centro (per la precedente) serà doppio a cadauno di loro, seguita adonque che cadauno delli detti tre angoli .c.d.&.e. sia la mita de l'angolo .f. dilche (per la 7. concettione) seranno equali, che è il proposito.

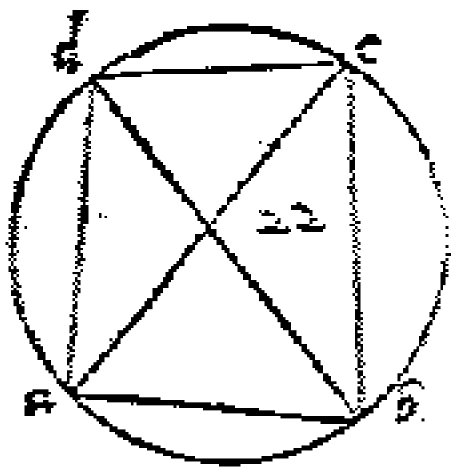
Il Tradottore.



Per le demostrationi disopra adutte è manifesto il proposito, in quanto alla portion maggiore, ma se li detti angoli seranno sopra l'arco della portione menore, come in la seconda figura appare (per quel che demostrassimo sopra la precedēte è manifesto il proposito) perche cadauno delli detti angoli è la mitade di quella qualità di spatio che circonda l'angolo .f. onde per la settima concettione seguita il detto proposito.

Theorema. 20. Propositione. 22.

$\frac{21}{22}$ Se dentro a uno cerchio serà descritto uno quadrilatero, qualunque duoi angoli contrapositi di quello è necessario esser equali a duoi angoli retti.



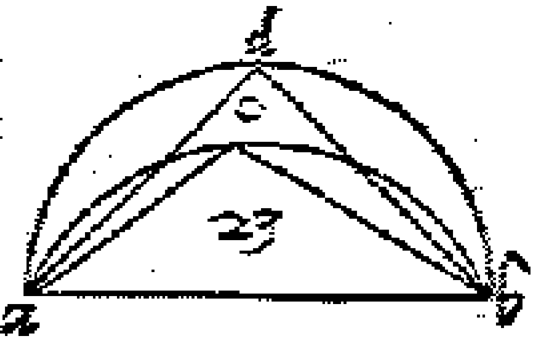
Sia il quadrilatero, a, b, c, descritto di dentro dal cerchio, a, b, c, d, qual sia cosi conditionato che tutti li suoi quattro angoli termini a ponto in la circonferentia del detto cerchio. Dico che qualunque duoi angoli contrapositi di quello, sono equali a duoi angoli retti. E per dimostrar questo tirarò li duoi diametri del detto quadrilatero, cioe, a, c, & , d, b, (& per la precedēte) l'angolo, c, b, d, serà equale all'angolo, c, a, d, & l'angolo, a, b, d, similmente serà equale all'angolo, a, c, d, per laqual cosa tutto l'angolo, a, b, c, serà equale alli duoi angoli, a, c, d, & c, a, d, del triangolo. a, d, c, & perche li ditti duoi angoli insieme con altro angolo, a, d, c, (per la trigesima seconda del primo) sono equali a duoi angoli retti, seguita adōque che tutto l'angolo, a, b, c, insieme con tutto l'angolo, a, d, c, (a lui opposito) sono equali a duoi angoli retti, che è il proposito, similmente anchora se approuerà li duoi angoli, d, a, b, & d, c, b, (contrapositi) esse equali a doi angoli retti.

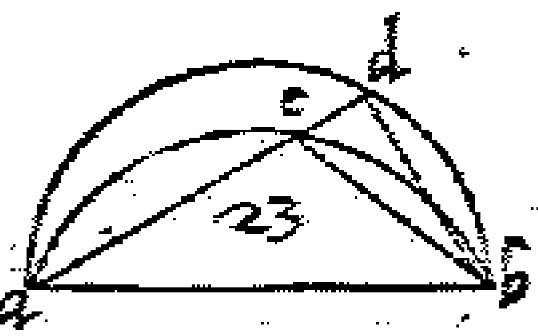
Theorema. 20. Propositione. 23.

$\frac{22}{23}$ Egli è impossibile a cōstituire due portioni di cerchio simile, & inequale sopra una assignata linea retta da una medesima parte.

Sia la assignata retta linea, a, b, sopra dellaquale sia fatta la portion di cerchio a. b. c.

a.b.c. Dico che sopra la medesima linea dalla medesima parte non se potrà costituire un'altra portione di cerchio, che sia simile a questa, & che sia maggiore, ouero minore di lei. Ma se questo fusse possibile sia fatto adonque la portion, a, d, b, maggiore di quella, tamen sia simile a lei, sia fatto anchora l'angolo, a, c, b, in la portion minore, & l'angolo, a, d, b, in la portion maggiore, sarà adonque che le due linee, a, d, & b, d, inchiuderano di dentro da loro le due linee. a. c. & b. c. come appare in la prima figuratione, ouer che una delle due prime se farà una medesima linea con una delle seconde, come in la seconda figuratione si manifesta, ouer che una segarà l'altra (come in la terza figuration si dimostra) ma sel serà al primo modo l'angolo. c. (per la uigesima prima del primo) serà maggior dell'angolo. d. adonque (per la duodecima diffinition di questo) nõ son simile, ma sel serà al secondo modo, al presente l'angolo, c, (per la sesta decima del primo) serà maggiore dell'angolo, d, ne cosi adonque le dette due portioni seranno simile (per la detta duodecima diffinition di questo) ma se sarà al. 3. modo, cioe che la linea. a. d. seghi la linea. c. b. & seghi la circonferentia della portion minore nel ponto. e. e sia dutta la linea. b. e. l'angolo, a, e, b, (per la medesima decima sesta del primo) è maggiore dell'angolo, d, et perche l'angolo. e. è nella medesima portion minore doue è etiam l'angolo, c, dilche (per la uigesima prima di questo) serà equale al detto angolo, c, seguita adonque che se l'angolo. e. è maggiore dell'angolo. d. similmente l'angolo. c. serà etiam maggiore del detto angolo. d. per laqualcosa a niun modo le dette duoi portioni sono simile, per questo medesimo modo anchora tu approuerai che sopra la linea, a, b, non puo esser fatto una portione simile alla portione, a, c, b, menore de quella, ponendo, c, in lo loco del, d, &, el, d, in lo loco del, c, in le predette figuratione. l'angolo. d. (per la detta 21. & 16. del primo procedendo per lo modo fatto di sopra, serà in tutte le dette tre figuratione maggiore dell'angolo, c, per laqual cosa le dette, portioni non seranno simile. Et nota che abenche sia proposto sopra una medesima linea non posser esser fatto due portion simile inequale da una medesima parte, nientedimeno seguita la uerità che le non puon anchor esser fatte da diuerse parte, cioe una da una parte de detta linea, e l'altra dall'altra, perche eglie licito prouar come la minore (la qual è da una parte) soprapostà alla maggiore (laqual è dall'altra parte) il sarà necessario (per lo conuerso modo della ottaua concettione) quella esser eccedùta dalla maggiore. adonque per la presente. 23. non seranno simile, che è il proposito.

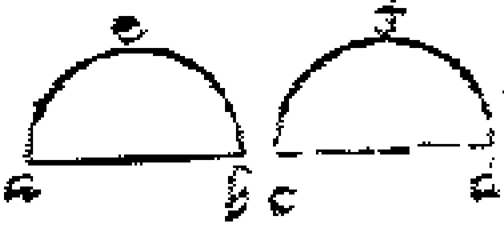




Theorema. 22. Proposizione. 24.

23 Se simile portioni di cerchij sono sopra linee equale, quelle portio-
24 ni è necessario che sieno equali.

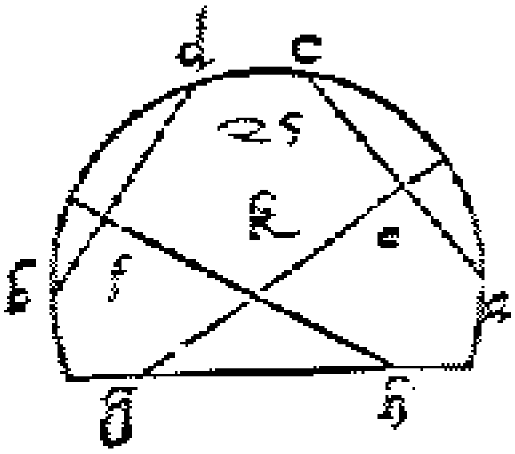
Siano

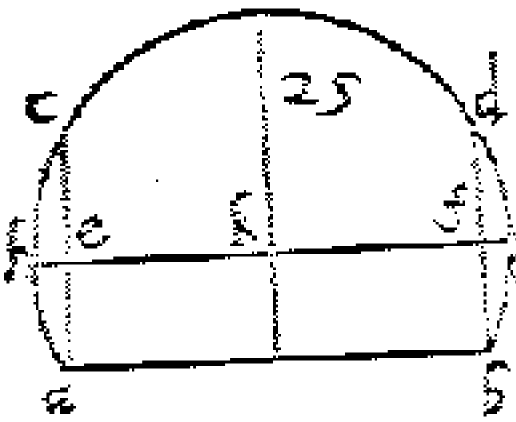


Siano le due linee. a. b. & c. d. equal sopra lequale siano le duoi portioni di cerchij a. e. b. & c. f. d. lequale siano simili. Dico quelle medesime esser equale. & se possibile è che nõ siano equali una di quelle posta sopra all'altra la maggiore eccederà la minor (per lo conuerso modo della penultima concettione) ma la linea a. b. non eccede la linea. c. d. ne quella è ecceduta da lei (conciosia che sono equale dal presupposito) per laqual cosa seguiria il contrario della precedente, che è impossibile. seguita adõque che le dette portioni siano equale, che è il proposito.

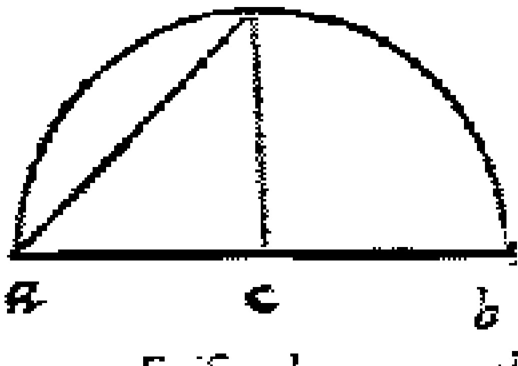
Problema. 3. Propositione. 25.

24/25 Puotemo compire il cerchio de una data portione, o sia maggiore, ouer minore d'un mezzo cerchio.



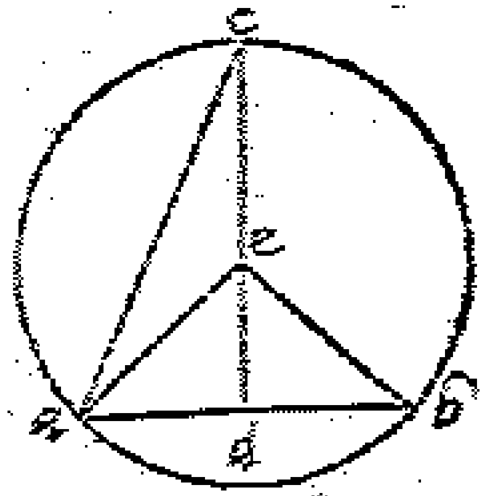


Per questa conclusione, la intentione è questa, de ogni dato arco, ouer de ogni data parte de cerchio compire il cerchio. Sia adonque. a. b. c. qual si uoglia arco, del qual uoglio compire il circolo, tirarò in quello due linee cadauno come si uoglia, lequali siano. a. c. & b. d. lequali diuidendo io in due parti equali, cioe la. a. c. in ponto. e. & la. b. d. in ponto. f. & tirando la. e. g. perpendicolare alla. a. c. & la. f. h. perpendicolare alla. b. d. lequali si segano fra loro in ponto. K. (& per lo correlario della prima di questo) il centro del cerchio serà in l'una & l'altra delle due linee. e. g. & f. h. per laqual cosa il ponto. k. e il centro, ma se la. e. g. nõ segha la. f. h. ma siano una sol linea, si come sarà se le due linee. a. c. & b. d. siano equidistante, allhora quella se applicarà alla circonferentia del dato arco dall'una e l'altra parte. adonque diuisa quella per mitade in ponto. k. ni serà il centro del dato cerchio (per il detto correlario) anchora le dette due linee. e. g. & f. h. non puon esser equidistante, perche conciosia che il centro del detto cerchio sia in l'una e l'altra (per il detto correlario) seriano duoi centri del medesimo cerchio. & cosi per questo modo tu puoi de ogni arco, ouer de ogni portione, communamẽte demostrare qualmente se compisse il suo cerchio, tamen perche il si uede l'auttore in questa conclusione uariare secondo le diuerse specie delli archi di tutte le portioni, numerando le specie, demostraremo diuisamente per le specie, qualmente se compisse il cerchio di ogni data portione. sia adonque primamẽte la data portione a. b. un mezzo cerchio (& per la diffinitione del mezzo cerchio) la linea. a. b. serà il diametro, diuisa adonque quella per mezzo in ponto. c. il detto ponto. c. serà il centro

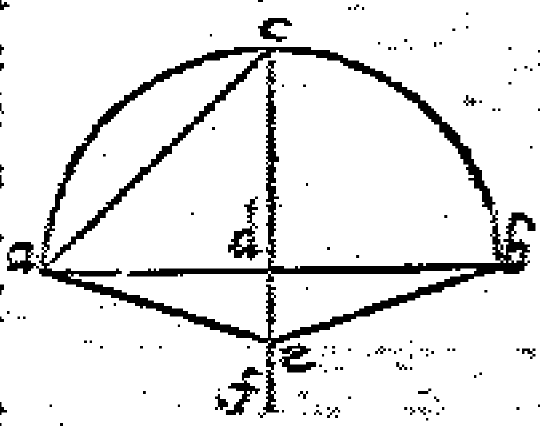


del

del cerchio: sia anchora la portion .a.c.b. maggior del mezzo cerchio la corda della qual sia la linea .a.b. laqual divido in due parti equali in ponto .d. dalqual conduco la .d.c. perpendicolar a quella (concosia che la portion .a.c.b. sia maggior del mezzo cerchio) la .a.d. serà minor del mezzo diametro, & la .d.c. è maggiore del mezzo diametro. adonque la .d.c. è maggior che la .a.d. adonque (per la .19. del primo) l'angolo .c.a.d. è maggiore dell'angolo .a.c.d. sia adonque fatto l'angolo .c.a.e. (per la vigesima terza del primo) è equal all'angolo .a.c.e.

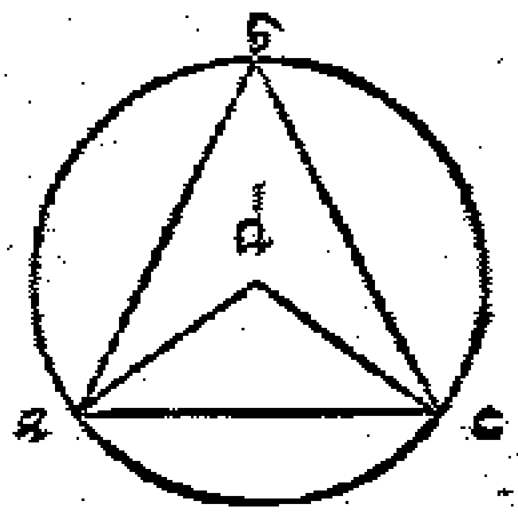


produtta la linea .a.e. laqual seghi la linea .c.d. in ponto .e. & (per la sesta del primo) la linea .a.e. serà equale alla linea .e.c. sia adonque tirata la linea .e.b. & (per la quarta del primo) la linea .e.b. serà equale alla linea .a.e. per la qualcosa le tre linee .a.e. e.b. e.c. sono equale, adonque (per la nona di questo il ponto .e. è il centro del cerchio. sia anchora la portione .a.c.b. menore del mezzo cerchio, dellaquale la corda sia la .a.b. laquale divido in due parti equali in ponto .d. dal qual conduco la linea .c.d.f. perpendicolare alla linea .a.b. laqual seghi la circonferentia in ponto .c. & è manifesto questa transire per il centro (per il correlario della prima di questo) anchora tiro la linea .a.c. e langolo .a.c.d. serà maggiore di l'angolo .c.a.d. perche sel fusse equale seria la portione .a.c.b. un mezzo cerchio, & sel fusse menore seria maggiore d'un mezzo cerchio, & è posto che sia menore, adonque tiro la linea .a.e. che faccia con la linea .a.c. un angolo equale al angolo .c. & seghi la linea .c.f. in ponto. e. & è manifesto che il ponto .e. cade di fuora della portion, & tiro la linea .e.b. & perche lo angolo total .a. è equale al angolo .c. (per la sesta del primo) la linea, e, a, è equale alla linea, e, c, & perche (per la quarta del primo) la linea .e.b. è equale alla linea .e.a. (per la nona di questo) il ponto .e. è centro del cerchio, per laqual cosa è manifesto il proposito secondo tutte le specie delle portioni di cerchi.



Theorema .23. Propositione .26.

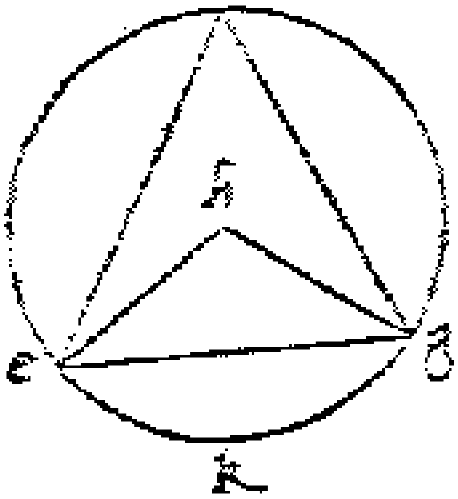
25
26 Se in cerchi equali over sopra il centro, over sopra la circõferentia stiano angoli equali è necessario quelli cascare sopra archi equali.



Siano duoi cerchij equali, cioe il cerchio .a.b.c. (il centro dilqual sia il ponto .d.) & il cerchio .e.f.g. il centro dilquale sia il ponto .h. & sopra li centri de quelli siano fatti li duoi angoli .a.d.c. & .e.h.g. iquali siano posti equali. dico che li duoi archi .a.b.c. & .e.f.g. sono equali fra loro, la qual cosa se dimostra in questo modo. Siano tirate le due linee .a.c. & .e.g. et siano fatti li duoi ango-

li in

la in la circonferentia de quelli che stiano sopra li predetti archi, liquali siano l'angolo.a.b.c. et l'angolo.e.f.g.perche adonque li detti duoi cerchij sono equali li suoi

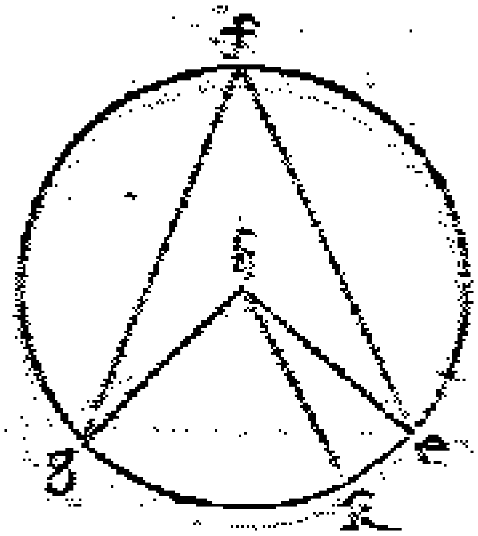


mezzi diametri (per la prima diffinitione) sono equali. & perche li duoi angoli.d. & .h. sono equali le due linee a.c. & .e.g. (per la quarta del primo) sono equali, & (per la uigesima di questo) l'angolo.b.serà equale all'angolo.f.(conciosia che l'angolo.d.si è equal all'angolo.h. & l'uno e l'altro è doppio a quello che è costituido sopra della circonferentia del suo arco, però l'angolo.b.(per commune sententia) serà equale all'angolo.f. adonque (per la penultima diffinitione di questo) le due portioni a.b.c.& e.f.g.sono simili,& perche sono sopra le due linee.a,c,& .e,g,equale quelle seranno (per la uigesima quarta di questo) equale fra loro, per laqual cosa l'arco.a.b.c.serà equale all'arco.e,f,g. Ma se li duoi angoli.b.& .f. (liquali sono sopra della circonferentia) seran posti equali (per la detta diffinitione) le dette portioni seranno simili, & l'angolo,d,serà pur (per la detta uigesima) equale all'angolo.h.& perche li cerchi sono posti equali (per la quarta del primo) le due linee.a,c,& ,e,g, seranno equale, per laqual cosa le due portioni,a,b,c,& ,e,f,g,per esser simile et sopra le due linee,a,c,& ,e,g, equale seranno (per la detta uigesima quarta di questo) etiã fra loro equale si come prima, & l'arco,a,b,c,serà pur equale all'arco,e,f,g,(& per la terza commune sententia,) l'arco,a,i,c,serà etiam equale all'arco,e,k,g, che è il proposito della seconda tradottione, perche in quella solum conclude che l'arco,a,i,c, è equale all'arco,e,k,g,tamen per questo modo se uerifica l'una e l'altra.

Theorema.24. Propositione.27. conuersa della precedente.

26/27 Se in cerchij equali si toglie archi equali li angoli formati sotto quelli, o siano costituidi sopra li centri de quelli, ouer sopra le circonferẽtie le necessario che siano equali.

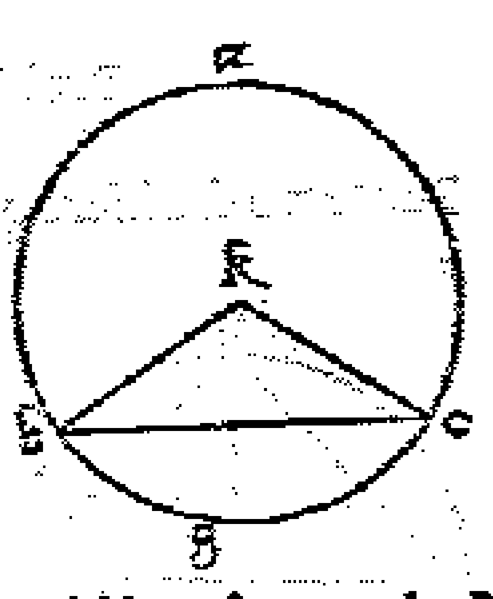
Siano li duoi cerchi equali.l'uno sia il cerchio.a.b.c. (il centro delquale sia il ponto.d.) l'altro sia il cerchio. e.f.g. (il centro dilquale sia il ponto.h.) & sia li doi archi.a.b.c.& .e.f.g.equali, & siano fatti sopra alli detti archi duoi angoli sopra il centro liquali siano.d.h.dutte le linee,a,d,c,d,e,h,g,h. Et anchora sopra li medesimi archi siano fatti duoi altri angoli in la circonferentia liquali siano,b,& ,f,dutte le linee,a,b,c.b,e,f,& g.f. Dico li duoi angoli,d,& ,h,esser fra loro equali,et ancor li duoi altri angoli.b.et.f.esser pur fra loro equali laqual cosa se dimostra in questo modo. Se li detti duoi angoli,d,& ,h,non sono fra loro equali (per l'aduersario) l'un serà maggior dell'altro. hor poniamo che l'angolo.h.(se possibile è) sia maggior dell'angolo.d.del angolo.h.ne sia tagliato, ouer segato l'angolo. k. b. g. ilqual sia equale all'angolo. d. cioe sopra il põto. b. sia fatto l'angolo. k. b. g. (per la vigesima terza del primo) equale al angolo. d. (& per la precedente) l'arco. k. e. f. g. serà equale all'arco. a. b. c. ma li duoi archi. a. b. c. & . e. f. g. sono posti equali, seguiria adonque (per la prima commune sententia) che l'arco. e. f. g. fusse equale all'arco. k. e. f. g. laqual cosa è impossibile (per l'ultima commune sententia,) seguita adonque che li duoi angoli. d. & . e. h. g. siano equali. Anchora per simel modo tu approuerai li duoi angoli. b. & . f. esser equali, ouero hauendo prouato che li duoi angoli. d. & . h. son equali, seguita (per la vigesima de questo) li duoi angoli. b. & . f. esser equali, & econuerso. Anchora cõ simile proceder se approua quello che dice la presente propositione in la seconda tradottione, cioe che se in cerchij equali li angoli che sono dedutti sopra equale circonferentie sono fra loro equali o siano al centro, ouer alla circonferentia, cioe se la circonferentia. a. c. sia posta equale alla circonferentia. e. g. delli detti duoi cerchij equali li angoli. d. e. h. fatti sopra il centro (dedutti sopra le dette due circonferentie equale) seranno equali (e se non fussero equali per l'aduersario) l'uno seria maggiore di l'altro, & ponendo pur che l'angolo. h. fusse maggiore dell'angolo. d. & segãdo pur da l'angolo. h. lo angolo. k. h. g. equale all'angolo. d. seguiria (per quello fu cõcluso in fin della precedẽte) che la circonferentia. k. g. fusse equale alla circonferentia. a. c. (& per la prima commune sententia) la circonferentia. k. g. seria equale alla circonferentia. e. g. che è impossibile (per la ultima commune sententia) si che ambedue hanno uno medesimo procedere, abenche l'una concluda diuersamente da l'altra, tamẽ prouando una uien a esser prouata etiam l'altra.

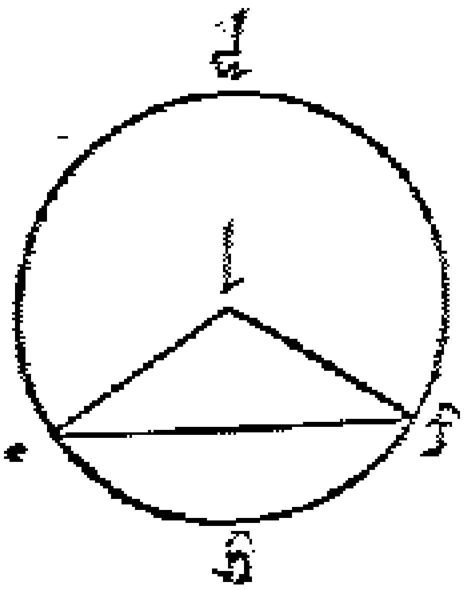


Theorema. 25. Propositione. 28.

27/28 Se in cerchij equali, linee rette equale, raseghino archi. anchora quelli archi è necessario esser equali cioe il maggiore al maggiore il minore al minore.

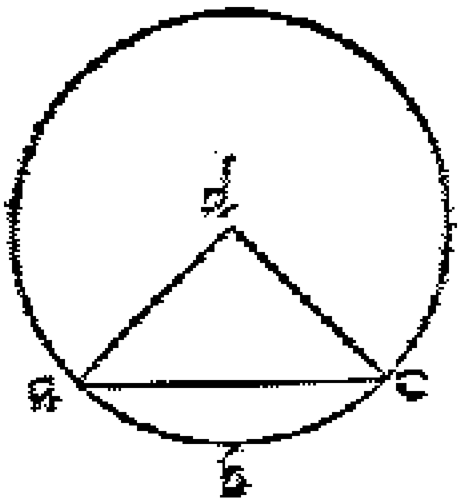
Siano li dui cerchij equali. a. b. c. et. d. e. f. et in qlli siano le due linee rette. b. c. et. e. f. equale, lequal segano li duoi archi. (b. a. c. & . e. d. f.) maggiori, & li duoi archi. b. g. c. & . e. h. f. menori, dico che l'arco. b. a. c. maggiore è equale all'arco. e. d. f. maggiore & l'arco. b. g. c. minore & equal all'arco. e. h. f. perche essendo ritrouati li cẽtri de detti cerchij (per la prima di questo) liquali siano. k. l. & siano congionti. k. b. k. c. l. e. & . l. f. et perche di cerchij equali li suoi semidiametri sono anchora equali (per la prima diffinitione di qsto) adõq; le due linee. h. k. et. k. c. son equale alle due linee. l. e. et. l. f. e la basa. b. c. (p il psupposito) equale alla





basa.e.f.adonque l'angolo.b.k.c. (per la.8. del primo) è equal a l'angolo.e.l.f.et li angoli equali (per la.26. di questo) cadeno sopra archi equali, adonque l'arco.b.g.c.e.equale all'arco.e.h.f. & tutto il cerchio.a.b.c.è equale tutto il cerchio.d.e.f. adonque il rimanente arco.b.a.c.(per la.3.commune sententia) è equale al rimanente arco.e.d.f.adonque in li cerchi equali se linee rette equale seghin li archi li detti archi seranno de necessità equali, cioe il maggiore al maggiore, il minore al minore, che è il proposito.

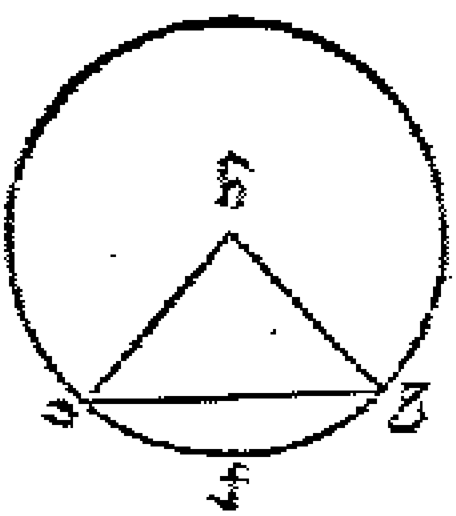
Il Tradottore.



El testo di questa sopraseritta propositione in la prima tradottione è tutto corotto emendosamente parla, come in essa appare.

Theorema.26. Propositione.29.

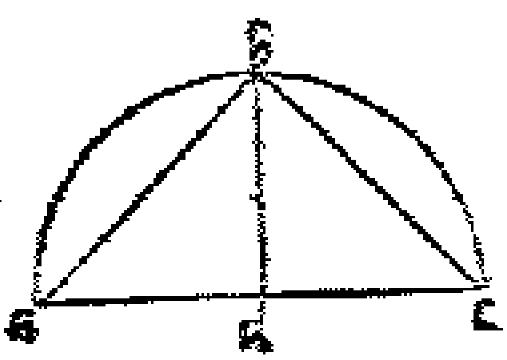
28/29 Li archi equali de cerchij equali è necessario c'habiano corde equale.



Siano li duoi cerchij equali.a.b.c.il centro dilquale è il ponto.d.& .f.g.il centro dilqual è il ponto.h. & sia l'arco.a.b.c.equale all'arco.e.f.g.dico che la corda.a.c. è equale alla corda.e.g. & per dimostrar questo siano tirate le linee.d.a.d.c.e.h.g.et (per la vigesima settima di questo) l'angolo.d.serà equale all'angolo.h.per laqualcosa la basa, ouer corda.a.c. (per la quarta del primo) serà equale alla basa, ouer corda.e.g.che è il proposito, e nota che tutte le passioni che hauemo approuate de diuersi cerchij equali quelle piu fortamente intender si esser uere de uno medesmo cerchio.

Probleme.4. Propositione.30.

29/30 Puotemo diuidere uno arco dato in due parti equali.



Sia dato l'arco ouero circonferentia.a.b.c.qual sia di bisogno da diuidere in due parti equale, sia tirata la corda.a.c.& quella sia diuisa in due parti equali in ponto.d.& dal ponto.d.(per la undecima del primo) sia tirata la perpendicolar.d.b.laqual sega la circonferentia del dato arco in ponto.b.ilqual ponto.b.dico che

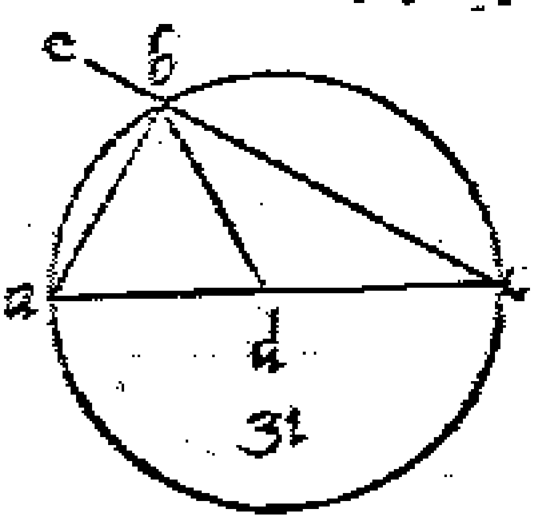
diuide

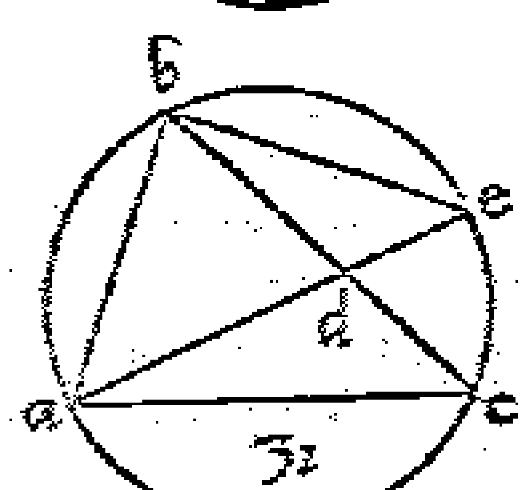
diuide il dato arco in due parti equali, & per dimostrare questo sia tirate le due linee. b. a. b. c. lequale seranno equale (per la quarta del primo) laqualcosa l'arco. a. b. (per la prima parte della uigesima ottaua di questo) serà equale all'arco. b. c. che è il proposito.

Theorema. 27. Propositione. 31.

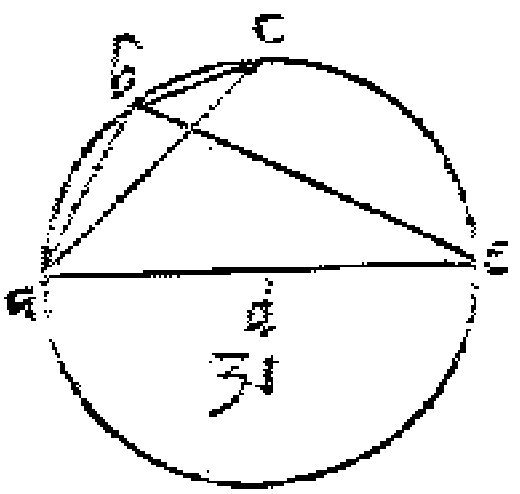
30 Se uno angolo de linee rette è fatto nel mezzo cerchio ilquale stia so
31 pra l'arco, certo quello angolo è retto. Ma se la portione del cerchio doue è l'angolo e maggior del mezzo cerchio, all'hora quel angolo sia menore che'l retto. E se la portione del cerchio, doue è l'angolo è menore del mezzo cerchio, allhora quello angolo è maggior del retto. E anchora ogni angolo della portione maggior del mezzo cerchio è maggior che'l retto, & ogni angolo della portione menore del mezzo cerchio è menor del retto.

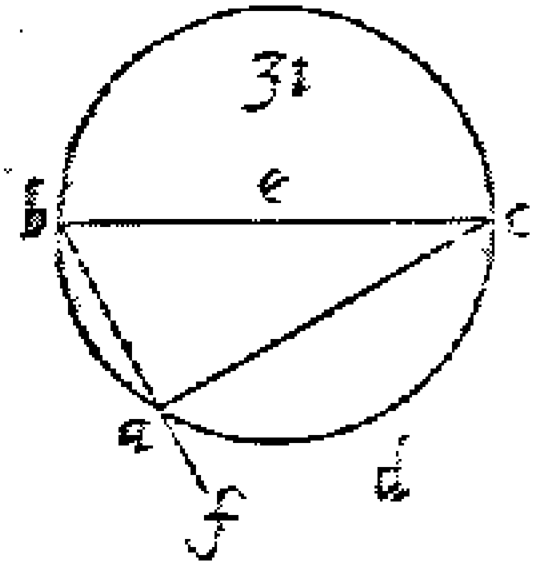
Sia il cerchio. a. b. c. (il centro del qual sia il ponto. d. è il diametro. a. d. c.) e facia se nel mezzo cerchio. a. b. c. insu la circonferentia l'angolo. a. b. c. (mena te le linee. a. b. et b. c.) dico l'angolo. a. b. c. essere retto, & per dimostrar tale cosa, sia tirato dal l'angolo. b. al centro. d. la linea. b. d. & perche le due linee. d. a. & d. b. (del triangolo. a. b. d.) sono equale (per la diffinition del cerchio) l'angolo. a. (per la quinta del primo) serà equale all'angolo. a. b. d. & per le medesime ragione l'angolo. c. serà equale all'angolo. d. b. c. & perche l'angolo. c. d. b. per la 32. del primo, è equale al li duoi angoli. a. & . a. b. d. dilche (per commune sententia) serà doppio all'angolo. a. b. d. & per le medesime ragione l'angolo. a. d. b. serà etiam doppio all'angolo. d. b. c. adonque li duoi angoli. c. d. b. & . a. d. b insieme son doppii a tutto l'angolo. a. b. c. & perche li detti duoi angoli. a. d. b. & . c. d. b. (per la terzadecima del primo) sono equali a duoi angoli retti adonque tutto l'angolo. a. b. c. serà la mità di duoi angoli retti, per laqualcosa serà retto che è il primo proposito. Anchora per quest'altro modo se puo dimostrare il detto angolo. a. b. c. esser retto, sia produtta la linea. c. b. fina al ponto. e. l'angolo, a, b, e, estrinsico (per la detta trigesima seconda del primo) serà equale alli duoi angoli, a, & c, & perche l'angolo. a. è equale all'angolo, a, b, d, & l'angolo, c, all'angolo, d, b, c, l'angolo adonque, a, b, e. uerra a esser equale a tutto l'angolo, a, b, c, adonque l'uno e l'altro (per la ottaua diffinitione del primo) serà retto. El secondo proposito se manifesta in questo modo. sia il cerchio. a. b. c. (il centro del quale sia il ponto. d.) nelqual sia la portion. a. b. c. maggiore del mezzo cerchio, la corda dellaquale sia la linea. a. c. & sia fatto sopra la circonferentia di





quella l'angolo, a, b, c, (dutte le linee, a, b, et, b, c,) dico quello tal angolo esser minor d'un retto, & per dimostrar questo sia tirato il diametro, a, d, e. & la linea, e, b, hor dico che l'angolo, a, b, e, (per la prima parte di questa) è retto, per laqual cosa l'angolo, a, b, c, serà minor del retto (per la ultima commune scientia) conciosia che quello è parte del retto, e cosi è manifesto il secondo proposito. El tertio se delucidarà in questo modo sia un altra fiada in lo cerchio, a, b, c, (il centro delqual sia il ponto, d,) la portione, a, b, c, la corda dellaquale sia la linea, a, c, laqual portione è minore del mezzo cerchio, & sia fatto sopra la circonferentia di quella l'angolo a, b, c, (dutte le linee, b, a, et, b, c,) dico quest'angolo, a, b, c, esser maggior del retto, laqual cosa se dimostra in questo modo. Sia produtto dal ponto, a, il diametro, a, d, e, & dal ponto, e, la linea, e, b, l'angolo, a, b, e, (per la prima parte di questa) è retto, per laqual cosa l'angolo, a, b, c, è maggiore di lui, e però il nostro tertio proposito serà manifesto, el 4. el. 5. se approuarà in questo modo, siano in lo cerchio, a, b, c, d, (il centro delquale è il ponto, e,) le portione, a, b, c, maggiore del mezzo cerchio la corda della quale è la linea, a, c, & la portione, a, d, c, minor del mezzo cerchio, la corda delquale è la medesima linea retta, a, c, dico l'angolo contenuto dall'arco, b, a, & dalla corda, a, c, esser maggior del retto, & l'angolo contenuto dal l'arco, d, a, & dalla corda, a, c, essere minor del retto, et per dimostrar questo, dal ponto, c, si è dutto il diametro c, e, b, & dal ponto, b, la linea, b, a, fina al, f, dilche l'angolo, b, a, c, (per la prima parte di questa) serà retto, et (per la tertia decima del primo) l'angolo, f, a, c, similmente serà retto, perche adonque l'angolo b, a, c, è parte dell'angolo contenuto dall'arco, a, b, & dalla corda, a, c, però è menor di lui (per la ultima concettione) che'l quarto proposito, Et perche l'angolo contenuto dall'arco, d, a, & dalla corda, a, c, è parte dell'angolo, f, a, c, (che è retto) adonque serà minor di lui, per laqual cosa è manifesta tutta questa conclusione de cinque membri.

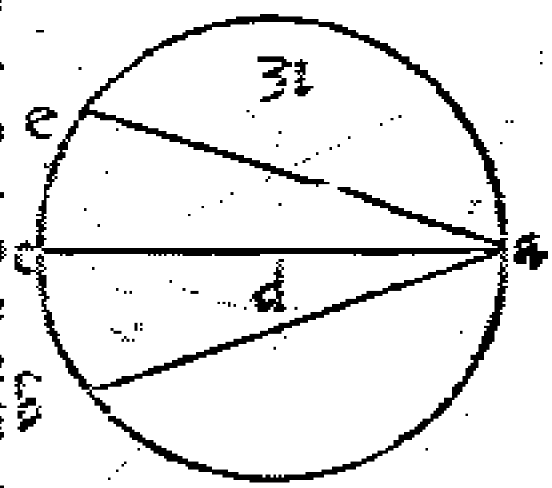




Correlario.

0 Da qui è manifesto che se un angolo d'un triangolo serà equal alli al
31 tri duoi angoli del detto triangolo quel angolo è retto, & è conuerso quãdo li duoi angoli d'un triangolo seranno equali all'altro terzo quelli seranno equali a un angolo retto.

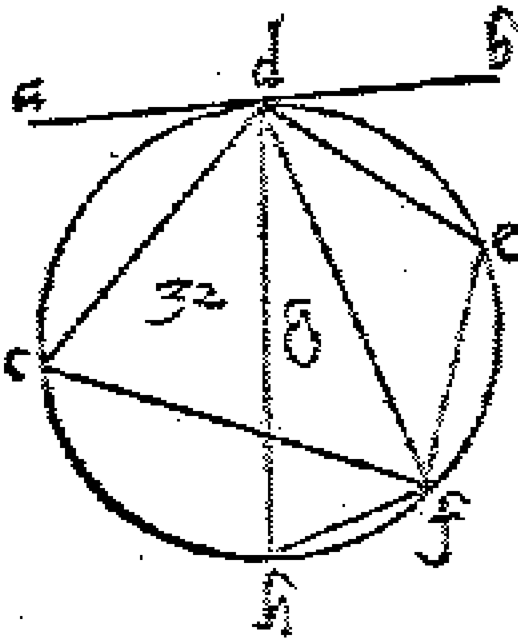
Anchora dalle due ultime parti della sopra ascritta propositione si manifesta la instantia, ouer oppositione contra quelle due argumentationi, allequale demostrassimo anchora la istantia, ouer oppositione in la sesta decima di questo, però che el che el se transisse dall'angolo della portione minore del mezzo cerchio ilquale è minor del retto (per la ultima parte di questa) all'angolo della portione maggiore del mezzo cerchio, ilquale è maggiore del retto (per la penultima parte di questa) non dimeno el non se transisse per lo equale, conciosia che ogni portione del cerchio sia over mezzo cerchio, over minore, over maggiore del mezzo cerchio, ma conciosia che l'angolo del mezzo cerchio sia tanto quanto l'angolo della portione minore (per la prima parte della sestadecima di questo) cioe minor del retto (per la ultima parte di questa) & l'angolo della portione maggiore sia maggiore del retto: & niente dimeno el non serà angolo de alcuna portione, ne simplicemente alcuno contenuto dalla circonferentia & da una linea retta, ne retto, ne equale a uno retto. Ma accio che questo piu chiaro sia manifesto sia in lo cerchio. a. b. c. il centro delquale sia il ponto. d. la linea. a. b. alla quale non sia determinato fine della parte. b. segando dal medesimo cerchio la portione minore & l'angolo di quella serà (per la ultima parte di questa) minor del retto. sia il diametro di questo cerchio la linea. a. d. c. & sia immaginato la linea. a. b. esser mouesta verso la parte. c. sopra il ponto. a. laquale tanto quanto che la serà de qua dal ponto. c. overo in lo medesimo ponto. c. coprendo il diametro. a. d. c. quella farà con l'arco l'angolo menor del retto, ma in ogni ponto oltra il ponto. c. come seria in ponto. e. quella farà (per la penultima parte di questa) l'angolo maggior del retto. adonque el se transisse dal minore al maggiore, e non per lo equale, e secondo che in li angoli de rette linee el se puo trouar un'angolo maggiore dell'angolo del mezzo cerchio & uno minore, e tamen non se puo trouare lo equale (come fu dimostrato in la sesta decima di questo) similmente in li angoli delle portioni el se puo trouare il maggiore, etiam il minore del retto, & niente dimeno el non se puo ritrouare lo equale, come se manifesta in questa demostratione.



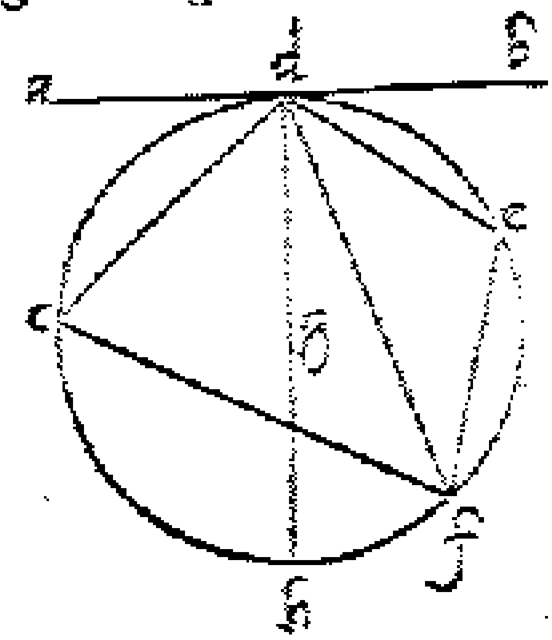
Theorema. 28. Propositione. 32.

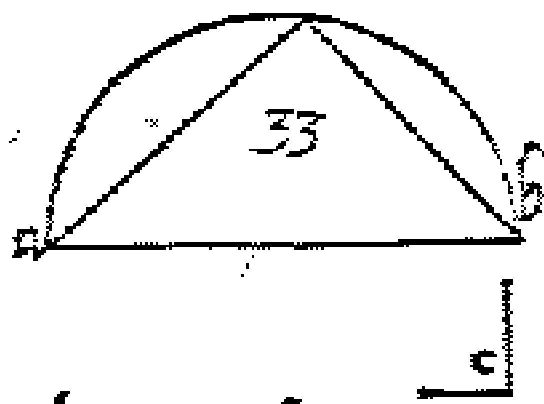
31/32 Se una linea retta toccarà un cerchio, & dal ponto del toccamento sia tirata una linea retta nel detto cerchio laquale seghi il detto cerchio, e non passi per lo centro di quello, quella fa duoi angoli con la linea che tocca che ciascun di quelli sono equali alli duoi angoli che stanno sopra l'arco in le portioni alterne.

Sia la linea retta. a. b. laqual tocchi il cerchio. c. d. e. f. in ponto. b. il centro del qual cerchio sia il ponto. g. & dal ponto. d. sia dutta la linea. d. f. nel detto cerchio segante quello, e non passi per lo centro. g. & siano fatti l'angolo. d. e. f. sopra la portion. d. e. f. (dutte le linee. e. d. & e. f.) & l'angolo. d. c. f. che stia sopra l'arco della portione. d. c. f. (dutte le linee. c. d. & c. f.) dico l'angolo. c. esser equale al-



l'angolo.b.d.f. & l'angolo.e.all'angolo.a.d.f. Et per dimostrare questo sia dutto il diametro.d.g.h.et la linea.f.h. (e per la decima ottaua di questo) la linea.d.h.serà perpendicolare sopra de.a.b. (& per la prima parte della precedente) l'angolo.d.f.h.serà retto, per laqual cosa li duoi angoli.a.d.h. & .d.f.h.sono equali, giontoli adonque communamente lo angolo.h.d.f. tutto l'angolo.a.d.f.serà equale alli duoi angoli liquali sono.d.f.h. & h.d.f. ma questi duoi con l'angolo.h.sono equali a duoi angoli retti (per la trigesima seconda del primo) adōque l'angolo.a.d.f.cō l'angolo.h.sono equali a duoi angoli retti, ma l'angolo.a.d.f.con l'angolo,b,d,f, sono similmente equali a duoi angoli retti (per la tertiadecima del primo) adonque l'angolo.b.d.f.è equale all'angolo,b, & perche l'angolo,c, (per la uigesima prima di questo)e similmente equale all'angolo,h, seguita adonque (per la prima cōmuna sciētia) l'angolo,b,d,f,esser equale all'angolo,c, che è il primo proposito, & perche li angoli,c, & ,e,sono equali a duoi angoli retti (per la uigesima seconda di questo) & similmente li duoi angoli.a.d.f. & .b.d.f.sono (per la tertiadecima del primo) etiam loro equali a duoi angoli retti dilche (per communa scientia) l'angolo.e. serà equal al angolo.a, d.f.ch'è il secondo proposito anchora questo secondo se puo dimostrar in quest'altro modo se l'āgolo,a,d,f, con l'angolo,b,sono equali a duoi angoli retti (come di sopra fu dimostrato) et l'angolo,e,cō l'angolo,b,similmēte sono equali a duoi angoli retti (per la uigesima seconda di questo) adonque l'angolo.e. (per cōmuna sciētia) è equal all'angolo.a.d.f.che è il proposito.

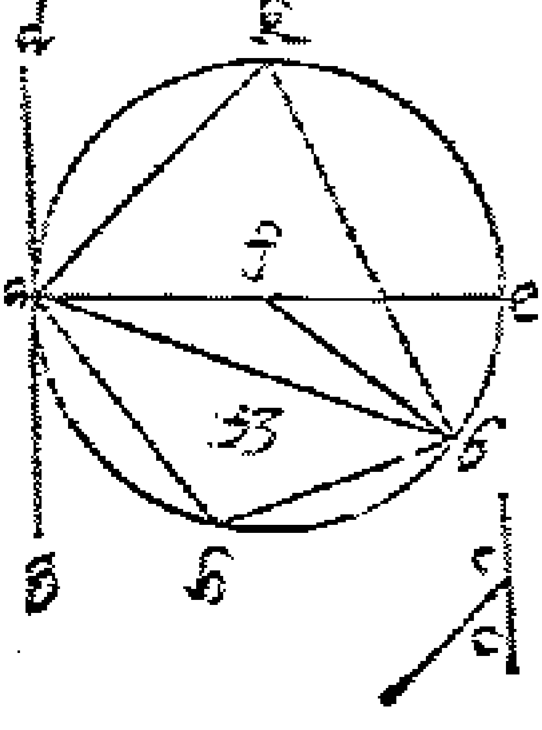




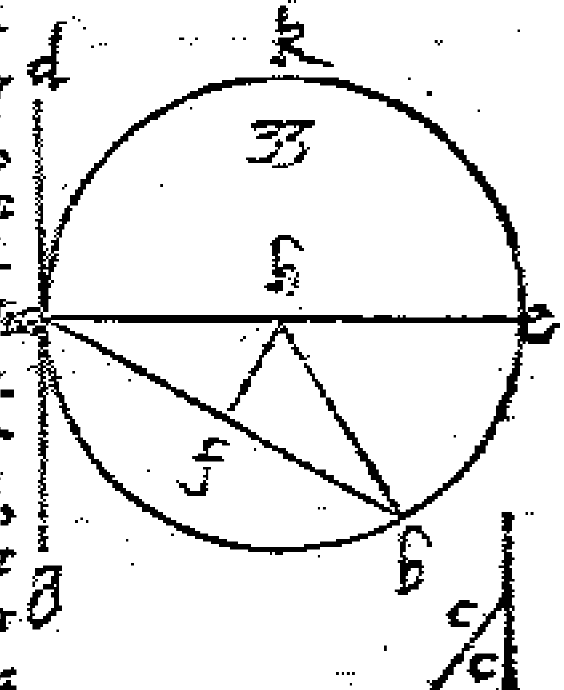
Problema.5. Proposicione.33.

Sopra una data rettilinea puoteremo descriuere una portione di cerchio recipiente un'angolo equale a uno angolo dato rettilineo.

32
33



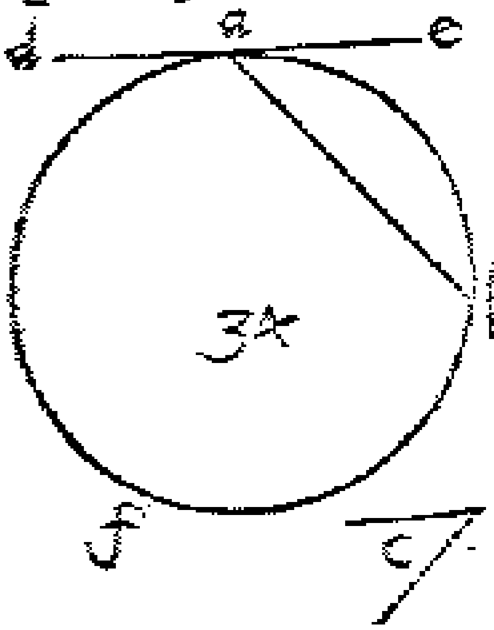
Sia la data retta linea,a,b,et,c,il ditto angolo, sopra la linea,a,b, uoglio descriuer una portione del cerchio che ricena in la circonferentia uno angolo de rette linee equale all'angolo.c. adonque l'angolo c, ouer che lui è retto ouer che lui è maggiore del retto, ouer che lui è minore del retto hor sia primamente retto. Io diuiderò la linea,a,b,in due parti equali & descriuerò sopra di quella di quella il mezzo cerchio (& per la trigesima prima di q̃sto) serà fatto il proposito. ma sel serà acuto produrò la linea, d, a, con la linea, b, a, continente l'angolo, b, a, d, equal all'angolo, c, e dal ponto a. condurò la linea, a, e, perpẽdicolare sopra la linea. a. d. et sopra il ponto, b, farò un angolo (per la 23. del primo) equal all'angolo, e, a. b, (nel quale lo ottuso eccede el retto) ducta la linea. b. f. g fina alla perpendicolar, a, e, (et per la sesta del primo) li dui lati, f, a, f, b, (del triãgolo, f, a, b,) sono equali et per tanto farò il ponto, f, centro d'un cerchio & sopra di quello descriverò secondo la quantità della linea, f, a, il cerchio, a, h, b, la circonferentia del quale passarà etiam per lo ponto. b. (per esser la b, f, equale alla, f, a.) (& per lo correlario della sestadecima di questo) la linea, a, d, serà contingente il cerchio, per laqualcosa l'angolo ilquale sia fatto in la portione, a, h, b, (per la precedente) è equale all'angolo, d, a, b, (& per la prima commune sententia) serà etiam equale all'angolo, c, che è il proposito, ma essendo l'angolo, c, acuto produrò la linea, a, g, continente con la linea, a, b, un angolo equale al l'angolo. c. & dal ponto. a. produrò la linea, a, e, perpendicolare alla linea, a, g, & sopra il ponto, b, farò un angolo equale all'angolo, e, a, b, (in lo qual l'angolo retto eccede l'angolo acuto) ducta la linea, b, f, fina alla perpendicolare, a, e, onde (per la sesta del primo) le due linee, f, a, & f, b, seranno equale, e per tanto fatto il ponto. f. centro di cerchio descriverò secondo la quantità della linea. f. a. lo cerchio. a. K. b. la circonferentia di quale transirà etiam per lo ponto. b. (per esser la, f, b, equale alla. f. a.) & per lo correlario della sestadecima di questo. la linea, a, g, serà continente il cerchio, per laqualcosa l'angolo il quale è fatto in la portione. a. k. b. è equale a l'angolo. g. a, b, (per la precedente) (& per la prima concettione) serà etiam equale all'angolo, c, che è il proposito. Anchora se possena procedere per quest'altro modo, cioe costituendo pur con la linea, a, b, nel ponto, a, (per la vigesima tertia del primo) l'angolo. g, a, b, è equale all'angolo, c, & dal ponto, a, tirare la linea. a. e. (per la undecima del primo) perpendicolare alla linea, a, g, (& per la decima del primo) dividere la linea, a, b, in due parti equale in ponto. f. & dal ponto, f, produre la linea, f, h, (per la undecima del primo) perpendicolare al la linea. a. b. & dal ponto. h. (dove la detta perpendicolare, f, h, sega la linea, a, e,) produre la linea, h, b, & perche le due linee, a, f, & f, b, sono equale, & la linea, f, h, è commune al triangolo, a, f, h, & al triangolo, f, h, b, adonque le due linee, a, f, et f, h, del triangolo, a, f, h, sono equale alle due linee, f, b, & f, h, del triangolo, f, b, h, & l'angolo a, f, h, è equal all'angolo, b, f, h, (per esser ciascun di loro retto dal presupposito) dunche la basa. a. h de l'uno serà equal alla basa, h, b, dell'altro (per la quarta del primo) adonque facendo il ponto, h, centro di cerchio, & sopra quello descritto uno cerchio secondo la quantità de, h, a, la circonferentia di quello passerà per lo põto, b, (per esser la, h, b, equale alla, h, a,) il qual sia il cerchio, a, b, e, & per lo correlario della detta sesta decima di questo, la linea, a, g, tocca il cerchio nel ponto. a. per



laqual cosa ogni angolo qual sia fatto in la portione. a. x. e. b. serà equale all'angolo. g. a. b. (per la precedente) & perche l'angolo, g, a, b, fu descritto equale all'angolo, c, seguita adonque che ogni angolo descritto in la detta portion. a. x. e. b. serà equale all'angolo. c. che è il proposito, & cosi se porria procedere quando l'angolo, c, fusse maggior del retto, ideo.

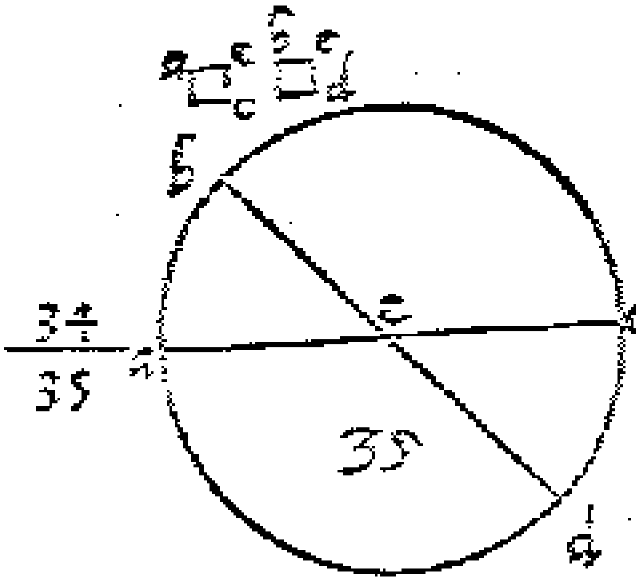
Problema. 6. Propositione. 34.

33/34 Da uno dato cerchio puotemo tagliare una portion e recipiente un angolo equale a uno dato angolo rettilineo.



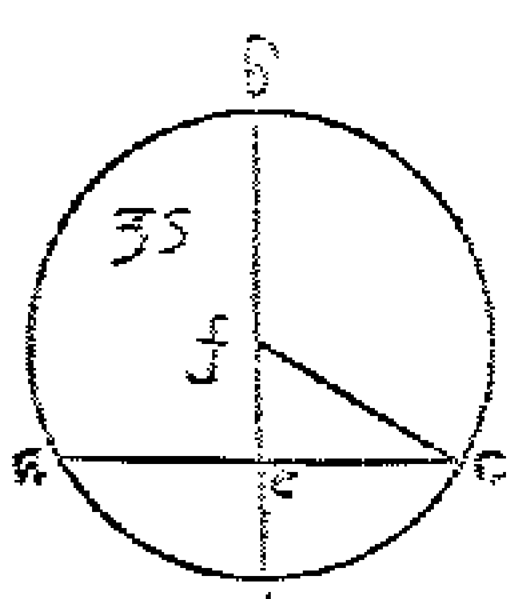
Sia il dato cerchio, a, b, f, & c, il dato angolo rettilineo, voglio dal cerchio, a, b, f, seghare una portione la quale receva uno angolo equale all'angolo, c, produrò la linea, d, a, e, (per la decima settima di questo) che tocchi il dato cerchio in ponto. a. dal quale produro la linea, a, b, (in lo detto cerchio) continente con la linea, a, e, l'angolo, e, a, b, equale all'angolo, c, dil che la portione, a, f, b, (per la trigesima seconda di questo) serà recipiente uno angolo equale all'angolo, e, a, b, et perche l'angolo, e, a, b, fu posto equal all'angolo, c, adonque la portione. a. f. b. (per communa scientia) serà recipiente un angolo equale all'angolo, c, che è il proposito.

Theorema. 29. Propositione. 35.

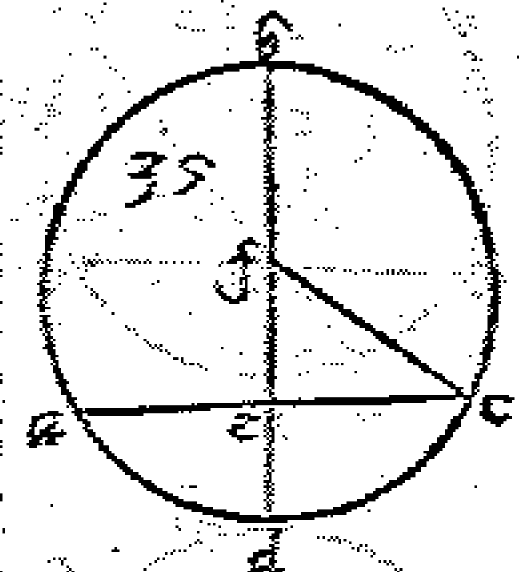


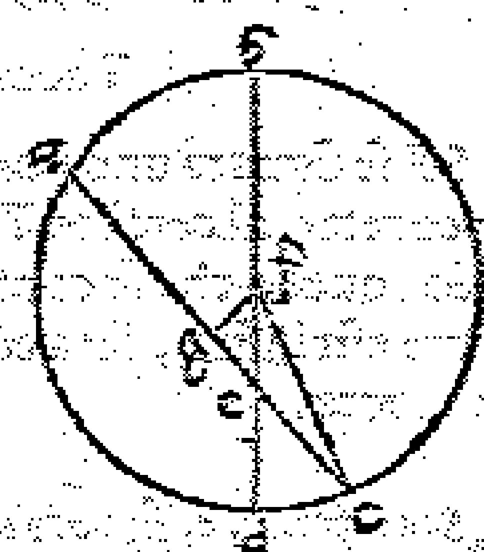
Se in uno cerchio due rette linee si seghano fra lor quello che procede da una parte d'una de dette linee nell'altra parte de quella medesima è equal a quello rettangolo che è contenuto sotto alle due parti dell'altra linea.

34/35

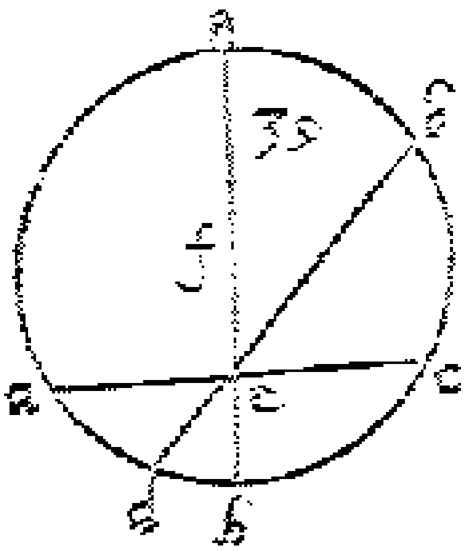


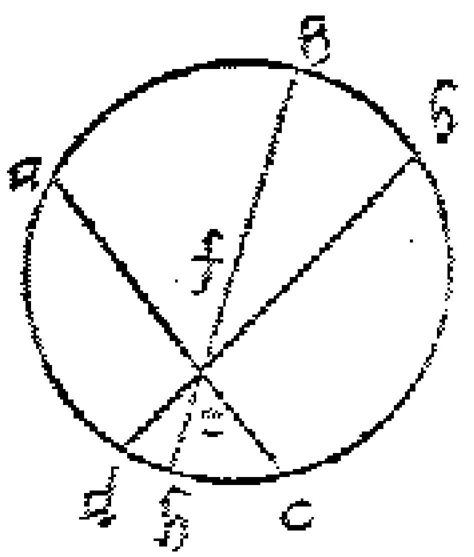
Siano le due linee, a, c, et, b, d, lequal se seghan fra lor in lo cerchio, a, b, c, d, sopra il ponto, e, dico che lo rettangolo che vien fatto dalla parte. a. e. in la parte, e, c, è equale a quello che viene fatto della parte, b, e, in la parte, e, d, perche over che ambedue le dette linee transiranno per lo centro del cerchio, over solamente una di quelle, overo niuna. hor ponìamo primamente che ambedue passino per lo centro come in la prima figura appare. Adonque il ponto, e, serà il centro del cerchio, & tutte le quattro linee, e, b, e, d, e, a, e, c, seranno equale (per la diffinitione del cerchio) per laqual cosa il proposito è manifesto. ma se una sola de quelle passerà per lo centro et sia quella la, la la, b, d, & il centro del cerchio sia il ponto, f, ouer auenira la, b, d, segharà la, a, c, in due parti equali, ouer in due parti non equali poniamo prima che quella la seghi in due parti equali serà adonque (per la prima parte della terza di questo) la linea, a, c, seghata orthogonalmente dalla detta linea, b, d, per tanto sia dutta la linea, f, c, (& per la quinta del secondo) quello che vien fatto della, b, e, in la, e, d, con lo quadrato della, e, f, serà equale al quadrato della linea, f, d, cioe al quadrato della linea, f, c, & perche il quadrato della detta linea, f, c, è equale (per la penultima del primo) alli duoi quadrati delle due linee, e, f, & e, c, adonque quel che è fatto della, b, e, in la, e, d, con lo quadrato della, e, f, serà equale alli duoi quadrati delle dette due linee, e, f, & e, c, adonque leuando communamente da l'una e l'altra parte il quadrato della, e, f, (per la tertia communa sententia) li duoi rimanenti seranno etiam equali, cioe quello che è fatto della, b, e, in la e, d, serà equale al quadrato della linea, e, c, & perche la, e, c, è equalle alla, a, e, il proposito è manifesto, ma se la, b, d, (laquale transisce per lo centro) segharà la, a, c, in due parti non equale, come in questa tertia figuratione appare, dal centro, f, sia dutta la, f, g, perpendicolare sopra la, a, c, dilche la a, g, (per la, 2, parte della tertia di questo) serà equale alla, g, c, sia dutta anchora la linea, f, c, onde (per la detta quinta del secondo) quello che è fatto della, b, e, in la, e, d, col quadrato della, e, f, serà equale al quadrato della, f, d, cioè al quadrato della, f, c, & perche il quadrato della detta linea, f, c, (per la penultima del primo) è equale alli duoi quadrati delle due linee, f, g, & g, c, seguita adonque che quello che è fatto della, b, e, in la, e, d, col quadrato della linea, f, e, equal alli duoi quadrati delle due linee, f, g, & g, c, & perche il quadrato della detta linea, f, e, è equale alli duoi quadrati delle due linee, f, g, & g, e, (per la detta penultima del primo per esser l'angolo, e, g, f, retto) adonque quello ch'è fatto della, b, e, in la, e, d, cō li duoi quadrati delle due linee, f, g, & g, e, serà equale alli duoi quadrati delle due linee, g, c, & g, f, tolendo adonque communamente dell'una e l'altra parte il quadrato della linea, g, f, resterà quello che è fatto della, b, e in la, e, d, col quadrato solo della linea, g, e, equale al quadrato della linea, g, c, ma (per la quinta del secondo) quel che è fatto della, a, e, in la, e, c, col quadrato della linea, g, e, è anchora lui equal al medesimo quadrato della, g, c, seguita adonque (per communa sententia) che quello che è fatto della, b, e, in la, e, d, co'l quadrato della linea, g, e, è equale a quello che è fatto della, a, e, in la, e, c, co'l quadrato della linea, g, e, tolendo adonque dall'una e l'altra parte il quadrato della linea, g, e, restarà (per la tertia communa sententia) quello che è fatto della, b, e, in la, e, d, equale a quello che





che vien fatto della, a, e, in la, e, c, che è il proposito. *Ma se ne l'una ne l'altra de quelle transisse sopra il centro, over anchora che una di quelle dividerà l'altra in due parti equali, over in due parti non equali, hor poniamo primamente che la linea, b, d, divida la linea, a, c, in due parti equali in ponto, e, come in questa quarta figuratione appare. produrremo la linea, g, f, e, h, diametro del cerchio che transisca per il ponto della division di quelle, cioe per lo ponto, e, & perche la linea, g, h. (laqual transisce per lo centro del cerchio) divide la linea, a, c, in due parti equali nel ponto. e. quello che è fatto della g, e, in la, e, h. è equale (per lo secondo modo di questa conclusione) a quello ch'è fatto della, a, e, in la, e, c, & perche la, g, h, divide la, b, d, in due parti non equali, per lo terzo modo di questa medesima conclusione, quello che è fatto della, b, e, in la, e, d, serà etiam lui equal a quello ch'è fatto della, g, e, in la, e, h, adonque quello che vien fatto della, b, e, in la, e, d, è equale a quello che è fatto della, a, e, in la, e, c, che è il proposito, ma se niuna de loro non divide l'altra in due parti equali, come in questa ultima figuration appare, tirata per la linea, g, f, e, h, diametro del cerchio che transisca per per lo ponto, e, quello ch'è fatto della g, e, in la, e, h, serà equal (per lo terzo modo di questa) a quel che è fatto della, b, e, in la, e, d, & per lo medesimo serà etiam equale a quello che è fatto della, a, e, in la e, c, dilche (per communa sententia) quello ch'è fatto della, b, e, in la, e, d, seria etiam equale a quello ch'è fatto della, a, e, in la, e, c, che è il proposito.*





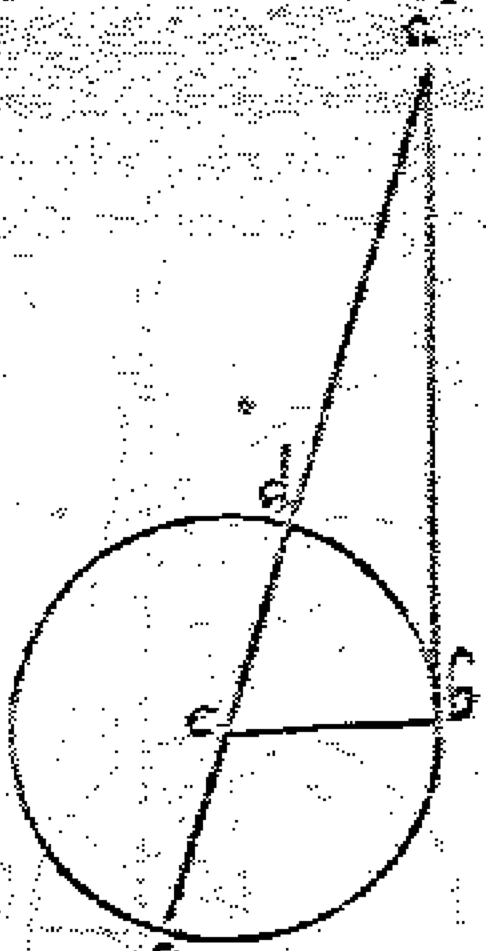
Theorema. 30. Propositione. 36.

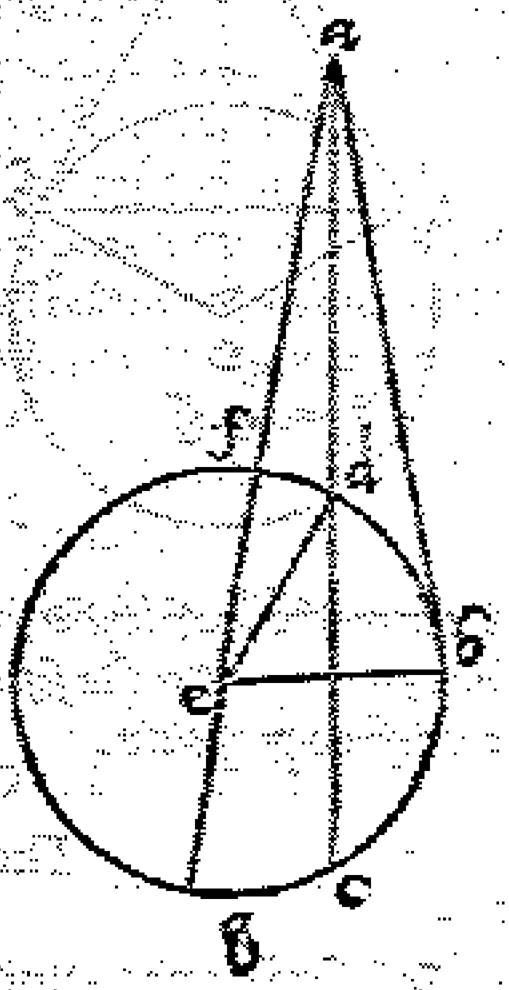
35
36 Sel se signarà uno ponto fuora d'un cerchio, & da quello si meni due linee rette, al cerchio, l'una che seghi, & l'altra che tocchi il detto cerchio, quello che se contenerà sotto di tutta la linea seghante, & della parte estrinsica, serà equale al quadrato che se descriverà della linea che tocca.

Sia il ponto, a, signato di fuora del cerchio, b, c, d, (il centro dilquale è il ponto e.) dal qual sieno dutte al cerchio le due linee. a. b. toccante & la. a. c. seghante il detto cerchio dico che quello che vien fatto de tutta la. a. c in la parte. a. d. equale al quadrato della. a. b. perche, over che la. a. d. c. passa per lo centro, overo non poniamo prima che quella passi per il centro (che è il ponto. e.) & sia dutta la linea. e. b. laquale (per la decimaottaua di questo) serà perpendicolare sopra la linea. a. b. & perche la linea. d. c. è divisa in due parti equali nel ponto. e. & a quella è aggionta la linea. d. a. (serà per la sesta del secondo) quello che è fatto della. c. a. in la a. d.

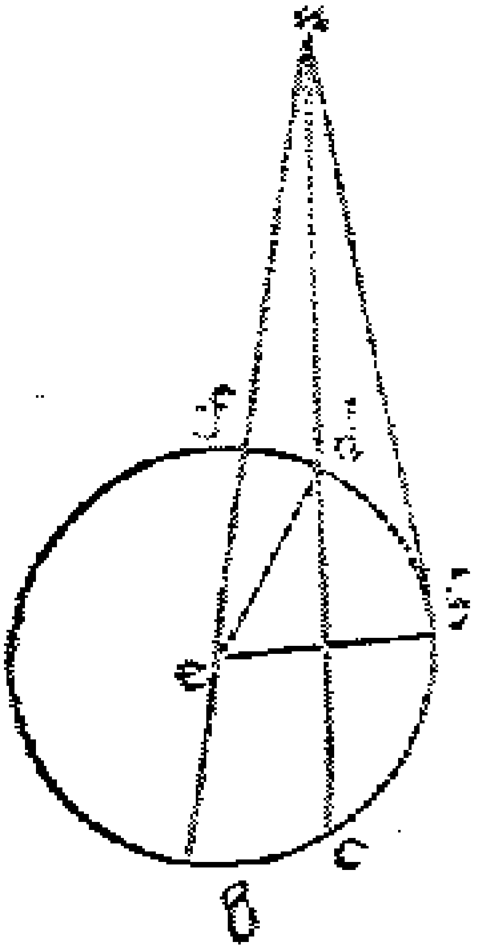
col

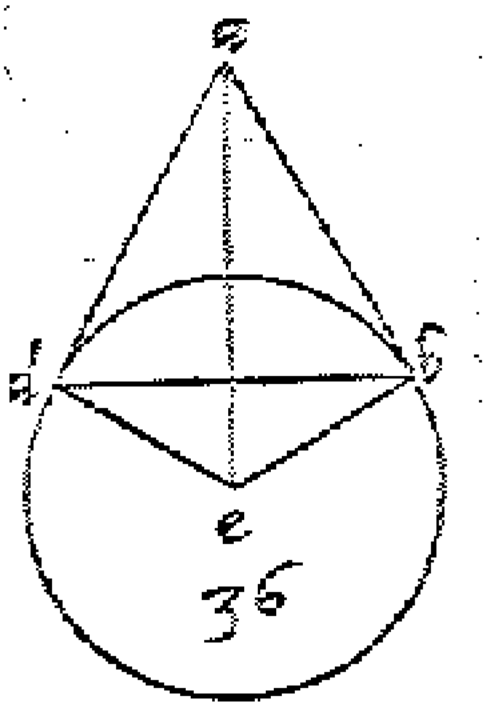
col quadrato della linea.e.d.serà equale al quadrato della linea.e.a. & il quadrato della linea.e.a.(per la penultima del primo) è quanto li duoi quadrati delle due linee.a.b.& e.b.(per esser l'angolo.a.b.e.retto) adonque quello che è fatto della linea.c.a.in la parte.a.d.col quadrato della linea.e.d.serà equale alli duoi quadrati delle due linee.a.b.& b.e.& perche la.e.d.è equale alla.e.b.(per la diffinitione del cerchio) li loro quadrati seranno etiam equali, adonque quel che è fatto della.a.c.in la.a.d.col quadrato della.b.e.serà equale alli duoi quadrati delle due linee.a.b.& b.e.tolendo adonque communamente dall'una e dall'altra parte il quadrato della.b.e.restarà (per la tertia concettione) quel che è fatto della.c.a.in la.a.d.equale al quadrato della linea.a.b.che è il proposito. ma se la linea.a.d.c.non transisce per lo centro, come in questa seconda figura appare, sia tirata la linea.a.f.e.g.sopra il centro.e.& siano dutte le due linee,e,d,& e,b,& sia,e,b,perpendicolare sopra alla linea.a.d.c.(& per la tertia di questo) la,d,b,serà equale alla.c,b,perche adonque la linea.d,c,e diuisa per equale parti nel ponto.b.& a quella è aggionto la linea.a.d.(per la sesta del secondo) quel che è fatto della,c,a,in la,a,d,col quadrato della,d,b,serà equale al quadrato della linea,a,b,onde aggionto a ciascuno il quadrato dela,b,e,quello che è fatto della,c,a,in la,a,d,con li quadrati delle due linee,d,b,& b.e.(cioe col quadrato della,d,e,)impero che il quadrato della,d,e,è quanto li duoi quadrati delle due linee,d,b,& ,b,e,(per la penultima del primo,perche l'angolo,e,b,d,è retto) serà equali alli duoi quadrati delle due linee,a,b,& ,b,e,cioè al quadrato della linea,a,e,(per la penultima del primo) & il quadrato della,e,d,è equale al quadrato della,e,f,(per la diffinitione del cerchio) adonque quello che è fatto della,c,a,in la,a,d,col quadrato della,e,f,è equale al quadrato della,e,a,anchora (per la detta sesta del secondo) quello che è fatto della.g.a.in la.a.f.col quadrato della linea.f.è equale al quadrato della linea.a.e.per la qualcosa cadauno de essi rettangoli fatti della,c,a.in la.a.d.& della.g.a.in la.a.f.col quadrato della linea.e.f.è equale al quadrato della linea,a,e,pero seranno equali fra loro, tratto adonque di ciascuno il quadrato della linea,e,f,serà quello che è fatto della.c.a.in la.a.d.equale a quello che è fatto della.g.a.in la,a,f,ma





quel che è fatto della .g.a. in la .f.a. è equale al quadrato della linea .a.b. (per lo primo modo di questa) adonque quello che è fatto della .c.a. in la .a.d. è equale al quadrato della .a.b. che è il proposito. Da questa propositione si manifesta che quando uno ponto è dato fuora d'un cerchio e da quello molte linee si menino nel cerchio segandolo, quello che è fatto de tutte le linee nella parte di fuora sian fra loro equali, perche ciascuno di quelli rettangoli sono equali al quadrato della linea che tocca, e anchora menando da quel ponto due linee che tocchino il detto cerchio de necessità quelle seranno fra loro equale, impero che'l quadrato di ciascuna serà equale al rettangolo fatto de tutta la linea segante in la parte di fuora, & questo pur euidentemente si manifesta (per la penultima del primo) sia il ponto .a. signato fuora del cerchio .b. c.d. (il centro delqual sia il ponto .e.) & da quello sian dutte le due linee .a.b. & .a.d. che tocchino li cerchi in li duoi ponti .b.d. dico le dette due linee esser fra loro equale, & per dimostrar questo produrò le linee .e.a. e.b. e.d. onde per la decima ottava di questo, l'uno e l'altro di duoi angoli .b. & .d. serà retto e (per la penultima del primo) il quadrato della .a.e. serà equale alli duoi quadrati delle due linee .a.b. & b.e. similmente anchora alli duoi quadrati delle due linee .a.d. & .d.e. per laqual cosa li quadrati delle due linee .a.b. et .b.e. sono equali alli quadrati delle due linee, a,d, & ,d,e, & perche li quadrati delle due linee, e, b, & ,e,d, (per commune scientia) sono equali (per esser le due linee, e, b, et e, d,) (per la diffinitione del cerchio) dilche li duoi quadrati delle due linee, a, b, et, a, d, (per la terza concettione) seranno equali, adunque (per commune scientia) la .a.b. è equale alla .a.d. che è il proposito, anchora per quest'altra via, sia dutta la linea, b, d, per la quinta del primo) l'angolo, e, b, d, serà equale all'angolo, e, d, b, (per esser la .e.b. equale alla .e.d.) & perche l'uno e l'altro di duoi angoli .b. & .d. è retto serà (per commune scientia) l'angolo, a, b, d, (residuo) equale a l'angolo, a, d, b, (residuo) adonque per (la sesta del primo) la linea .a.b. è equale alla linea, a, d, che è il medesimo proposito.

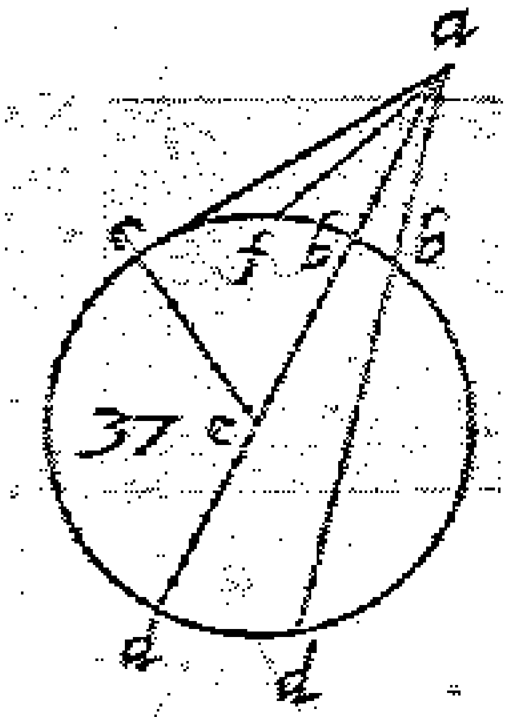




Theorema .31. Propositione .37.

36/37 Se'l serà signato uno ponto fuor d'un cerchio dalqual sian dutte due linee rette alla circonferentia una segante l'altra alla circonferentia applicata,

plicata, e sia il dutto di tutta la linea segante nella parte di fuora, equale al quadrato della linea applicata, di necessità quella linea applicata toccarà il cerchio.



Sia il ponto .a. signato fuora del cerchio .b.c.d. (il cẽtro delquale sia il ponto e.) dal quale siano dutte al cerchio la linea .a.b.d. segbante quello, & la linea a,c, applicata alla circonferentia e sia quel che è fatto della d.a in la .a.b equale al quadrato della .a.c. dico la linea .a.c. esser toccante, & questa è il converso della precedente. perche se la non è toccante (per l'adversario) sia adonque la .a.f. & (per la precedẽte) quello che è fatto della .d.a in la .a.b. serà equale al quadrato della .a.f. onde il quadrato della linea .a.f seria equale al quadrato della linea .a.c. (per esser ciascun di lor equal a quello che è fatto de tutta .a.d. i la parte .a.b.) adonque la, a, c, (per commune scientia) seria equale alla, a, f, laqual cosa è impossibile (per l'ottaua di questo, adonque la, a, c, serà toccante, che è il proposito) questo medesimo se approuera anchora demostratiuamente, sia la superior dispositione & il presupposito, & se la linea .a.b.d. trãsisce per lo centro sia dutta la linea .c.e. serà (per la .6. del secondo) quel che e fatto della .d.a. in la .a.b. col quadrato della, e, b, equal, al quadrato della, a, e, ma per esser la, e, b, equal alla, c, e, (per la diffinitione del cerchio) serà quello che e fatto della, a, d, in la, a, b, col quadrato della c, e, equale al quadrato della, a, e, ma quel che e fatto della, a, d, in la, a, b, è posto equale al quadrato della, a, c, adonque il quadrato della, a, c, col quadrato della, c, e, e equale al quadrato della, a, e, adonque (per la ultima del primo) l'angolo .c. è retto, onde (per lo correlario della sestadecima di questo) la linea, a, c, sera toccante il cerchio che e il proposito, ma se la, a, b, d, non transisce per lo centro sia dutta dal ponto, a, una linea transiente per lo centro, & perche quello che e fatto de tutta questa in la parte de fuora de essa linea e equale a quello ch'e fatto della d. a, in la, a, b, (di quella che non passa per lo centro) (per la precedente) & perche quello che e fatto de tutta la linea, a. b, d, (che non passa per lo centro) in la parte a, b, e equale al quadrato della, a, c, (dal prosupposito) serà etiã (per commune scientia) quel che e fatto della linea, a, d, (transiente per lo centro) in la parte, a, b, equale al quadrato della, a, c, dilche la, a, c, (per le ragione dette) serà toccante il cerchio.

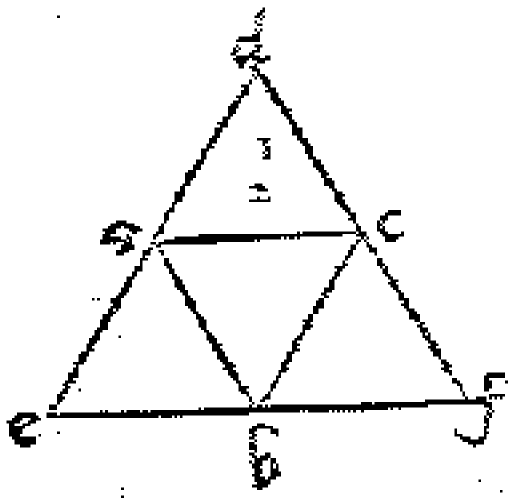
IL FINE DEL TERZO LIBRO.

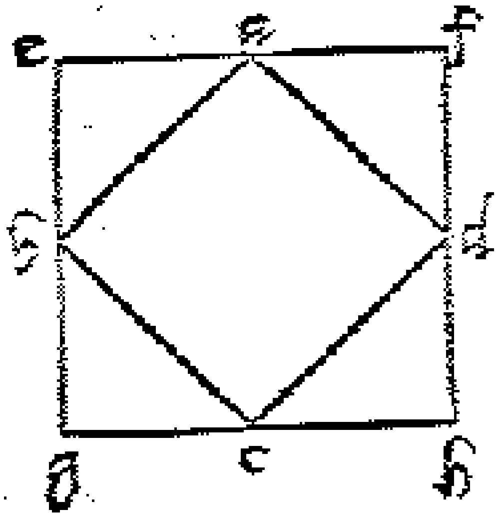
LIBRO QVARTO DI EVCLIDE.

Diffinitione prima.

1/1 VNa figura rettilinea uiene detta esser descritta in un'altra figura rettilinea, quando ciascun'angolo della figura inscritta tocca ciascun lato de quella in laquale è descritta.

Sia il triangolo, a, b, c, descritto di dentro del triangolo, d, e, f, talmente che ciascun angolo del triangolo, a, b, c, tocca ciascun lato del triangolo, d, e, f, (in li tre ponti, a, b, c,) hor dico che'l triãgolo, a, b, c, vien detto esser inscritto in lo triãgolo, d, e, f, similmente sel fusse il quadrato, a, b, c, d, descritto di dentro del quadrato, e, f, g, h, talmente che ciascun angolo del quadrato, a, b, c, d, tocchi ciascũ lato del quadrato, e, f, g, h, (nelli quattro ponti, a, b, c, d,) dico che il quadrato, a, b, c, d, vien detto esser inscritto di dentro del quadrato, e, f, g, h, et cosi si deue intendere de ogni altra sorte di figura contenuta de linee rette.

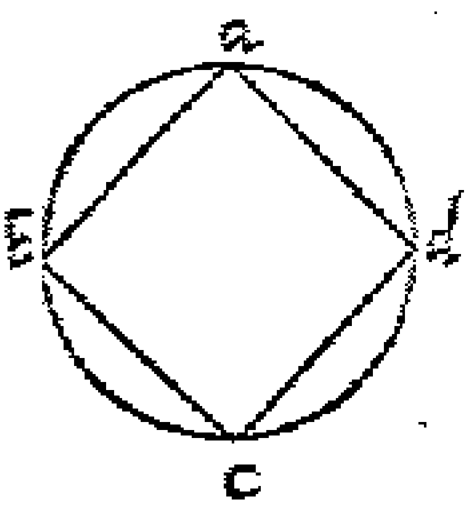




Diffinitione. 2.

2/2 Simelmente una figura uien detta esser descritta cerca a un'altra figura, quando ciascuno lato della circonscritta tocca ciascun angolo de quella cerca laquale è descritta.

Sia come è il triangolo, d, e, f, (della precedente) che ciascun lato di quella tocca ciascun angolo del triãgolo, a, b, c. per laqualcosa il triangolo. d. e. f. uien detto esser descritto attorno al triangolo, a, b, c, & similmente il quadrato, e, f, g, h, uien detto esser descritto cerca al quadrato, a, b, c, d, perche ciascuno lato di quello tocca ciascuno angolo del detto quadrato, a, b, c, d.



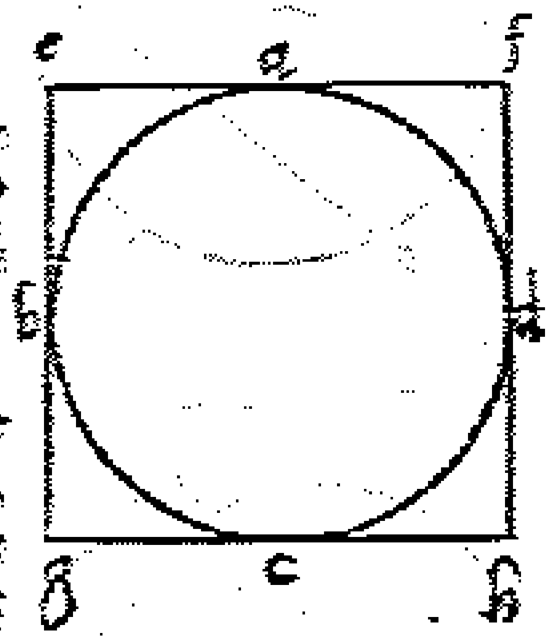
Diffinitione. 3.

0/3 Vna figura rettilinea uien detta esser descritta in uno cerchio, quando ciascaduno angolo della inscritta tocca la circonferentia dello cerchio.

Si come

Si come appare in lo quadrato, a, b, c. d, che ciascuno angolo di esso quadrato tocca la circonferentia del cerchio, a, b, c, d, (in li quattro ponti, a, b, c, d,) per laqual cosa il detto quadrato uien detto esser descritto in lo detto cerchio & cosi uerria detta ogni altra figura rettilinea.

Diffinitione. 4.



o/4 Ma una figura rettilinea uien detta esser descritta cerca a un cerchio quando ciascun lato della circonscritta tocca la circonferentia del cerchio.

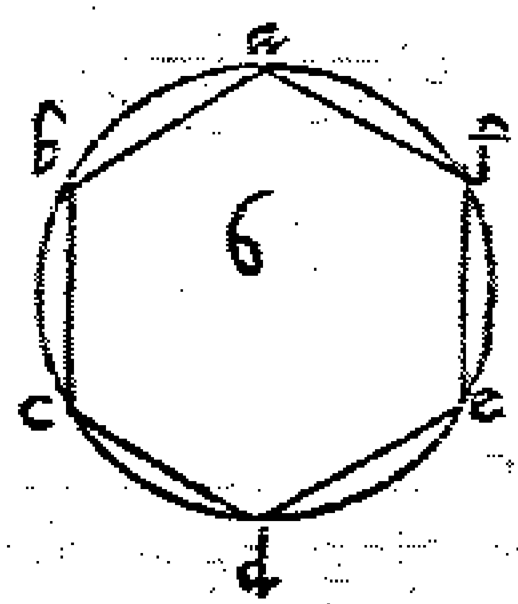
Si come accade al quadrato e. f. g. h ilquale (perche ciascun lato di quello tocca la circonferẽtia del cerchio. a. b. c. d.) in li quattro ponti. a. b. c. d. uien detto essere descritto cerca al detto cerchio. a. b. c. d. et cosi ueria detta ogni altra figura a rettilinea.

Diffinitione. 5.

o/5 Similmente uno cerchio uien detto esser descritto in una figura rettilinea, quando la circonferentia del detto cerchio tocca ciascun lato de quella tal figura in la qual è descritto.

Si come accade al cerchio. a. b. c. d. (della figura precedente) ilqual uien detto esser descritto in le quadrate. e. f. g. h. (perche la circonferentia di quello tocca ciascun lato del detto quadrato. e. f. g. h. & cosi ueria detto quando cosi fusse in ogni altra figura a rettilinea.

Diffinitione. 6.



o/6 Vno cerchio uien detto esser descritto cerca a una figura rettilinea quando la circonferentia del detto cerchio tocca ciascuno angolo de quella tal figura cerca laquale è descritto.

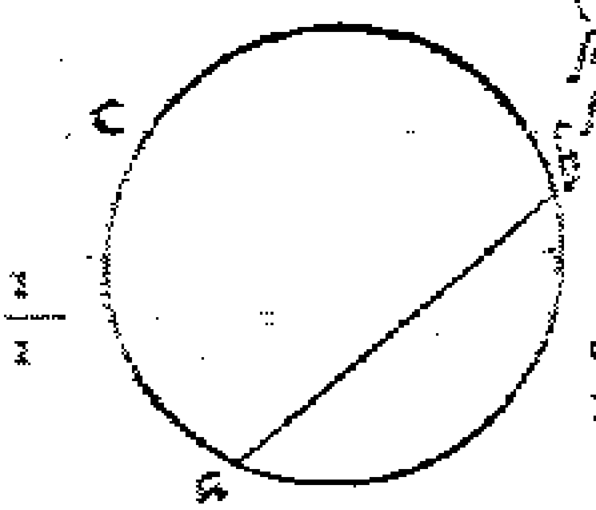
Si come interuien al cerchio. a. b. c. d. ilquale (perche la sua circonferentia tocca ciascuno angolo della figura a. b. c. d. e. f. rettilinea) uien detto esser descritto cerca a essa figura a rettilinea.

Diffinitione. 7.

o/7 Vna retta linea uien detta connegnire in un cerchio quando li estremi di quella cadeno in la circonferentia del detto cerchio.

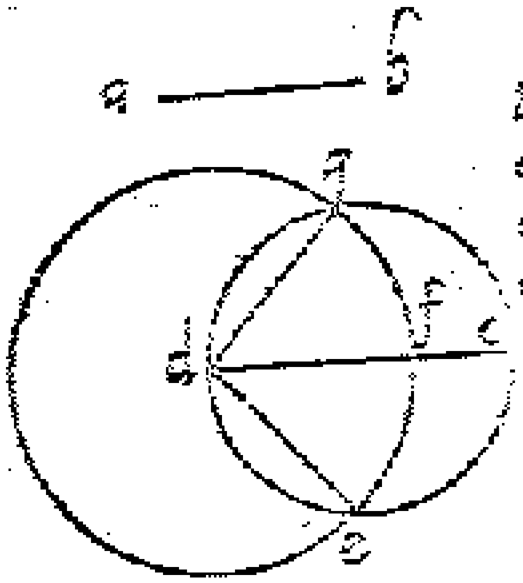
Si come appare alla linea. a. b. laquale uien detta connegnire in lo cerchio. a. b. c. (perche

(perche li suoi duoi estremi, cioe li duoi ponti, a, et, b, che sono il fine di quella) cadeno precisamente in la circonferentia del detto cerchio, a, b, c.

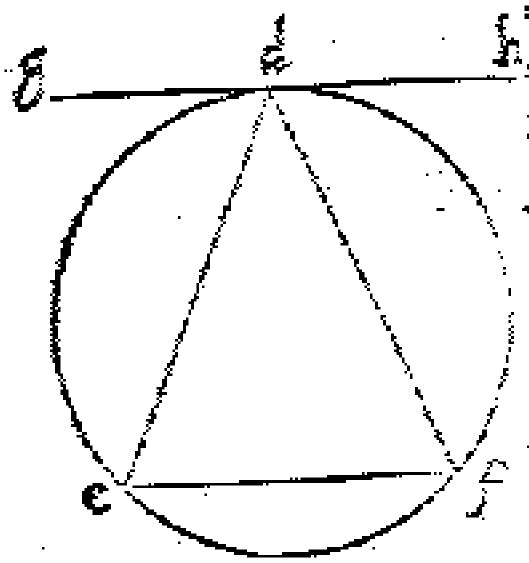


Problema prima. Propositione prima.

Dentro a uno dato cerchio puoremo accommodare una linea retta equale a una data retta linea laquale non sia maggiore del diametro.

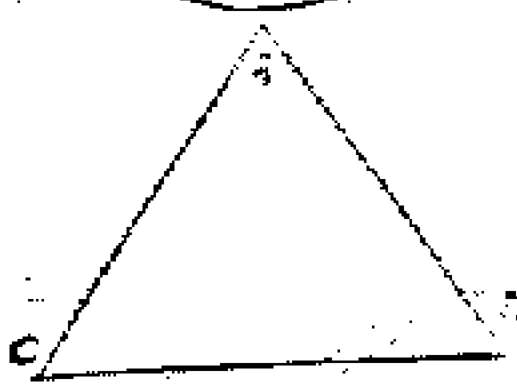


Sia il dato cerchio, c, d, e, (il diametro del quale è la, d, c,) e la linea data, a, b, laqual non è maggior del diametro, d, c, voglio dentro del dato cerchio accommodare una linea equale alla linea, a, b, laqual se la serà equale al diametro, d, c, già è fatto quello ch'è proposito (perche in lo cerchio, d, e, c, è stata adattata la linea retta, d, c, equale alla data linea, a, b, ma sel diametro, d, c, è maggiore di essa linea, a, b, sia tolto dal diametro, d, c, la parte, d, f, (per la terza del primo) equal alla linea, a, b, e sopra il ponto, d, secondo la quantità della, d, f, sia descritto il cerchio f, e, g, segante il detto cerchio in li duoi ponti, g, & e, all'uno di quali sia dutta (dal ponto, d,) una linea retta come la, d, e, over, d, g, & l'una e l'altra di quelle serà equale alla linea, a, b, (perche l'una e l'altra de esse linee, d, e, et, d, g,) per la diffinition del cerchio) sono equal alla linea, d, f, laqual fu posta equale alla detta linea, a, b, per laqual cosa havemo il proposito.



Problema. 2. Propositione. 2.

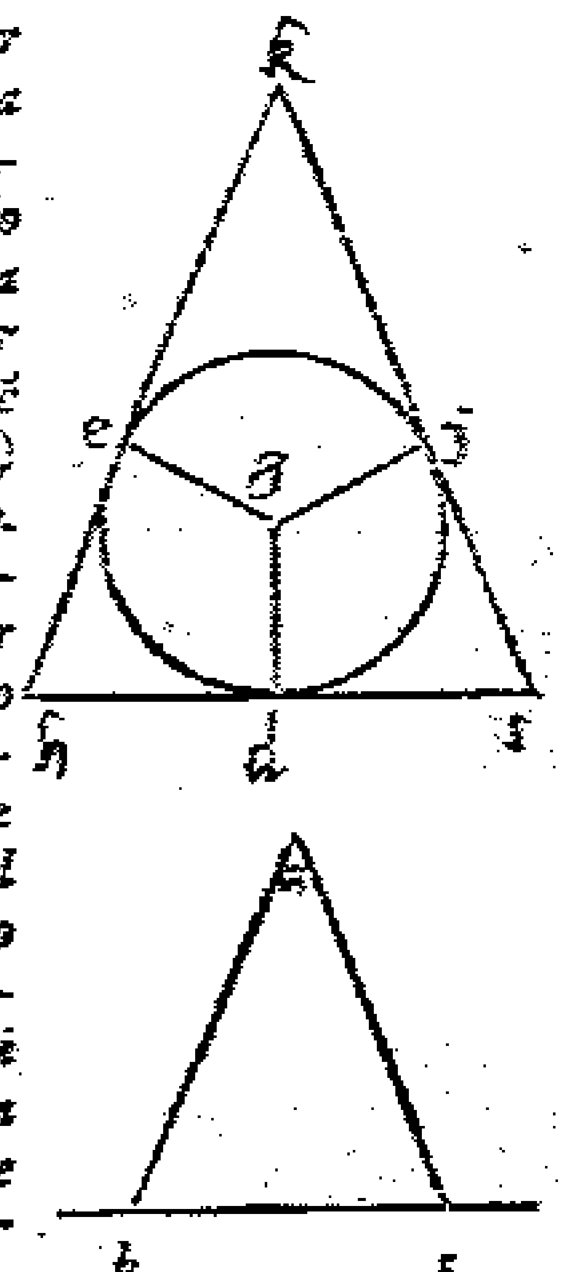
Dentro a un dato cerchio puoremo collocare un triangolo equiangolo a un triangolo assignato.



Sia lo assignato triangolo, a, b, c, & lo assignato cerchio, d, e, f, voglio dentro a questo cerchio collocare uno triangolo equiangolo. al triangolo, a, b, c, (non è necessario essere equilatero, ma è ben possibile a essere) produco la linea, g, d, h. toccante il cerchio in ponto, d, sopra il qual facio l'angolo, h, d, f, (dutta la linea. d. f.) (per la vigesima terza del primo) equale all'angolo, c, & similmente l'angolo g, d, e, dutta la linea, d, e, equale all'angolo, b, & tiro la linea, e, f, & (per la trigesima seconda del terzo) l'angolo, e, serà equale all'angolo. h. d. f. & l'angolo, h, d, f, fu costituido equale all'angolo. c. adonque *c. adonque (per communa scientia) l'angolo.e.serà equale all'angolo.c.& (per le medesime ragione l'angolo,f, serà equale all'angolo, b, (per la qual cosa l'angolo, d,)tertio del triãgolo,e,d,f,serà equale (per la trigesima seconda del primo) all'angolo, a, ch'è similmente il tertio,del triangolo a.b.c.per laqual cosa hauemo il proposito,cioe in lo cerchio d,e,f,hauemo collocato il triangolo,d,e,f,che li suoi tre angoli sono equali alli tre angoli del triangolo, a,b,c,cioe ciascuno al suo correspondente come voleuamo.*

Problema.3. Propositione.3.

3 Intorno a uno assignato cerchio, puotemo descriuere uno triangolo
3 lo equiangolo a uno triangolo dato.

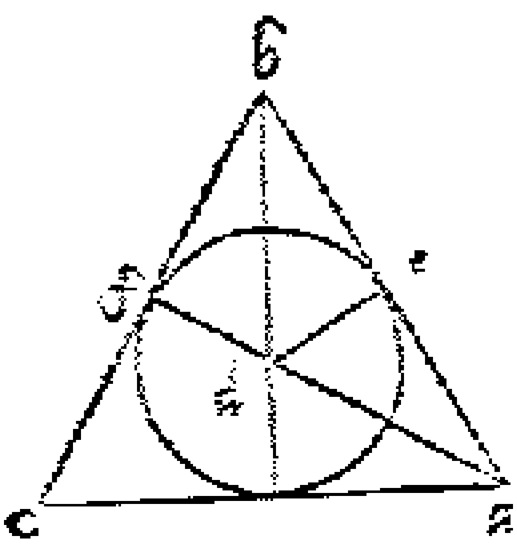


Sia lo assignato triangolo,a,b,c,& lo assignato cerchio, d,e,f, (il centro delquale è il ponto,g,) intorno a questo cerchio voglio descriuere uno triangolo equiangolo al triangolo, a, b, c, (equilatero non è necessario ma è possibile) produco la basa,b,c, dall'una e l'altra parte accioche siano fatti li duoi angoli estrinsici , & dal centro,g,produco la linea,g,d, fina alla circonferẽtia & constituisco l'angolo,d,g,e(dutta la linea,g,e,) equal all'angolo,b, estrinsico & similmente l'angolo. d.g.f. (dutta la linea,g,f,)equale all'angolo,c,estrinsico & dalli ponti,d,e,f,produco in l'una e l'altra parte le linee orthogonalmente le quale (per lo correlario della sesta decima del tertio) seranno toccante il cerchio lequale linee toccanti produco da ciascuna parte fina a tanto che concorrano in li ponti.h.k.l. (il qual concorso approueremo di sotto) perche adonque in lo quadrilatero,h,d,e,g,li duoi angoli, d, & e, sono retti seranno li duoi altri angoli, g, & , h, equali a duoi angoli retti conciosia che li quattro angoli di ciascun quadrilatero sono equali a quattro angoli retti (come è dimostrato sopra la trigesima seconda del primo) & perche li duoi angoli,h, cioe lo intrinsico e lo intrinsico sono similmente equali a duoi angoli retti(per la tertiadecima del primo) ma l'angolo,h,estrinsico fu posto equal a l'angolo,d,g,e, serà adonque l'angolo,h, intrinsico (per communa scientia) equale all'angolo,b, anchora per simile ragione l'angolo. c,intrinsico è equale all'angolo.l.essendo adonque li duoi angoli,h, & l,del triangolo, h, l, k. equali alli duoi angoli, b, & c, del triangolo, a, b, c, de necessità anchor l'angolo,K,(per la.32. del primo)serà equale all'angolo,a,equiangoli,adonque sono li duoi triangoli,a,b,c, & ,h,l,k. dilche attorno al cerchio,d,e,f, hauemo descritto il triangolo,h,l,k,equiangolo al triangolo,a,b,c,che è il proposito.

Hora ci resta a prouare come le tre linee contingenti in li detti tre ponti, d, f, e, protrate da ciascaduna parte di necessità concorreranno, perche li duoi angoli che sono al ponto, e, l'uno e l'altro è retto, e similmente l'uno e l'altro de quelli che sono al ponto, d, è pur retto se'l serà inteso con la mente esser tirata una linea dal, d, al, e, li duoi angoli liquali sono alla parte, b, seranno minori de duoi angoli retti, per laqual cosa protrate in quella parte le due linee, l, d, h, & K, e, h, (per la penultima petitione) concorrerano, & per la medesima ragion concorreranno, etiã le due linee, h, d, l, & K, f, l, & similmente le due, l, f, K, et, h, e, K, che è il proposito.

Problema.4. Propositione.4.

4/4 In uno dato triangolo puotemo descriuere uno cerchio.



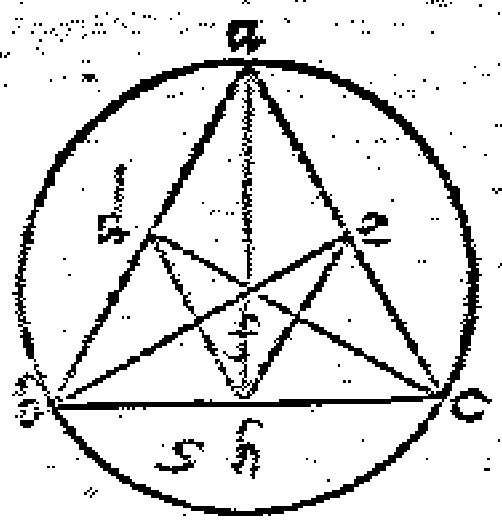
Sia lo assignato triangolo, a, b, c, uoglio di dentro di questo triangolo descriuere uno cerchio, diuido li duoi angoli, a, & b, di questo triangolo (per la nona del primo) in due parti equali ducta la linea, a, d, & la linea, b, d, lequali concorrano in lo ponto. d. dal qual ponto. d. duco le perpendicolare (per la duodecima del primo) alli tre lati del detto triangolo, liquali sono, d, e, d, f, & d, g, & perche l'angolo, a, de uno di duoi triangoli, e, d, a, & g, a, d, è equale all'angolo, a, dell'altro, e l'uno e l'altro di duoi angoli, e, & g, è retto, e lo lato, a, d, e, commune, dilche la linea, d, e, (per la uigesima sesta del primo) serà equale alla linea, d, g, per la medesima ragione l'angolo, b, dell'uno de duoi triangoli, e, b, d, & f, b, d, è equale all'angolo, b, dell'altro, e l'uno e l'altro delli duoi angoli, e, & f, è retto, e anchora il lato, d, b, è commune, dilche (per la medesima uigesima sesta del primo) la linea, e, d, serà equale alla linea, d, f, per laqual cosa le tre linee, d, e, d, f, & d, g, sono equale, fatto adonque il centro in ponto, d, & descritto il cerchio secondo la quantità de una de dette tre linee transirà (per la nona del tertio) per le altre due estremità, & perche ciascuna delle tre linee, a, b, b, c, & c, a, (per lo correlario della sestadecima del.3.) serà toccante il cerchio descritto il proposito viẽ esser manifesto.

Problema.5. Propositione.5.

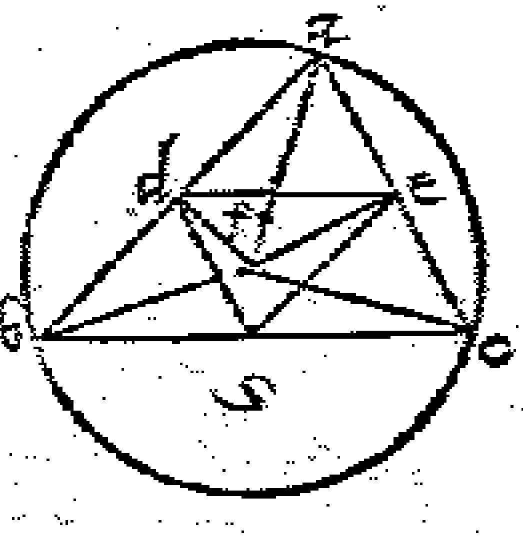
5/5 Cerca a uno triangolo assignato, sia quello orthogonio, ouer ambligonio, ouer ossigonio, puotemo descriuere un cerchio.

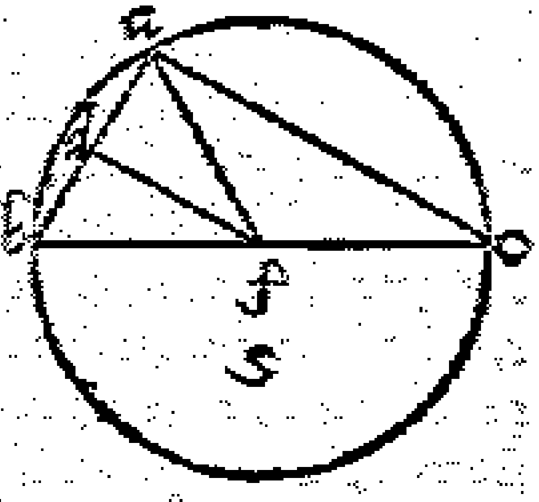
Sia il triangolo assignato, a, b, c, uoglio cerca di lui descriuere uno cerchio, Diuido li suoi duoi lati, a, b, & a, c, (per la decima del primo) in due parti equali, cioe. a.b. in ponto.d. & a.c. in ponto.e. dalli quali ponti produco le perpendicolare (per la undecima del primo) alle linee.a.b.a.c. lequale allongo fina tanto che quelle concorranno insieme in lo ponto.f. & siano.d.f.e.f. & quelle concoranno, perche l'un

e l'altro

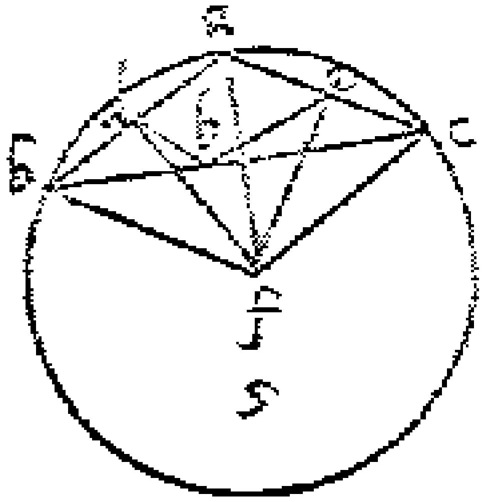


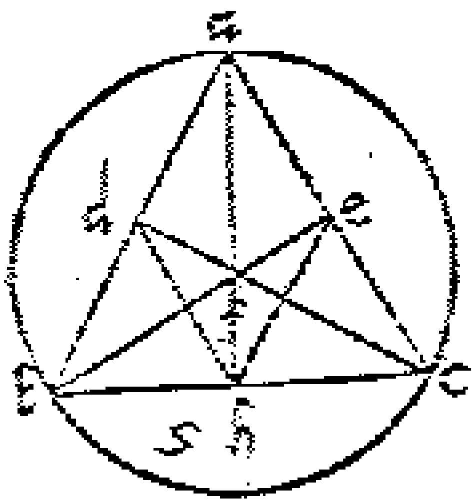
el'altro delli duoi angoli .d. & .e. è retto sel serà inteso esser tirata una linea dal .d. a. al .e. li duoi angoli che seranno fatti (alla parte doue seranno tirate) seranno minori duoi angoli retti, per la qual cosa quelle concorano (per la penultima petitione) adonque dal ponto .f. (ilquale è il ponto del concorso) il qual dico esser il centro del quesito cerchio tiro le linee a ciascun angolo le qual sono f.a. f.b. f.c. & perche in lo triangolo, a,d,f, li duoi lati .a.d. d.f. sono equali alli duoi lati. b.d. & .d.f. del triangolo .b.d.f. & l'angolo .d. dell'uno è equale all'angolo. d. dell'altro (perche l'uno, e l'altro e retto, dilche (per la quarta del primo) la linea a.f. serà equale alla linea .f.b. (& per la medesima ragione la linea .f.a. serà equale alla linea f.c. per esser similmente li duoi lati .a.e. & .e.f. del triangolo .a.e.f. equale alli duoi lati f.e. et e.c. del triangolo .c.e.f. è l'angolo .e. dell'uno all'angolo .e. dell'altro, adonque (per la nona del terzo) il ponto .f. serà il centro del quesito cerchio, questa uniuersal demostratione a ogni specie di triangolo. tamen perche il se uede auttore nel mezzo uoler uariare disgiongendo intra lo triangolo orthogonio, lo ambligonio, & lossigonio, dilche l'è da esser dimostrato di ciascun de quelli qual ne piace da per si. sia adonque il trigono proposito orthogonio, e sia lo angolo a. retto, il lato, b, c, opposito al detto angolo retto diuido in due parti equali in ponto .f. ilqual ponto .f. dico essere il centro del quesito cerchio, & per dimostrare questo dal ponto .f. al mezzo dell'uno delli duoi altri lati ilqual sia il ponto .d. duco la linea .f.d. & perche la linea .f.d. diuide li duoi lati .a.b. & b.c. del triangolo a.b.c. in due parti equali la detta linea .f.d. serà equidistante al terzo lato, cioe alla linea .a.c. (& questo fu demostrato sopra la trigesima nona del primo) & perche l'angolo .a. è posto retto serà (per la seconda e terzia parte della uigesima nona del primo) l'un e l'altro di duoi angoli che sono al ponto .d. serà retto, sia adonque dutta la linea .f.a. & perche li duoi lati .a.d. & .d.f. del triangolo .a.d.f. sono equali alli duoi lati .d.b. & d.f. del triangolo .d.b.f. & l'angolo .d. de l'uno è equale all'angolo .d. dell'altro la basa .b.f. dell'uno (per la quarta del primo) serà equale alla basa .f.a. dell'altro, & perche la linea .b.f. sia equale alla linea .f.c. (dal presupposito) seranno (per communa sententia) le tre linee .b.f. a f.c.f. fra loro equal, per laqual cosa il ponto .f. (per la nona del terzo) serà il centro del quesito cerchio. anchor sia il dato triangolo, a, b, c, ambligonio & sia l'angolo, a, ottuso il lato, b, c, che riguarda questo angolo ottuso diuido in due parti equali in ponto, h, dal qual alli ponti di mezzo delli altri duoi lati quali son .d. & e, duco le linee .b.d. & h.e. (e per





quello che fu demostrato sopra la trigesima nona del primo) la linea.b.d. serà equidistante al lato,a,c, & la linea,b,e,al lato,a,b,per laqual cosa l'uno e l'altro delli duoi angoli,b,d,b, & a,e,b,(per la trigesima nona del primo) seranno equali all'angolo,a, & per tanto l'uno e l'altro de quelli serà ottuso,dutte adonque la perpendicolare,d,f, alla linea,a,b, & e,f, alla linea,a,c, sin a tanto che quelli concorrano in ponto f,(ilquale dico esser il centro del cerchio quesito) ilqual concorso è manifesto per le ragione di sopra adutte & l'una e l'altra de quelle segar la linea,b,c,che riguarda l'angolo,a,ottuso, & quelle concorrere de fuora del triangolo,a,b,c,(per lo converso modo della trigesima prima del terzo) altramente l'angolo retto seria equale al ottuso, adonque dal ponto,f, il quale il ponto del concorso de quelle produco le linee,f,a,f,b,f,c, & perche li duoi lati,a,d, & d,f,del triangolo,a,d,f,sono equali alli duoi lati,d,b, & d,f, dello triangolo.d.b.f.d.f.e l'angolo.d. dell'uno è equale allo angolo.d. dell'altro(per esser ciascaduno de loro retto) la basa.f.b. dell'uno (per la quarta del primo) serà equale alla basa.a.f. dell'altro,& per le medesime ragione la basa.f.c. (del triangolo.e.f.c.) serà equale alla basa.a.f.(del triangolo.a.e,f.) dilche (per la prima communa sententia) le tre linee.f.b.f.a.f.c. seranno fra loro equale, onde (per la nona del terzo) il ponto.f.serà il centro del quesito cerchio, sia de novo che il triangolo a,b,c, sia ossigonio divisi tutti li lati di quello in duoi parte equali, cioè il lato.a.b.in ponto.d.& la lato,a,c, in ponto,e,& b,c,in ponto,h,tiro le linee.d.e.d.h, & e.h.(& per quello che fu demostrato sopra la trigesima nona del primo) d.h.serà equidistante al,a,c,& e,h.al.a.b.per laqual cosa l'un e l'altro delli duoi angoli.b.d.h.& c.e.h.(per la seconda parte della trigesima nona del primo) serà equale all'angolo,a.e, per tanto l'uno e laltro serà acuto, dutte adonque le perpendicolar cioe.d.f. alla linea,a,b, & e,f,alla linea,a,c,e manifesto quelle concorrere dentro il triangolo,a,b,c,(altramente l'angolo retto se equalaria allo acuto, over che seria minor de quello) e sia il ponto del concorso,f.ilquale dico essere il centro del cerchio,& per dimostrar questo,produco le linee,f,a,f,b,f,c,& perche li duoi lati.a.d.& d.f.del triangolo,a,d,f,sono equali alli duoi lati,b,d,& d,f, del triangolo.b,d,f.& l'angolo.d. dell'uno equale all'angolo,d,dell'altro,onde(per la.4.propositione del 1.) la linea,b,f, serà equal alla linea,a,f, similmente perche li duoi lati a,e,& e,f,del triangolo,a,e,f,e,son equali alli duoi lati,c,e,& e,f,del triangolo,c,e,f,et l'angolo,e,de l'un equal all'angolo dell'altro,dilche(per la medesima quarta del primo) la basa,a,f,c, serà equale alla basa,f,a,onde (per la prima communa sententia) le tre linee.b.f.f.a.f.c.seranno fra loro equale,per la qual cosa il ponto.f.(per la nona del terzo) serà il centro del cerchio quesito.



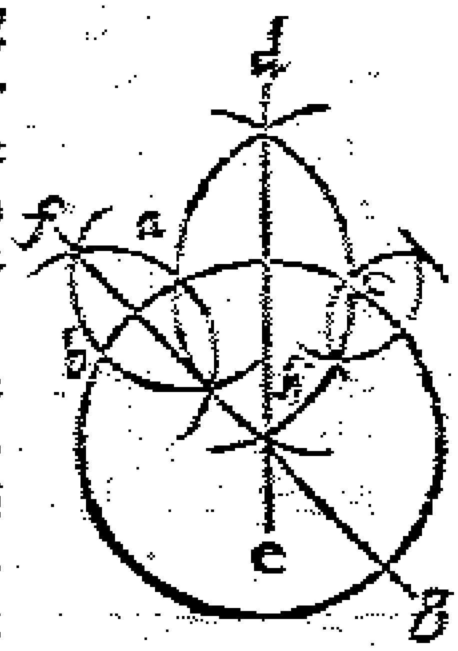


Correlario.

Correlario.

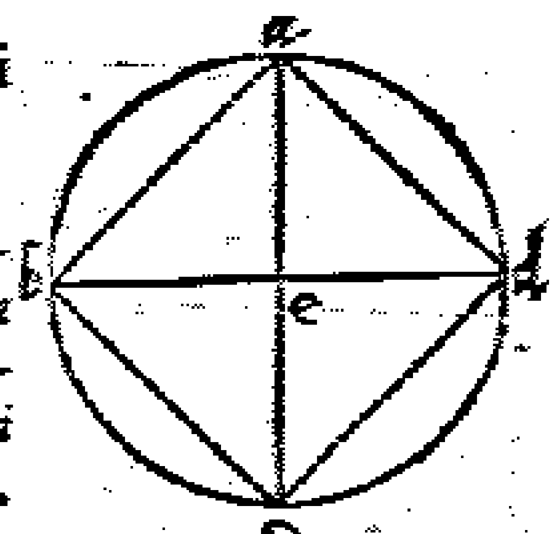
5/5 Per le cose dette è manifesto che se il triangolo serà orthogonio il cẽtro del cerchio da circonscriuere cade in mezzo del lato che è opposito all'angolo retto se quel serà ambligonio il centro cade di fuora del triãgolo. Ma se quello serà ossigonio cade dentro del triangolo, & è conuerso, quando il centro del cerchio cade sopra il lato. b. c. l'angolo che sta nel mezzo cerchio (cioè l'angolo. a.) è retto, & se il detto centro cade de fuora del triangolo è ambligonio, ma sel cade di dentro il serà ossigonio.

Il Tradottore.



Da questa quinta el se ne caua il modo de trouar il centro de uno cerchio che la sua circonferentia passi per tre ponti propositi ad bene placitum, douente che non siano in linea retta, essempio, siano li tre ponti, a, b, c, uoglio trouare il centro d'un cerchio che la sua circonferẽtia transisca per cadauno delli predetti tre ponti. a. b. c. immagino che li detti tre ponti siano li tre angoli d'un triangolo, & che le tre differentie delli detti ponti siano li tre lati del detto triangolo, & con questa immaginatione diuido la differentia che è dal ponto. a. al ponto. c. in dui parti equali orthogonalmente con la linea retta. d. e. (per la decima & undecima del primo) & quel medesimo faccio della differentia che è dal ponto. a. al ponto. b. cioè la diuido pur in due parti equali orthogonalmente con la linea. f. g. lequal due linee. d. e. & f. g. se interseg ano in lo ponto. h. il qual ponto. h. dico essere il centro del quesito cerchio che per li modi sopra posti in lo primo modo chiaro appare, adonque descriuendo sopra il centro. h. uno cerchio secondo la quantità de. h. b. ouer. h. a. la circonferentia di quello transirà per cadauno delli altri ponti, che è il proposito.

Problema. 6. Propositione. 6.



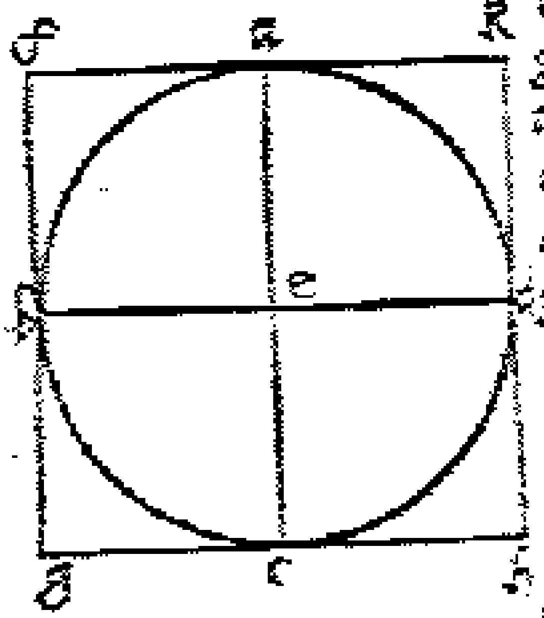
Dentro de uno dato cerchio puotemo descriuere uno quadrato.

6/6 *Sia il dato cerchio. a. b. c. d. il centro delquale è il põto. e. uoglio dentro di esso cerchio descriuer uno quadrato tiro in detto cerchio li dui diametri. a. c. & . b. d. seghandose orthogonalmente sopra il centro. e. di quali congiungo le estremità, tirando le linee. a. b: b. c: c. d. & d. a. lequale dico contener il quesito quadrato,* perche le quattro linee, e, a, e, b, e, c, & e, d, (per la diffinitione del cerchio) sono equale fra loro & li quattro angoli che sono al centro, e, sono equali fra loro per esser ciascun di loro retto, dilche (per la quarta del primo) le quattro linee, a, b, b, c, c, d, & d, a, sono etiam fra loro equale, & cadauno di quattro angoli a, b, c, & d, e retto (per la prima parte della trigesima prima del terzo) perche ciascun de quelli è nel mezzo cerchio, adonque il quadrilatero, a, b, c, d, (per esser de quattro lati equali & de angoli retti) è quadrato (per la 21. diffinition del primo) che è il proposito.

Problema. 7. Propositione. 7.

7 Cerca a uno dato cerchio puotemo descriuere un quadrato.
7

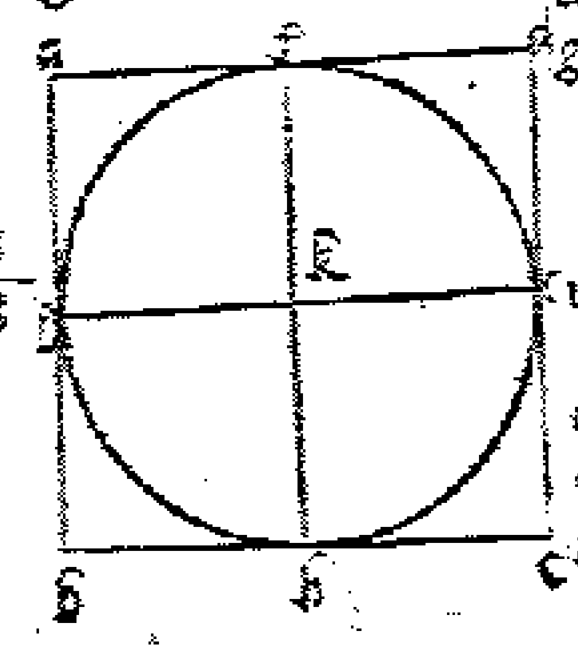
Sia il proposto cerchio, a, b, c, d, il centro delquale è il ponto. e voglio d'intorno a questo cerchio descriuere uno quadrato tiro in lui li duoi diametri, a, c, & b, d, seguita fra loro orthogonalmente sopra il centro. e. alle estremità delli quali con duco in l'una & l'altra parte le linee orthogonalmente fina a tanto che ciascuna di quelle concorrano insieme & siano li ponti del concorso de quelle, f, g, k, & per lo correlario della sesta decima del terzo, ciascuna delle predette quattro linee cosi tirate seranno toccante il detto cerchio, perche adonque in lo quadrilatero, a, f, b, e, li tre angoli, a, b, & e, sono retti il quarto angolo (il quale, e, f,) serà anchora lui retto, perche li quattro angoli de cadauno quadrilatero sono equali a quattro angoli retti, come fu dimostrato sopra la trigesima seconda del primo & per la medesima ragione ciascaduno delli altri angoli, g, h, & k, serà retto, adonque (per la seconda parte della vigesima ottaua del primo) le due linee e, f, g, & k, h, etiam le due, f, k, & g, h, sono equidistante, adonque, f, x (per la 34. del primo) è equale al g, h, & f, g, al k, h, (& per la medesima 34. del 1.) f, k, è equale al, b, d, & f, g, al, a, c, ma, b, d, è equale al, a, c, (per esser ciascun di loro diametro del cerchio) onde (per la prima concettione) le quattro linee, f, k, g, h, f, g, & k, h, sono equale, & li quattro angoli, f, g, k, h, sono retti, come di sopra fu approuato, adonque il quadrilatero, f, g, k, h, (per la diffinitione) è quadrato, che è proposito.



Problema. 8. Propositione. 8.

8 In uno dato quadrato puotemo descriuere uno cerchio.

Sia lo dato quadrato, a, b, c, d, voglio dentro di lui descriuere un cerchio diuido cadauno lato di quello in due parti equali (per la decima del primo) cioe, a, d, in ponto, f, b, a, in ponto, g, c, b, in ponto, h, & d, c, in ponto. e.



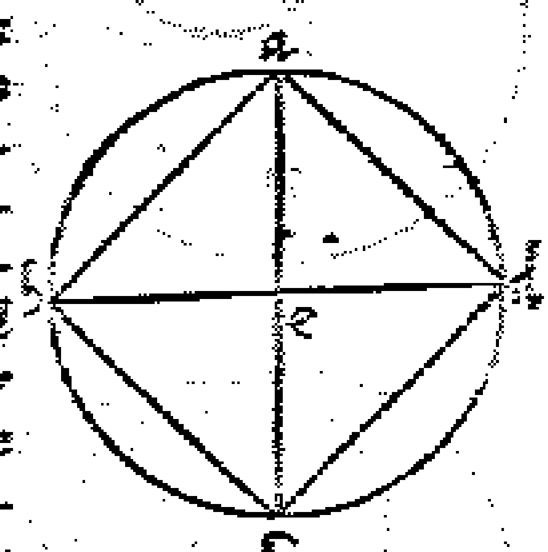
to,e, & produco le linee,e,g, & ,f,h,lequali si segbano fra loro in ponto.k.ilqual dico esser il centro del cerchio,perche la linea,f,h,(per la trigesima tertia del primo) serà equale & equidistante alla linea,a,b,(per questo che la,a,f, & ,b,h,son equale & equidistante, similmente (per la medesima)la detta,f,h,serà equale & equidistante al lato,d,c, & per le medesime ragione,g,e,serà equale & equidistante al,a,d,et similmente al.b.c.et perche tutte le mitade di quattro lati del detto quadrato(per la commune scientia) son fra loro equali dilche le quattro linee. K.g.k.h.k.e.et k.f.(per la trigesima quarta del primo) seranno equale fra loro,adonque descriuendo sopra il centro, k, il cerchio secondo la quantità de.k.g.ouer de.k.f.ouer de.K.e.ouer de.K.h.transisse etiam per li altri tre ponti, & serà toccante le quattro linee,ouer lati dil quadro cioe.a.b.b.c.c.d.& d.a.& lo ponto.k. serà (per la nona del tertio)il centro del quesito cerchio,che è il proposito.

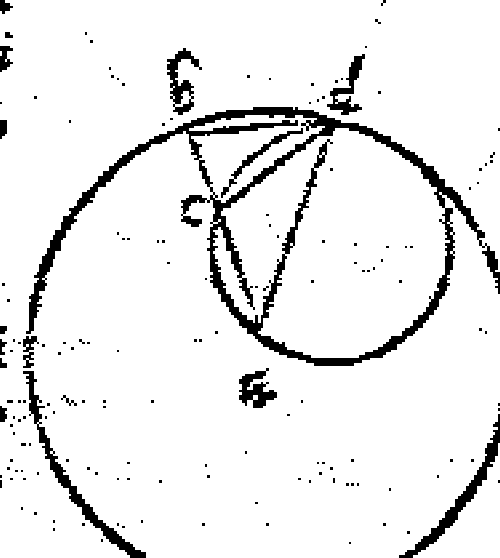
Poblema.9. Proposirione.9.

9 **Cerca uno assignato quadrato puotemo descriuere uno cerchio.**

9

Sia il quadrato, a, b, c, d, uoglio cerca di lui descriuere un cerchio tiro in lui li duoi diametri, a,c, & ,b,d, seganti fra loro in ponto.e.equal dico esser el centro del circulo(conciosia che le due linee,a,b,et,a,d,siano equale (li duoi angoli a.d.b.& a,b,d, (per la quinta del primo) saran equali. & perche l'angolo, d,a,b,e retto. (per la.32.del primo)l'uno, et l'altro de quelli sarà la mitade di un retto. Anchora con simel modo el se prouarà ciascun delli altri angoli partiali contenuti dalli preditti diametri, & dalli lati del proposto quadrato esser la mità d'un retto. Perche adonque lo angolo, e, a, d, è equale allo angolo,e,d,a, (per la sesta del primo)la linea, e, a, sarà equale alla linea, e, d, (per la medema ragione,e,a, sarà etiam equal al,e,b,& ,e c,sarà equale al,e,d,) dilche descriuendo sopra el ponto,e, el circulo secondo la quantità de una delle quatro linee, e, a, e, b, e, c, ouer,e,d,transirà etiam per li altri tre ponti, & (per la nona,del tertio) el ponto,e, sarà el centro del detto circulo,che è il proposito.

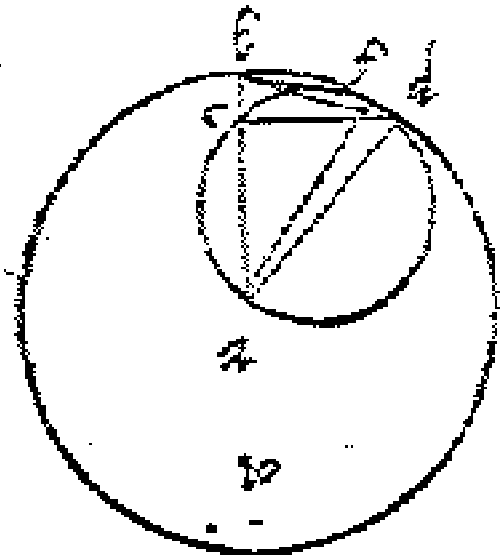


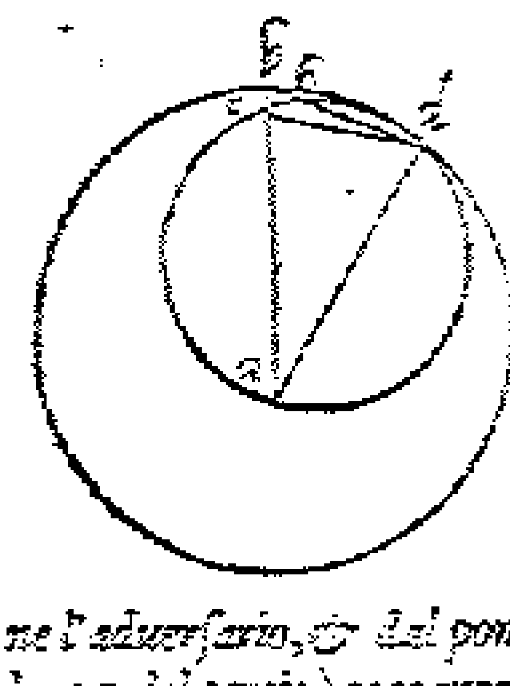


Problema.10. Proposicione.10.

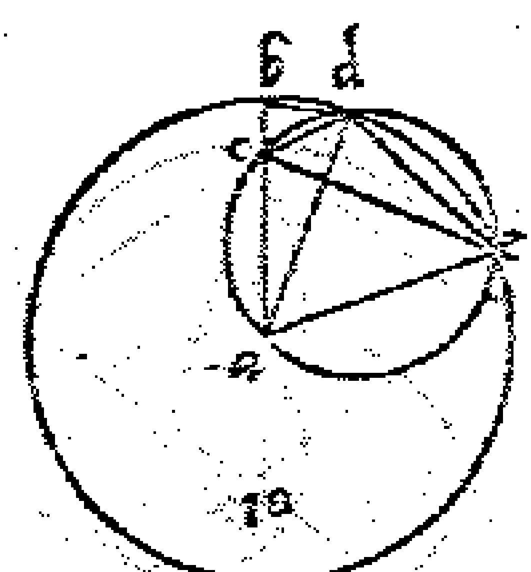
10 **Puotemo designare uno triangolo de duoi**
10 **lati equali del quale l'un e l'altro di duoi angoli, che sono sopra la basa sia doppio dell'altro.**

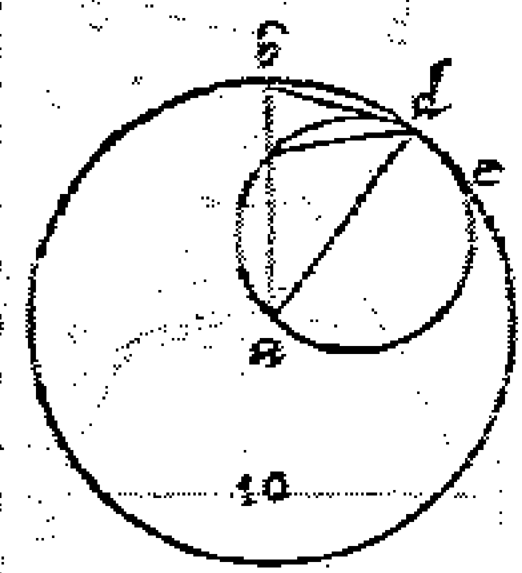
La intentione e da descriuere uno triangolo de duoi lati equali & del tertio non equale, del quale l'uno e l'altro delli duoi angoli che sono sopra il lato che non è equale alli altri duoi sia doppio al tertio. Et per far que sto sia tolto a beneplacito una linea retta laqual sia .a.b. laqual sia diuisa secondo che ne insegna la undecima del secondo in ponto .c. talmente che quello ch'è fatto della .a.b. in la .b.c. sia equale al quadrato della .a.c. & fatto il ponto .a. centro sia descritto (secondo la quantità della detta linea .a.b.) il cerchio, b, d, e, drento di quale sia accommodata la linea .b.d. (per la prima di questo) equale alla linea, a, c, & siano produtte le due linee .d.a. et .d.c. dico il triangolo, a, b, esser tal qual è stato proposto & per dimostrar questo sia circonscritto un cerchio, il qual sia, d, c, a, (per la quinta di questo) al triangolo, d, c, a, perche adonque la linea, d, b, è equale alla linea, a, c, serà quello che uien fatto della, a, b, in, b, c, equale al quadrato della linea, b, d, per laqual cosa la linea, b, d, (per la ultima del terzo) è toccante il cerchio, d, c, a, (& per la trigesima seconda del medesimo) l'angolo, c, d, b, è equale al angolo, c, a, d, gionto adonque communamente l'angolo, c, d, a, tutto l'angolo, b, d, a. (per la seconda concettione) serà equal alli duoi angoli, c, a, d, & , c, d, a, ma (per la trigesima seconda del primo) l'angolo, b, c, d, è equale alli medesimi duoi angoli c, a, d, & , c, d, a, (perch'è estrinseco a quelli) adonque l'angolo, b, d, a, è equale all'angolo, b, c, d, & perche l'angolo, a, d, b, è equale all'angolo, a, b, d, (e per la quinta del primo) per essere li doi lati, a, b, & , a, d, equali (per la diffinitione del cerchio) l'angolo, b, c, d, (per la prima concettione) serà equale all'angolo, a, b, d, adonque (per la sesta del primo) la linea, c, d, è equale alla linea, b, d, & perche la linea, b, d. fu posta equale alla linea, c, a, seguita adonque (per la prima commune sententia) che la linea, c, d, sia equale alla linea, c, a, adonque (per la quinta del primo) l'angolo, c, a, d, è equale all'angolo, c, d, a, perche adonque l'uno e l'altro di duoi angoli, c, d, b, et, c, d, a, è equale all'angolo, c, a, d, tutto l'angolo, b, d, a, serà doppio all'angolo, d, a, b, & per tanto l'angolo, a, b, d, a lui equale è anchora lui doppio al medesimo angolo, b, a, d, che è il proposito. Forsi l'aduersario dice il cerchio, d, c, a, circonscritto al triangolo partiale segharà il cerchio, b, d, e, in alcun ponto dell'arco, b, d, siche insieme segharà la linea, b, d, onde quella non serà applicata al cerchio (si come se suppone in la demostratione) ma serà seghante quello, sia adonque (se possibile è) come pone l'aduersario, & dal ponto, b, sia dutto al detto cerchio minor la linea, b, f, (per la .17. del terzo) toccante quello siano dutte le linee f, a, f, d, serà (per la penultima del terzo) quello che uien fatto della, a, b, in la, b, c, equale al quadrato della, b, f, adonque la, b, f, è equale alla, b, d. per laqual cosa l'angolo, b, f, d, (per la quinta del primo) serà equale all'angolo, b, d, f, & perche l'angolo, d, f, a, è equale (per la trigesima seconda del terzo) all'angolo, a, d, f, & perche tutto l'angolo, b, f, d, (per la ultima concettione) è maggior dell'angolo, b, f, a, serà etiam maggiore dell'angolo. f, d, a.





f,d,a,(a quello equale) & perche l'angolo, f, d, b, è equal al detto angolo, b, f, d, seguiria (per commune scientia) che l'angolo f, d, b, fusse maggiore dell'angolo f, d, a, laqual cosa è impossibile (per la ultima concettione) che la parte sia maggior del tutto, adonque il cerchio d, a, c, non segharà in alcuno ponto l'arco, b, d, anchora per uno altro modo possiamo dimostrar questo che il cerchio minor per modo alcuno segharà la linea b, d, perche il detto adversario forse dirà che segharà quella non seghando l'arco, d, b, del maggior cerchio, se pur possibil è che seghi quella sia questo in ponto, h, & serà quello che è fatto della a, b, in b, c, equale a quel che vien fatto della, d, b, in b, h. Perche l'fu dimostrato di sopra nella penultima del tertio che se da alcuno ponto signato fuora d'un cerchio siano dutte quante linee si voglia al detto cerchio segante quella tutti li rettangoli contenuti fatto a ciascuna di esse linee in le sue parti estrinsice, sono equali fra loro, & perche quello che vien fatto della a, b, in, b, c, è equale al quadrato della, b, d, (dal prosupposito) seguiria adonque che quello che vien fatto della, b, d, in b, h, esser equale al quadrato della, d, b, laqual cosa è impossibile (per la seconda del secondo) per laqual cosa il proposito è manifesto. E nota che'l minor cerchio de necessità segharà il maggiore & taglia da quello uno arco equale al arco, b, d, & lo maggiore similmente taglia dal medesimo uno arco equale allo arco, d, c, laquale cosa se approuerà cosi. Se il minore non segha il maggiore adonque il tocca quello in ponto, d, & perche (per la undecima del tertio) li centri di cerchii che si toccano & il ponto del toccamento sono in una linea, serà il centro dello minore cerchio in la linea, a, d, per questo che in quella è il centro del maggiore, & il ponto del toccamento, adonque (per la decimaottaua del tertio) l'angolo, a, d, b, è retto, dilche similmente l'angolo, a, b, d, (a lui equale) è retto, onde seguiria che li tre angoli del triangolo, a, b, d, fussero maggiori de duoi angoli retti, laqual cosa è impossibile (per la trigesima seconda del primo.) Adonque lui segha quello in li duoi ponti, e, & d, dico l'arco, e, d, del maggiore essere equale all'arco, d, b, & l'arco, d, e, del minore essere equale all'arco, d, c, produco le linee, d, e, c, e, & e, a, & (per la uigesima settima del tertio) ciascuno di quattro angoli liquali sono, d, e, c, c, e, a, d, a, c, & a, d, c, serano equali perche li duoi archi, d, c, & c, a, sono equali perche (per la prima dispositione di questa la, d, c, fu trouata equale alla, d, b, laqual, d, b, fu posta equale alla, a, c, e per tanto le, d, c, & c, a, sono equali, & pero li duoi archi (per la uigesima ottaua del tertio) sono, equali per laqual cosa tutto l'angolo, a, e, d, è doppio all'angolo, b, a, d, & per tanto serà etiam equale all'uno e l'altro di duoi angoli, a, b, d, & a, d, b, & perche l'angolo, a, c, d, è equale all'angolo, a, d, c, (per la quinta



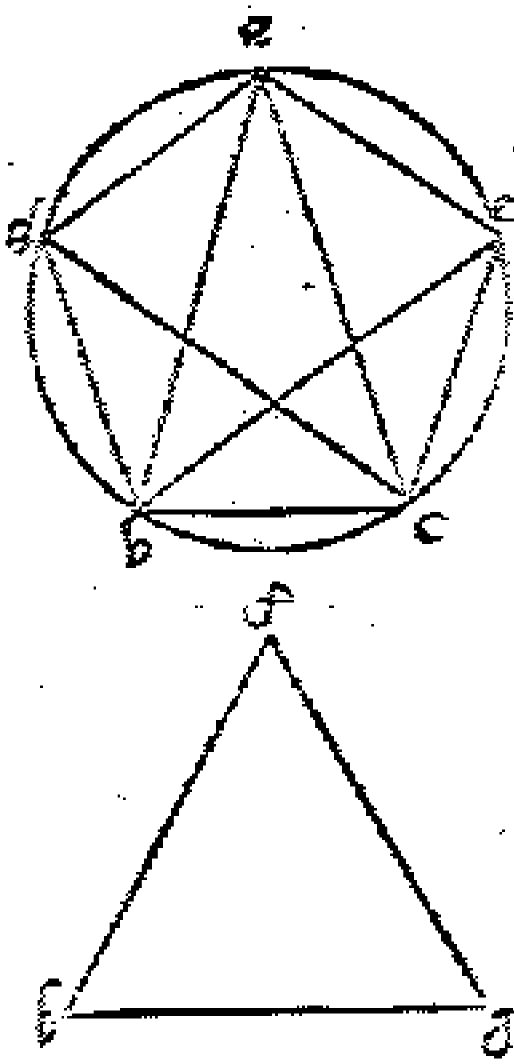


del

del primo) perche, a, e, & a, d, ſono equale (per la diffinitione del cerchio, perche
uanno dal centro alla circonferentia) ſeranno li duoi angoli, e, d, del triangolo, a, e,
d, equali alli duoi angoli. d. & b. del triangolo, a, d, b, adonque (per la trigeſima ſe-
conda del primo) l'altro angolo, a, dell'uno ſerà equale all'altro angolo. a. dell'altro,
adunque (per la uigeſima ſeſta del terzio) l'arco, e, d, del maggiore è equale all'ar-
co, d, b, & per la medeſima l'arco, e, d, del minore è equale all'arco, d, c, & queſto è
quello, che hauemo propoſto.

Problema. 11. Propoſitione. 11.

11 In un dato cerchio puotemo deſcriuere uno penthagono equilate-
11 ro, & equiangolo.



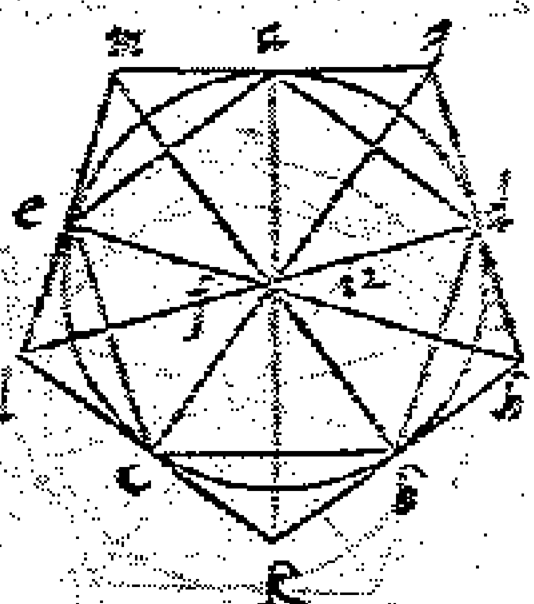
*Sia il dato cerchio. a. b. c. uoglio di dentro di lui de-
ſcriuere uno penthagono equilatero et equiangolo deſe
gno un triangolo (per la precedente) il qual ſia. f. g. h.
che habbia ciaſcun di duoi angoli che ſono ſopra la ba-
ſa. g. h. doppio all'angolo, f, & deſcriuo (per la ſeconda
di queſto) in lo cerchio, a, b, c, il triangolo, a, c, b, equian
golo al triangolo, f, g, h, & ſia l'uno e l'altro di duoi an-
goli, a, b, c, & a, c, b, doppio all'angolo, c, a, b. Diuido
l'uno è l'altro de quelli (per la nona del primo) in due
parti equali dutte le due linee. b. e. & c. d. (e per la ui-
geſima ſeſta del terzio) li cinque archi in liquali li cin-
que ponti, a, d, b, c, e, diuideno il cerchio ſeranno equali
fra loro per queſto li cinque angoli che cadeno in li detti
archi ſono equali fra loro, adonque per le linee rette
continuate da quelli cinque ponti lequal ſono, a, d. d, b.
b, c. c, e, & e, a, ſerà il penthagono, a, d, b, c, e, inſcritto
in lo dato cerchio tal qual è ſta propoſto (per la uigeſi-
ma nona del terzio) quel è equilatero conciosia che li
cinque archi li quali li cinque lati di quello ſon corde ſo
no equali fra loro. anchora dico quel eſſer equiangolo perche la circonferentia, a, e, è
equale alla circonferentia. d. b. giongendo a caduna di quelle la circonferentia, e,
c, b, (per la ſeconda communa ſententia) tutta la circonferentia, a, e, c, b, è equale
a tutta la circonferentia. d. b. c. e. adonque li duoi angoli, a, d, b, & d, a, e, (per eſſer
dedutti ſopra le dette due circonferentie equale) (per la uigeſima ſettima del ter-
tio) ſeranno equali fra loro, e per queſta medeſima ragion caduno di quelli angoli
che ſono ſotto. a. e. c. & e. c. b. & c. b. d. ſeranno equali a caduno di quelli angoli che
ſono ſotto. e. a. d. & a. d. b. adonque il penthagono, a, d, b, c, è equiangolo, & di ſopra
hauemo dimoſtrato come egli è equilatero, adunque in lo dato cerchio, a, b, c, haue-
mo deſcritto il penthagono, a, d, b, c, e, equilatero, & equiangolo che è il propoſito.*

Pro-

Problema. 12. Propositione. 12.

12/12 Cerca a uno dato cerchio puotemo descriuere uno penthagono, equilatero, & equiangolo.

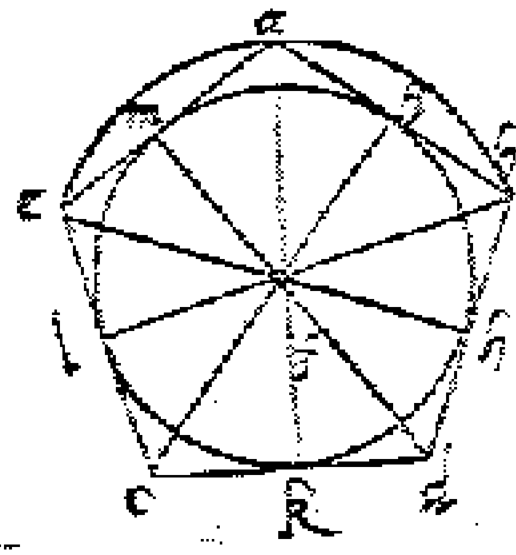
Sia il proposto cerchio .a.b.c. il centro del quale è il ponto .f. uoglio cerca di lui descriuere uno penthagono equilatero & equiangolo sopra la circonferentia del detto cerchio secondo la dottrina della precedente notarò li cinque ponti angulari quasi come hauesse inscritto un penthagono, liquali siano .a.d.b.c.e. alliquali (dal centro) tirarò le linee .f.a.f.d.f.b.f.c.f.e. & dalli medesimi ponti produrò le perpendicolare a queste linee, & quelle slongarò in l'una e l'altra parte fina a tanto che quelle concorrano in li cinque ponti .g.h.k.l.m. & queste linee seranno (per lo correlario della decimasesta del terzo) toccante il cerchio, & a questi ponti del concorso (dal centro .f.) condurò le linee .f.g.f.h.f.k.f.l.f.m. (& perche fu dimostrato sopra la penultima del terzo che se da alcun ponto signato fuora d'un cerchio siano dutte due linee al detto cerchio toccante quello che quelle seranno equale) serà la linea .g.a. equale alla linea .g.d. & la .h.d. alla .h.b. & cosi de tutte le altre. Ma perche li cinque archi in liquali li cinque ponti .a.d.b.c.e. diuideno il cerchio sono equali fra loro (per la uigesima settima del terzo) li cinque angoli .a.f.d.d.f.b.b.f.c.c.f.e.e.f.a. (liquali sono dedutti sopra a questi archi in lo centro .f.) seranno fra loro equali, ma li duoi lati .a.g. & .f.a. del triangolo .f.a.g. sono equali a duoi lati .d.g. & .f.d. del triangolo .f.g.d. & il lato .g.f. è commune, adonque (per la ottaua del primo) li duoi angoli de quelli liquali sono al centro .f. e similmente li duoi angoli che sono al .g. sono equali fra loro, & per la medesima ragione li duoi angoli liquali sono al centro .f. in li triangoli .d.f.h. & .h.f.b. e anchora li duoi che sono al ponto .h. sono equali. Similmente anchora cadauno delli altri tre angoli liquali sono .b.f.c.c.f.e.e.f.a. & cadauno di tre liquali sono .k.l.m. sono diuisi in due parti equali li primi per la linea .f.k. li secondi per la linea .f.l. li terzi per la linea .f.m. & perche questi tre angoli liquali sono .b.f.c.c.f.e. & e.f.a. sono equali a se medesimi etiam alli altri duoi (liquali sono .a.f.d. & .d.f.b. sono pur equali. seranno le diece mitade de quelli liquali sono diece angoli fatti in lo centro .f. equali fra loro. perche adonque li duoi angoli .a. & .f. del triangolo .g.a.f. sono equali alli duoi angoli .a. & .f. del triangolo .m.a.f. et lo lato .a.f. e commune (per la .26. del primo) l'angolo .g. de l'uno serà equale all'angolo .m. dell'altro & lo lato .g.a. al lato .a.m. per la medesima ragione serà l'angolo .g. (nel triangolo .g.f.d.) equale al angolo .h. in lo triangolo .d.f.h. & lo lato .g.d. serà equale al lato .d.h. per laqual cosa perche .g.a. è la mità de .g.m. & .g.d. è la mità de .g.h. & .g.a. & .g.d. sono equali seranno (per commune scientia) .g.m. & .g.h. (che sono il doppio di quelle) equali fra loro, similmente anchora hauere mo prouato .g.m. essere equale al .m.



l. & .m.l.al .h.k. & .l.k.al .k.h. per laqual cosa il pẽtagono.g.h.k.l.m. è equilatero. ma dico anchora quello esser equiangolo, conciosia che li duoi angoli che sono al .g. siano fra loro equali & li duoi che sono al .m. similmente equali fra loro & .g. parziale al .m. parziale, l'uno e l'altro di sopra fu approuato esser equali, cioe che l'angolo .f.g.a. è equale all'angolo .f.m.a. dil che (per la medesima commune scientia) tutto l'angolo .g. è equale a tutto l'angolo .m. & per la medesima ragione tu approuerai la equalità in tutti li altri angoli, per laqual cosa è equiangolo, e cosi il proposito è manifesto.

Problema. 13. Propositione. 13.

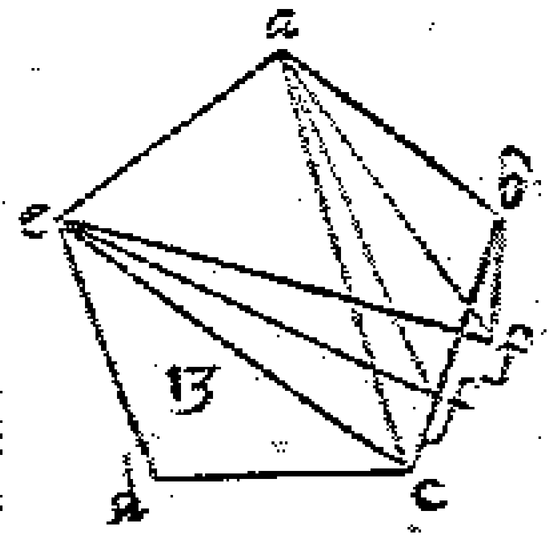
Dentro a uno assignato penthagono equilatero, & equiangolo puo-
13 temo descriuere uno cerchio.

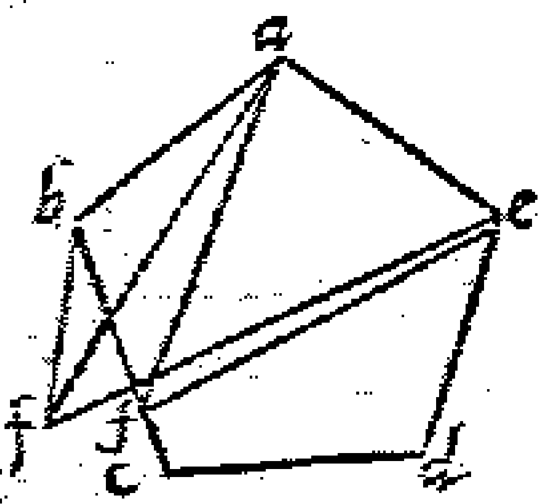


Sia lo assignato penthagono equilatero, & equiangolo (perche delli altri non è necessario questo essere possibile) a. b. c. d. e. uoglio dentro di lui descriuere uno cerchio diuido li suoi duoi propinqui angoli liquali sono .a. & .e. (per la .9. del primo) in due parti equali dutte le linee .a.f. & .e.f. sin a tanto che quelle concorrano in lo ponto .f. de dentro del penthagono. il qual dico esser il centro del detto cerchio, e questo de sotto se dimostrerà, ma prima uogliamo chiarire doi dubbii, cioè qualmẽte è necessario che le due linee .a.f. et .e.f. concorreno insieme, et di dentro del pẽthagono, perche adonque li 5. angoli del dato penthagono, come fu demostrato sopra la .32. del primo, sono equali a .6. angoli retti, adonque ciascun angol del penthagono serà equal a un angolo retto, & a un quinto de angolo retto, similmente duoi mezzi angoli del detto penthagono sono equali pur a uno angolo retto, & a un quinto de retto, & perche la linea .a.e. cade sopra le due linee .a.f. et .e.f. & li duoi mezzi angoli .f.e.a. & .f.a.e. sono minori de duoi angoli retti (per la .5. petitione) protratte in q̃lla parte concorrerãno. ancor dico che concorrerãno di dẽtro del penthagono, e se possibile fusse (per l'aduersario) che nõ cõcorressino di dẽtro del pẽthagono, cõcorrerãno, ouer de fuora del detto penthagono, ouer in lo lato di esso penthagono, ouer in l'angolo di q̃llo, che è l'opposito all'un e l'altro delli angoli diuisi, hor poniamo primamente che quelle cõcorreno di fuora in ponto .f. & sia dutta la linea .b.f. & perche li duoi lati .e.a. & .a.f. del triangolo .e.a.f. sono equali alli duoi lati .a.b. & .a.f. del triangolo .b.a.f. & l'angolo .a. dell'un all'angolo .a. dell'altro (per la quarta del primo) la basa .e.f. serà equale alla basa .f.b. e pche l'angolo .a. partiale e equal all'ãgolo .e. partiale (perche tutto l'angolo .a. (dal presupposito) è equal a tutto l'angolo .e. sarà (per la sesta del primo) .f.a. equale al .f.e. per la qual cosa .f.a. (per la prima concettione) seria etiam equale al .f.b. adonque (per la .5. del primo) li duoi angoli .f.b.a. & .f.a.b. serian equali, & perche l'angulo .f.b.a. è maggior dell'ãgolo .c.b.a. (del penthagono) similmente l'an

golo.

golo.f.a.b,(per communa sententia) serà maggiore del detto angolo,c,b,a, & per che lo angolo,c,b,a,è equale all'angolo,b,a,e,l'angolo,f,a,b,uerra a esser maggiore (per communa scientia) del detto angolo,b,a,e, laqual cosa è impossibile (per la ultima concettione) che la parte sia maggior del tutto, adonque non ponno concorrer de fuora del penthagono: hor ponimo adunque che quelle (se possibile è per l'aduersario) concorrano sopra il lato,b,c,in ponto,f,arguendo per le precedente, et per il precedente modo serà l'angolo.a. partiale equale a tutto l'angolo,b,a,e, laqual cosa è impossibile, ma se per caso l'aduersario dicesse forsi che quelle concorrano in l'angolo,c,serà (per le medesime, & per il medesimo modo.) c.b. equale al. a.e, & per tanto a questo come prima l'angolo,c,a,b, seria equale all'angolo,b,a,e, ma perche questo nõ puo esser (per la ultima concettione) sia adonque il ponto del concorso (il qual è.f.) dentro del penthagono dal qual conduco cinque perpendicolare alli cinque lati di quello lequale sono.f,g.f,h,f,k,f,l,f,m, & alli duoi angoli di quello propinqui (dal lato destro & sinistro) alli duoi angoli diuisi in due parti equali, liquali sono,b,& d.conduco le due linee,f,b,f,d, & perche li duoi angoli. a, & ,m, del triangolo,a,f,m, sono equali alli duoi angoli,a, & ,g, dello triangolo,a,f,g, & lo lato,a,f, commune serà (per la 26. del primo) la.f.m. equale alla,f,g, anchora per la medesima ragione tu approuerai la,f,l. esser equale alla,f,m. tolti dalli duoi triangoli,e,f,m, & e.f.l. perche da principio li duoi lati,a,f, & a,b, del triangolo,a,f,b, sono equali alli duoi lati.a.f. & a.e. del triangolo,a,f,e, & l'angolo,a,dell'un all'angolo,a,dell'altro serà (per la quarta del primo) l'angolo,b,partiale equale all'angolo,e,partiale, & perche tutto l'angolo,b, è equale a tutto l'angolo,e,(dal presupposito) & tutto l'angolo.e. è diuiso in due parti equali serà etiã tutto l'angolo,b,diuiso in due parti equali, per lo medesimo modo tu approuerai tutto l'angolo,d,esser diuiso in due parti equal per la equalità del angolo,d,partiale, & ,a,partiali tolti per li triangoli,e,a,f, & e,d,f, perche adonque li duoi angoli,g, & ,h, del triangolo,g,f,b, sono equali alli duoi angoli, h, & b, del triangolo, h,f,b, & lo lato,f,b,è commune serà (per la.26.del primo) la,f,h,equal alla,f,g, per lo medesimo tu approuerai la,f,K,esser equale alla,f,l, tolte dalli triangoli,l,f,d, & k,f,d. perche adonque le cinque linee,f,g,f,h,f,k,f,l, & f,m, sono equale serà il ponto,f,(per la 9. del tertio) centro del cerchio, il qual descriuemo secondo la quantità de una de quelle, e quello tocca tutti li lati del penthagono per la equalità delle linee) et non segarà alcuno de quelli (per la 16. del tertio) e cosi il proposito è manifesto.

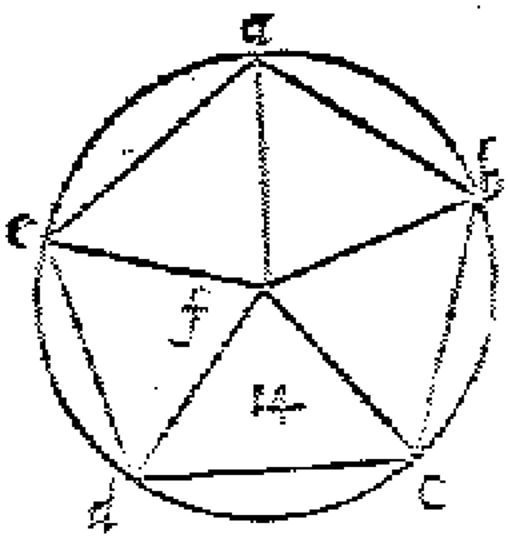




Problema.14. Propositione.14.

14 Cerca a uno dato penthagono equilatero & equiangolo puotemo
14 descriuere uno cerchio.

Sia

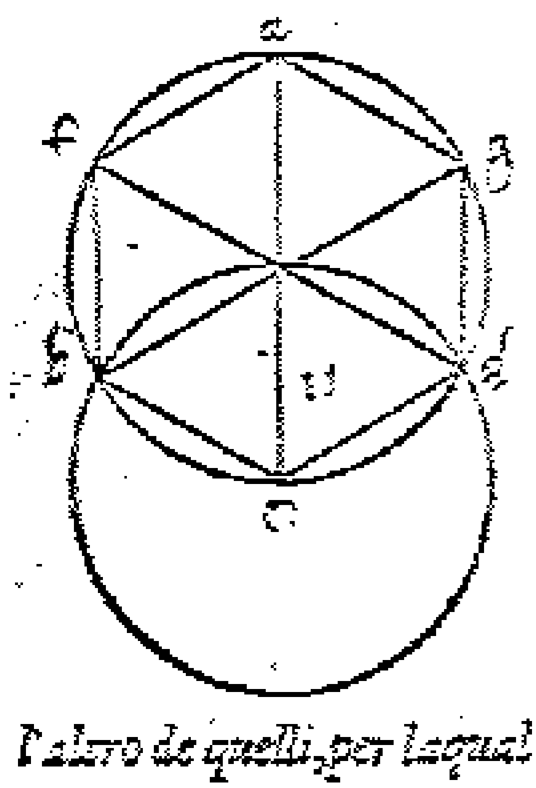


Sia come in prima il penthagono equilatero et equi
angolo (perche delli altri questo non è necessaria esser
possibile) .a.b.c.d.e. voglio di lui descriuere uno cerchio
(questa è quasi conuersa della. 12.) diuido li duoi pro-
pinqui angoli di quello (liquali sono .a. et e.) in due par
ti equali (per la 9. del primo) dutte le linee.a.f. & .e.f.
dutte sin a tanto che quelle concorrano di dentro di esso
penthagono in ponto.f. & quelle concorreno, & dentro
del penthagono (come fu approuato in la precedente)
& dal ponto del concorso conduco alli altri angoli le li
nee lequali siano.f.b.f.c.f.d. & perche li duoi lati.a.f. & .a.b. del triangolo.a.f.b.
son equali alli duoi lati.a.f. & a.e. del triangolo.a.f.e. & l'angolo.a. dell'un all'an
golo.a. dell'altro (per la 4. del primo) la.f.b. serà equale alla.f.e. & l'angolo.b. par
iale all'angolo.e. partiale, & perche tutto l'angolo.b. è equal a tutto l'angolo. e. et
tutto l'angolo.e. è diuiso in due parti equali, serà similmente tutto l'angolo.b. diuiso
in due parti equali, & per questo modo anchora tu prouarai l'uno e l'altro delli an
goli.c. & d. esser diuiso in due parti equali, & le cinque linee.f.a.f.b.f.c.f.d.f.e. esser
equali, per laqual cosa (per la 9. del terzo) il ponto f. serà il centro del cerchio, &
cosi il proposito è manifesto.

Problema. 15. Propositione. 15.

15 / 15 In un dato cerchio possiamo descriuere uno essagono equilatero & equiangolo.

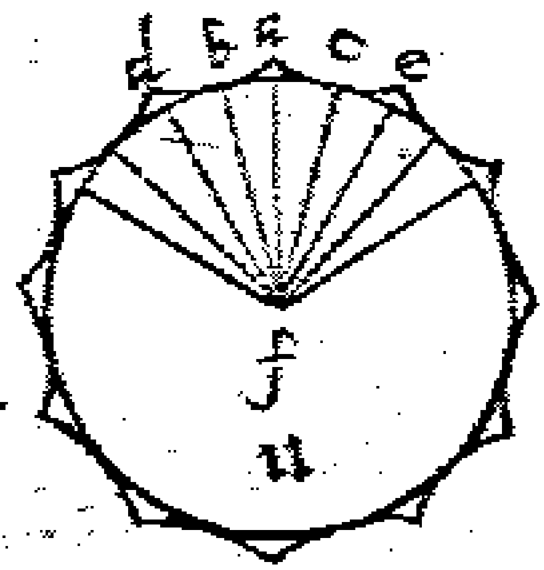
Sia il proposto cerchio, a, b, c, d, il centro delquale sia il ponto, e, voglio dentro di
lui descriuere uno essagono equilatero & equiangolo, produco il diametro a.e.c. &
secondo la quantità del mezzo diametro, e, c, (fatto centro il ponto, c,) descriuo il
cerchio, e, b, d, segante il primo in li duoi ponti, b, d, dalli quali produco li duoi dia-
metri nel cerchio primo, liquali sono, b, e, g, & d, e, f, congiongo adonque le estremi-
tà di detti tre diametri con sei linee lequale sono, a, f,
f, b, b, c, c, d, d, g, & , g, a, lequali dico contener lo essago
no quesito, perche (come dimostra la prima del primo)
l'un e l'altro di duoi triangoli, b, e, c, & , c, e, d, serà equi
latero, per laqual cosa serà etiam equiangolo (per la. 5.
del medesimo) (adunque per la. 32. del primo) li duoi
angoli, b, e, c, & c, e, d, con un'altro insieme che sia equa
le a uno de quelli, sono equali a duoi angoli retti, per
questo che ciascun de loro è il terzo de duoi angoli retti,
ma quelli con l'angolo, d, e, g, (per la terziadecima del
primo) son pur equali a duoi angoli retti, adonque l'an-
golo, d, e, g, (per communa scientia) è equale all'uno et
l'altro de quelli, per laqual cosa li sei angoli che son al centro, e, (per la 15. del pri-
mo)



mo) sono fra loro equali, adonque (per la 26. del tertio) li archi in liquali cadeno sono equali, per laqual cosa & le corde de quelli (per la 29. del medesimo) lequal sono li lati del esagono, adonque egliè equilatero ma etiam (per la 27. del tertio) gliè equiangolo per questo che li sei archi in li quali le ponte angulare del esagono dividendo il cerchio tolti a duoi a duoi sono equali fra loro (come l'arco, a. f. b, all'arco, f. b. c,) & per tanto l'angolo, f, ilquale sta in lo primo è equale all'angolo. b. ilquale sta in lo secondo, il medesimo accade in tutti li altri, dilche il proposito è manifesto.

Correlario.

15 De qui è manifesto che il lato del esagono è equale alla mita del
15 diametro del cerchio al qual e inscritto.



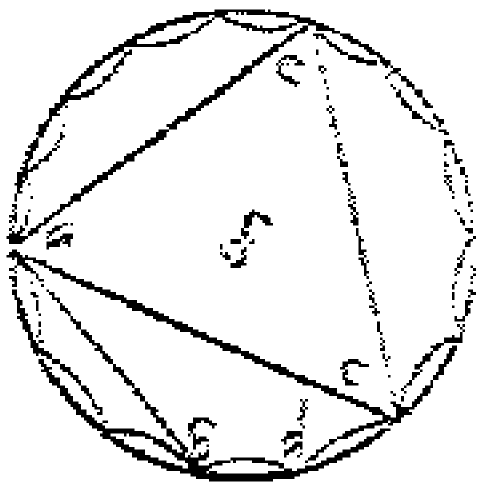
Perche la mita del diametro del cerchio, & il lato esagono sono li lati del medesimo triangolo equilatero come. e. c. & e. b. & c. b. & nota che'l non se propone qualmente potemo designare cerca a uno dato cerchio uno esagono equilatero et equiangolo, ne che potemo dentro a tal esagono ne cerca a tal esagono describere un cerchio si come fu fatto del triangolo quadrato & penthagono. Non perche questo non sia necessario esser possibile, ma perche queste tre per li medesimi precetti, che son fatti in lo penthagono equilatero et equiangolo si fanno in ogni altra figura equilatera & equiangola onde ciascuna figura equilatera & equiangola laqual sapiamo inscriuere in un cerchio quella medesima descriueremo de fuora del cerchio, etiam descriuemo il cerchio dentro & di fuora di quella, con li medesimi mezzi & modi che hauemo fatti in lo penthagono. Nota anchora che ogni figura equilatera al cerchio inscritta, ouer circonscritta, e anchora necessario che quella sia equiangola della inscritta el se manifesta (per la 27. e. 28. del tertio) per li archi del cerchio delli quali li lati della figura inscritta sono corde tolti a duoi a duoi, in questi archi cadeno li angoli della detta figura & della circonscritta, facile lo apprenderai per le linee dutte dal centro del cerchio a tutti li angoli di quella, & alli ponti del toccamento si come appare in la figura. a. d. e. descritta a torno al cerchio. b. c. (il cētro dilqual è il pōto. f.) laqual essendo equilatera tu approuerai q̄lla esser etiā equiangola in q̄sto modo protrarai dal cētro. f. a cadaū angolo de detta figura una linea retta si com'è la linea. f. a. e la linea. f. d. f. e. e similmente del detto cētro. f. tu condurai una linea retta a cadaū ponto del toccamento si come e la linea. f. b. et f. c. poi argumentarai in q̄sto modo, la linea. b. a. (p quello che fu demostrato sopra la. 36. del tertio) e equale alla linea. a. c. (perche ciascuna vien dal pōto. a. e tocca il cerchio in li duoi ponti. b. et c.) adonque li duoi lati. a. b. & b. f. del triangolo. a. b. f. sono equali alli duoi lati. a. c. & c. f. del triangolo. a. f. c. e la basa. a. f. e communa, adonque (per la. 8. del primo) l'angolo.

golo,f,a,b,serà equal all'angolo,f,a,c,(per la qual cosa l'angolo,b,a,c,)cioe e tut-
to l'angolo,a,uerra a esser diuiso in due parti equali dalla linea,f,a, & cosi se appro
uer amo tutti li altri angoli di essa figura esser diuisi in due parti equali dalle linee
che a loro uengon dal centro,perche adonque li duoi lati,a,f, & a,e, del triangolo,
a,e,f,sono equali alli duoi lati,a,d, & a,f,del triangolo,a,f,d, & l'angolo,a,del-
l'uno all'angolo,a,dell'altro serà la basa,d,f,dell'uno equale(per la quarta del pri
mo)alla basa,f,e,dell'altro & l'angolo,a,d,f,all'angol,a,e,f,& perche l'angolo,a
d,f,la mità de tutto l'angolo,d,(de detta figura)similmente l'angolo,a,e,f,e la
mità de tutto l'angolo,e,(per communa scientia)tutto l'angolo,d,serà equal a tut
to l'angolo e, & per le medesime ragione se approuano tutti li altri angoli di essa fi
gura essere fra loro equali,& cosi se procederia in cadauna altra figura equilatera
che fusse circonscritta a uno cerchio,che è il proposito.

Problema.16. Propositione.16.

In uno dato cerchio puotemo designar un quindecagono equilate-
16 ro & equiangolo. Oltra di questo puotemo cerca a qualunque cerchio
16 asignato descriuer un quindecagono equilatero, & equiangolo, & in
un dato quindecagono descriuer uno cerchio.

Sia il dato cerchio,a,b,c,uoglio a lui inscriuer un quindecagono equilatero & equiangolo & dapoi etiam il uoglio circonscriuere anchora dentro a tal quindeca-no proposito uoglio descriuere uno cerchio, ma il non propone di uoler cerca a tal quindecagono descriuere uno cerchio, perche per le altre che quel propone a sufficie-tia nel da ad intendere,in lo dato cerchio(secondo la dottrina della seconda di que-sto) tiro il lato del triangolo equilatero il qual sia,a,c, & secondo la dottrina della undecima di questo, tiro etiam il lato del pentagono equilatero, & equiangolo il qual sia,a,b,& perche lo arco,a,c,e la terza parte de tutta la circonferentia de laquale l'arco,a,b,e la quinta parte,serà il superfluo, ouer differentia che fra questi duoi archi(laqual è l'arco,b,c,) li duoi tertij dell'arco,a,b, ouer li duoi quinti dell'arco,a,c,siue li duoi quintodecimi de tutta la circonferentia, perche in ogni tutto la terza parte eccede la quinta in duoi tertij di essa quinta parte ouer in duoi quinti di essa tertia parte,ouer in duoi quintodecimi dil



tutto,e questo è manifesto in la quinta e tertia parte del primo numero che ha parte quinta e tertia ilqual è.15.la parte tertia di quello(laqual e.5.) eccede la quinta parte de quello(laqual e.3.)in due unitade liquali sono li duoi tertij del medesimo ternario(ilqual è la quinta parte del detto.15.)ouer li duoi quinti del medesimo quinario(ilqual è la tertia)ouer li duoi quintodecimi del medesimo.15.ilquale è il tutto diuiso adonque l'arco,b,c,in due parte equale(per la.30.del tertio)in ponto d, le manifesto l'uno e l'altro di duoi archi,c,d, & d,b,esser la tertia parte dello

arco,

arco.a.b. ouer la quinta dell'arco.a.c. ouer lati.15 de tutta la circonferentia tirãdo adunq; le corde.c.d. et d.b. di quelli, et (ꝑ la prima di questo) accõmodando cõtinuatamente dentro dal dato cerchio altre corde a quelle equale (che in tutto seranno 15.) serà cõpita la figura ꝓposita, le altre due che esso auttor propone con la tertia che per le altre il ne da ad intẽdere, cioè de circonscriuer uno quindecagono a uno cerchio, & descriuere in uno quindecagono uno cerchio, & ancor circonscriuer, facilmente cõcluderai ꝑ il modo della 12.13. & .14. di questo, e nota che cadauna figura equilatera laqual sapiamo descriuere in uno cerchio in lo medesimo cerchio sapemo etiã inscriuerne & circonscriuerne un'altra del doppio piu lati, et quella medesima saperemo inscriuer & circonscriuer al cerchio ꝑ li archi alliquali se sottosten deli lati di quella figura, diuisi ꝑ la 30. del.3. in due parti equali e ꝑ le linee tirate dalli põti di mezzo, cioe de lor diuisione, alle estremità di lati della medesima figura serà fatto di dẽtro di esso cerchio una figura del doppio piu lati della prima laqual serà equilatera, ꝑ la.29.del.3. adũq; serà equangola, ꝑche sopra la.15. di q̃sto, egli e stà dimostrato q̃sto, che in ogni figura equilatera inscritta in un cerchio e etiã equangola, e ꝑche q̃sta la sapemo inscriuer in lo cerchio, sapemo etiã cõcluder le altre.3. ꝑ la.12. 13. & .14. di questo, adunq; ꝑche sapemo inscriuer un triãgolo equilatero, sapemo per q̃sto descriuer lo esagono, e ꝑche lo esagono lo duodecagono, e ꝑ lo duodecagono una figura di.24. lati, e cosi in infinito dopiando, benche per il triãgolo lo esagono (come hauemo detto) puo esser inscritto, niẽte quel ha posto la ꝓpria demostration di quella dalla qual ne seguita grandamẽte utile, e finalmente ꝑche sapemo etiã inscriuer il quadrato sapemo ꝑ q̃sto inscriuer ogni figura che'l numero di lati di q̃lla e equalmẽte paro, per lo pẽthagono anchora sapemo inscriuer un decagono, e una figura de 20. lati, e cosi continuatamente dopiando quel medesimo, anchora intende del quindecagono, ꝑche per q̃llo son cognite le figure del.30. & .60. & de tutte cõtinuamẽte de lati dopiatiua delle altre figure dellequal questa nõ insegna, ouer q̃lle che per q̃ste non hauerãno la sciẽtia è difficile, & di poca utilità, come son la settagona, nonagona, undecagona, ma se noi saperemo designar un triãgol de duoi lati equali che l'uno e l'altro di duoi angoli che sono sopra la basa di quello sia treppio all'altro saperemo descriuer lo settagono in un cerchio, come di sopra fu fatto il penthagono, ma se l'un e l'altro de detti duoi angoli fusse quadruplo all'altro saperemo descriuer la figura nonangola, e sel fusse, quincuplo la figura undecagona, & quel medesimo in le altre figure de lati dispari, posto l'un e l'altro di angoli alla basa multiplice l'altro per quel numero, il qual è la mità del maggior numero paro contenuto sotto al numero dispero di lati della detta figura.

Il Tradottore.

In questo loco, in la prima tradottione egli e stato aggiunto un modo da diuidere uno angolo in tre parti equali, & consequentemente a descriuere una figura nonangola equilatera & equangola in uno dato cerchio, ma perche tal suo procedere nõ è demostratiuo lo hauemo interlassato come cosa inutile.

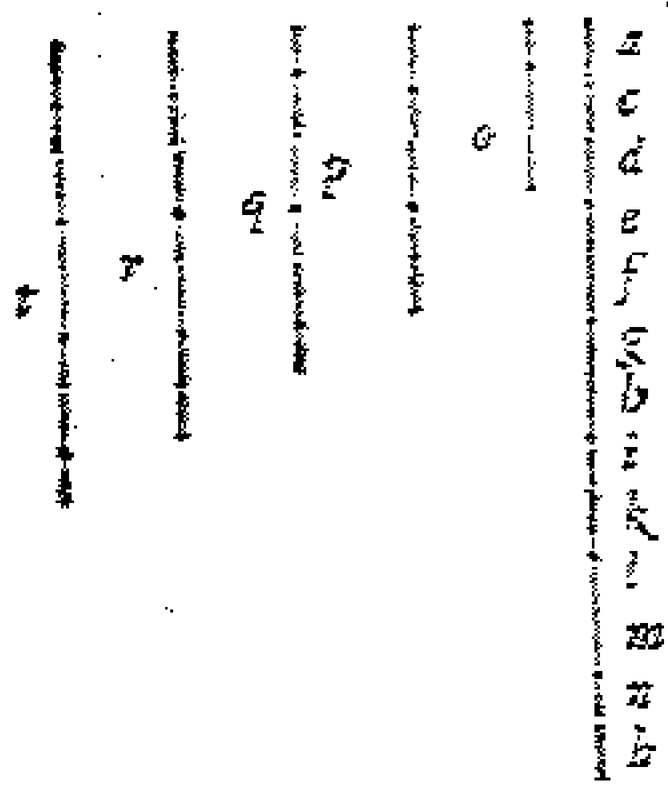
IL FINE DEL QVARTO LIBRO.

LIBRO QVINTO DI EVCLIDE.

Diffinitione prima.

1 Vna quantità minore è parte d'una quantità maggiore quando che
1 la minore numera, ouer misura la maggiore.

La parte alcuna uolta se piglia propriamente, & è quel la laqual è tolta per un certo numero de uolte, quella consti tuisse precisamente il suo tutto, senza alcuna diminutione, ouer augumento, et quella è detta numerare il suo tutto per quel numero, secondo ilquale la uien tolta alla constitutione di esso tutto, & tal parte (laqual chiamamo multiplicatiua) l'autor la diffinisse in questo loco, & alcuna uolta la se piglia communamente, & questa è qualunque quantità minore, laqual è tolta quante uolte si uoglia quel la constituisse men, ouer piu del suo tutto, laqual dicemo parte aggregatiua, imperoche con altra quantità diuersa constituisse il suo tutto, ma per se tolte quante uolte si uoglia quella non lo produce.



Il Tradottore.

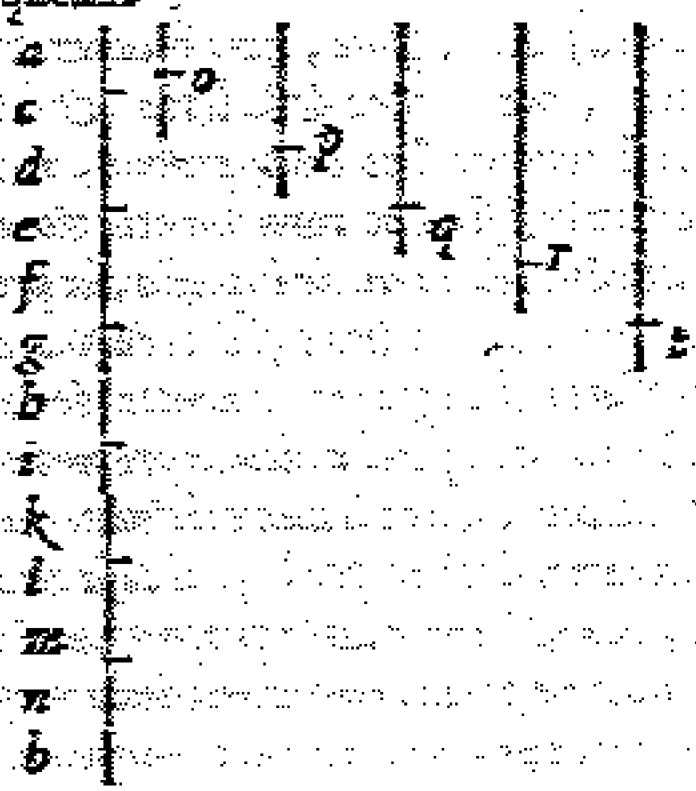
Per essempio di questa diffinitione, sia la infrascritta linea. a.b. diuisa in duodeci parti lequal parti sono. a.c.c.d.d.e.e.f.f.g.g.h.h.i.i.k.k.l.l.m.m.n.n.b. della qual linea toltone la quantità. a.c. (laqual pongo che la sia la quantità. o.) & quella referta, ouer comparata a tutta la linea. a. b. diremo che quella serà propriamente parte di tutta la linea. a. b. per la diffinition di l'Auttore, perche tal quantità minore, numera ouer misura precisamente la quantità maggiore, cioe la detta. a.b. duodeci uolte, & questa tal parte a differentia della parte communamente detta, se chiama parte aliquota, ouer multiplicatiua, similmente tolendo la quantità. p. equale alla quantità. a.d. et quel la referta, ouer comparata a tutta la quantità. a.b. (per la detta diffinitione) serà parte propria, ouer multiplicatiua de tutta la detta quantità. a. b. perche quella la numera, ouer misura precisamente sei uolte. Similmente tolendo la quantità. q. equal alla quantità. a.e. ouer la quantità. r. equal alla quantità. a.f. cadauna di loro seria esser parte de tutta la quantità. a.b. perche la quantità. q. seria numerare ouer misurar quella precisamente quattro uolte, & la quantità. r. tre uolte, et que ste tal parti sono denominate dal numero delle uolte che quella tal parte misura il suo tutto, essempli gratia la quantità. a.c. ouer. o. dirasse la duodecima parte de tutta la ta la quantità.a.b. et la quantità.a.d. ouer.p. serà la sesta, & la quantità.a.e. ouer q. la quarta, & la quantità.a.f. ouer.r. la terza, lequal parti preclaramente se descriuono in questo modo $\frac{1}{12}\ \frac{1}{6}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{3}$ & li numeri che sono sotto alle virgule sono detti denominatori de dette parti, ma se della detta quantità, ouer linea.a.b. ne toremo la quantità.a.s. qual poniamo che la sia la quantità.t. dico che questa quantità.t. non seria parte propria ouer multiplicatiua della quantità.a.b. perche quella non misura, ouer numera la quantità.a.b. precisamente, perche in due volte la non puo compire de misurarla, ouer de numerarla, & in tre la sopr'abonda, & questa è quella che è detta parte aggregatiua, ouer communamente detta. Alcuno potria adimandar sopra qual sorte parte si debbe intendere la nona commune sentenzia, io rispondo che la si debbe intendere largamente sopra l'una & l'altra in genere.

Diffinitione. 2.

2 Multiplice è la maggior della minore quando la minor misura quella.

La parte vien detta relatiuamente al tutto, & in questi duoi estremi consiste la relatione di quelle fra loro, et per tanto hauendo diffinito lo minor estremo, in questo luoco diffinisse il maggiore e chiama questo maggior multiplice per questa causa che il minor tolto un certo numero de volte constituisse il detto maggiore, seranno adonque relatiuamente detti fra lor e multiplice perche ogni parte è submultiplice, come se manifesta per la diffinition di quella.

Il Tradottore



Per essempio di questa diffinitione toremo pur la quantità, ouer linea.a.b. della diffinition precedente laqual linea.a.b. in comparatione a ciascuna de quelle sue parti, cioe delle quattro linee.o.p.q.r. vien detta multiplice, & la sua multiplicità serà denominata dal medesimo numero che denomina la medesima parte, esempli gratia in comparatione della linea.o. serà detta dodecupla, et in comparatione della linea.p. serà detta sescupla, & in comparatione della linea.q. quadrupla, & della linea.r. tripla, ma della linea ouer quantità.t. non serà multiplice perche la detta quantità.t. non numera ouer misura la detta quantità.a.b.

Diffinitione. 3.

3 La proportione è la conuenientia certa de due quantità de uno medesimo genere dell'una all'altra siano de quanta grandezza si voglia.

La proportione & la conuenientia de due cose d'un medesimo genere fra loro, in questo che una de quelle è maggiore, ouer minore dell'altra, ouer equa-

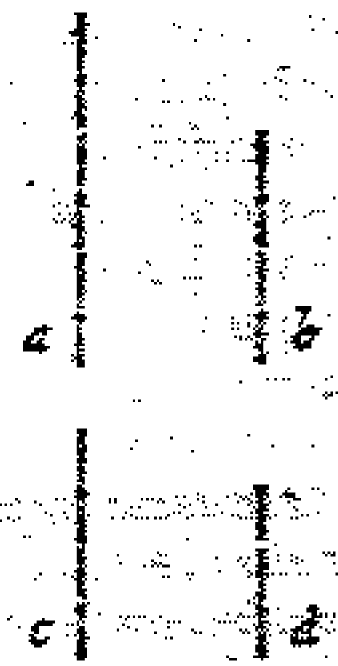
le, perche non solamente in le quantità se ritroua la proportione, ma in li pesi potentie, & soni. Platone nel Timeo doue dimostra del numero delli elementi, vole che in li pesi & in le potentie sia proportione, ma liquidamente appare dalla musica esser proportione in li soni, perche come vuol Boetio nel quarto, se qualunque neruo serà diuiso in due inequale parti, la proportione delle parti & di soni serà una medesima, contrario modo, ma in quelle cose in lequali non troua la proportione quelle participano la natura, & la proprietà della quantità, perche la non vien trouata in alcune due cose se non in questo che una de quelle è maggiore, ouer minore dell'altra, ouer equale; il proprio della quantità è esser detta secondo quella equal ouer inequale, come vuol Aristotile in li predicamenti, onde è manifesto la proportione primamente essere trouata in la quantità, & per quella in tutte le altre cose. Ne puo esser proportione in alcune cose alla quale simile non sia in alcune quantità, per laqual cosa ben ha detto Euclide la proportione simplicemente esser in la quantità, conciosia che lui a diffinido quella per conuenientia de due quantità fra loro d'un medesimo genere. Lo intelletto dellaquale diffinitione è che la proportione è la conuenientia de due quantità fra loro alla quale il se aduertisse in questo che una de quelle è maggiore ouer minor dell'altra, ouer equale, per laqual cosa è manifesto che'l bisogna quelle esser d'un medesimo genere, come duoi numeri, ouer due linee, ouer due superficie, ouero duoi corpi, ouer duoi luochi, ouer duoi tempi, perche il non puo essere detto che la linea sia maggiore, ouer minore della superficie, ouer del corpo, ne il tempo de luocho, ma la linea della linea, & la superficie della superficie, perche solamente le cose vniuoce sono comparabile, ma quello che dice certa conuenientia non intendere cosi si come conuenientia nota ouer cognita, ma si come determinata, il sentimento della quale è questo, la proportione è la determinata conuenientia di due quantità, io dico cosi determinata, che la sia questa & non altra perche non è necessario che ogni conuenientia de due quantità sia cognita a noi, ne anchora della natura, perche alcuna proportione è di discreti come de numeri, & alcuna de continui, ma in li numeri il minor è parte, ouer parti del maggiore, come se demostra nel settimo, per laqual cosa & in tutti quelli la conuenientia è certa & nota, ma in li continui la proportione è piu larga, perche in quelli è doue la minor quantità è parte, ouer parti della maggiore, & de tutti questi tali per mezzo de numeri la proportione è nota laqual vien detta rationale, & tutte queste tal quantità sono dette communicante, perche quelle una medesima quantità necessariamente la misura, onde & tutti li numeri sono communicanti, perche la unità misura tutti quelli, egli è anchora doue che la minore non è parte, ouer parti della maggior, & in questi tali non è nota la proportione ne a noi ne alla natura, et questa proportione vien detta irrationale, & queste quantità incommunicante, onde si fa che ciascaduna proportione, laqual se troui in li numeri quella se troua etiam in ogni genere de continui come in le linee, superficie, corpi, & tempi, ma non è econuerso, perche infinite proportioni se trouano in li continui lequali la natura di numeri nol patisse, ma ciascuna proportione laqual sia trouata in uno genere

di

di continui la medesima vien trouata in tutti li altri, perche a qualunque modo se ritroua alcuna linea a qualunque altra se ritroua, cosi qualunque superficie ad alcuna altra, & qualunque corpo ad alcun altro, similmente il tempo, ma non cosi qualunque numero ad alcun altro, onde piu è larga la proportione in li continui che in li discreti, per ilche è manifesto la proportione geometrica essere de maggior abstratione, che la proportione arithmetica, perche in ogni proportione circa laquale uersa la arithmetica e rationale, ma la geometrica equalmente considera la rationale, & la irrationale.

Diffinitione. 4

4/4 La proportionalità & la similitudine delle proportioni.



Come se noi dicessimo che la proportione che è della .a. alla b. quella è anchora della .c. alla .d. la proportione che è fra la .a. & la .b. e simile a quella che è fra la .c. & la .d. & questa similitudine che resulta da queste proportioni vien detta proportionalità.

Diffinitione. 5

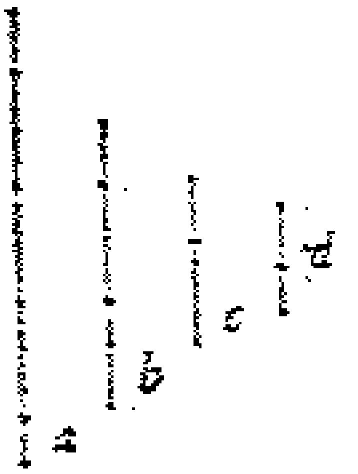
0/5 Le magnitudine sono dette hauer proportione fra loro lequali multiplicate se possono l'una e l'altra eccedere.

Il Tradottore.

Questa diffinitione se ritroua solamente in la seconda tradottione, il senso della quale è questo che le magnitudine se dicono hauere porportione insieme, lequale multiplicate se possono eccedere l'una & l'altra, perilche il seguita che fra qualunque due quantità (ouer magnitudine) terminate, che siano de uno medesimo genere è sempre qualche specie de proportione perche semper se po multiplicare una di quelle talmente che la ecederà, ouer auanzarà l'altra ma quando l'una fusse terminata, & l'altra infinita all'hora non seria fra l'una & l'altra alcuna specie di porportione perche la terminata non se potria multiplicare talmente che potesse eccedere la infinita, e pero dice Aristotile in lo primo de celo & mundo textu quinquagesimo secondo, proportio nulla est infiniti ad infinitum, cioe che de una cosa infinita a una finita & terminata non glie proportione alcuna, perche concesso, ouero presupposto che due quantità habbiano proportione fra loro, ne seguita per questa diffinitione che si possa multiplicare la minore talmente che eccederà la maggiore, come accade sopra la ottaua di questo etiam nella prima del decimo & similmente cōcesso in due quātità inequale che la minor multiplicata secondo il bisogno la eccederia la maggior, seguiria q̃lle due quātità hauer proportion fra loro, esempli gratia concesso che il quadruplo del diametro d'uno cerchio ecceda la circonferentia seguita il diametro del cerchio hauer proportione cō la circonferentia quantunque la ne sia incognita per fina a questa hora.

Diffinitione. 6.

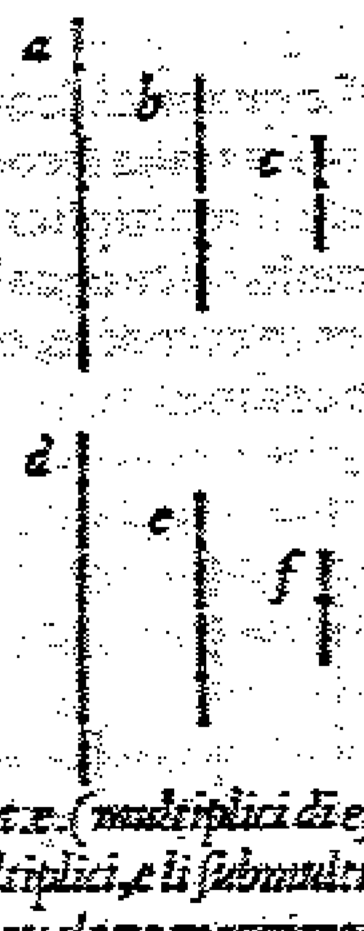
5/6 Le quantità lequale sono dette hauer la proportionalità continua, sono quelle delle quale li multiplici equalmente tolti, ouero che sono equali, ouero che equalmente senza interruptione se sopra auanzano, ouero sminuiscono.



Supposta la diuisione delle proportionalità, per continua & discontinua l'Auttor diffinisce li membri che diuideno, et primamente la continua, o per dire meglio supposta la diuisione delle quantità proportionale, per continue & discontinue proportionale, lui non diffinisse la continua proportionalità, ne la discontinua, ma le quantità continue proportionale, & le discontinue, ma la diffinitione della continua proportionalità, & della discontinua assai è manifesta per la diffinitione delle quantità continue proportionale, & delle discontinue, ma la continua proportionalità è quando in qual proportione la prima (de quante quantità si voglia de uno medesimo genere) antecede la seconda in la medesima, la prossima consequente antecede una delle altre, come esempli gratia quando dicessimo si come è della. a. alla. b. cosi è della b. alla. c. & della c, alla, d, & ciascuna di quella serà antecedente, & consequente eccetto la prima laquale è solamente antecedente, & la ultima laquale è solamente consequente. & in questa proportionalità è necessario tutte le quantità esser de uno medesimo genere per la continuatione delle proportione (impero che'l non è proportione in fra le quantità de diversi genere) & questa serà al manco in tre termini constituida, ma la discontinua è quando de quattro quantità (ouer seranno tutte de uno medesimo genere, ouer le due prime de uno, & le due ultime de un'altro,) in qual proportione la prima antecede la seconda in quella medesima la terza antecede la quarta come quando dicessimo si come è della. a. alla. b. cosi è della, c, alla. d. et serà qualunque di quelle, ouer solamente antecedente, ouer solamente consequente ne etiam è necessario che siano tutte quattro de uno medesimo genere, si come in la proportionalità continua, imperoche il consequente della prima proportione non è continuado allo antecedente della seconda, ma è possibile che siano de uno medesimo genere, & è possibile che siano de diversi perche si come accade trouarsi una linea doppia a un'altra, ouero treppia cosi accade trouarse una superficie ad un'altra superficie, & un corpo ad un'altro corpo, & cosi un tempo a un tempo, & un numero ad un numero.

Vista che cosa sia la proportionalità cōtinua, et la discontinua esponiamo la sopra scritta diffinitione delle quantità continue proportionale, la qual dice che la quantità continue proportionale sono quelle, delle quale li multiplici tolti equalmente, ouer che sono tra loro equali, ouer che senza interrompimento equalmente si sopra auanzano, ouer manchino, esempli gratia, siano le tre quantità d'un medesimo genere

nere a b c. alle quale siano tolte le d e f equalmente multiplice, cioe che si come la d. è multiplice alla a. che cosi la e. sia multiplice alla b. & la f. alla c. & seranno tutto in el medesimo genere (perche li multiplici, & li submultiplici sono in uno medesimo genere, & sia che le d. e f. ouer che le siano equale fra loro, ouer che le siano simile nel sopra auanzare, ouer mancare, cioe che si come la d. auanza sopra alla e. ouer manchi da quella, cosi la e. auanzi sopra alla f. ouer manchi da quella, dico che quando questi multiplici seranno a questo modo le tre quantità a. b. c. seranno continue proportionale. ma nō intendere li multiplici esser simili nel sopra abondare, ouero nel mancare in quanto alla quantità delli eccessi, ma in quanto alla proportione, perche altramente la diffinitione seria falsa, perche di qualunque quantità (di uno medesimo genere che si eccedino per differentie equale tolto li multiplici equalmente, anchora li multiplici se eccedeno per differentie equale onde similmente sono simili, nel superabondare & nel minuire, ouer mancare in quanto alla quantità delli eccessi, ouer differentie nientedimeno le prime quantità non sono continue proportionale, anci sempre delle minore quantità, è maggior la proportione, & questo aduiene perche li multiplici di quelle non se eccedeno similmente inquanto alla proportione, ma solamente in quāto alla quantità delle differentie perche etiam in li minori multiplici e la proportione maggiore esempli gratia siano tolti tre numeri che se eccedino per differentie equale immediatamente cioe arithmetice come. 2. 3. 4. tutti multiplici questi 3. numeri tolti equalmente si eccedeno fra loro li doppi se eccedeno per il binario & li treppi per il ternario & cosi li altri nientedimeno li tre numeri 2. 3. 4. non sono continui proportionali anci di duoi minori è maggiore la proportione, perche la proportione di quelli è sesquialtera & di duoi maggiori è sesquitertia. adonque perche fra quelli non è similitudine di proportione, & pero fra quelli non serà proportionalità ne continua ne discontinua adunque è manifesto che quella similitudine di sopragiongere ouer di diminuire ouer mancare non se intende in quanto alla quantità delle differentie, ma in quāto alla proportione, e per tanto il senso della soprascritta diffinitione serà in questo modo. le quantità continue proportionale son quelle delle quali tutti li multiplici equalmente tolti, sono continui proportionali: ma il non volse ponere essa diffinitione sotto questa forma perche all'hora se diffineria tal cosa per quella medesima, ma quāto aspetta alla cosa, questo è conuertibile con la sua diffinitione: ma le tre quantità, a. b. c. bisogna esser d'un medesimo genere, & questo che li multiplici di quelle fra loro siano equali, ouer che siano simili in soprabondare, ouer in mancare



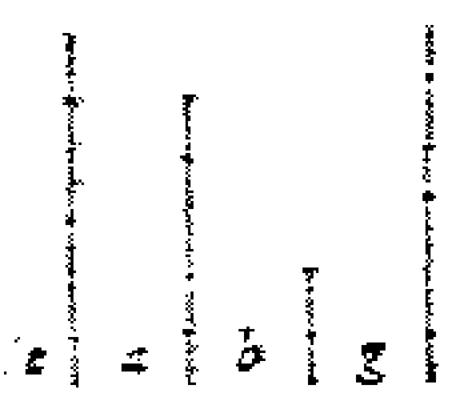
perche se a. & b. fussino di diuersi generi seriano etiam. d. et e. (multiplici di essa a. et b.) di medesimi diuersi generi per questa causa che li multiplici, e li submultiplici sono d'uno medesimo genere, per laqual cosa d. non seria equale ne maggiore ne minore di e. perche le quantità di diuersi generi non sono comparabile fra loro.

Il Tradottore.

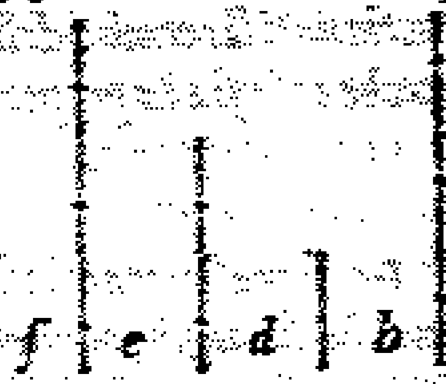
Questa soprascritta diffinitione se ritroua solamente in la prima tradottione la quale diffinitione, penso questo & tengo per fermo che la non sia di Euclide, per le tre ragioni. Prima perche tal diffinitione non ha in se alcuna ragione de diffinitione, perche ne secondo il modo chi parla tal diffinitione, ne secondo che dice lo espositore di quella puotemo conoscere, ouer dimostrar tre quantità continue, esser continue proportionale, & molto mi marauiglio del commentatore che nel diffinire tre quantità continue proportionale per tre quantità continue proportionale, cioe per li lor multiplici, ma voria saper da lui come potro io conoscer, ouer dimostrar che li multiplici siano continue proportionali in le quantità continue non sapendo qual siano le quantità continue proportionale, adonque non assignandone un proprio accidente di conoscer le quantità continue proportionali, non sapremo conoscer che li multiplici che son per quantità siano continue proportionali adonque tal diffinition non manifesta la cosa diffinita, la seconda ragione che la non sia di Euclide è che di tal diffinitione non se ne serue in loco alcuno per tutta l'opera sua, perilche tal diffinitione (quando che bene fusse bona) seria cosa frustra, & il costume di Euclide (come piu volte e stato detto) non è di mettere cosa alcuna frustatoria, la tertia ragione e che tal diffinitione non si ritroua nella seconda tradottione, per ilche tengo che la sia stata aggionta d'alcuno che si persumeua di sapere, ma alcuno potria dire tal diffinitione esser pur dell'Autore, ma che la non si puo diffinire altramente, io rispondo che quando tal diffinitione gli fusse sta bisognosa in qualche propositione, ben l'haueria saputa rettamente porre, come in fine della sequente se dirà.

Diffinitione. 7.

6 Le quantità lequale sono dette esser secondo una proportione, cioe
6 la prima alla seconda, come la tertia alla quarta, sono quelle delle quale li multiplici equalmente tolti alla prima & tertia, comparati alli multiplici equalmente tolti alla seconda & quarta, seranno simili ouer in eccedere, ouer mancare, ouer in equalitarse tolti in quel medesimo ordine.



Posta di sopra la, diffinitione delle quantità continue proportionale quiui pone la diffinitione delle proportionale discontinue, & è che di qualonque quattro quantità delle quale seranno tolti li multiplici equalmente alla prima, & tertia, e similmente li multiplici equalmente alla seconda, & quarta, & serà che il multiplice della prima sia cosi al multiplice della seconda (in quanto al eccedere ouer manchare, ouer alla equalità) si come il multiplice della tertia al multiplice della quarta, la proportione della prima di quelle alla seconda serà si come della tertia alla quarta, essempli gratia siano le no le quattro quantità a. b, c. d. & siano tolti, alla prima & tertia (equale sono. a. & c.) li multiplici equalmente (come saria a dire doppi) liquali siano, e, & , f, & similmente alla seconda & quarta (lequali sono, b, & , d,) siano tolti li multiplici equalmente (come saria a dire treppi) liquali siano, g, & h, & sia che questi quattro multiplici cosi tolti (comperati fra loro secondo l'ordine delle prime quattro quantità, cioe che la, e, sia comparata alla, g, & la, f, alla, h, & non la, e, alla, f, ouer la, g, alla, h, siano simile nel mancare, diminuire & equalitare, cioè che se la. e, eccede la, g, che similmente la, f, ecceda la, h, ouero che se la, e, minuisse della g, similmente la, f, minuisca della, h, ouer che se la, e, è equale alla, g, che similmente la, f, sia equale alla, h, all'hora la proportione della, a, alla, b, è si come della, c, alla, d.



† Ma la similitudine del sopra aggionger, ouer diminuir, sia inteso in questo loco si come in la diffinitione delle quantità continue proportionale, cioe non inquanto alla quantita delli eccessi, ma inquanto alla proportione, & quella parte che dice tolte in quel medesimo ordine, sia intesa si come è stato esposto, cioe che li multiplici non siano refferti insieme secondo l'ordine di quella quantità dalle quale seranno stati tolti multiplici equalmente, cioè che'l multiplice della prima non sia refferto al multiplice della tertia, ouer il multiplice della seconda al multiplice della quarta, ma siano referti secondo il primo ordine di quelle quattro quantità, cioe il multiplice della prima al multiplice della seconda, & lo multiplice della tertia al multiplice della quarta, serà adonque il senso di questa diffinitione in questa forma. quattro quantità son proportionale disconiunte, cioe la proportione della prima alla seconda, & si come della tertia alla quarta quando che li multiplici tolti equalmente alla prima & tertia, & similmente li multiplici tolti equalmente alla seconda, & quarta, serà la proportione del multiplice della prima al multiplice della seconda si come è del multiplice della tertia alla multiplica della quarta. ma non ha voluto diffinire sotto questa forma per la causa predetta, auenga che quanto aspetta alla cosa sia el medesimo, ma non e necessario che le quattro quantità. a. b. c. d. siano d'un medesimo genere: impero che la. b. non e continuata in proportione con la. c. ma puo esser le due prime d'un genere, & le due seguente d'un altro. per laqual cosa è manifesto che gli e necessario esser referto lo multiplice della prima allo multiplice della seconda, & lo multiplice della terza al multiplice della quarta, & non lo multiplice della prima allo multiplice della terza, ouer il multiplice della seconda al multiplice della quarta, perche lo multiplice della prima & della terza non sono sempre d'un medesimo genere, ne etiam il multiplice della seconda & della quarta, ma el fu necessario torre li multiplici equalmente alla prima & terza, & similmente li multiplici equalmente alla seconda & quarta, et non li multiplici equalmente alla prima & seconda, ne anchora li multiplici equalmente alla terza & quarta, perche per il tuor de multiplici non è

continuati

continuati li termini della prima proportione con li termini della seconda non sarà perche cosa sia la proportione della .a. alla .b. si come della .c. alla .d.

Il Tradottore.

La sopra scritta espositione senza dubbio è uno misto de dui varii Comentatori, perche la voglio dividere in due parti, la prima parte serà dal principio di tal espositione, p. fin a questo segno ⊤ & la seconda serà dal medesimo segno per fin al fin di detta espositione. hor dico che colui che descrisse la prima parte veramente intendeua Euclide, perche in essa espiana benissimo & sufficientemente il vero senso di tal diffinitione, & non accade intendere nelli multiplici niune

di quelle conditioni che si narra nella seconda parte, ma bisogna intenderle largo modo, come in essa prima parte se dechiara, laqual cosa se manifesta per tutti li lochi doue che Euclide si serue di questa tal diffinitione, cioe nella quarta, settima, & undecima propositione di questo quinto libro, similmente nella prima del sesto & nella .2 5. dello undecimo. ma La seconda parte (quale credo sia una giunta del Campano) non solamente imbolda il vero senso di tal diffinitione, ma confonde totalmente lo studente che'l non sa doue il sia con tante sue conditioni & articuli di puoca verità, & accioche questo liquidamente appara, induremo in campo sotto breuità la prima parte della prima propositione del sesto libro (per esser molto a proposito per dar ad intendere bene questa diffinitione) cioe siano li duoi parallelogrammi .a.b.c. et d.e.f. de equal altezze, & fra le due linee equidistante .g.h. & .i.k. hor concludo che queste quattro, quantità, cioe li duoi parallogrammi .a.b.c. & d.e.f. & le sue due base .b.c. & f.e. sono in una proportione perche li multiplici tolti & comparati secondo l'ordine di questa sopra scritta settima diffinitione hanno quella similitudine & conditione che in essa si ricerca, laqual cosa dimostreremo in questo modo. Batezaremo primamente la basa .b.c. per prima, quantità, & la basa .f.e. per seconda, & lo parallogrammo .a.b.c. per terza & lo .d.e.f. per quarta & procederemo in questo modo, pigliarò della linea .b l. una parte che sia multiplice alla basa .b.c. in che numero me pare, ma per il presente la toremo doppia, & sia la linea .b.l. & quella dividerò in parti equali alla basa .b.c. in ponto .m. & dalli duoi ponti .l. & .m. condurò le equidistante alla, .a.b. le quale siano, .l.n. & .m.o. & compirò le superficie de equidistanti lati .n.m. & o.b. & serà ciascuna de quelle (per la trigesima sesta del primo) equale alla superficie .a.c. per laqual cosa si come la linea .b.l. multiplice alla .b.c. così la superficie .n.b. è multiplice alla superficie .a.c. cioe che l'una e l'altra è doppia & così hauemo hauer tolti li multiplici equalmente alla prima & terza. Similmente anchora pigliarò una parte della linea .f.x. che sia multiplice alla basa .f.e. secondo che numero me piace, ma per el presente la toremo treppia, & sia la linea .f.p. laqual dividerò pur in parte equale alla linea .f.e. nelli duoi ponti .q.r. & tirarò dalli tre ponti .p.q r. tre linee equidistante alla linea .d.f. le quale siano .r.s.q.t. & .p.u. et cadauna delle tre superficie .d.r.s.q. & .t.p. serà equal alla superficie .d.e. (per

e. (per la detta trigesima sesta del primo) dilche tutta la superficie. d. p. serà cosi multiplice alla superficie. d. e. si come la linea. f. p. alla linea. f. e. cioe treppia, & cosi veremo hauer tolti li multiplici equalmente alla seconda & quarta. Hor comparando il multiplice della prima (cioe la linea, l, b,) al multiplice della seconda (cioe alla linea, f, p, & lo multiplice della terzia (cioè la superficie n, b,) al multiplice della. 4. (cioè alla superficie. d. p.) hano quella similitudine che recerca la soprascritta diffinition, cioe che se la linea. b. l. è maggior della linea. f. p. etiã la superficie. n. b. (per la trigesima sesta del primo) de necessità serà maggiore della superficie. d. p. & se la è minore, minore, & se la è equale, equale, perilche seguita che le due base. b. c. & e. f. & le due superficie. a. b. c. & d. e. f. sono in una proportione (per questa soprascritta diffinitione) che è il proposito. Si uede adonque che quella similitudine di eccedere, diminuire, & equaliare se piglia, largo modo, & non se ha rispetto che tal eccedere, ouer diminuire sia ne secondo la quantità del eccesso, ne secondo la proportione, come vuol la seconda parte, ne etiam si debbe, ne si puo dar à tal diffinitione quel senso che in la detta seconda parte se conclude (qual dice cosi) di continue proportionale sono quattro quantità, & la proportion della prima alla seconda e si come della terzia alla quarta quando li multiplici tolti come se propone, serà la proportione del multiplice della prima al multiplice della seconda si come del multiplice della terzia al multiplice della quarta. Perche il se diffineria tal cosa per quella istessa, perilche la cosa diffinita insieme con la diffinitione veriano a restar equalmente ignote. essempli gratia, se io non so conoscer in le quattro proposte quantità se quelle siano proportionale, manco saprò io conoscer ne dimostrar tal cosa nel li quattro multiplici che son pur quattro quantità, vero è che uno tal senso potria admettere per propositione (per esser demostrabile) & seria il conuerso della quarta propositione di questo, & se dimostraria per mezzo di questa settima diffinition procedendo per lo conuerso modo della quarta di questo, reducendo lo aduersario allo impossibile, ma per diffinitione non è a proposito. Et nota che questa settima diffinitione parla alquanto piu corretamente nella seconda tradottione qual dice in questa forma.

Le grandezze se dicono esser in una proportione, cioè la prima alla seconda, & la terzia alla quarta quando li multiplici tolti equalmente alla prima & terzia cõparati alli multiplici tolti equalmente alla seconda & quarta che insieme si eccedino, ouer che insieme siano equali, ouer che insieme manchino, niente dimeno in sostantia son conforme.

Il Tradottore.

Quando che al Auttore fusse stato necessario a diffinire le quantità de continua proportionalità facilmente lui la potena diffinire in questo luoco rettamente, cioè, per accidenti proprij in questo modo.

Tre quantità si dicono hauere proportionalità continua, quando che li duoi multiplici equalmente tolti alla prima & alla seconda comparati alli duoi multiplici

equalmente

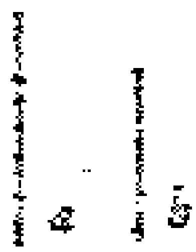
equalmente tolti alla medesima seconda & alla tertia, siano simili in quanto allo auanzare diminuire & equalare.

In questa diffinitione se potria chiamar propositione perche quello che hauemo detto se potria dimostrare per la precedente diffinitione pigliando la seconda in loco di seconda e tertia, ma l'Auttor non l'ha posta, o per non hauerne dibisogno, ouer perche la precedente satisfa per l'una e per l'altra.

Diffinitione. 8.

7/7 Le quantità, che hanno una medesima proportione sono dette proportionale.

Il Tradottore.



Esempli gratia, se la proportione della quantità, a, alla quantità, b, fusse si come della quantità c alla quantità d le dette quattro quantità seriano dette proportionale.

Diffinitione. 9.

8/8 Quando che seranno tolti li moltiplici equalmente alla prima & tertia, & similmente li multiplici equalmente alla seconda & quarta, & che'l multiplice della prima sopranauanzarà il multiplice della seconda, e che lo multiplice della tertia non sopranauanzarà il moltiplice della quarta, all'hora la prima se dirà hauere maggiore proportione alla seconda, che la tertia alla quarta.

Il Tradottore.

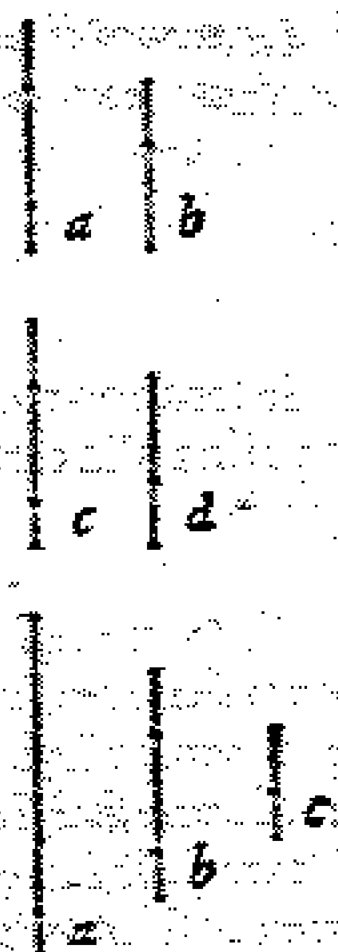
Sopra a questa nona diffinitione (in la prima tradottione) se ritroua una espositione, laqual è pur uno misto de duoi uarij commentatori (si come era etiam sopra la settima) perche in quella son alcune parti che bene esplicano il senso di tal diffinitione, ma poi ue ne sono state interposte, ouer mescolate con quelle tante altre piene di zanze inutile e fuora di proposito che non solamente occultano le dette parti bone, ma acciecano talmente il studente che'l non sa doue el se sia, per tanto accioche il detto studente non entri in tal errore hauemo separato la luce dalle tenebre, cioè le parti che rettamente parlano da quelle che non rettamente dicono.

Diffinite le quantità proportionale el diffinisse le quantità disproportionale, ma le disproportionale sono quelle fra lequale è la dissimilitudine delle proportioni, laqual cosa puo accadere in duoi modi, ouero perche maggiore è la proportione della prima alla seconda, che della tertia alla quarta, ouer perche è minore, e però di quelle ne sono due specie, la prima quando egliè maggiore la proportione della prima alla seconda che della tertia alla quarta, & questa è detta disproportionalità maggiore, & la seconda è quando che egliè minore la proportione della prima alla seconda che della terza alla quarta, & questa è detta disproportionalità minore, el diffinisce adonque quelle quantità, fra lequale è maggiore la proportione della

prima

prima alla seconda, che della tertia alla quarta laqual è la maggiore disproportionalità, ma la diffinitione di quelle fra lequale è minor la proportione della prima alla seconda che della tertia alla quarta lui non l'ha posto, perche quella è manifesta per l'altra.

Quando adonque seranno quattro quantità dellequal sia tolti multiplici equalmente alla prima, & tertia, & li multiplici equalmente alla seconda & .4. et che li multiplici della .1. & .3. comparati insieme non seran simili nel ecceder, diminuir & equaliare alli multiplici della tertia & della quarta quelle quattro quantità seranno disproportionale, & se'l multiplice della prima serà maggiore del multiplice della seconda, et che'l non sia necessario che'l multiplice della tertia sia maggiore del multiplice della quarta all'hora serà maggiore la proportione della prima alla secōda che della tertia alla quarta, perche in niun loco è maggiore la proportione della prima (di quattro quantità) alla seconda che della tertia alla quarta, che'l nō acaschi sempre a trouarse alcuni multiplici equalmente tolti alla prima & alla tertia liquali quando seranno comparati ad alcuni multiplici equalmente tolti alla seconda e quarta, se ritrouerà il moltiplice della prima sopra auanzare il moltiplice della seconda, & lo moltiplice della tertia nō sopra auanzarà il moltiplice della quarta, ne in loco alcuno accasca ritrouar questo, che'l non sia maggiore la proportione della prima alla seconda, che della tertia alla quarta, come dimostraremo di sotto sopra la duodecima di questo, & queste quantità disproportionale possono essere de diuersi generi, si come anchor le quātità proportionale discontinue, come se'l se dicesse la proportione della .a. alla .b. è maggiore che della .c. alla .d. ma se la disproportionalità serà continua di necessità seranno tutte d'un medesimo genere (si come nella continua proportionalità) come se'l se dicesse maggiore è la proportione della .a. alla .b. che della .b. alla .c.



Il Tradottore.

Le sopra scritte sono le parti che ben esplicano il senso della sopra scritta diffinitione, & non accade di descriuere le parti che non rettamente parlano, perche volendole narrare a una per una, & volendole poi riprobrare gli andaria da dire assai, ma se pur alcuno hauerà accaro di vederle, potrà satisfarse in essa prima tradottione Latina.

Diffinitione. 10.

9/9 Ma la proportionalità è constituita almanco fra tre termini.

Dapoi che l'Auttor ha diffinito la proportione, & proportionalità & le quantità proportionale, el ne dimostra il minimo numero di termini fra liquali puo star la proportionalità et non mette il massimo, perche quello non si puo assignare, perche

che qualunque proportione puo essere continuata in infiniti termini o sia proportione rationale, ouer irrationale, ma alla proportionalità è necessario almanco due proportioni simile, imperoche la proportionalità è similitudine di proportione, & qualunque proportione ha lo antecedente & lo consequente, adonque qualunque proportionalità ha al manco doi antecedenti & duoi consequenti, laqual cosa è impossibile farse in manco di tre termini ne liquali il medio di quelli vien a esser antecedente & consequente, & pero la proportionalità serà continua, per laqual cosa la proportionalità continua è constituida al manco fra tre termini, ma la discontinua nō serà in manco di quattro, imperoche in quella qualunque termine e solamente antecedente, ouer consequente, il medesimo se intende del minor numero di termini della disproportionalità, perche se la serà continua serà almanco fra tre termini, se la serà discontinua almanco fra quattro.

Diffinitione. II.

10 Se seranno tre quantità continue proportionale, la proportione della
10 prima alla tertia se dirà proportione duplicata della prima alla seconda.

L'Auttor diffinisse la proportione che è fra li estremi termini della continua proportionalità constituida in tre termini, & dice che s'el serà la proportione dello primo termine allo secondo, si com'è dello secondo allo tertio, che la proportione del primo al tertio serà si come è dal primo al secondo duplicata, cioè composta da due tali, ouer (che è quel medesimo) la proportione dal primo al tertio serà si come dal primo al secondo dupplicata, cioe in se multiplicata, essempli gratia, in numeri, siano tre numeri continui proportionali, et siano continuatamente doppii com. 2. 4. 8. la proportione del primo al tertio serà si come la proportione del primo al secondo in se moltiplicata, & la proportione del primo al secondo è duppla, & la duppla in se moltiplicata produce una quadrupla, onde la proportione delli estremi è quadrupla, cioè il doppio del doppio, ouer (secondo la prima espositione) la proportione delli estremi è si come la proportione del primo al secondo dupplicata, perche la quadrupla è composta de due dupple.

Il Tradottore.

El Campano nella sopraiscritta espositione (se tal espositione è del Campano) commette piu errori, l'uno de quali è questo, che de diffinitione lui la retira in propositione, perche lui dice che Euclide dice che se la proportione del primo termine al secondo serà si come del secondo al tertio, che la proportione del primo al tertio serà doppia a quella che è fra il primo e il secondo, & io dico che Euclide non dice, che la sia doppia a quella, anzi lui diffinisse che la se dirà doppia a quella, cioe che nelle cose sequente, ouer che per l'aduenire il doppio d'una proportione si debbe intendere secondo che lui diffinisse in questa diffinitione e non altramente, ma se lui concludesse che la fusse il doppio di quella (come vuol il Campano) la non seria diffinitione mtione anzi feria una propositione, & bisognaria che lui demostrasse che la fusse il doppio di quella, & volendola dimostrare, bisognaria prima sapere, ouer diffinire che cosa sia il doppio d'una proportione, perche non feria possibile a dimostrare che una proportione fusse doppia a un'altra che non sapesse prima come se intéda il doppio d'una proportione. Alcuno potria dire che egl'e cosa notissima, che cosa sia il doppio d'una cosa. io rispondo che egli e il vero in le quantitade: ma non gia in le proportioni, perche il doppiare delle proportioni non seguita ne risona al audito, secondo l'ordine del doppiare delle quantità (massime de numeri) eccetto che nella proportione dupla, cioe che il doppio d'una proportione dupla fa una quadrupla, si come anchora il doppio di 2. (numero) fa 4. ma el non seguita questo in alcun'altra specie di proportione, perche il doppio di una tripla non fa una sextupla (si come che il doppio di tre fa sei) anci fa una nonupla, & similmente il doppio di una quadrupla non fa una ottupla anci fa una sedescupla, & tutto questo se trouerà cosi esser per la sopradetta diffinitione, e per tanto fu necessario a diffinire come si debba intendere il doppio d'una proportione nelle cose che seguita, ouer che se hanno da dire, perche inuero se l'Auttor non hauesse diffinito tal cosa, lo studente se potria ingannar grandamente, cioe pigliar tal doppiar secondo lo indoppiare di numeri, cioe pigliar, ouer intender che il doppio d'una tripla fusse una sextupla, laqual cosa non seguita, come di sopra è detto, anchora per un'altra ragione fu necessario a Euclide diffinire tal cosa perche senza tal diffinitione il non se haueria potuto dimostrare la decima ottaua del sesto, laquale dice che sel serà duoi triangoli simili che la proportione de l'uno all'altro e si come la proportione duplicata di qual si voglia lato di l'uno al suo relatiuo lato di l'altro, laqual cosa se dimostrarà per mezzo di questa soprascritta diffinitione.

Anchora bisogna notare equalmente questa & quasi tutte le altre diffinitioni di questo quinto libro. Euclide le ha poste in specialità per le quantità continue e nõ per li numeri, & se cosi non fusse Euclide non haueria replicato questa & molte altre nel settimo, nelli numeri, e pero queste non si deueriano essemplificare con numeri, ma con quantità continue, cioe con linee, vero è che lo essemplificare con numeri molte volte giona, & fa capire la cosa, ma molte volte è nociuo nelle propositioni et demostrationi geometrice, perche spesse volte il studente che vede con la esperientia de numeri verificarse la propositione preposta, non si cura de intendere quella per demostratione, & non aduertisse ne considera che'l non se intende che l'huomo sappia quelle cose che non intende per demostrationi (come fu detto in principio) l'altra, spesse volte l'huomo che in tutte le cose se vol fondare sopra la esperientia de numeri, molte volte, ouero che'l si confonde, ouero che el se inganna, massime in quelle cose, che si dicono in specialità per le quantità continue, & questo è interuenuto al Campano sopra la settima & nona diffinitione di questo (se tal espositioni son del Campano: perche el non trouaua nelle sue esperientie de numeri verificarsi sempre nelli moltiplici, quello che lui pensaua che volesse dire Euclide, (ma non quello che Euclide diceua, perche se hauesse isperimentato secondo, che

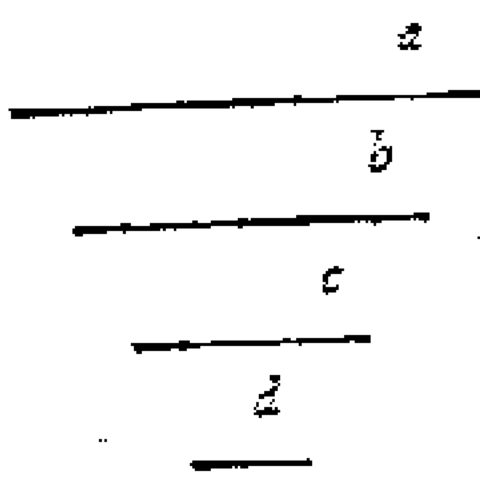
Euclide

Euclide diceua lui hauería trouato quello che il detto Euclide diceua,) per ilche ui
soprazionse tante uarie conditioni, nel sopraauanzare e diminuire di multiplici, &
massime sopra la nona, similmente per fondarse totalmente sopra la esperientia &
accidenti de numeri non puol tolerare, che la proportione della prima alla terza di
tre quantità continue proportionale, se dica doppiicata alla proportione che è dalla
prima alla seconda (come di sopra appare) perche la denominatione di tal proposi-
tione, nelli numeri non risuona allo audito si come il doppiamento di numeri, & pe
ro uuole che la se dica in se moltiplicata, & non considera che nelle quantità con-
tinue non hauemo sempre notitia delle denominationi delle lor proportioni, per ilche
non se potemo gouernare in quelle per le sue denominationi, come se manifesta so-
pra la detta decimaottaua del sesto & in molti altri lochi, ideo.

Diffinitione. 12.

11 Quando seranno quattro quantità continue proportionale, la pro-
10 portione della prima alla quarta se dirà proportione della prima alla seconda triplicata.

Il Tradottore.



El Campano similmente nel esponere questa diffinitione incorre nelli medesimi errori della passata, cioe de diffinitione la retira in propositione, & similmente per fondarse sopra il treplicare de numeri pare a lui che tal diffinitione nõ ben suoni a chiamarla treplicata, anci pare a lui che responderia meglio a dire che la proportione della prima alla quarta sia si come quella della prima alla seconda in se dapoi nel producto multiplicata, ma norria saper da lui con che gratia di parlare (con tal sorte di diffinitione) se potria dittare la trigesima sesta propositione del undecimo, ma per non abondare in scrittura (troncando le cose superflue) esponeremo simplicemente la sopraescritta diffinitione, dico adunque che hauẽdo Euclide nella precedente diffinito come si debba intendere il doppio, ouer il doppiicare d'una proportione nelle quantità continue, al presente in questa diffinisse, come si debbia intendere il treppio, ouer il treplicare d'una proportione, & dice come di sopra le sue parole sonano, cioe che s'serà quattro quantità continue proportionale che la proportione della prima alla quarta se dirà treppia a quella che è dalla prima alla seconda, essempli gratia, siano le quattro quantità continue proportionale a.b.c.d. & sia supposta la.a. prima.b. seconda.c. terza.d. quarta dice che la proportione della.a. alla.d. se dirà per l'aduenire il treppio della proportione che è dalla.a. alla.b. cioe treppiata a quella, & cosi si debbe intendere il treplicare, ouer il treppio d'una proportione, perche secondo questo modo, & secondo questa diffinitione se intende, & se dimostra la trigesima sesta propositione del undecimo libro.

Diffinitione. 13.

12

11.12 Le quantità che sono in una proportione, lo antecedente al consequente, & lo antecedente al consequente, se dirà è contrario, si come lo consequente allo antecedente, così lo consequente allo antecedente: similmente permutatamente, si come lo antecedente allo antecedente, così anchora lo consequente al consequente.

13.

Il Tradottore.

Quivi l'Auttor ne incomincia a diffinire le specie della proportionalità, lequale nella prima tradottione sono sette (aben che il Campano dica sei) ma nella seconda tradottione sono undeci, la prima dellequale è detta (semplicemente) proportionalità: le altre dieci se dicono proportionalità conversa, permutata, congionta, disgionta, eversa, equa, ordinata, inordinata, distesa, & perturbata, come nelle sequente diffinitione appare, el diffinisse adonque sotto brevità la prima, seconda, & tertia specie, & dice che le quantità che sono in una proportione (cioe semplicemente proportionale) se intende lo antecedente al consequente, si come lo antecedente al consequente, cioe la prima alla seconda, si come la tertia alla quarta, perche il primo termine della proportione se chiama antecedente, & lo secondo consequente: ma acciò meglio sei intendi, siano li quattro quantità .a.b.c.d. & sia supposto la .a. prima .b. seconda .c. tertia & .d. quarta, hor dico che sel si concludesse (semplicemente) tai quantità esser proportionale, l'Auttor vol che tal conclusione se intenda che lo antecedente .a. al suo consequente .b. sia si come lo antecedente .c. al suo consequente .d. (cioe la prima alla seconda esser si come la tertia alla quarta) & questa tal similitudine di proportione è detta semplicemente proportionalità, ma quando che il se concludesse (come si fa nel correlario della quarta propositione di questo) che le dette quattro quantità fussero proportionale al contrario l'Auttor diffinisse che tal conclusione si debba intendere che lo consequente .b. allo suo antecedente .a. sia si come lo consequente .d. al suo antecedente .c. cioe dalla seconda alla prima come dalla quarta alla tertia, & tal similitudine di proportioni, (a differentia dell'altra di sopra detta) se dimanda proportionalità conversa, overo al contrario, ma quando che il concludesse (come si fa nella sestadecima di questo) che le dette quattro quantità fussero permutatamente proportionale, lo Auttor diffinisse che tal conclusione si debba intendere che lo antecedente .a. allo antecedente .c. sia si come il consequente .b. al consequente .d. cioe della prima alla tertia, esser si come della seconda alla quarta, & tal similitudine di proportioni (a differentia delle altre specie) è detta proportionalità permutata.

Diffinitione. 14.

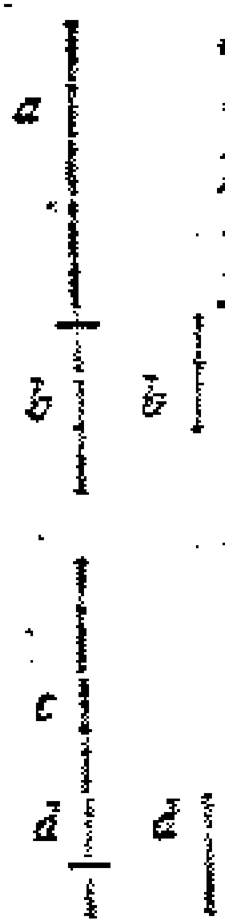
13

14 Ma ogni volta che si come lo antecedente con il consequente al con

sequente cosi sia anchora lo antecedente con il consequente al consequente se dice proportionalità congionta.

Il Tradottore.

Quivi l'Auttor diffinisse che ogni uolta che'l congionto del antecedente con il consequente al consequente, habbia tal proportione come lo congionto d'un altro antecedente con el suo consequente, al ditto suo consequente (cioe che il congionto della prima quantità con la seconda habbia tal proportione alla seconda si come lo congionto della terza & quarta al la quarta) tal similitudine di proportioni se dice proportionalità congionta, e pero quando che'l si concludesse (come si fa nella decimaotaua di questo) che le sopra date quattro quantità .a.b.c.d. fussino congiuntamente proportionale, tal conclusion si debbe intender che il congionto della .a. & .b. (insieme) alla .b. hauere tal proportione, come il congionto della .c. & .d. alla .d.

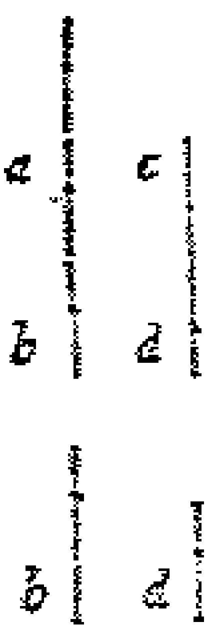


Diffinitione. 15.

14/15 Ma la equal comparatione delli augmenti delli antecedẽti sopra li consequenti a essi consequenti se dice proportionalità disgionta.

Il Tradottore.

Questa è quasi al contrario della precedente, perche in quella se compone, & in questa se discompone, esempli gratia, se per caso fusse quattro quantità .a.b. prima .b. seconda .c.d. terza & .d. quarta, et che la proportione della .a.b. alla .b. fusse si come della .c.d. alla .d. & che da questo il si concludesse (come si fa nella decima settima di questo) tai quantità essere disgiontamente proportionale, l'auttor uole che tal conclusione se intenda che la differentia che e dal antecedente .a.b. al suo consequente .b. (cioe la semplice .a.) a esso cõsequente .b. esser si come la differentia che e dal antecedente .c.d. al suo consequente .d. (cioe la semplice .c.) a esso consequente .d. tal similitudine di proportioni se dice proportionalità disgionta.



Diffinitione. 16.

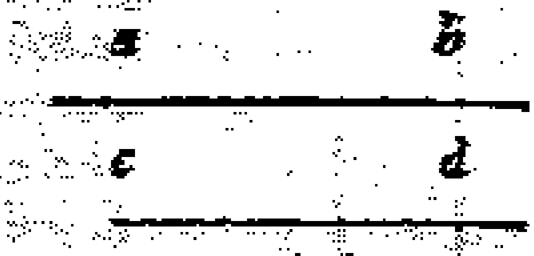
15/16 La similitudine delle proportioni di qual si uoglia antecedenti alli suoi augmenti sopra li suoi consequẽti, se dice proportionalità euersa.

Il Tradottore.

Esempli gratia, se la proportione della .a b. alla .b. fusse si come della .c.d. alla .d. & che da questo il se concludesse tai quantità esser euersamẽte proportionale, l'au

tor

tor uuole che tal conclusione se intenda che la proportione dello antecedente .a.b. alla semplice .a. (cioe alla differentia che e dalla .a.b. alla semplice .b.) esser si come la proportione dello antecedente .c.d. alla semplice .c. (cioe alla differentia che e dalla .c.d. alla semplice .d.) & tal similitudine di proportioni, se chiama proportionalità euersa.

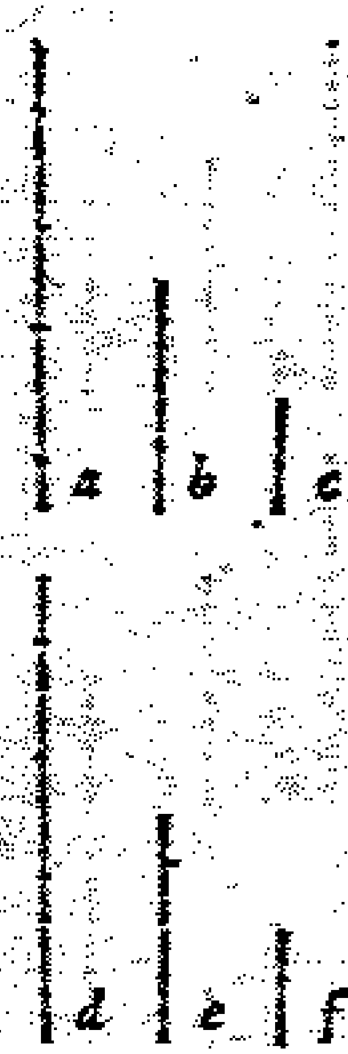


Diffinitione .17.

16/17 Proposte piu quantità, & altre secondo il medesimo numero, applicate a due a due in una proportione, e remosso equal numero di termini di mezzo, la similitudine delle proportioni dell'uno, e l'altro di duoi è duoi estremi, se dice proportionalità equa.

Il Tradottore.

L'Auttor dice che quando fussero proposte piu quantità dall'un lato, (come seria a dire per essempio le tre .a.b.c.) & altretante dall'altro (come seria a dire le altre tre .d.e.f. o siano del medesimo genere, ouer d'un altro non importa) & che le seconde siano applicate a due a due in una medesima proportione con le prime, o siano in quel medesimo ordine (come se propone nella uigesima seconda di questo) cioe che dalla .d. alla .e. fusse si come dalla .a. alla .b. et dalla .e. alla .f. si come dalla .b. alla .c. ouer per ordine contrario (come se propone in la uigesima terzia di questo) cioe che la proportione della .d. alla .e. fusse si come della .b. alla .c. & dalla .e. alla .f. si come dalla .a. alla .b. & che da questo se concludesse (come si conclude in la detta uigesima seconda & uigesima terzia di questo) che le dette quantità fussero proportionale in la equa proportionalità, l'Auttor uuole tal conclusione se intenda, che li estremi sono proportionali, cioe la proportione dalla .a. alla .c. esser si come dalla .d. alla .f.

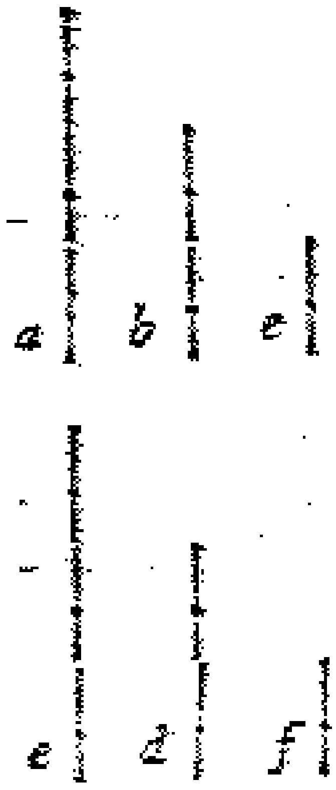


Diffinitione .18.

0/18 La proportionalità è ordinata quando che lo antecedente al consequente serà si come lo antecedente al consequente, & lo consequente a un'altra cosa, come il consequente a un'altra cosa.

Il Tradottore.

L'Auttore ne aduertisse come si debba intendere la proportionalità ordinata in duoi ordini di quantità, essempli gratia, se la proportionalità della .a. alla .b. serà si come della .c. alla .d. (cioe lo antecedente .a. al suo consequente .b. si come lo antecedente .c. al suo consequente .d.) & che lo cõsequente .b. habbia tal proportione a unaltra cosa (poniamo alla .e.) si come lo consequente .d. a unaltra (poniamo alla .f.) il uuole che questa specie di proportionalità sia intesa ordinata.



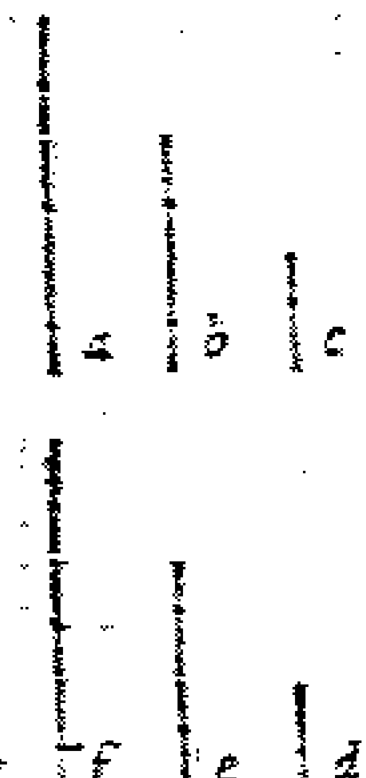
19

Diffinitione. 19.

La proportionalità inordinata e quando l'antecedente al consequente serà come l'antecedente al consequente, & il consequente a unaltra cosa, come unaltra cosa all'antecedente.

Il Tradottore.

Esempli gratia, essendo le quattro quantità .a.b.c.d. & che la .a. fusse supposta prima .b. seconda .c. terza e .d. quarta, et che la proportione della antecedente .a. al suo consequente .b. fusse si come quella del antecedente .c. al suo consequente .d. & che da poi il se trouasse, ouer approuasse che lo consequente .b. hauesse tal proportione a unaltra cosa (poniamo alla .e.) si come hauesse unaltra cosa (poniamo .f.) allo antecedente .c. tal proportionalità è detta inordinata.

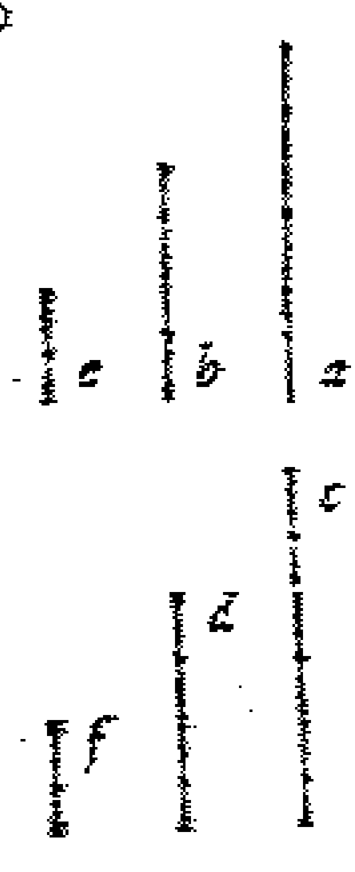


20

Diffinitione. 20.

La proportionalità distesa e quando uno antecedente a un consequente serà si come uno antecedente a uno consequente, ma serà si come lo consequente a un'altra cosa così lo consequente a una altra.

Il Tradottore



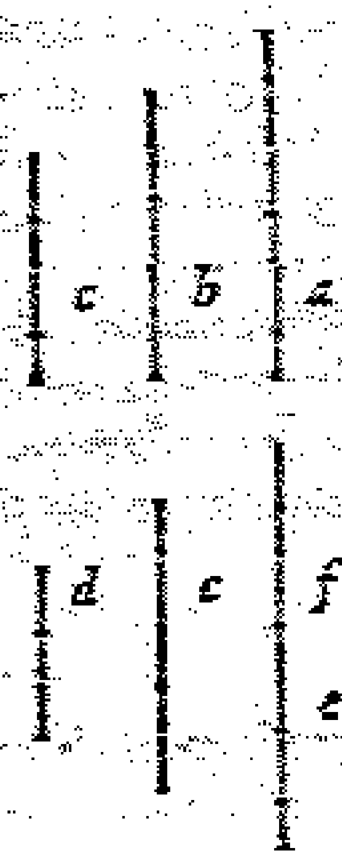
Questa diffinitione pare in sostantia simile alla decimaottaua (cioe alla proportionalità ordinata,) perche l'una & l'altra uole che la proportion d'uno antecedente al suo consequente sia si come d'un altro antecedente a uno altro consequente, & che il consequente primo sia a un'altra cosa, si come lo secondo a un'altra cosa, che in uero el non uuol dire altro che se la proportione del antecedente .a. al suo consequente .b. serà si come lo antecedente .c. al suo consequente.

d. ma

d. ma seria si come lo conseguente b. a vnaltra cosa (poniamo al. e.) si come lo conseguente. d. a. vnaltra cosa (poniamo al. f.) come fu essemplicato sopra la decima ottaua, non dimeno la decima ottaua parla in genere, & questa, in specie, perche in la proportionalità destesa non solamente se intende che la proportione della a. alla b. sia si come. c. della d. ma se intende che la sia anchora si come della. b. alla. e. & similmente della d. alla. f. cioe che le due prime proportioni siano simili alle seconde, laqual cosa in vero non vuol dire altro saluo che siano continue proportionale si le tre. a. b. e. come le tre. c. d. f. ma in vna medesima proportione & in la proportionalità ordinata, le due prime proportioni puonno esser, & non esser simile alle due seconde.

Diffinitione. 21.

21



Ma la proportionalità perturbata, e quando che sia tre grandezze da una banda, & altre tante dall'altra, & che si come nelle prime grandezze sia lo antecedente al consequente cosi nelle seconde grandezze sia lo antecedente al consequente, & si come nelle prime grandezze è il consequente a un'altra cosa cosi nelle seconde e una altra cosa all'antecedente.

Il Tradottore.

Questa diffinitione della proportionalità perturbata pare in sostantia simile alla decima nona, cioe alla proportionalità inordinata, perche l'una e l'altra dice, che quando che sia si come lo antecedente al consequente (in tre quantità, ouer grandezze) cosi sia lo antecedente al consequente in tre altre, & si come sia il consequente (in le prime) a un'altra cosa, cosi sia un'altra cosa (in le seconde) al l'antecedente, laqual cosa in vero non vuol dire altro in l'una e l'altra saluo, che se la proportione della, a, alla, b, sia si come della c. alla. d. & che dal consequente, b. a un'altra cosa (poniamo alla. e.) sia si come un'altra cosa (poniamo. f.) all'antecedente. c. come fu esemplificado anchora sopra la detta decima nona, niente dimeno la proportionalità inordinata e differente dalla perturbata, si come è della ordinata, alla destesa, cioe la inordinata, parla in genere, o siano le due seconde proportioni simile, ouer diuerse dalle due prime, & la perturbata se intende che le due seconde siano non solamente simile fra loro ma che siano anchora simile alle due prime, cioe che la proportione dal. b. al. e. non basta che sia equale a quella che è dal. f. al. c. ma bisogna sia anchora equal a quella ch'è dal. a. al. b. ouer dal. c. al. d. (che è il medesimo) ma nella inordinata se intēde largamente o siano simile, ouer diuerse.

Il Tradottore.

Alcuno potria dire che fra la proportionalità destesa, & la pertubata non gli è differentia alcuna, perche tutte le proportioni sono equale fra loro, io rispondo che do che inquanto alla similitudine delle proportioni non glie differentia alcuna, perche le tre prime, & le tre seconde quantità sono in l'una e l'altra continue proportionale, & in simile proportioni, nientedimeno lo argumentare per il modo della distesa è differente da quello della perturbata, perche il modo del dire è del argumentare della distesa procede rettamente secondo l'ordine delle prime supposte quātità, & la perturbata non procede cosi come per li suoi essempij appare.

Il Tradottore.

Anchora bisogna auertire qualmente quelli modi di dire usitati nelle soprascritte specie di proportionalità, cioe conuersamente, permutatamente, congiontamente, disgiontamente, euersamente, equalmente, ordinatamente, inordinatamente, & cosi se applicano & usano anchora alla quantità disproportionale, & questo se manifesta dall' Auttore nella uigesima sesta propositione di questo, & nelle altre seguente, perche nella detta uigesima sesta l' Auttor conclude che le quattro quātità proposte in quella seranno conuersamente disproportionale, & nella uigesima settima conclude il medesimo permutatamente, & nella uigesima ottaua conclude pur il medesimo congiontamente, & nella uigesima nona disgiontamente, & nella trigesima euersamente, & nella trigesima prima equalmente nelle quantità ordinatamente disproportionale (quantunque l' Auttor nol dica) & nella trigesima seconda nelle quantità inordinatamente disproportionale, come al suo loco si potrà uedere.

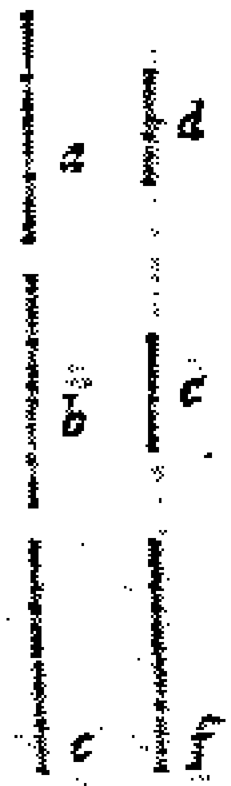
Il Tradottore.

Anchora bisogna notare qualmente tutte le propositioni di questo quinto libro nella prima tradottione. nel dire sono differente a tutte quelle della seconda, in questo che doue nella prima dice quantità, nella seconda dice grandezza, ouer grandezze, la differentia di quali uocaboli, ouer nomi è questa, che questo nome quantità è nome generale per ilqual se intende ogni specie, di quantità ossia continua, ouer discreta, & questo nome grandezza, e nome speciale ilquale se afferta solamente alla quantità continua, & aben che credo che tutto quello che l' Auttor propone in questo quinto libro, lui lo propone semplicemente per le quantità continue (benche il medesimo se uerifichi nelle discrete) & se cosi non fusse, superflue seriano state molte propositioni che ha proposte, ouer replicate nel settimo, nientedimeno per esser questo nome quantità piu usitato tra uulgari che grandezza, quantità e non grādezza, nella nostra tradottione hauemo tradoto, ouer detto, cioè hauemo usato piu li uocaboli, cioe il dir, ouer il proferir della prima tradottione che della seconda.

Theorema prima. Propositione prima.

1 Se seranno quante quantità si uoglia equalmente multiplice de altre
1 tante, ouer de una in una equale, eglie necessario si come è una di quelle alla sua compagna cosi esser anchora tutto lo aggregato da queste, a tutte quelle pur aggregate insieme.

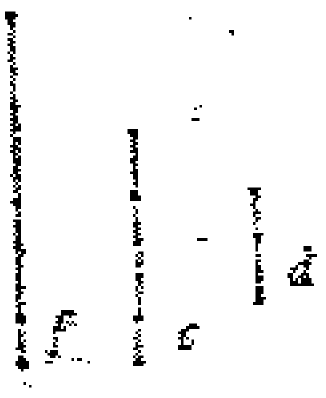
Siano quante si voglia quantità (poniamo, a, b, c,) dell'altre tante (lequale siano d, e, f,) equalmente multiplice (ciascuna alla sua compagna) overo che a una per una sian equale, cioe in questo modo, che si come la a. e multiplice alla d. cosi sia la b. multiplice alla. e. similmente la c. multiplice alla f. over che se la. a. è equale alla. d. che similmente la b. sia equale alla e. & similmente la. c. alla. f. dico che si come che è la. a. alla. d. cosi serà lo aggregato de tutte le prime (lequale sono. a. b. c.) allo aggregato de tutte le secõde lequal sono. d. e. f. & se a una per una sono equale egliè manifesto il proposito per questa commune scientia, se a cose equale serà aggionto cose equale, le summe seranno anchora equale; ma essendo tutte alle sue compagne equalmente multiplice divise quelle secondo la quantità delle sue submultiplice, lo aggregato della prima parte della. a. & della prima parte della. b. & della prima parte della. c. serà equale allo aggregato delle, d, e, f, (per la predetta commune scientia agiutando con questa altra, quelle cose che a una medesima cosa sono equale fra loro sono equale, similmente anchora lo aggregato delle seconde parti delle quantità. a. b. c. serà pur equale allo medesimo aggregato delle. d. e. f. & cosi delle altre, & perche questo potra esser fatto tante volte, quante che la. d. sia contenuta in la. a. seguira, che lo aggregato della. d. e. f. tante volte sia contenuto in lo aggregato delle. a. b. c. quante volte la. d. sia contenuta dalla. a. perche adunque quante volte la. d. numera la. a. tante volte lo aggregato delle, d, e, f, numera lo aggregato delle. a. b. c. egliè manifesto che si come la. a. è multiplice alla. d. cosi è lo aggregato delle. a. b. c. allo aggregato delle. d. e. f. che è il proposito.



Theorema. 2. Propositione. 2.

2/2 Se seranno sei quantità delle quale la prima alla seconda, & la terza alla quarta siano equalmẽte multiplice, e la quinta alla seconda, & la sesta alla quarta siano pur equalmente multiplice, il composito della prima, & della quinta alla seconda, & il composito della terza, & della sesta alla quarta convien esser equalmente multiplici.

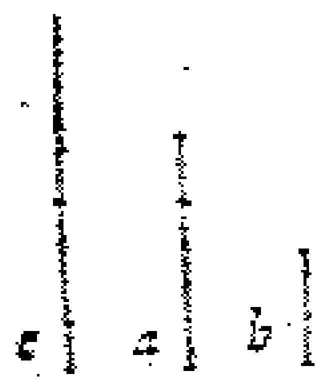
Siano sei quantità. a. prima. b. seconda. c. terza, d. quarta. e. quinta. f. sesta, & sian la. a. & la. c. equalmente multiplice alla. b. & alla, d. & anchora la. e. & la. f. sian equalmente multiplice alle medesime, dico che si come che tutto lo aggregato della. a. & e. è multiplice alla quantità. b. cosi tutto lo aggregato della. c. & f. è multiplice alla quantità. d. perche il numero secondo il quale la. b. è contenuta dalla. a. è equale al numero secondo il quale la. d. è contenuta dalla. c. similmente anchora, il numero secondo il quale la

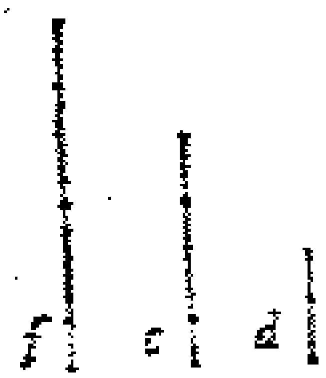


b. è contenuta dalla. e. equale al numero secondo il quale la. d. è contenuta dalla. f. (per commune scientia, che è se à cose equale siano aggionte cose equale &c.) il numero secondo il quale la, d, è contenuta dallo aggregato della, a, & c. serà equale al numero secondo il quale la. d. è contenuta dallo aggregato della. c. & f. per laqual cosa si come che lo aggregato della. a. & c. è multiplice alla, b, cosi e lo aggregato della. c. et f. multiplice alla. d. che è il proposito.

Theorema. 3. Propositione. 3.

3/3 Se il primo termine del secondo, & il terzo del quarto seranno equalmente multiplici, & siano tolti li multiplici equalmente al primo e al terzo, il multiplice del primo al secondo, & il multiplice del terzo al quarto seranno equalmente multiplici.

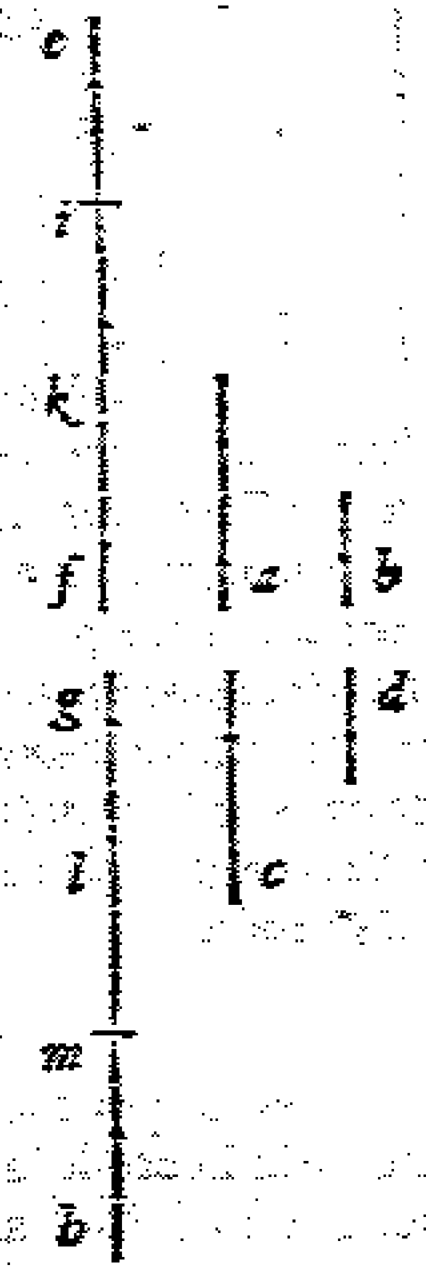




Siano sei quantità. a. prima. b. seconda, c, terza, d, quarta, e, quinta, f, sesta, e sian la, a, alla, b, & la, c, alla, d, equalmente multiplice, & anchora la, e, alla, a, & la, f, alla, c, equalmente multiplice, dico che si come che la, e. è multiplice alla, b, cosi è la, f, alla, d, perche s'il serà divisa la, e, secondo la quantità della, a, suo submultiplice et la, f, secondo la quantità della. c. & (per la equalità delle parti della, e, alla, a, & delle parti della, f, alla, c,) serà che quale si voglia delle parti della, e, sia cosi multiplice alla, b, si come quale si voglia delle parti della, f, alla, d, perche adonque si come che la prima parte della, e, è multiplice alla. b. come la prima parte della f, multiplice alla, d, & anchora si come che la seconda parte della, e, è multiplice alla, b, cosi è la seconda della, f, alla, d, adonque (per la precedente) lo aggregato delle due prime parti della, e, seran cosi multiplice alla, b, si come lo aggregato delle due prime parti della, f, alla, d, & perche anchora la parte terza della, e, (s'egli serà alcuna terza parte) è cosi multiplice alla, b, si, come che la terza della, f, alla, d, (per la medesima precedente) seguita che tutto lo aggregato delle tre prime parti della, e, sia cosi multiplice alla, b, si come tutto lo aggregato delle tre prime parti della, f, alla, d, & cosi se fussero piu parti della, e, e della, f, componendo sempre le sequente con lo aggregato delle prime, concludendo che si come che è la, e, multiplice alla, b, cosi è la, f, alla, d, (per la precedente) tolta tante volte quante parti siano state nella, e, overo nella, f, manco una, & cosi è manifesto il proposito.

Il Tradottore.

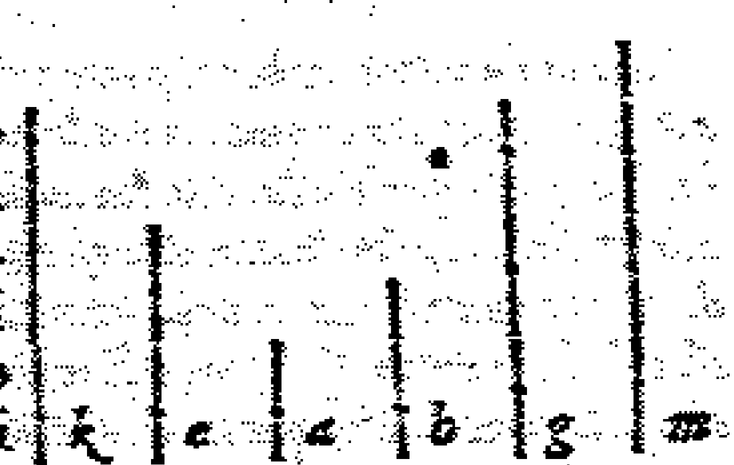
Anchora per un'altro modo sia il primo termine, a, del secondo, b, & similmente il terzo, c, del quarto, d, equalmente multiplice (hor poniamo doppio) & siano

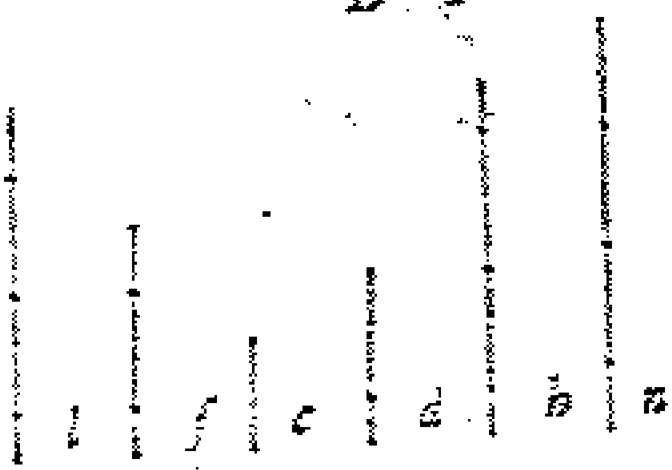


sino tolti li duoi termini, e, f, & g, h, equalmente multiplici del, a, & del, c, (hor poniamo treppi) dico che il termine, e, f, del, b, & lo, g, h, del, d, sono equalmente multiplici, perche lo, e, f, del, a, & lo, g, h, del, c, son equalmente multiplici, adonque quante quantità sono nel, e, f, equale alla quantità, a, tante anchora ne sono nella quantità, g, h, equale alla quantità, c, sia adonque diuiso, f, e, in quantità equale alla, a, cioe in, e, i, i, k, & k, f, (perche fu presupposto che fusse treppio) & similmente, g, h, in quantità equale alla, c, cioe in, g, l, l, m, & m, h, che seranno pur per numero tre si come quelle della, f, e, (per esser presupposte equalmente multiplici) & perche la quantità, a, della, b, & la quantità, c, della, d, sono equalmente multiplice, & perche la, e, i, è equale alla, a, & la, g, l, alla, c, adonque la, e, i, della, b, & la, g, l, della, d, sono equalmente multiplice & per questa medesima ragione la, i, k, alla, b, & la, l, m, alla, d, seranno equalmente multiplice, & similmente la, k, f, & la, m, h, adonque queste sei quantità seranno, e, l, prima, b, seconda, g, l, terza, d, quarta, i, K, quinta et, l, m, sesta delle quale la prima, e, l, alla seconda, b, & la terza, g, l, alla quarta, d, sono equalmente multiplice, & la quinta, i, K, alla seconda, b, & la sesta, l, m, alla quarta, d, sono similmente equalmente multiplice, adonque il congionto della prima & della quinta (cioe tutta la quantità, e, k,) alla seconda, b, & lo congionto della terza & della sesta (cioe tutta la quantita, g, m,) alla quarta, d, seranno equalmente multiplice (per la precedente propositione) anchora haueremo sei quantità, cioe, e, k, prima alla, b, seconda, & la, g, m, terza alla, d, quarta equalmente multiplice, & la, k, f, quinta alla, b, seconda, & la, m, h, sesta alla, d, quarta, pur equalmente multiplice, tutto il congionto della prima & della quinta (cioe tutto, e, f,) alla, b, & tutto il congionto della terza & della sesta (cioe tutta la, g, h,) alla, d, (per la medesima precedente) seranno equalmente multiplice, & cosi se andaria procedendo quando che gli fusse piu parti, cioe che la, e, f, alla, a, & la, g, h, alla, c, fussero stati equalmente quadrupli, ouero quincupli, ouero di altra multiplicità, che è il proposito.

4 Theorema. 4. Propositione. 4.

4 Se la proportion del primo al secōdo serà si come del terzo al quarto, & sian asignati li multiplici tolti equalmente al primo & al terzo, & similmente li multiplici tolti equalmente al secondo e al quarto, serāno li asignati multiplici nel medesimo ordine proportionali.





*Sia la proportione del.a.primo al.b.secon-
do si come del.c.terzo al.d.quarto, & siano
tolti.e.al.a.& f.al.c.equalmente multiplici,
& anchora.g.al.b.& h.al.d.equalmente
multiplici, dico che la proportione del.e.al.g.
e si come dal.f.al.h.siano tolti.K.al.e.& l.
al.f.equalmente multiplici, & anchora.m.
al.g.& n.al.h.equalmente multiplici, et per
che.e.& f.sono equalmente multiplici al.a.& al.c.& similmente.K.& l.equal-
mente multiplici al.e.& al f.(per la precedente).k.& l.seranno equalmente mul-
tiplici al.a.& al.c.(per la medesima) anchora.m.& n.seranno equalmente mul-
tiplici al.b.& d.per lequai cose el.K.al.m.& l.al.n.(per il converso della diffini
tione della proportionalità discontinua) quelli seranno simili nel aggiongere, sminui
re & equalare, adonque perche.k.& l.sono equalmente multiplici al.e.& al.f.
& anchora.m.& n.sono pur equalmente multiplici al.g.& h.(per la diffinitione
della proportionalità discontinua) la proportione del.e.al.g.è si come del.f.al.h.che
è il proposito.*

Lema, ouero assumptione.

Adonque per essere stato dimostrato che se la.K.eccede la.m.simil-
o/4 mente la.l.eccede la.n.& se è equale, è equale: & se è minore è minore, e
per questo dalla.g.alla.e.serà cosi come dalla.h.alla.f.

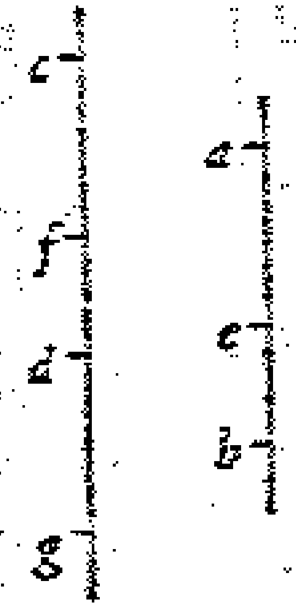
Correlario.

Da qui e manifesto che se quattro grandezze seranno proportionale
o/4 anchora al contrario seranno proportionale.

Theorema.5. Propositione.5.

Se seranno due quantità dellequale una sia parte dell'altro, et sia smi
o/4 nuido dell'una & l'altra medesima parte, il rimanente al rimanēte, & il
tutto al tutto, seranno equalmente multiplici, ouero, in questo altro
modo, se la serà aliquota il restante del restante, serà tale parte quale è
il tutto del tutto.

*Sia la quantità.a.b.tal parte della quantità.c.d.qual è la.e.b.della medesima
a.b.& sia cauata la quantità.a.b.dalla quantità.c.d.& sia il residuo la.f.c.onde
la.f.d.serà equale alla.a.b.sia anchora similmente cauata la.e.b.dalla quantità
a.b.& sia il residuo la.e.a.dico che qual parte è la quantità.a.b.della quantità.c.
d.tal.e la quantità.a.e.della quantità.c.f.perche conciosia che la.f.d.sia equale
alla.a.b.la detta.f.d.serà cosi multiplice alla.e.b si come che è la.c.d.multiplice
alla.a.b.ponerò adonque la.d.g.cosi multiplice alla.a.e.si come che la.f.d.è mul-
tiplice alla.e.b.(& per la prima di questo) la quantità.f.g.serà cosi multiplice al-
la.a.*



la.a.b. si come che la.f.d. è multiplice alla.e.b. & perche la.c.d. fu supposta cosi multiplice alla.a.b. si come la.f.d. fu multiplice alla.e.b. l'una e l'altra delle due quantità.c.d. & f.g. serà equalmente multiplice della quantità.a.b. per la qual cosa (per communa scientia) le due quantità.c.d. & f.g. sono equale fra loro, adonque leuando via dall'una & dall'altra di quelle la quantità f.d. restarà la.c.f. equale alla.d.g. e perche la.d.g. fu cosi multiplice alla.a.e. si come che è la.f.d. alla.e.b. e però è si come la.a.b. alla.e.b. per laqual cosa, & si come la.c.d. alla.a.b. serà adonque la.c.f. cosi multiplice alla.a.e. si come che è tutta la.c.d. di tutta la.a.b. che è il proposito.

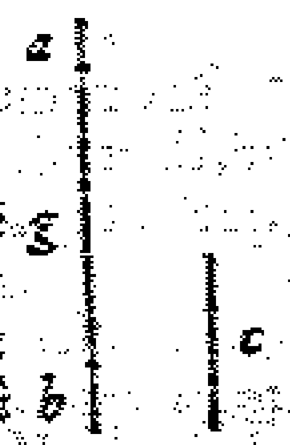
Il Tradottore.

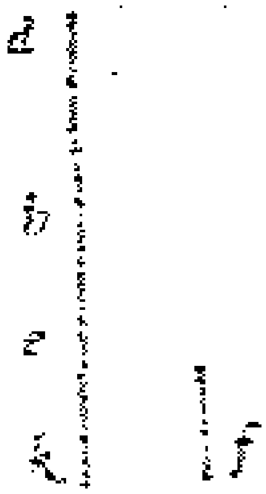
El testo di questa quinta propositione in la seconda tradottione, dice in questo modo se una magnitudine de un'altra magnitudine serà equalmente multiplice, si come una parte tolta a una parte tolta, il residuo al residuo serà cosi multiplice come è il tutto, al tutto laqual propositione e piu generale della sopra scritta, per che quella non astringe che la.e.b. sia la medesima parte de.a.b. quale è la.a.b. della.c.d. per che la detta.e.b. sia tal parte della parte.f.d. quale è tutta la.a.b. di la tutta.c.d. conclude che'l residuo.e.a. serà medesima parte del risiduo.f.c. laqual cosa medesimamente se demostra tollendo pur la.g.d. come di sopra, & arguire (per la prima di questo) se concluderà la.g.d. essere equale alla.c.f.

Theorema.6 Propositione.6.

6/6 Se seranno due quantità equalmente multiplice a due altre, & siano sottrate le due minore dalle due maggior, cioe l'una & l'altra dalla sua multiplice, li duoi rimanenti seranno de quelle medesime parti, ouero equalmente multiplici, ouero a quelle equali.

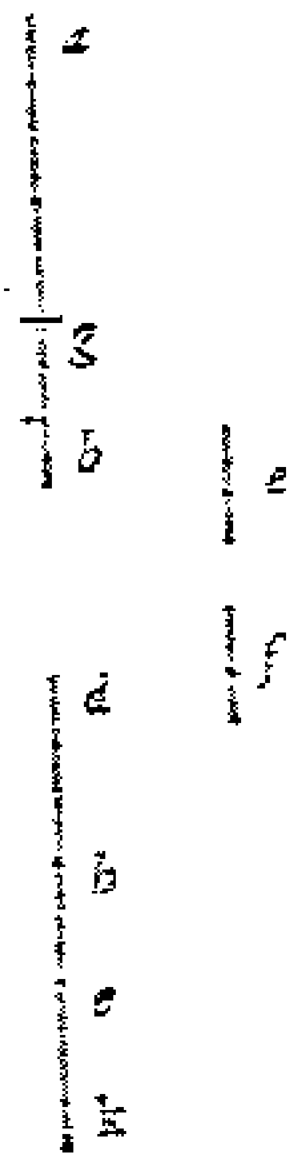
Siano le quantità, cioe la.a.b. alla.c. & la.d.e. alla.f. equalmente multiplice & siano sotratte la.c. dalla.a.b. & la.f. dalla.d.e. & siano li residui della.a.b. la.a.g. & (della.d.e.) la.d.h. per il che la.g.b. serà equale alla.c. & la.h.e. equale alla.f. dico che li duoi residui.a.g. & d.h. ouero che seranno equali alle due quantità.c. & f. ouero che seranno a quelle equalmente multiplice, sia adonque primamente la.a.g. equale alla.c. dico che la.d.h. è equale alla.f. & per dimostrare questo io torò la quantità.e.k. equale alla.f. et per li precedenti presupposti seguiria che tante uolte la.f. sia in la.k.h. quante uolte la.c. e in la.a.b. per laqual cosa si come che la.a.b. e multiplice alla.c. cosi la.h.k. e multiplice alla.f. & cosi anchora la.d.e. era multiplice della medesima.f. adonque (per commune scientia) la.h.k. serà equale alla.d.e. adonque tolta communamente all'una e l'altra la quantità.h.e. restarà la.d.h. equale alla.e.k. per laqual cosa serà equale alla.f. che è il proposito. ma se la.a.g. serà multiplice alla.c.





ponerò la.e.k. che sia similmente equalmente multiplice alla .f. & seguirà come prima che tante volte la f. sia in la.h.k. quante volte la c. sia in la.a.b. & tante volte era anchora in la.d.e. adonque come prima serà la.d.e. equale alla.h.k. & la.d.h. alla e.k. per laqual cosa si come che la.a.g. è multiplice alla.c. cosi e la.d.h. multiplice alla.f. che è lo proposito, a demostrare il medesimo altramente, conciosia che la quantità.a.b. contenga la quantità.c. per quel medesimo numero secondo ilqual che la quantità.d.e. contiene la quantità.f. leuando adonque via da quel tal numero la unità, romanerà ouer la unità, ouer il numero secondo che la.a.g. contiene la.c. & che la.d.h. contiene la.f. adonque egliè manifesto le quantità.a.g. & d.h. ouero essere equale, ouero equalmente multiplice alle quantità.c. & f.

Il Tradottore.



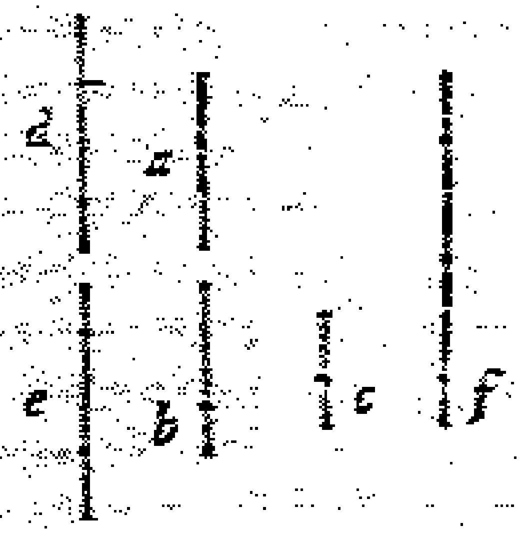
Se le due quantità.a.b. & d.e. seranno equalmente doppie alle due quantità.c. & f. (come nel primo essempio appare) sotratto le due minore dalle due maggiore (cioe la.c. dalla.a.b. & la.f. dalla.d.e.) li duoi rimanenti, cioe.a.g. & d.h. seran equali alle dette parti, cioe lo rimanente.a.g. serà equali alla quantità.c. & lo.d.h. alla.f. ma se le dette due quantità.a.b. & d.e. seranno pur equalmente multiplice alle dette.c. & f. ma in altra maggiore multiplicità che doppia, sotratte le minore dalle maggiore li duoi rimanenti sempre seranno equalmente multiplici alle dette due parti, essempli gratia, se le dette due quantità.a.b. & d.e. fussino state equalmente triple alle dette due.c. & f. (come nella seconda figuratione appare) sotratte le dette due minore dalle dette due maggiore li duoi residui seranno equalmente doppij, alle dette due parti, cioe lo residuo.a.g. serà doppio alla c. & lo.d.h. alla.f. (come nella detta seconda figuratione appare) & conseguiria in ogni altra maggiore multiplicatione essempli gratia, se le dette quantità.a.b. & d.e. fussino state equalmente quadruple alle dette due.c. & f. li duoi rimanenti.a.g. & d.h. seriano stati equalmente tripli alle dette.c. & f. & se fussino stati quincupli li detti rimanenti sariano stati quadrupli.

Theorema.7. Propositione.7.

7/7 Se due quantità equale seranno, comparate a quale si voglia quantità, di quelle a quella serà una medesima proportione, & similmente da quella a quelle serà una medesima proportione.

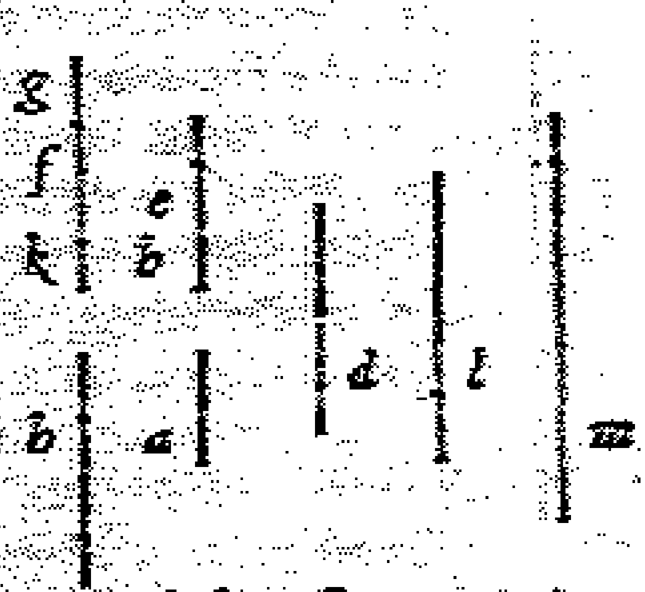
Siano le due quantità.a. & b. equale lequal siano comparate a qual si voglia terza (come seria alla.c.) dico che la proportion ch'è dalla.a. alla.c. e la medesima che è dalla.b. alla.c. & similmente la proportione che è dalla.c. alla.a. è simile a

quella



quella che è dalla. c. alla. b. la prima parte si approua in questo modo, conciosia che la. c. sia consequente alla. a. (prima) & alla, b, (terza) quella serà in ragione de seconda e quarta piglierò adonque la. d. alla. a. prima e la. e. alla. b. terza equalmente multiplice, e pigliarò la. f. per quale multiplice mi pare di multiplici della. c. laquale è seconda & quarta, & perche la. a. & la, b, (della quale li suoi multiplici tolti equalmente sono. d, & . e,) sono posti equale, seguiria questo che se la, d, serà diuisa secondo la quantità della. a. & similmente la e. secondo la quantità della. b. che le parti dell'una e dell'altra siano di numero e di quantità equale, di numero per il presupposito per la equalità della multiplication dell'una e l'altra, ma di quantità (per questa commune sententia repetita tāte vol te quante bisogna) quelle cose che a una medesima cosa sono equal fra loro son equa le, perche adonque la prima delle parti della. d. è equal alla prima delle parti del la, e, & la seconda, alla seconda, & le altre alle altre, & sono tante parti in la. d. quante son in la. e. (per la prima di questo) la, d, serà equale alla, e, per laqual cosa se due quantità equale seranno comparate a un altra terza quantità (per commu na scientia) ouer che ambedue le quantità, d, & , e, son maggiore della. f. ouer mino re, ouer equale, adonque (per la settima diffinitione) la proportione della. a. prima alla, c, seconda serà come quella che è della. b. terza alla. c. quarta, che è il proposi to, la seconda parte tu la approuerai per l'ordine conuerso in questo modo, sia posta la, c, come prima & terza & la. a. seconda & la. b. quarta, e conciosia che la quāti tà. f. laqual è equalmēte multiplice alla prima e alla terza sia simile nel auanzare ouer in mancare, ouer in equaliare delle quantità, d, & , e, lequale sono equalmente multiplice alla seconda e quarta, seguirà (per la medesima diffinitione) che la pro portione della. c. prima alla. a. seconda sia si come della. c. terza alla. b. quarta, che è il secondo proposito.

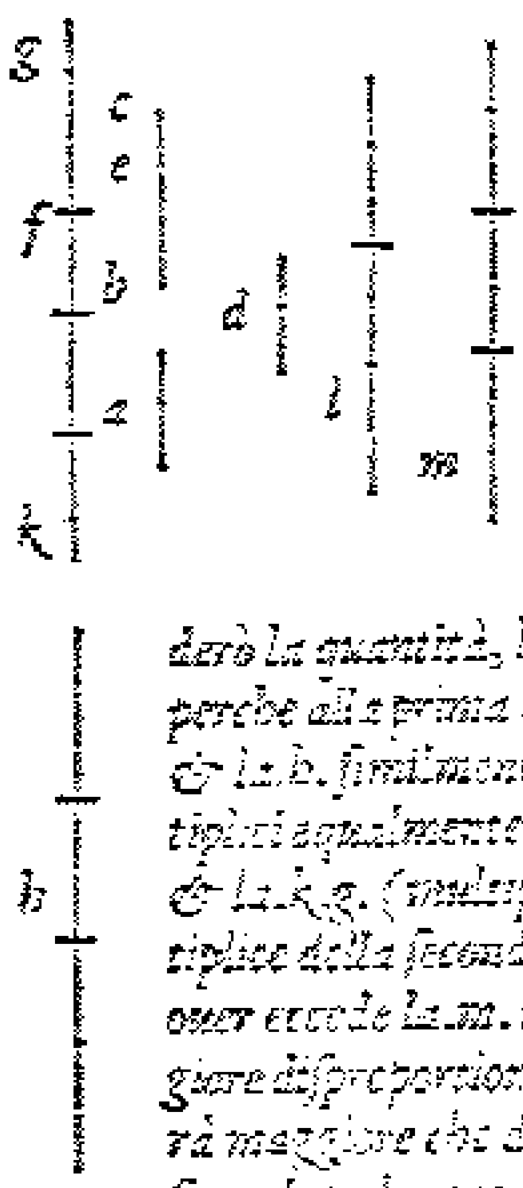
Theorema. 8. Propositione. 8.



8
8 Se due quantità inequale seranno pro portionale a una quantità, certamente la maggior origniarà maggior proportion, e la minore, minore, ma la proportione di quella a quelle certamente alla minore sarà maggior, e alla maggior serà minor.

Siano due quātità inequale, a, & b, c, & sia maggior la, b, c, e siano proportiona te a una medema quantità laqual sia. d. dico che la proportione della. b. c. alla. d. è maggior di quella che è della. a. alla. d. et per il cōtrario maggior è quella della. d. alla. a. che della. d. alla. b. c. & per approuar la prima parte io ponerò la. e. h. equale alla. a. e multiplicarò tante volte la. e. c. che ne peruenga una quātità maggior del la. d.

la. d. & quella sia la. f.g. & torò la.k.f.così multiplice alla.b.e.similmente la.h. così multiplice alla. a. si come la.f.g. è multiplice alla.e.c. & (per la prima di questo) la. h. serà così multiplice alla. a. si come che la. k. g. è multiplice alla. b.c.serà anchora la.h. equale alla.k.f.per questa causa che le submultiplice di quelle (lequale sono,a, & ,b,e,) sono state poste equale,anchora ponerò che la.h.non sia minore della.d. ma equale, ouer maggiore,perche multiplicarò tante volte cadauna delle tre quantità.e.c.b.e.& .a.equalmente che la.f.g.(multiplice della.e.c.)peruenga maggior della.d. questo bisogna osseruar nelli primi multiplici cioe che el multiplice.f.g. hauesse queste due conditione cioe che fusse talmente multiplice alla.e.c. prima che la fusse maggior della.d.et oltra di questo che la.h.tolta in tal multiplicità alla.a tal.h.non sia menor della.d.ma o equale ouer maggiore,& che la.h.(multiplice della.a.)non peruenga minore della medesima, & dapoi questo multiplicarò tante volte la,d,che ne peruenga quantità maggior della.h. & sia la.m.la prima quantità di multiplici della.d. che è maggior della,h.fatto de la quale torò l'altra maggiore multiplice della.d. (ouero la equale a quella se per caso la.m. fusse la prima in l'ordine di multiplici della.d.) la quale sia la. l. & seguirà che la.l. non sia maggiore della.h. & la,m, serà composta della.d.



& .l.per questa causa che ogni multiplice è composto del prossimo precedente multiplice, & del sempio(com'è il treppio,elqual è composto dal doppio et dal sempio) eccetto il primo multiplice(cioe il doppio)ilqual è solamente composto da dui sempii,perche,adonque la,h,e equale alla.k.f.la detta.k.f.nõ serà minore della,l, adonque la,k,f,insieme con la.d.non fanno meno che la,l, & d, per laqual cosa nõ fanno meno che.m. & perche la.f.g.è maggiore della.d.la.k.g. serà maggiore della.m. adonque intenderò la quantità, b,c,prima,la,d,seconda,la,a,terza,& la,d,quarta,et perche alla prima & terza son tolti li multiplici equalmente,cioe la.k.g. & la.h. similmente anchora alla seconda & quarta sono pur tolti li multiplici equalmente,ma è uno medesimo in ragione de duoi ilquale è la.m. & la.k.g. (multiplice della prima)sopraauanza,ouero eccede la.m.multiplice della seconda, & la.h. (multiplice della terza) non sopraauanza, ouer eccede la.m. multiplice della quarta,(per la diffinitione della maggiore disproportionalità) la proportione della.b.c.prima alla.d.seconda serà maggiore che della. a. terza. alla.d. quarta,che è il primo proposito.il secondo tu lo approuarai per la medesima diffinitione,per contrario ordine intendendo che la.d.sia prima & terza,& la.a.seconda,& la.b.c.quarta, & perche la.m. (multiplice della prima) eccede, ouer sopraauanza la.h. (multiplice della seconda) & la.m.(multiplice della terza) non sopraauanza la.k.g.(multiplice della quarta)per laqual cosa maggior proportione è della.d.alla.a.che della.d. alla,b,c,che è il secondo proposito,et dal modo di questa dimostratione si manifesta

la susse-

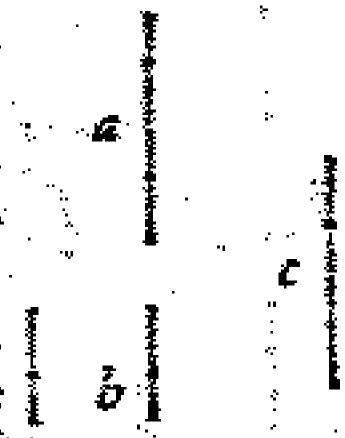
La sufficientia della diffinitione della maggiore disproportionalità posta dall' Autore in principio di questo quinto libro, perche in niun luoco è maggior la proportione della prima (di quattro quantità) alla seconda che della terza alla quarta che'l non accaschi sempre ritrouarse alcuni multiplici tolti equalmente alla prima et al la terza, liquali quando serranno comparadi ad alcuni multiplici tolti equalmente alla seconda & quarta se trouerà lo multiplice della prima sopr'auanzare lo multiplice della seconda, & lo multiplice della terza non sopr'auanzare lo multiplice della quarta, e questi multiplici li ritrouaremo per il modo che dimostraremo di sotto sopra la duodecima di questo.

Il Tradottore.

Per intelligentia delle cose dette di sopra bisogna notare che se la quinta. d. fusse tre, & che la quantità. b. fusse. 14. el primo multiplice della. d. che eccedesse la. b. (cioe la. m.) seria il quintuplo (cioe quindeci) & la. l. seria il quadruplo (cioe duodeci) ma se la. b. fusse solamente cinque la. m. seria il doppio della, d, (cioe sei) & la. l. seria equale alla. d. anchora bisogna notare che'l primo di multiplici d'una quantità se intende il doppio, & lo secondo se intende il treppio, & il terzo il quadruplo, & cosi discorrendo, et essa prima quantità se chiama il semplo.

Theorema. 9. Propositione. 9.

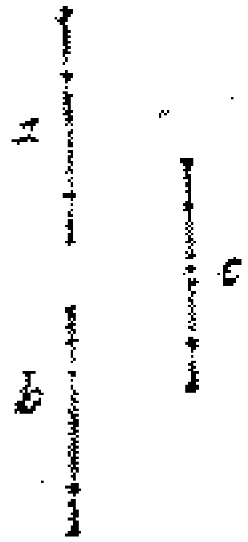
9 | 9 Se la proportione di alcune quantità a una quantità serà una medesima, eglie necessario quelle quantità esser equal, & se la proportione dell'una a quelle serà una medesima similmente eglie necessario quelle esser equale.



Sia la proportione delle due quantità. a. & b. alla quantità. c. una medesima, dico che quelle esser equale, & al contrario se la proportione della. c. all'una e l'altra di quelle serà una medesima, dico similmente quelle esser equale, questa è al contrario della settima il primo proposito si approua in questo modo, se quelle non sono equale (per l'aduersario) ponemo se possibile è che una di quelle sia maggiore poniamo la. a. (per la prima parte della precedente) la proportione della. a. alla. c. serà maggiore che quella della. b. alla, c, che è contra il presupposito, il secondo anchora è manifesto, perche se la, a, è maggiore della. b. (per la seconda parte della precedente) la proportione della. c. alla. b. serà maggiore che alla. a. laqual cosa è anchora contra il presupposito.

Theorema. 10. Propositione. 10.

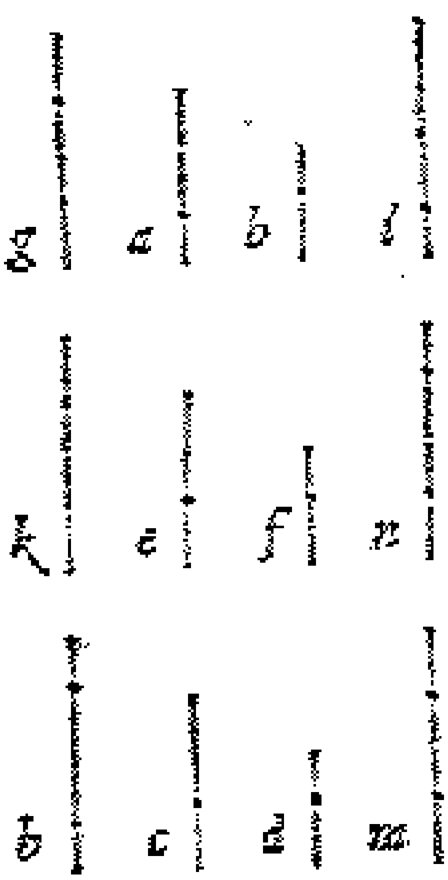
10 | 10 Se la proportione dell'una di due quantità ad alcuna quantità serà maggiore, quella quantità è necessario esser maggiore, ma se la proportione della una alla medesima serà maggiore eglie necessario quella esser minore.



Se la proportione della. a. alla. c. serà maggiore di quella che è della. b. alla. c. dico la. a. esser maggiore della. b. & se la proportione della. c. alla. b. serà maggiore di quella che è della detta, c, alla, a, al l'hora dico la, c, esser maggior della. b. (questa è al contrario della ottaua) il primo proposito è manifesto (per la prima parte della settima, e per la prima parte della ottaua) perche (per la prima parte della settima) la. a. non serà equale alla. b. ne anchora minore (per la prima parte della ottaua) il secōdo è manifesto dalle seconde parti delle medesime propositioni.

Theorema. 11. Propositione. 11.

11/11 Quelle proportioni che a una medesima proportion seranno equale egli è necessario che fra loro siano equale.



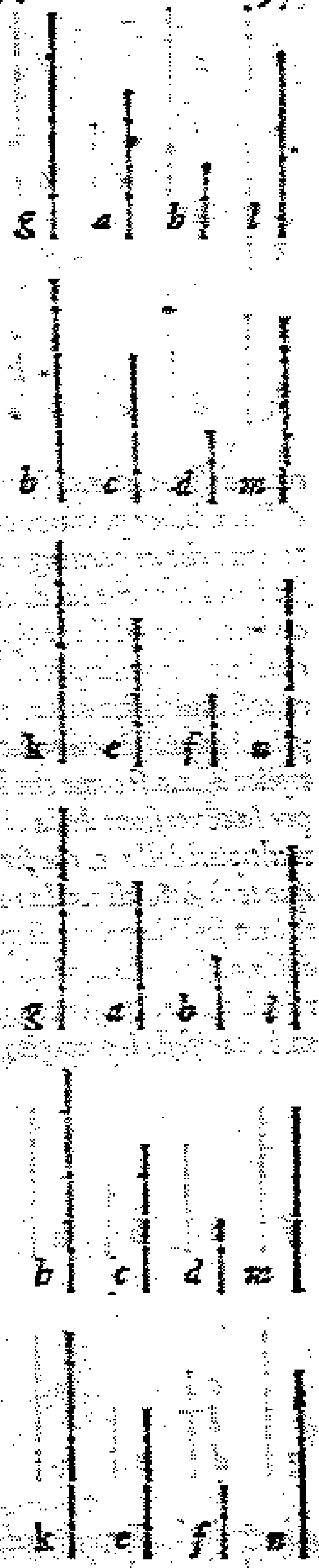
Questa proposition (che Euclide nel principio del primo libro la connumerò fra le commune sententie) quelle cose che a una medesima cosa son equale anchora fra loro sono equal (come se intende nella quantità,) in questo loco lui dimostra come la se accommoda in le proportioni. sia adonque l'una e l'altra delle due proportioni, che sono dalla, a, alla, b, & dalla, c, alla, d, equal alla proportione che è dalla. e. alla. f. dico le proportioni che son dalla, a, alla, b, & dalla, c, alla, d, esser fra loro equale, & per dimostrar questo io torò la. g. al la, a, & la, h, alla, c, & la, k, alla, e, equalmente multiplice, e anchora la. l. alla. b. & la. m. alla. d. & la. n. alla. f. equalmente multiplice, & perche (per il presupposito) la proportione dalla. e. alla. f. è si come dalla, a, alla, b, et similmente si come dalla, c, alla, d, seguiria (per la conuersione della settima diffinitione tolta due volte) che se la. k. eccede la. n. che la, g, ecceda la, l, & la, h, la, m, & se la. k. manca della, n, che la, g, mancarà dalla l, & la, h, dalla, m, & se la, k, è equale alla, n, che la, g, serà equale alla, l, & la, h, alla, m, perche adonque la, g, alla, l, & la, h, al la, m, sono simile nel aggionger, diminuire & equaliare per mezzo della, k, & n, (per la settima diffinitione) la proportione della, a, alla, b, serà si come della, c, alla, d, che è il proposito.

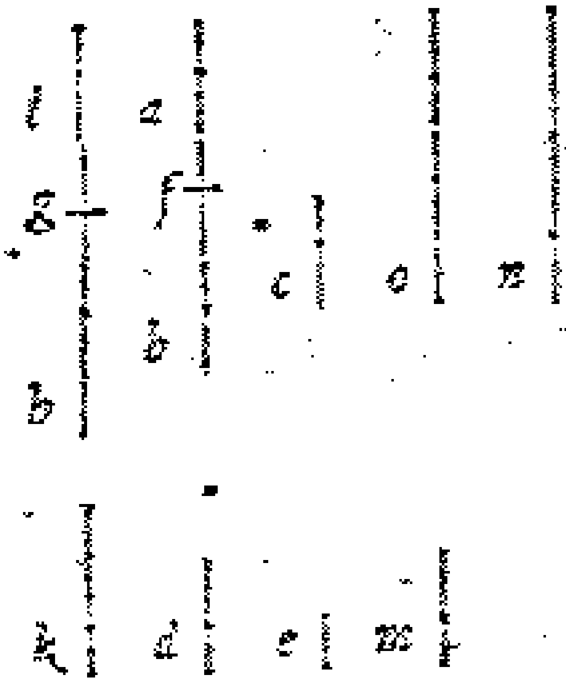
Theorema. 12. Propositione. 12.

12/12 Se la proportione del primo termine al secondo serà si come del terzo al quarto, & del terzo al quarto maggiore che dal quinto al sesto, la proportione del primo al secondo serà maggiore che dal quinto al sesto.

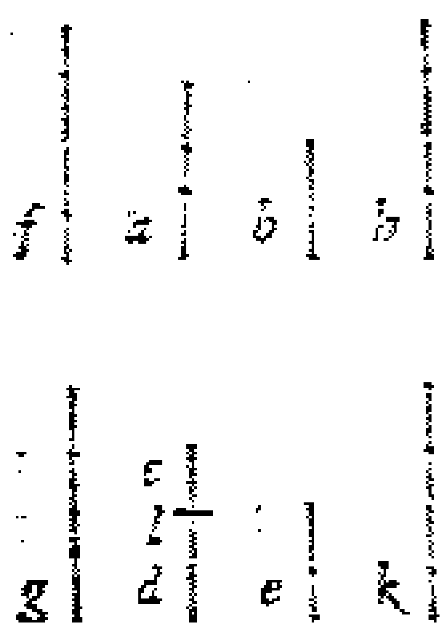
Similmente

Similmente (come in la precedente) quel che quivi dimostra in le proportioni in le quantità è concessibile, cioe che se due quantità seranno fra loro equal, di qualunque quantità che l'una di quelle serà maggior anchora l'altra serà maggior di quella medesima, niente dimeno questo se dimostra in le proportioni, come, essempi gratia, se la proportion della, a, alla, b, sia si come della, c, alla, d, & che la proportion della c, alla d. sia maggior di quella che della, e, alla, f, anchor la proportione che è della, a, alla, b, serà maggior di quella che è della, e, alla, f, & per dimostrar questo io torò la, g, alla, a, & la, h, alla, c, & la, k, alla, e, equalmente multiplice & anchora la, l, alla, b, & la, m, alla, d, e la, n, alla, f, equalmente multiplice, e perche per il presupposito la proportion della, c, alla, d, e si come della, a, alla, b, e maggior di quella della, e, alla, f, (per il conuerso della settima diffinitione) seguiria che se la, h, sopr'auanza la, m, che anchora la, g, sopr'auanzarà la, l, & per il conuerso della diffinitione della maggiore disproportionalità non è necessario che la, k, sopr'auanzi la, n, adonque perche (per il mezzo della, h, & , m,) se la, g, sopr'auanza la, l, non è necessario che la, k, sopr'auanzi la, n, (per la diffinitione della maggiore disproportionalità) serà maggior proportion della, a, alla, b, che della, e, alla, f, che è il proposito, anchora per simel modo tu approuerai che se la proportione della, a, alla, b, sia si come della, c, alla, d, & della, c, alla, d, minore che della e, alla, f, similmente della, a, alla, b, serà minor che della, e, alla, f, conciosia che della, c, alla, d, sia minor proportione che della e. alla f. serà adonque la proportione della e. alla f. maggiore che della c. alla d. adonque (per la conuersione della diffinitione della maggiore disproportionalità) se la x. eccede la n. non è necessario che la h. eccede la m. & se la h. non eccede la m. la g. non eccede la l. adonque se la. k. eccede la n. non è necessario che la g. eccede la l. adonque (per la diffinitione della maggiore disproportionalità) la proportione della e. alla f. serà maggiore che della a. alla b. (per il contrario) adonque la proportione della a. alla b. serà minore che della e. alla f. che è il proposito (et per il modo della demostration della ottaua di questo,) & da questa serà manifesto che se la proportione

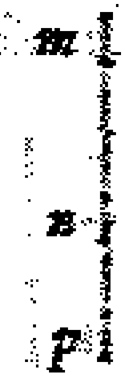




della prima (di quattro quantità) alla seconda serà maggiore che della terza alla quarta, glie forza sempre ritrouarsi alcuni multiplici equalmente tolti alla prima, & alla terza, liquali quando seranno comparati ad alcuni multiplici tolti equalmente alla seconda & quarta, se trouerà il multiplice della prima sopravanzare il multiplice della seconda, e lo multiplice della tertia non sopravanzare il multiplice della quarta, la qual cosa se manifesta in questo modo, sia la proportione della a.b. alla c. maggiore che della d. alla e. io ponerò adonque che la proportione della a.f. alla c. sia si come della d. alla e. (per questa duodecima & per la decima) la a.f. serà minore della a.b. hor ponimo che la sia minore in la quantità f.b. la qual multiplicarò tante uolte che ne peruenga una quantità maggiore della c. la qual sia la g.h. con questa conditione che la d. multiplicata tante uolte produca una quantità non minore della e. (laqual sia la k.) hor ponerò che la l.g. sia cosi multiplice alla a.f. si come che la g.h. e multiplice alla f.b. ouero la k. alla d. (per la prima di questo) la l.h. serà cosi multiplice della a.b. si come che è la k. alla d. da poi ponero che la m. sia la prima quantità multiplice alla e. che sia maggior della k. & ponerò la n. cosi multiplice alla c. si come che la m. è multiplice alla e. (per li precedenti presupposti, & per la conuersione della discontinua proportionalità) la quantità n. serà la prima di multiplici della c. che serà maggiore della l.g. ne la l.g. serà minore della d. adonque torò sotto alla n. la massima della multiplice della c. ouer a se equale (se per sorte la n. fusse la prima di multiplici di quella) la qual sia la o. & la n. serà composta della o. & della c. adonque perche la l.g. non e minore della o. & la g.h. e maggiore della c. la l.h. serà maggiore della n. per laqual cosa essendo la k. minore della m. è manifesto il proposito.



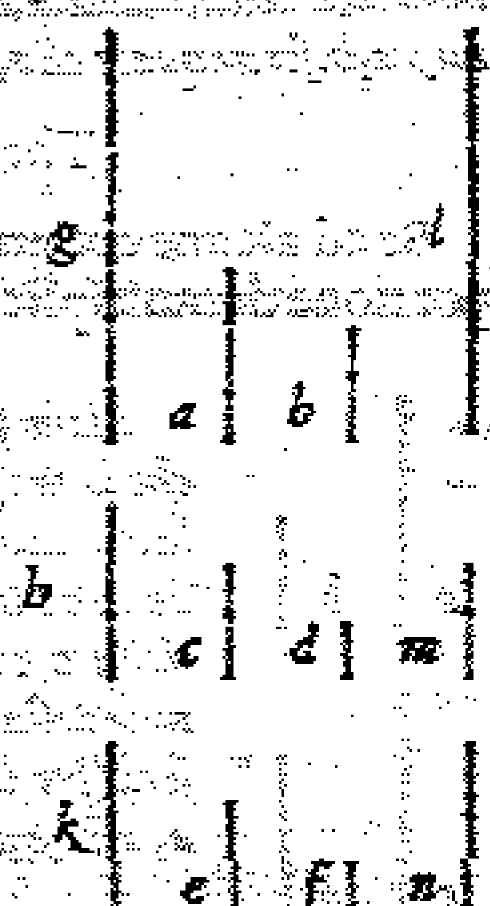
Puotemo anchora dimostrare il conuerso di questa, cioe che se'l cascha trouarse alcuni multiplici tolti equalmente alla prima & alla tertia (di quattro quantità) liquali essendo comparati ad alcuni multiplici tolti equalmente alla seconda e quarta, & che lo multiplice della prima eccedi lo multiplice della seconda, & che il multiplice della tertia non ecceda il multiplice della quarta, la proportione della prima alla seconda serà maggiore che della terza alla quarta, laqual cosa si approua in questo modo, siano le quattro quantità a. prima. b. seconda. c.d. terza e. quarta & sia la f. alla a. & la g. alla c.d. equalmente multiplice. similmente siano la h. alla b. & la k. alla e. equalmente multiplice, & ponimo che la f. ecceda ouer sopra auanci la h. & che la g. non sopra auanci la k. dico che la proportione della a. alla b. è maggior e maggior che della c d alla e. & se fusse possibile (per l'aduersario) esser altramente, ouer che la seria equal, ouer minore: equal non pol esser, perche se la fusse equale (per la conuersione della settima diffinitione) la g. eccederia la k. laqual cosa seria contra il presupposito, & se la fusse minore, sia della c l. alla e. si come della a. alla b. & (per la decima di questo) la c l. serà minore della c d. hor sia minor in la quantità l d. adonque ponerò la m n. che sia cosi multiplice alla c l. & la n p. cosi multiplice alla l d. si come che la f. è multiplice della a, (& per la prima di questo) la m p. serà cosi multiplice alla c d. si come che la f. e multiplice della a. adonque l'una e l'altra delle due quantità m p. & g. e equalmente multiplice alla quantità c d. adonque quelle sono equale (perche questa se quella fu dimostrata in la settima di questo) & perche la g. non e maggiore della k. la m p. non serà maggiore della medesima k. & (per la medesima conuersione della diffinitione della discontinua proportionalità) la n p. e maggiore della k. impero che la f. e maggiore della b. adonque la n p. e maggiore della m p. che è impossibile, per laqual cosa rimane il proposito.



Theorema. 13. Propositione. 13.

13 Se de quante si uoglia quantità ad altre tante a una per una, serà una
13 medesima proportione, tal proportione qual serà dell'una all'una quella medesima anchora serà de tutte quante le prime gionte insieme, a tutte quante le seconde gionte insieme.

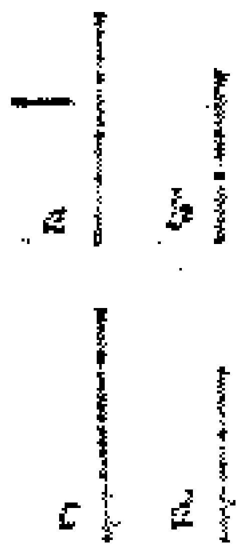
Quello che nella prima propose di multiplici, in questo loco lui propone di ogni proportione, onde questa e piu communa di quella, perche ogni multiplicità e proportione, ma non e conuerso, cioe che ogni proportione non è multiplicità. sia adonque della a. alla b. et della c. alla d. & della e. alla f. una proportione, dico che qual proportione e della a. alla b. la medesima e del composto delle a. c. e. al composto delle b. d. f. & per dimostrar questo in tuto la g. alla a. & la h. alla c. & la k. alla e equalmente multiplice e similmente la l. alla b. & la m. alla d. & la n. alla f. equalmente multiplice & serà (per la prima di questo) il composto delle g. h. k. e cosi multiplice al composto delle a. c. e. si come la g. è multiplice alla a. similmente (per la medesima) il composto delle l, m, n, serà cosi multiplice al composto delle, b, d, f, si come la, l, e multiplice alla, b, & (per la conuersione della diffinitione della incontinua proportionalità (tolta due uolte) se la, g. aggionge sopra la l. la. b. aggiongerà sopra la, m, & la, k, sopra la, n, e se la mancasse, & se la se equalia, s'equalia, adonque (per commune scientia) se la, g, ag-



gionge sopra la .l. il composito delle .g.h.k. azgiongerà sopra il composito delle .l.m. &c sel minuisse minuisse, & sel se equaliza se equalia, adonque (per la diffinitiõ della incontinua proportionalita) sia proportione della .a. alla .b. e si come del composito delle .a.c.e. al composito della .b.d.f. che è il proposito.

Theorema. 14. Propositione. 14.

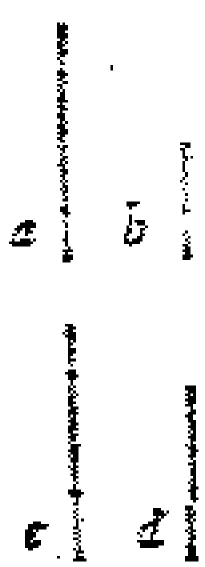
14/14 Se quattro quantità saranno proportionale, & che la prima sia maggior della terza, e necessario la seconda esser maggior della quarta ma se la serà minore e necessario esser minore, & se serà equale equale.



Sia la proportion della .a. alla .b. si come della .c. alla .d. dico che se la .a. è maggiore della .c. la .b. serà maggior della .d. & se la è minor serà minor & se la è equale serà equale, perche se la .a. sia maggiore della .c. serà (per la prima parte della ottaua di questo) maggior la proportione della .a. alla .d. che della .c. alla .d. per laqual cosa maggiore serà della .a. alla .b. adonque (per la seconda parte della decima di questo) la .b. serà maggior della .d. che è il proposito, ma se la .a. sia minor della .c. serà (per la prima parte della ottaua) minore proportione della .a. alla .d. che della .c. alla .d. per laqual cosa maggiore serà della .a. alla .b. che alla .d. adonque (per la seconda parte della decima) la .b. serà minor della .d. ma si la .a. sia equale alla .c. serà (per la prima parte della settima) della .a. alla .d. si come della .c. alla .d. per laqual cosa della .a. alla .d. è si come alla .b. adonque (per la seconda parte della nona) la .b. serà equale alla .d. & cosi è manifesto il proposito.

Theorema. 15. Propositione. 15.

15/15 Se ad alcune quantità saranno tolti li multiplici equalmente, la proportione di multiplici, & quella di submultiplice serà una medesima.

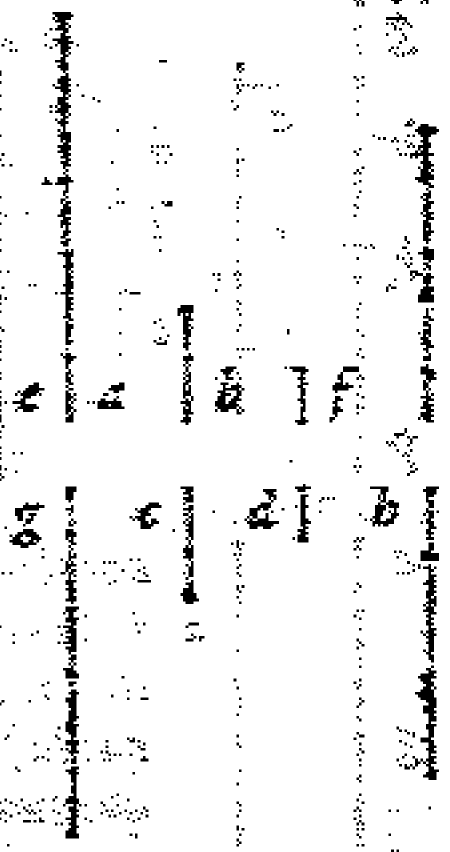


Siano la .c. alla .a. & la .d. alla .b. equalmente multiplici, dico che la proportione laquale è della .a. alla .b. quella medesima e della .c. alla .d. sia diuisa la .c. secondo la quantità della .a. & la .d. secondo la quantità della .b. & son tante le parte della .c. quante quelle della .d. e tante parte son in .c. quante in .d. et perche qual parte tu uuoi della .c. a qual parte tu uuoi della .d. è si come della .a. alla .b. serà (per la terza decima di questo) della .c. alla .d. si come della .a. alla .b. che è il proposito.

Theorema. 16. Propositione. 16.

16/16 Se quattro quantità seranno proportionale, anchora permutatamente seranno proportionale.

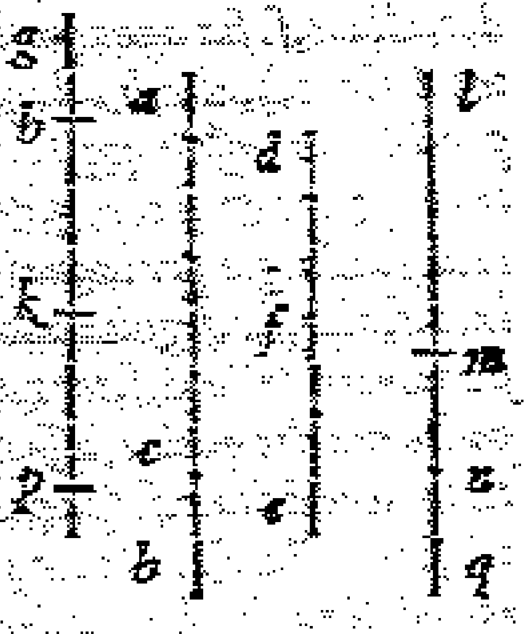
Sia la proportione della .a. alla .b. si come della .c. alla .d. dico che della .a. alla .c. serà si come della .b. alla .d. & questo è il modo de arguir, ilqual è detto proportione permutata, la demostratione della qual cosi è manifesta. io torò la .e. alla .a. & la .f. alla .b. equalmente multiplice & serà (per la precedente) della .e. alla .f. si come della .g. alla .h. per laqual cosa (per la quartadecima) se la .e. aggionge sopra .g. & la .f. aggionge sopra la .h. & se la minuisse, la minuisse, & se la se equalia, la se equalia, adonque (per la diffinitione della incontinua proportionalità) serà della .a. alla .c. si come della .b. alla .d. che è il proposito. ma le necessario che in la permutata proportionalità tutte le quantità siano de uno medesimo genere.



Theorema.17. Propositione.17.

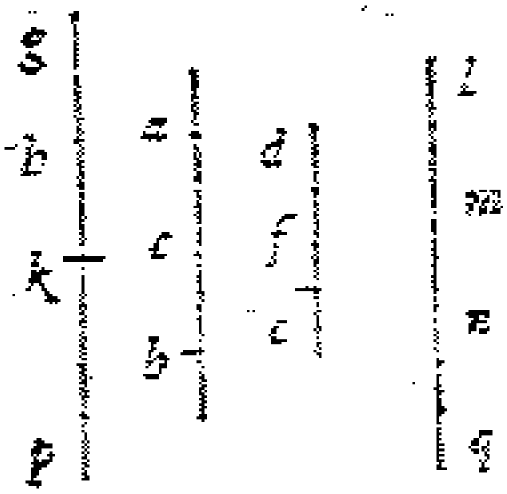
17 Se la quantità congiontamente seranno proportionale quelle mede
17 sime anchora è necessario disgiontamente esser proportionale.

Demostrato el modo di arguire elqual se dice proportionalità permutata, hor dimostra quello che se dice proportionalità disgionta, sia anchora la proportione della .a.b. alla .b.c. si come della .d.e. alla .e.f. dico che della .a.c. alla .c.b. serà si come della .d.f. alla .f.e. & per dimostrare questo io torò la .g.h. alla .a.c. & la .h.K. alla .c.b. & similmente la .l.m. alla .d.f. & la .m.n. alla .f.e. equalmente multiplice, adonque (per la prima di questo) la .g.k. è cosi multiplice alla .a.b. si come la .g.h. è multiplice alla .a.c. & la .n.l. cosi è multiplice alla .d.e. si come la .l.m. è multiplice alla .d.f. & per tanto (per li precedenti presupposti) la .g.k. è cosi multiplice alla .a.b. si come è la .l.n. alla .d.e. e porrò anchora la .K.p. alla .c.b. & la .n.q. alla .f.e. equalmente multiplice, & seranno (per la seconda) la .h.p. alla .c.b. & la .m.q. alla .f.e. equalmente multiplice, adonque (per la conversione della diffinitione della incontinua proportionalità) se la .g.k. aggionge sopra la .h.p. la .l.n. aggiongerà sopra la .m.q. & se la minuisse quella minuisse, & se la se equalia quella se equalia, e per tanto levate communamente la .h.K. & .m.n. (per commune sententia) serà che se la .g.h. eccede la .K.p. (cioè che la sia maggiore di quella) che ancora la .l.m. eccederà la .n.q. & se la manca (cioè che la sia minore da quella) la serà minore, & se quella se equalia quella se equalia, adonque (per la settima diffinition) la proportione della .a.c. alla .c.b. serà si come della .d.f. alla .f.e. che è il proposito.

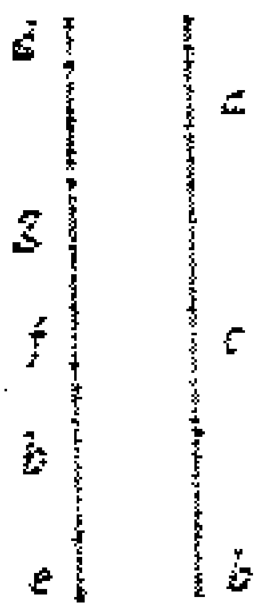


Theorema.18. Propositione.18.

18 Se la quantità seranno disgiontamente proportionale anchora con-
18 giontamente seranno proportionale.



El se dimostra il modo di arguire, ilquale se dice proportionalità congionta, & è el modo converso della precedente, e pero alla demostratione di questa sia repigliata la dispositione della detta precedente, cioe rimangano tutti li presupposti di quella eccetto che'l se suppone la proportion della .a.c. alla .c.b. essere si come della .d.f. alla .f.e. dico la proportione della .a.b. alla .b.c. essere si come della .d.e. alla .f.e. perche da questo presupposito & dalli presupposti della precedente (di multiplici equalmente tolti) el seguita (per la conversione della diffinitione della disiontinua proportionalità) che se la .g.h. sopravanza la .k.p. che la .l.m. sopravanzerà la .n.q. & se la minuisse (overo manca di quella) quella minuirà, & se la se equalia quella se equalirà, adonque giontevi communamente la .h.k. & la .m.n. seguita (per comuna scientia) che se la .g.k. sopravanza la .h.p. che la .l.n. sopramanci la .m.q. & se quella minuisse quella minuisse. & se la se equalia quella se equalia, per laqual cosa (per la settima diffinitione) la proportione della, a, b, alla, b, c, serà si come della .d.e. alla .e.f. che è il proposito.



Anchora se pol dimostrare il medesimo indirettamente in questo modo, conciosia cosa che la proportione della, a, c, alla, c, b, sia si come della, d, f, alla, f, e, hor se possibile (per l'adversario) non sia della, a, b, alla, b, c, si come della, d, e, alla, e, f. sia adonque la proportione della, d, e, ad alcuna altra quantità si come della, a, b, alla, b, c, laquale, over che la serà maggiore della .e.f. overo minore, perche se la fusse a quella equale seria manifesto il proposito, per tanto sia primamente maggiore & sia, e, g, & serà (per la precedente) della, a, c, alla, c, b, si come della .d.g. alla .g.e. per laqual cosa (per la undecima) della .d.g. alla .g.e. è si come della, d, f, alla, f, e, seguita adonque (per la quartadecima) che quando la, d, g, prima sia minore della, d, f, terza, la, g, e, seconda serà minore della, e, f, quarta, ma il proposito era che quella fusse maggiore, sia adonque la proportione della .d.e. à quantità minore della .e.f. (laqual sia .e.h.) si come della .a.b. alla .b.c. & (per la precedente) serà della .a.c. alla .c.b. si come della .d.h. alla, h, e, per laqual cosa (per la undecima) della, d, h, alla, h, e, serà si come della, d, f, alla, f, e, & perche la, d, h, prima è maggiore della, d, f, terza serà (per la quartadecima) la, e, h, seconda maggiore della, e, f, quarta, & perche questo è impossibile, seguita il proposito.

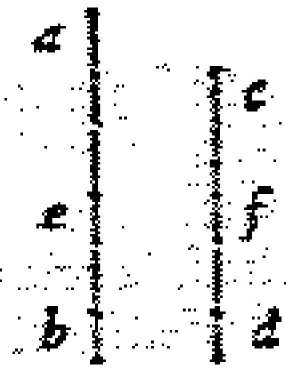
Theorema.19. Propositione.19.

19 Se da duoi tutti seranno tagliate due parti, & che il tutto al tutto sia
19 si come la parte tagliata alla parte tagliata, il rimanente al rimanente
serà si come il tutto al tutto.

Quello che propone la quinta di multiplici questa propone universalmente de

ogni

ogni proportione, donde questa è tanto piu communa de quella, quanto è la proportione della multiplicità, siano adonque le due quantità, a, b, & c, d, dalle quale sian tagliate due parti lequali siano, b, e, & d, f, & sia la proportion de tutta la, a, b, a tutta la, c, d, si come la tagliata, b, e, alla tagliata, d, f, dico che la medesima proportione serà del residuo, a, e, al residuo, c, f, che è de tutta la, a, b, a tutta la, c, d, perche essendo la, a, b, alla, c, d, si come la, b, e, alla, d, f, serà permutatamente la, a, b, alla, b, e, si come la c, d, alla, d, f, & disgiontamente la, a, e, alla, e, b, si come la, c, f, alla, f, d, & anchora permutatamente la, a, e, alla, c, f, si come la, e, b, alla, f, d, & perche cosi era la, a, b, alla, c, d, è manifesto il proposito.

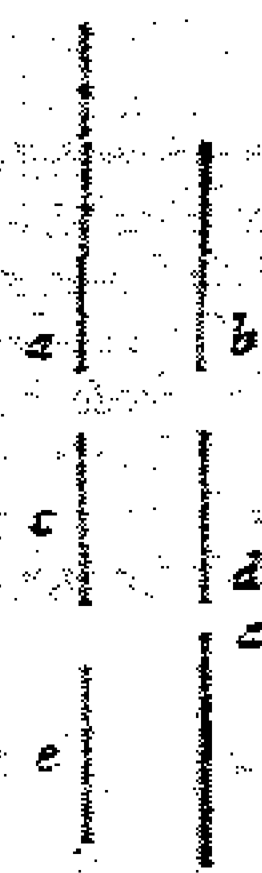


Correlario.

o Da qui se manifesta che se le magnitudine composite seranno pro-
19 portionale euersamente etiam seranno proportionale.

Il Tradottore.

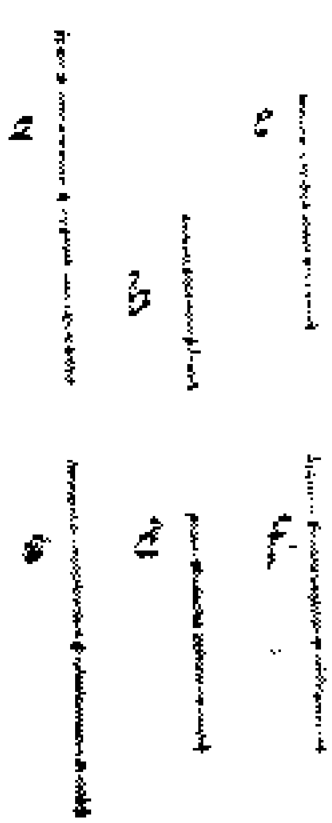
Questo soprascritto Correlario in fine della espositione della soprascritta propositione il Campano lo aggiunge come cosa sua, dicendo da questa decimanona & dalla permutata proportionalità vien dimostrato il modo de arguire elqual se dice proportionalità euersa, exempli gratia, sia la, a, b, alla, b, e, si come la, c, d, alla, d, f, dico che la, b, a, alla, a, e, serà si come la, c, d, alla, c, f, perche essendo la, a, b, alla, b, e, si come che è la, c, d, alla, d, f, serà permutatamente la, a, b, alla, c, d, si come la, b, e, alla, d, f, per laqual cosa (per questa decimanona) la, b, a, alla, d, c, e si come la, a, e, alla, c, f, adonque permutatamente la, b, a, alla, a, e, è si come la, c, d, alla, c, f, che è il proposito. Anchora la conuersa proportionalità, laquale (dalla diffinitione della incontinua proportionalità,) hauemo dimostrato in esponere li principij di questo quinto, la puo anchora in questo loco esser demostrata indirettamente dalla permutata proportionalità, & dalla nona di questo, come sel sia la proportione della, a, alla, b, si come della, c, alla, d, dico che della, b, alla, a, serà si come della d, alla, c, essendo altramente sia della, d, alla, e, si come della, b, alla, a, & perche della, a, alla, b, è si come della, c, alla, d, serà permutatamente della, a, alla, c, si come della, b, alla, d, & perche anchora della, b, alla, a, si come della, d, alla, e, serà anchora permutatamente della, b, alla, d, si come della, a, alla, e, per laqual cosa serà della, a, alla, e, si come della, a, alla, c, se adonque la, e, non è equale alla, c, accade lo impossibile & contrario della seconda parte della nona, ma se la è equale serà della, b, alla, a, si come della, d, alla, c, che è il proposito.



Theorema. 20. Propositione. 20.

20 Se seranno tre quantità dall'un lato prese & altre tante ne siano pre-
20 se dall'altro lato delle quale le prime a due a due siano secondo la proportione delle ultime egli è necessario in la proportione della equalità che se la prima delle prime serà maggiore della ultima, anchora la prima delle ultime de necessità serà maggior della ultima, & se la serà minore, minore, e se la serà equale equale.

Essendo per dimostrare Euclide il modo di arguire, il quale se dice equa proportionalità, ouer le quantità de duoi ordini rettamente, ouer peruersamente proportionate, il propone duoi antecedenti necessarij a demostrare il proposito, per il primo di quali se dimostra la equa proportionalità, con le quantità de duoi ordeni drittamente proportionate, & per il secondo quando quelle seranno proportionate peruersamente, siano adonque le tre quantità, a,b,c, & siano tolte le tre altre lequale siano, e, d, f, & sia la proportione della, a, alla, b, si come della e. alla d. & della b. alla, c, si come della d. alla f. dico che se la a. è maggior della c. che etiam la, e, serà maggiore della, f, & s'ella è minore, minore, & se la è equale, equale, perche se la è maggiore serà (per la prima parte della ottaua) maggiore la proportione della, a. alla b. che della c. alla b. per laqual cosa (per la duodecima) serà etiam maggiore della. e. alla. d. che della. c. alla. b. & perche, (per la conuersa proportionalità) della, c, alla, b, è si come della, f, alla, d, serà della, e, alla, d, maggior che della, f, alla, d, adonque (per la prima parte della decima) la, e, è maggiore della, f, che è il proposito. ma se la. a. sia minore della, c, per le medesime & al medesimo modo se approua la, e, esser minore della, f, perche serà minore proportione della, a, alla, b, che della c. alla b. (per la prima parte della ottaua) e però (per la duodecima & per la conuersa proportionalità) serà minore della, e, alla, d, che della, f, alla, d, e però (per la prima parte della decima) la, e, serà minore della f, che è il proposito. ma se la. a. sia equale alla c. serà (per la prima parte della settima) la proportione della. a. alla b. si come della c. alla b. e però (per la undecima, & conuersa proportionalità) serà della e. alla d. si come della f. alla d. per laqual cosa (per la prima parte della nona) la e. è equale alla, f, che è il proposito, ma questa conclusione alcuni l'hanno demostrata per la proportionalità permutata in questo modo, la proportione della. a. alla. b. e si come della. e. alla d. adonque permutatamente. della a. alla c. e si come della. b. alla. d. un'altra uolta, & perche della b. alla. c. e si come della. d. alla, f, serà permutatamente della b. alla d. si come della. c. alla f. ma quella della, b, alla. d. era si come della. a. alla c. adonque (per la undecima di questo) serà della, a, alla, c, si come della e. alla f. adonque (per la quartadecima) se la a. pri

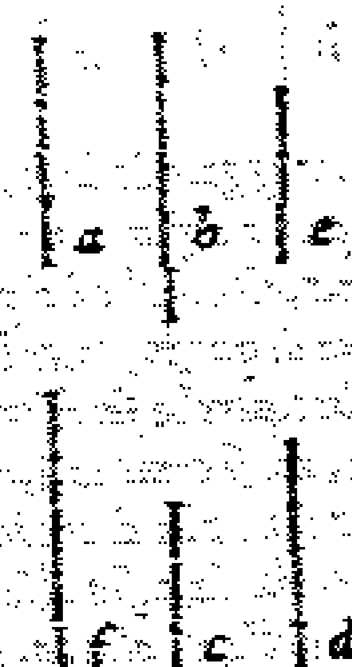


ma è

ma è maggiore della .e. terza serà la .c. seconda maggior della .f. quarta, & se la .e. menor serà minore, & se la è equa serà equale, che è il proposito, ma questi tali hanno errato in la sua dimostratione, perche se la intention de Euclide fusse de demostrarla in questo modo il non bisognarebbe proponere questa conclusione per antecedente alla equa proportionalità, perche se un'altra volta sia fatta una permutatione della proportionalità alla quale siamo peruenuto, laqual è esser della .c. si come della .e. alla .f. el seguita che'l sia della .a. alla .e. si come della .c. alla .f. e questo è la equa proportionalità, oltra di questo se le quantità de ambidui ordini non seranno tutte d'un medesimo genere, perche se le .a. b. e. fusseno linee & c. d. f. superficie, ouer corpi, ouer tempi, all'hora la conclusione de quelli non seguita de permutare le proportioni, peccano adonque quelli che dimostrano il detto uniuersale particularmente.

Theorema 21. Propositione 21.

21 Se seranno tre quantità dall'uno de lati prese, & altre tante dell'altro
21 dellequale le prime siano tolte a due a due secondo la proportione del le ultime, ma sia perturbata la proportionalità di quelle, anchora eglie necessario nella equa, proportione che se la prima delle prime serà maggiore della ultima, etiam la prima delle posteriore serà maggiore della ultima, & se la serà minore, minore, se la serà equale equale.

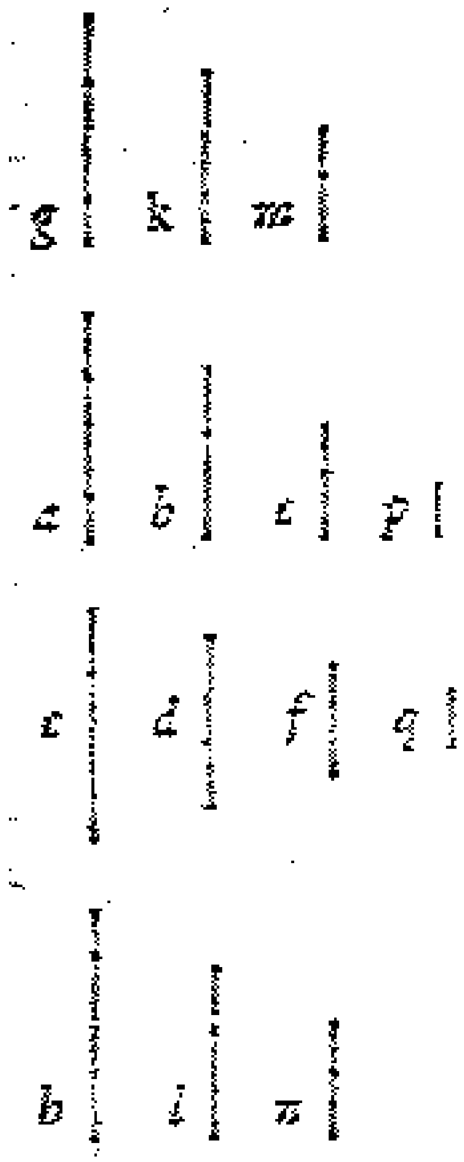


La secondo antecedente siano le tre quantità .a. b. e. & ne siano tolte altre tre lequale siano .f. c. d. & sia la proportione della .a. alla .b. si come della .c. alla .d. & della .b. alla .e. si come della .f. alla .c. dico che se la .a. è maggiore della .e. la .f. serà maggiore della .d. & se la è minore serà minore, & se la .e. è equale serà equal, & questo se approua per le medesime uie, & per il medesimo modo con equale fu prouata la precedente, perche se la .a. è maggior della .e. serà maggiore proportione della .a. alla .b. che della .e. alla .b. per laqual cosa serà etiam maggior della .c. alla .d. che della .e. alla .b. e per tanto serà etiam maggior che della .c. alla .f. adonque serà maggior la .f. che la .d. (per la seconda parte della decima,) che è il proposito, ma se la .a. sia minore della .e. serà finalmente minor della .c. alla .d. che alla .f. per laqual cosa (per la medesima parte della medesima) la .f. serà menor della .d. ma se la .a. sia equale alla .e. seguita che'l sia la proportione della .c. alla .d. si come della .e. alla .f. adonque (per la seconda parte della nona) serà la .f. equale alla .d. che è il proposito.

Theo-

Theorema.22. Propositione.22.

22 Se seranno quante quantità si voglia dall'un lato & altre tante dal
22 l'altro delle quale le ultime a due a due siano secondo la proportione delle prime, in la equa proportionalità seranno proportionali.



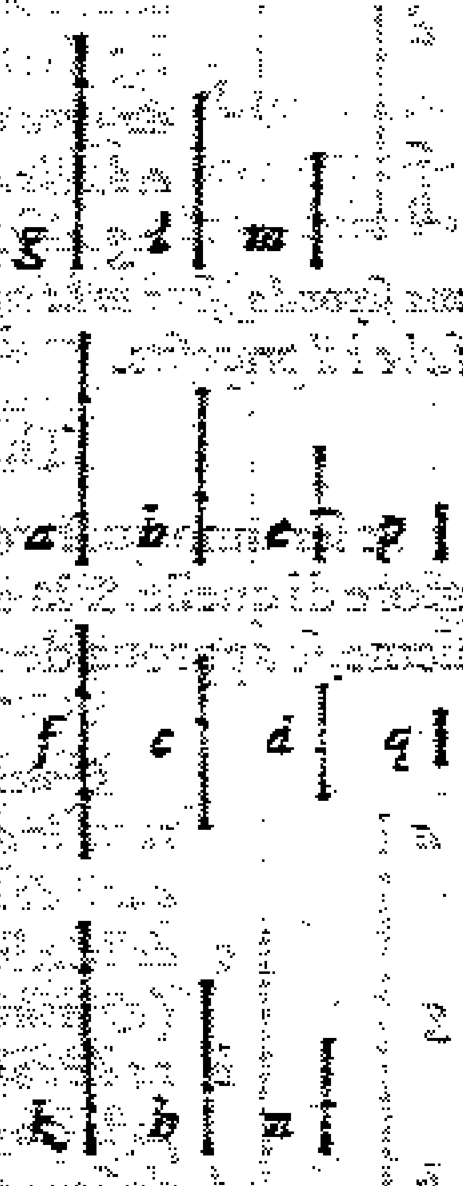
Demostrati li antecedenti alla equa proportionalità, in questo luoco dimostra essa equa proportionalità, e primamente quando le quantità delli dui ordini sono diretamente proportionale, & non è necessario che la sia demostrata, se non quando in l'uno e l'altro di duoi ordeni sono solamente tre quantità, perche per questo seguita euidentemente quando che in l'uno e l'altro ordene seranno quattro, ouero piu quantità, e pero non è stato bisogno de dimostrare li suoi antecedenti saluo quando in l'un e l'altro ordine sian tre quantità, siano adonque le tre quantità, a, b, c, & ne sian tolte tre altre lequale siano, e, d, f, & sia la proportione della, a, alla, b, si come della, e, alla, d, & della, b, alla, c, si come della, d, alla, f, dico che della, a, alla, c, serà si come della, e, alla, f, perche pigliando la, g, alla, a, & la, h, alla, e, equalmente multiplici, & similmente la, k, alla, b, & la, l, alla, d, equalmente multiplici, & unaltra volta la, m, alla, c, & la, n, alla, f, equalmente multiplici, & serà (per la quarta) la, g, alla, K, si come la, h, alla, l, & la, K, alla, m, si come la l, alla, n, per laqual cosa (per la uigesima) se la, g, è maggior della, m, serà la, h, maggior della, n, & se è minore serà minore, & se è equal serà equale, adonque (per la diffinitione della incontinua proportionalità) della, a, alla, c, è si come del la, e, alla, f, che è il proposito. anchora questo puo esser dimostrato (per la quintadecima di questo) tolte le, g, k, m, alla, a, b, c, & le, h, l, n, alle, e, d, f, equalmente multiplici, perche serà (per la quintadecima) la, g, alla, K, si come la, h, alla l, & la, k, alla, m, si come la, l, alla, n, tutte le altre cose trattando come prima, ma se le quantità seranno piu di tre in l'uno e l'altro ordine poniamo quattro, giontoli la, p, & la, q, cosi che la, c, sia alla, p, si come la, f, alla, q, serà unaltra uolta della, a, alla, p, si come della, e, alla, q, perche serà della, a, alla, c, si come della, e, alla, f, perche questo è stato dimostrato di sopra, adonque leuado uia la, b, & la, d, seranno le tre quantità, a, c, p, & le altre tre, e, f, q, come se propone, per laqual cosa della, a, alla, p, serà si come della, e, alla, q, & cosi hian dimostrato de quattro quantità per le tre (leuando uno mezzo) & per il medesimo modo tu demostrerai de cinque per le quattro leuando uia li duoi mezzi & de sei per le cinque leuando uia le tre, & cosi de altre.

Theorema.23. Propositione.23.

23 Se seranno quante quantità si voglia dall'un lato, & altre tante dell'altro,

l'altro, dellequale se le seconde siano tolte à due à due, secondo la proportione delle prime, ma indirettamente proportionate, in la equa proportionalità seranno proportionale.

Qvivi l'Auttor dimostra la equa proportionalità in le quantità de dui ordini indirettamente, over perturbatamente proportionate, ne è necessario che sia demostrato se non quando in l'uno e l'altro di dui ordeni sono solamente tre quantità, perche questo euidentemente seguita di quante quantità ui siano poste in l'uno e l'altro ordine, si come in la precedente è stato demostrato delle quantità diretamente proportionate, sia adonque tre quantità, a, b, e, e siano pigliate altre tre liquali siano, f, c, d, & sia la proportione della, a, alla, b, si come della, c, alla, d, & della, b, alla, e, si come della, f, alla, c, dico che della, a, alla, e, serà si come della, f, alla, d, perche pigliaro la, g, alla, a, e la, h, alla, c, e la, k, alla f, equalmente multiplice & similmente la, l, alla, b, & la, m, alla, e, & la, n, alla, d, equalmente multiplice & serà (per la quarta) la, g, alla, l, si come la, h, alla, n, & (per la quintadecima) la, l, alla, m, si come la, k, alla, h, per laqual cosa (per la vigesima prima) se la, g, aggionge sopra la, m, & la, k, aggionge sopra la, n, & se la menuisse la menuisse, & se la pareggia la se equalia, adonque (per la diffinitione della incontinua proportionalità, la proportione della, a, alla, e, è si come della, f, alla, d, che è il proposito, questo ancora può esser demostrato per la quintadecima di questo, tolte le, g, l, m, alle, a, b, e, & le, k, h, n, alle, f, c, d, equalmente multiplice, perche serà (per la quintadecima) della, g, l, si come della, h, alla, n, & della, l, alla, m, si come della, k, alla, h, tutte le altre cose stante come prima, tamen piu conuenientemente (questa & la precedente) uengono demostrate secondo il primo modo, ma se in l'uno & l'altro ordine seranno piu di tre quantità, poniamo quattro, giontoli la, p, & la, q, in questo modo che sia della, a, alla, b, si come della, d, alla q, & della, b, alla, e, si come della, c, alla, d, & della, e, alla, p, si come della, f, alla, c, serà un'altra uolta della, a, alla, p, si come della, f, alla, q, (perche per le cose auanti demostrate) serà della, a, alla, e, si come della, c, alla, q, leuando adonque uia la, b, e la, d, seranno le tre quantità, a, e, p, e altre tre, f, c, q, come se propone per laqual cosa della, a, alla, p, serà si come della, f, alla, q, & cosi vien demostrato delle quattro quantità per le tre leuado uia un mezzo, per il medesimo modo tu demostrarai delle cinque per le quattro leuado uia doi mezzi, & de sei per le cinque leuando uia tre, & cosi de altre.

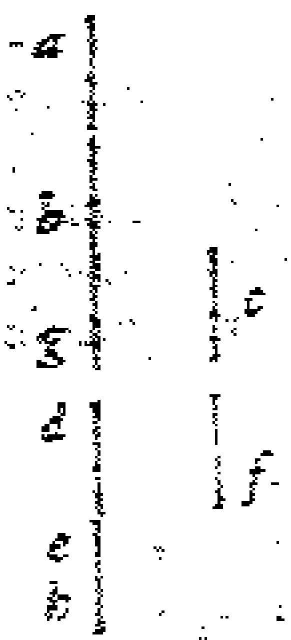


24 Theorema 24. Propositione 24.

24 Se la proportione del primo termine al secondo serà si come del ter

zo al

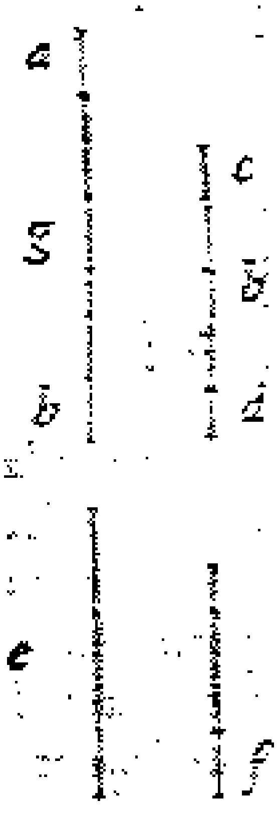
ro al quarto e la proportione del quinto al secondo serà si come del sesto al quarto, la proportione del primo & quinto tolti insieme al secondo serà si come del sesto e terzo tolti insieme al quarto.



Quello che propose la seconda di multiplici, questa propone universalmente de ogni proportione, onde è tāto piu commune de quella quanto che è la proportione della multiplicità. & è a quella si come la terza decima alla prima. sia adonque la proportione della.a. b. alla.c. si come della.d.e. alla.f. & della.b.g. alla.c. si come della.e. b. alla.f. dico che la proportione della.a.g. alla.c. e si come della.d.b. alla.f. perche el serà (per la conuersa proportionalità) della.c. alla. b.g. si come della.f. alla.e.b. per laqual cosa (per la uigesima seconda) serà in la equa proportionalità della.a.b. alla.b.g. si come della. d.e. alla.e.b. adonque congiuntamente (per la decimaottaua) della. a.g. alla.g.b. serà si come della.d.b. alla.b.e. adonque (per la uigesima seconda) serà in la equa proportionalità della.a.g. alla.c. si come della.d.b. alla f. che è il proposito.

Theorema. 25. Propositione. 25.

25 Se seranno quattro quantità proportionale, & la prima sia la maggiore di quelle, & la ultima sia la minima, la prima, & la ultima tolte insieme, se approua de necessità esser maggiori delle altre due.



Quello che se propone in questo luoco non ha loco se non quando tutte le quattro quantità siano d'uno medesimo genere, siano adonque (de quattro quantità de uno medesimo genere) la proportione della.a.b. alla.c.d. si come della.e. alla.f. & sia la.a.b. la piu granda (& non bisogna poner che la.f. sia la minima) perche quello seguita da questo che la.a.b. è posta la piu granda, onde l'Auttor non ha posto questo in conclusione si come positione, ma piu tosto si come conclusione della precedente positione, dico che essendo cosi serà maggiore lo aggregato della.a.b. & f. che quello della.c.d. & e. perche essendo maggior la.a.b. della.e. taglierò dalla.b.a. la.b.g. equale alla.e. similmente anchora perche la.c.d. è maggiore della.f. taglierò della.c.d. la.h.d. equale alla.f. & (per il presupposito) serà della.a. b. alla.c.d. si come della.g.b. alla.h.d. per laqual cosa (per la decima nona) lo residuo.a.g. al residuo.c.h. serà si come tutta la.a.b. a tutta la.c.d. cioe la.a.b. alla.c.d. conciosia adonque che la.a.g. e alla.c.h. si come la.a.b. alla.c.d. ma la.a.b. è maggiore della.c.d. per laqual cosa la.a.g. è maggiore della.c.h. aggiontoli adonque all'una e all'altra le due quantità.g.b. & h.d. serà (per commune sententia) lo aggregato della.a.b. & h.d. maggiore dello aggregato della.c.d. & g.b. & perche la.a.b. è posta equale alla.f. & la.g.b. alla.e. serà maggiore

maggiore lo aggregato della.a.b. & f. che lo aggregato della.c.d. & e. che è il proposito.

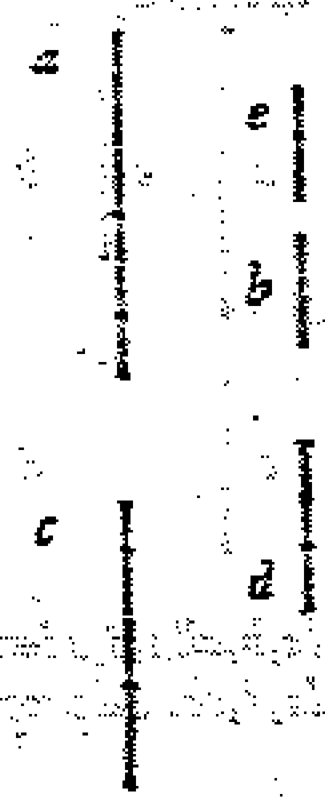
Il Tradottore.

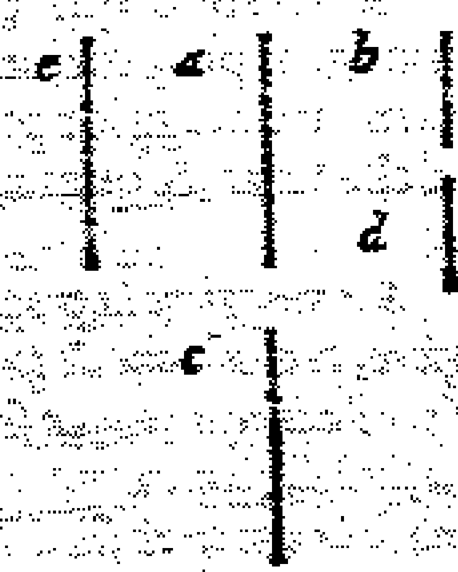
Tutte le sequente nove propositioni mancano in la seconda tradottione.

Theorema.26. Propositione.26.

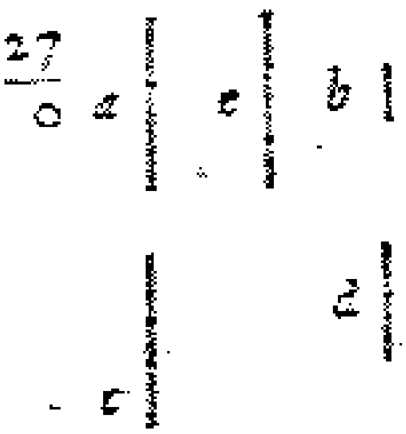
26 Se la proportione della prima, de quattro quantità alla seconde
o serà maggiore che della terza alla quarta, conuersamente serà al contrario, cioe la proportione della seconde alla prima serà minore che della quarta alla terza.

Sia la proportione della.a.alla.b maggiore che della.c.alla.d. dico che per il modo conuerso, ouero econtrario, la proportione della.b.alla.a serà minore che della.d.alla.c. essendo altramente per l'aduersario o che la serà quella medesima ò che la serà maggiore, ma se possibile fosse che la proportione della.b.alla.a fusse si come della.d.alla.c. seguita al contrario che la proportione della.a.alla.b. sia si come della.c.alla.d. laqual cosa non è, anci è maggiore dal presupposito, anchora se possibile è per l'aduersario che la proportione della.b.alla.a. sia maggiore che della.d.alla.c. sia della.e.alla.a. si come della.d.alla.c. & (per la duodecima) la proportione della.e.alla.a serà minor che della.b.alla.a. per laqualcosa (per la prima parte della decima) la.e. serà minore della.b. e pero (per la seconda parte della ottaua) la proportione della.a.alla.e. serà maggiore che della.a.alla.b. & perche (per la conuersa proportionalità) della.a.alla.e, è si come della.c.alla.d. serà (per la duodecima) la proportione della.c.alla.d. maggiore che della.a.alla.b. & era minore, rimane adonque il proposito, potemo anchora s'el ne piace arguire il proposito demonstratiuamente, perche è manifesto (per la prima parte della decima) che quella quantità qual alla.b. è quella medesima proportione che è della.c.alla.d. è minore della.a. (imperoche el se pone maggiore la proportione della.a.alla.b. che della.c.alla.d.) adonque quella quantità sia.e. essendo adonque la proportione della.e.alla.b. come della.c.alla.d. serà al contrario della.b.alla.e come della.d.alla.c. & è manifesto (per la seconda parte della ottaua) che la proportione della.b.alla.a.è minore che la proportione della.b.alla.e. adonque (per la duodecima) la proportione della.b.alla.a.è minore che della.d.alla.c. che è quello che voleuamo.



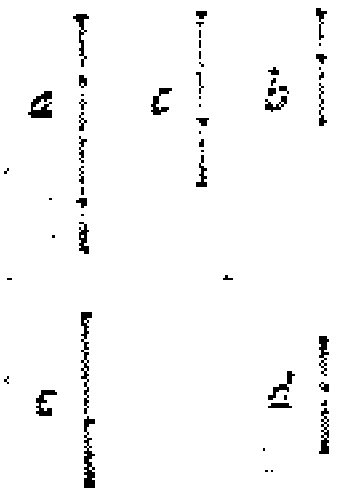


Theorema.27. Propositione.27.



27 o Se'l serà de quattro quantità maggior proportione della prima alla seconda che della terza alla quarta, serà permutatamente maggior proportione della prima alla terza che della seconda alla quarta.

Sia anchora in questo luoco la proportione della. a. alla. b. maggior che della. c. alla. d. dico che serà permutatamente maggior proportione della. a. alla. c. che della. b. alla. d. perche non serà la medesima (perche all'hora anchora sarebbe permutatamente della. a. alla. b. si come della. c. alla. d.) & non serà minore, perche se questo sia posto, sia adonque della, e, alla, c, come della, b, alla, d, & serà (per la duodecima) maggior proportione della, e, alla, c, che della, a, alla, c, per laqual cosa (per la prima parte della decima) la, e, seria maggiore della, a, adonque (per la prima parte della ottaua) la proportione della, e, alla, b, serà maggiore che della, a, alla, b, & per che è stato posto che'l sia della, e, alla, c, si come della, b, alla, d, serà permutatamente della, e, alla, b, si come della, c, alla, d, (per la duodecima) adonque maggior serà la proportione della, c, alla, d, che della. a. alla. b. ma era posto lo contrario, adonque è vero il proposito, ostensiuamente anchora quello instesso secondo che in la precedente, perche è tolta la, e, alla, b, come, la, c, alla, d, serà (per la prima parte della decima) la. e. minore della. a. per laqual cosa (per la prima parte, della ottaua) maggiore serà della, a, alla, c, che della, e, alla, c, ma per la premutata proportionalità e della, e, alla, c, come della, b, alla, d, adonque (per la duodecima) della, a, alla, c, è maggiore che della, b, alla, d, che è il proposito.



Theorema.28. Propositione.28.

28 o Se seranno quattro quantità della quale la prima alla seconda sia maggior proportione che della terza alla quarta serà anchora congiuntamente maggior proportione della prima e seconda alla seconda che della terza, & quarta alla quarta.

Sia maggiore la proportion della, a, alla, b, che della, c, alla, d, dico che serà maggiore, proportione de tutta la, a, b, alla, b, che de tutta la, c, d, alla, d, perche quella (per l'aduersario) non serà equale & non serà minore, perche sella è equal, all'hora serà disgiontamente della, a, alla, b, come della, c, alla, d, contra al presupposito ma se la è minore sia della, e, b, alla, b, come della, c, d, alla, d, & serà (per la duodecima) maggiore proportione della, e, b, alla, b, che della, a, b, alla, b, adonque (per la prima parte della decima) la, e, b, è maggiore che la, a, b, & (per la concettione)

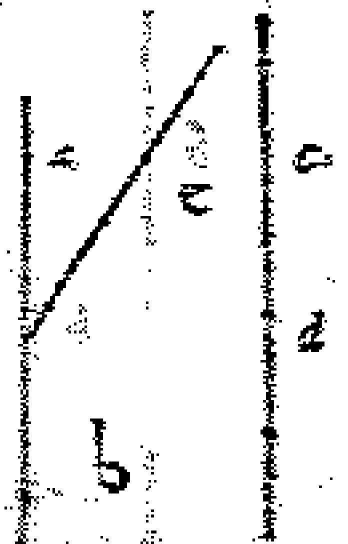
la

la, e, è maggiore che la, a, per laqual cosa (per la prima parte della ottaua) maggiore è la proportione della, e, alla, b, che della, a, alla, b, ma della, e, alla, b, è come della c, alla d, (per la disgiunta proportionalità) impero che era della, e, b, alla, b, come della, c, d, alla, d, adonque (per la duodecima) della, c, alla, d, è maggiore che della, a, alla, b, ma questo è contra al presupposito, quel medesimo anchora demostratiuamente, perche quando il preposito sia che maggior sia la proportion della, a, alla, b, che è della, c, alla, d, sia la proportione della, e, alla, b, come della, c, alla, d, & serà (per la prima parte della decima) la, e, minore della, a, adonque (per commune scientia) la, e, b, serà minore che la, a, b, per laqual cosa (per la prima parte della ottaua) maggiore serà la proportione della, a, b, alla, b, che della, e, b, alla, b, ma la proportione della, e, b, alla, b, è (per la congiunta proportionalità) si come della c, d, alla d, perche è posto che l sia della, e, alla, b, come della, c, alla, d, adonque (per la duodecima) maggiore è della, a, b, alla, b che della c, d, alla d, che è il preposito.

Theorema. 29. Propositione. 29.

29
0 Se seranno quattro quantità, delle quale della prima & seconda alla seconda sia maggiore, proportione che della terza & quarta alla quarta, serà anchora disgiuntamente la proportione della prima alla seconda maggiore che della terza & quarta.

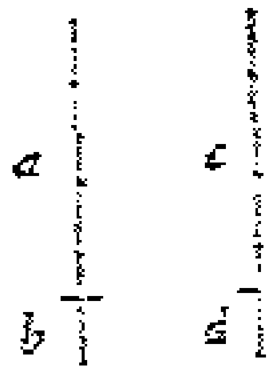
Sia la proportione della, a, b, alla b, maggiore che della c, d, alla d, dico che serà disgiuntamente la proportione della, a, alla b, maggiore che della c, alla d, altramente serà equale, ouero minore, ma se è equale serà (per la congiunta proportionalità) della a, b, alla b, come della c, d, alla, d, laqual cosa è contra il presupposito, ma se è minore serà maggiore della, c, alla, d, che della, a, alla b, adonque (per la precedente) serà maggiore della, c, d, alla, d, che della, a, b, alla, b, che è inconueniente perche è stata posta minore, adonque, è uero quello che uien detto laqual cosa anchora demostratiuamente la demostremo in questo modo, perche ponemo che la proportione, della, e, b, alla, b, sia come la proportione della, c, d, alla d, & serà (per la prima parte della decima) la, e, b, minor che la a, b, per laqual cosa (per commune scientia) la, e, è minore che la, a, minore è adonque (per la prima della ottaua) la proportione della e, alla b, che è della, a, alla b, ma la proportione della, e, alla, b, è si come della, c, alla, d, (per la disgiunta proportionalità) adonque (per la duodecima) la proportione della, a, alla, b, è maggiore che della, c, alla, d, che è il preposito.



Theorema. 30. Propositione. 30.

30
0 Se seranno quattro quantità, dellequale della prima e seconda alla seconda

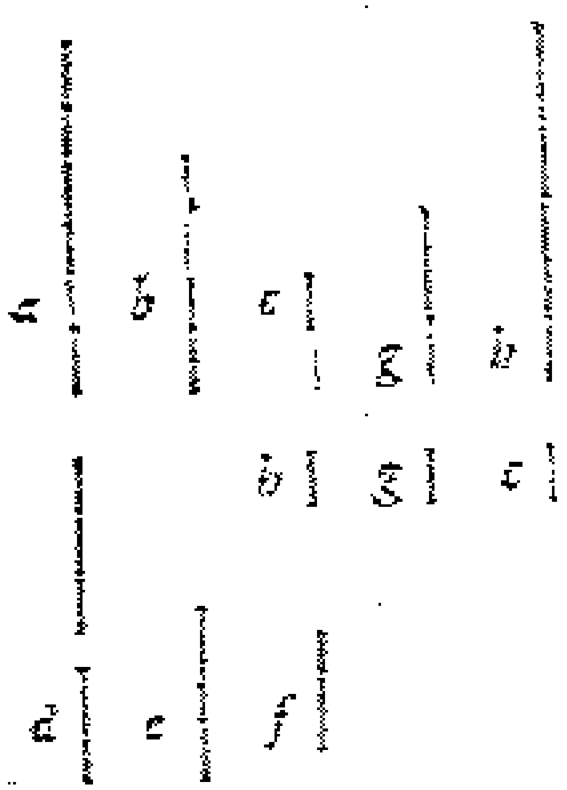
seconda sia maggior proportione, che della terza e quarta alla quarta serà euersamente minor proportione che della prima e secõda alla prima che della terza e quarta alla terza.



Sia maggiore la proportion della. a. b. alla. b. che della. c. d. alla. d. dico che euersamente minor serà la proportione della. a. b. alla. a. che della. c. d. alla. c. perche serà disgiontamente (per la precedente) maggior proportione della. a. alla. b. che della. c. alla. d. adonque (per la uigesima sesta) serà econuerso minor della. b. alla. a. che della. d. alla. c. per laqual cosa (per la auante alla precedente) congiuntamente serà minore della. b. a. alla. a. che della. d. c. alla. c. che è il proposito.

Theorema. 31. Propositione. 31.

31/o Se seran tre quantità in uno ordine, & anchora tre in uno altro & serà della prima delle priore alla seconda maggior proportione che della prima delle posteriore alla seconda, & similmente della seconda delle priore alla terza maggiore che della seconda delle posteriore alla terza, serà anchora della prima delle priore alla terza maggior proportione, che della prima delle posteriore alla terza.



Siano le tre quantità, a, b, c, & similmente altre tre, d, e, f, & sia maggiore proportione della. a, alla, b, che della, d, alla, e, & similmente maggiore della. b, alla, c, che della, e, alla, f, dico, che maggiore serà la proportione della, a, alla, c, che della, d, alla, f, perche sia la, g, alla, c, come la, e, alla, f. & serà (per la prima parte della decima) la. g. minore della. b. per laqual cosa (per la seconda parte della ottaua) la proportione della, a, alla, g, è maggiore che della, a, alla, b, molto maggiore adonque è la proportione della. a. alla. g. che della, d, alla, e, sia adonque della. h. alla. g. come della, d, alla, e, & serà (per la prima parte della decima) la. a. maggiore della, h, per laqual cosa (per la prima parte della ottaua) la proportion della, a, alla, c, è maggiore che la proportion della, h, alla, c, ma la proportione della, h, alla, c, c (per la equa proportionalità) si come della, d, alla, f, perche è della, h, alla, g, come della, d, alla, e, & della, g, alla, c, come della, e, alla, f, adonque (per la duodecima) la proportion della, a, alla, c, è maggior che della, d, alla, f, per laqual cosa è manifesto il proposito.

Theorema. 32. Propositione. 32.

32/o Se seranno tre quantità in uno ordine, & similmente tre in uno altro & serà

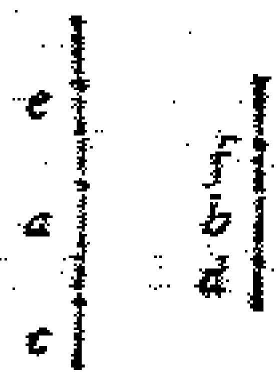
& serà la proportione della seconda delle priore alla terza maggiore, che della prima delle posteriore alla seconda: similmente della prima delle priore alla seconda maggiore che della seconda delle posteriore alla terza, serà maggiore la proportion della prima delle priore alla terza che della prima delle posteriore alla terza.

Perche siano tre quantità in uno ordine. a. b. c. & similmente tre in uno altro. d. e. f. secondo che in la precedente. & sia maggiore la proportion della. b. alla. c. che della. d. alla. e. & maggior della. a. alla. b. che della. e. alla. f. dico che maggior serà la proportion della. a. alla. c. che della. d. alla. f. perche sia la. g. alla. c. come la. d. alla. e. & serà la. g. minor della. b. (per la prima parte della decima) per la qual cosa maggior serà la proportion della. a. alla. g. che alla. b. (per la seconda parte della ottaua) adonque molto maggior è della. a. alla. g. che della. e. alla. f. sia adonque della. b. alla. g. come della. e. alla. f. & serà la. a. maggiore della. h. (per la prima parte della decima) per laqual cosa la proportion della. a. alla. c. è maggiore che della. h. alla. c. (per la prima parte della ottaua) ma (per la uigesima terza) la proportion della. h. alla. c. è come della. d. alla. f. imperoche è della. g. alla. c. come della. d. alla. e. & della. h. alla. g. come della. e. alla. f. adonque (per la. 12.) maggior è la proportione della. a. alla. c. che della. d. alla. f. che è il proposito.

Theorema. 33. Propositione. 33.

33 Se la proportione del tutto al tutto serà maggiore, che del tagliato
o al tagliato, serà del residuo al residuo maggior proportione che del tutto al tutto.

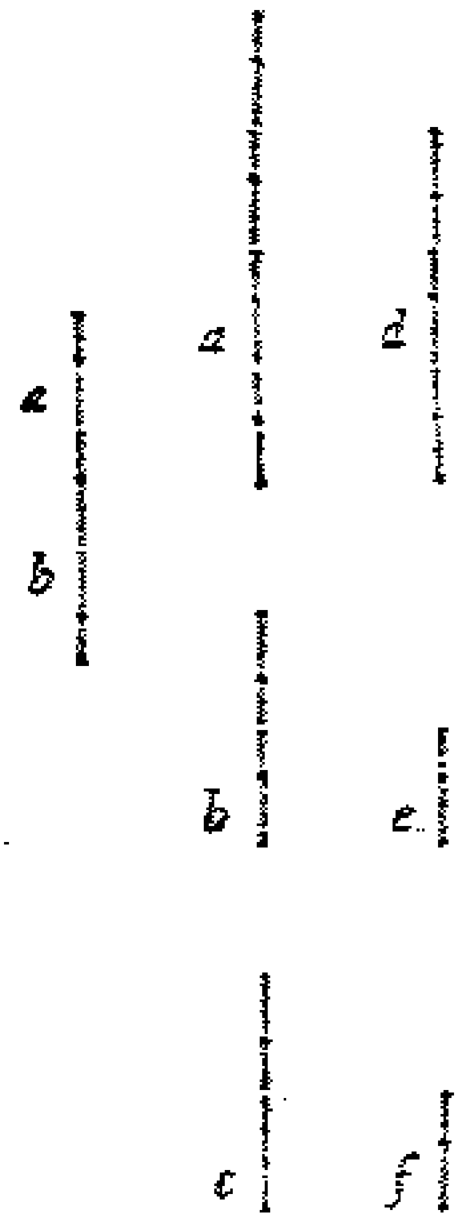
Siano le due quātità. a. & . b. delle quale siano tagliate le. c. & d. & li residui siano. e. & . f. & sia maggior proportione della. a. alla. b. che della. c. alla. d. dico che maggior serà la proportione della. e. alla. f. che della. a. alla. b. perche serà (per la uigesima settima) permutatamente maggior proportione della. a. alla. c. che della. b. alla. d. per laqual cosa (per la trigesima) serà euersamente minor proportione della. a. alla. e. che della. b. alla. f. adonque un'altra uolta (per la uigesima settima) permutatamente della. b. alla. a. serà maggior che della. f. alla. e. per la qual cosa (per la. 26.) minor serà della. a. alla. b. che della. e. alla. f. che è il proposito.

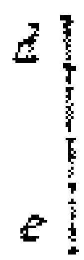


Theorema. 34. Propositione. 34.

34 Se quante si uoglia quantità seranno comparate a altretante altre,
o & serà de qualunque precedente alla sua relatiua maggior proportione che de alcuna sussequente alla sua, serà de tutte queste tolte insieme a tutte quelle tolte insieme maggior proportione, che de al-

cuna, non di cadauna di quelle non di alcuna di loro delle subsequente alla sua comparata, & anchora che de tutte tolte insieme a tutte tolte insieme, ma menor che della prima alla prima.





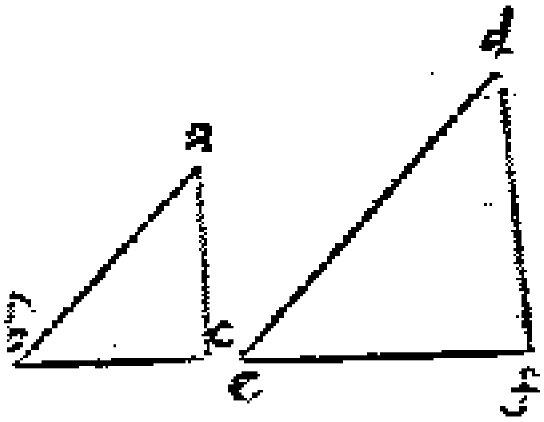
Siano le tre quantità, a, b, c, referte a altretante lequale siano, d, e, f, & sia maggiore la proportione della, a, alla, d, che della, b, alla, e, & della, b, alla, c, sia maggiore che della c, alla, f, dico che la proportione delle, a, b, c, tolte insieme alle d, e, f, tolte insieme è maggiore proportione che della, b, alla, e, ouero maggiore che della, c, alla, f, & etiam maggiore che delle, b, & c, tolte insieme alle, e, & f, tolte insieme, et che quella è minore che della, a, alla, d, perche essendo della, a, alla, d, maggiore che della, b, alla, e, sarà permutatamente della, a, alla, b, maggiore che della, d, alla, e, & congiuntamente delle, a, b, alla, b, maggiore che delle, d, e, alla, e, & un'altra uolta permutatamente delle, a, b, alle, d, e, maggiore che della, b, alla, e, per laqual cosa (per la precedente) della, a, alla, d, è maggiore che delle, a, b, alle, d, e. & per il medesimo modo se approua esser maggiore della, b, alla, e, che delle, b, c, alle, e, f, adonque maggiore proportione è della, a, alla, d, che delle, b, c, alle, e, f, per laqual cosa permutatamente maggiore è della, a, alle, b, c, che della, d, alle, e, f, & congiuntamente maggiore delle, a, b, c, alle, b, c, che delle, d, e, f, alle, e, f, & un'altra uolta, permutatamente maggiore delle, a, b, c, alle, d, e, f, che delle, c, b, alle, e, f. per laqual cosa (per la precedente) maggiore è della, a, alla, d, che delle, a, b, c, alla, d, e, f, che è il proposito.

IL FINE DEL QVINTO LIBRO.

LIBRO SEXTO DI EVCLIDE.

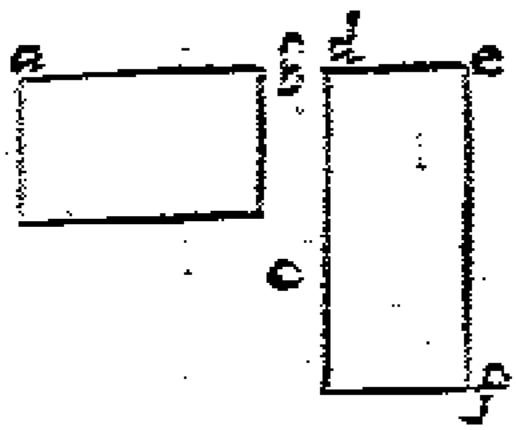
Diffinitione prima.

1/1 Le figure rettiline simile, sono quelle che hanno li angoli a uno per uno equali, & li lati che sono cerca alli angoli equali, proportionali.



Come se'l triangolo. a. b. c. serà equiangolo al triangolo, d, e, f, cioe che l'angolo .a. sia equale al l'angolo, d, & l'angolo, b, equale all'angolo, e, & l'angolo, c, al l'angolo, f. & che la proportione del lato, a, b, al lato, d, e, sia si come del lato, a, c, al lato, d, f, & del lato, b, c, al lato e, f, essi seranno simili, il medesimo si debbe intendere in ogni altra specie di figura, si parallelogramma come non parallelogramma.

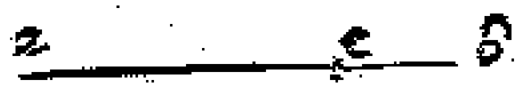
Diffinitione. 2.



2/2 Le superficie de lati mutui, ouero reciproce, sono quelle in tra li lati dellequale se hauerà la proportionalità retrauersinamente.

Come se delli duoi quadrilateri. a. b. c. & d. e. f. la proportione del a. c. b. (lato del primo) al d. e. (lato del secondo) serà si come la proportione del e. f. (lato del secondo) al b. c. (lato del primo) essi duoi quadrilateri se diranno de lati mutui ouer mute. che sia, ouer secondo la seconda tradottione figure reciproce.

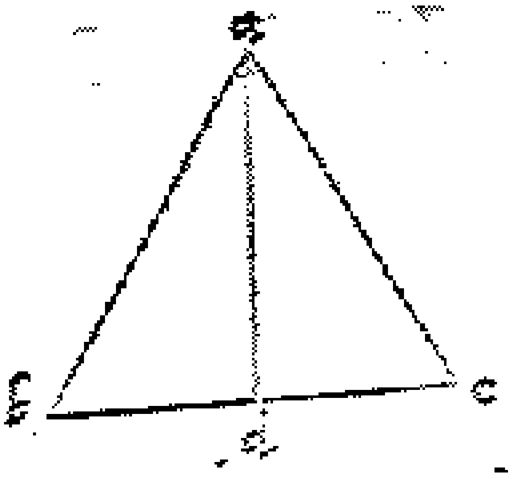
Diffinitione. 3.



3/3 Vna linea se dice esser diuisa seconda la proportione hauente il mezzo, & duoi estremi quando che egliè quella medesima proportione di tutta la linea alla sua maggiore sectione che è della maggior sectione alla minore.

Il Tradottore.

Essempli gratia, quando che la proportione di tutta la linea, a, b, alla sua maggiore parte, a, c, fusse si come della detta parte, a, c, all'altra parte, c, b, tal linea se dirà esser diuisa secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi in ponto. c.



Diffinitione. 4.

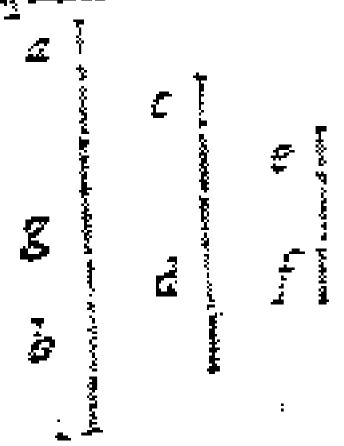
L'altezza di ciascuna figura è la perpendicolare dutta dalla uertice ouer cima di quella alla basa.

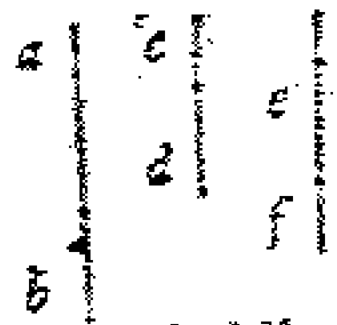
Il Tradottore.

Essempli gratia, la altezza del triangolo, a, b, c, non se intende esser la linea .a.b. ne anchora la linea, a, c, ma solamente la perpendicolare dutta dalla uertice, ouer cima di quella, cioe dal ponto, a, alla basa, b, c, cioe la linea, a, d.

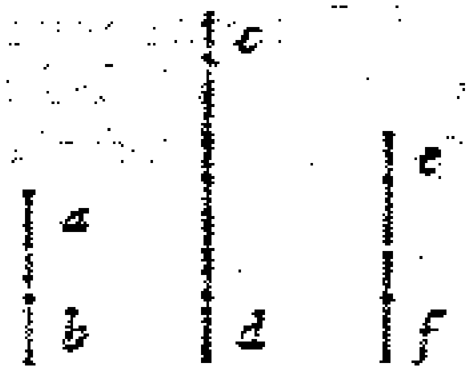
Diffinitione. 5.

Vna proportione se dice esser composta da due proportioni, ouero piu, quando le quantità de alcune proportioni multiplicate fanno la quantità di detta proportione.





Sia che la quantità .a.b. habbia una data proportione alla quantità .c.d. (come saria dupla, ouero tripla, ouero qualunque altra) & la .c.d. alla .e.f. habbia medesimamente una data proportione, dico che la proportione della .a.b. alla e.f. è cõposta della proportione della .a.b. alla .c.d. & della .c.d. alla .e.f. ouero se la quãtità della proportione della .a.b. alla .c.d. multiplicata in la quantità della proportione della .c.d. alla, e, f, fa la quantità della proportione della, a, b, alla, e, f, similmente dico che la proportion della detta, a, b, alla, e, f, se dice esser composta della proportione della detta, a, b, alla, c, d, & della, c, d, alla, e, f, & sia primamente la, a, b, maggiore della, c, d, & la, c, d, della, e, f, & sia la, a, b, doppia della, c, d, & la c. d. tripla della. e. f. perche adonque la. c. d. è tripla della. e. f. & la .a.b. è doppia della .c.d. adonque la .a.b. è sexupla della. e. f. & se duplicamo alcuno triplo se fa sexuplo, & questo dico essere propriamente la cõpositione, ouer in questo altro modo perche la, a, b, è doppia alla, c, d, sia divisa la, a, b, in parti equali alla, c, d, e queste siano a.g. & g.b. & perche la .c.d. è tripla alla .e.f. & la .a.g. è equal alla .c.d. adonque e la .a.g. e tripla alla .e.f. e per la equal cosa ancor la .g.b. è similmente tripla alla .e.f. adonque tutta la .a.b. è sexupla alla medesima .e.f. adonque la proportione della .a.b. alla .e.f. (cosa composta della proportion della .a.b. alla .c.d. et della .c.d. alla .e.f.) vien colligata dal termine di mezzo, cioe della, c.d. e similmente se la .c.d. sarà minor di l'una e di l'altra delle medesime, a, b, & e, f, el medemo se trouarà, e per dilucidare questo (de nouo) sia la .a.b. tripla alla .c.d. et che la .c.d. sia la mità della .e.f. e perche la .c.d. è la mità della .e.f. et la .a.b. e tripla alla, c, d, adonque la .a.b. è sesquialtera della .e.f. (cioe una uolta e mezzo) e se treplicamo alcun mezzo farà pur uno e mezzo, e perche la .a.b. è tripla alla, c, d, & la, c, d, è la mità della, e, f, di quella quãtità (equal alla, c, d,) della qual se la le la,a,b, è di tre tale de due tale è la,e,f, per laqual cosa la,a,b, è sesquialtera della,e,f, adonque la proportione della,a,b, alla,e,f, (composta della proportione) della, a,b, alla,c,d, et della,c,d, alla,e,f, vien colligata per la,c,d, (termine di mezzo) ma ponimo anchora che la,c,d, sia maggiore di l'una & di l'altra delle due, a, b, & e,f, & sia che la,a,b, sia la mitade di essa,c,d, & la c,d, sia sesquitertia alla,e,f, adonque perche di quella tal quantità che la,a,b, è due tale, di quattro tale è la, c,d, & quella tal quantità che la detta,c, d, è quattro tale la,e,f, è di tre tale, adonque di qual quantità la,a, b, è di due tale la,e,f, è di tre tale, adõque un'altra volta la proportione della,a,b, alla,e,f, (laqual è come di dui a tre) vien colligata dal termine di mezzo, il medesimo anchora seguirà in piu proportioni & in altri casi, & è manifesto che se da una composta proportione sia cavata ciascuna delle componẽte, gettato via uno delli estremi restarà l'altro estremo delle componente.



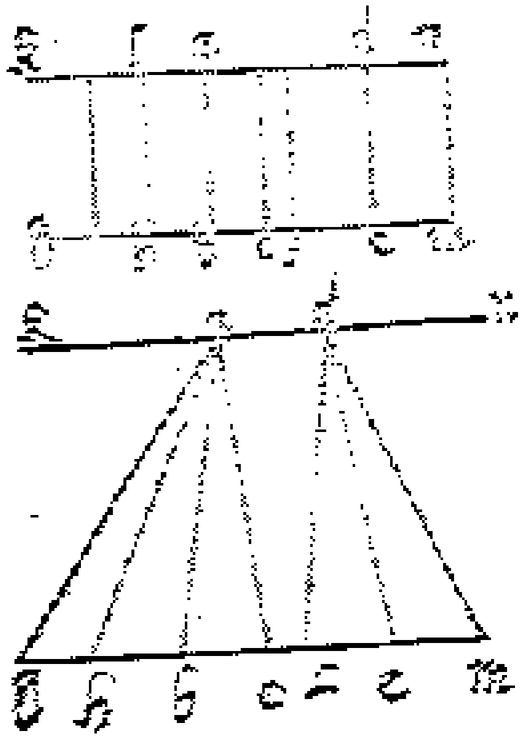
Il Tradottore.

Per intelligentia delle cose dette nella soprascritta diffinitione bisogna notare, che la quantità di una proportione si debbe intendere la denomination di qlla, essempli gratia, la quantità, over denominatione de ogni proportion dupla è dui, e di ogni tripla e tre, & di ogni quadrupla è quattro, e cosi discorrendo in ogni altra proportione multiplice, & similmente la quantità, over denominatione de ogni sesquialtera è uno e mezzo, & di ogni sesquitertia è uno e uno terzo, & di una sesquiquarta è uno e uno quarto, & cosi discorrendo in ogni altra superparticulare, & similmente la quantità, over denominatione di ogni superbipartienstertias è uno e dui terzi, e de ogni supertripartiens quartas è uno e tre quarti similmente di ogni dupla sesquialtera è dui e mezzo, e d'una tripla sesquialtera è tre e mezzo, et d'una quadrupla superbipartienstertias e quattro e dui terzi, & una quadrupla supertripartiens quartas è quattro e tre quarti, & cosi discorrendo in ogni altra qualità di multiplice superparticolare & di ogni multiplice superpatiente, & queste tal quantità, overo denominationi si trovano per regola generale, partendo ogni antecedente per il suo consequente, o sia della maggior inequalità, over della minore, essempli gratia, la denominatione di dui a uno (che è dupla) e dui, & la denominatione di una a dui (che è una subdupla) e mezzo, lequal denominatione si trovano partendo l'antecedente per il consequente, & cosi seguita nelle altre specie, adonque una proportione sesupla (la denominatione della quale e.6.) se dirà esser composta da una dupla, & da una tripla, perche multiplicando le lor denominationi, over quantità (che è dui & tre) fanno sei, cioe la quantità di detta sesupla, & similmente una proportione vinciquadrupla (la denominatione dellaquale è vinciquattro) se dirà esser composta da una dupla, & da una dodecupla, overo da una quadrupla & da una sesupla, perche le dette denominationi multiplicate fanno vintiquattro, anchora se pol dire che sia composta da tre propor-

tioni, cioe da una dupla & da una tripla & da una quadrupla, perche le lor quantità, ouero denominationi multiplicate l'una fia l'altra, & quel produtto fia l'altra fa pur vintiquattro, & questo è quello che in la diffinitione se voi inferire.

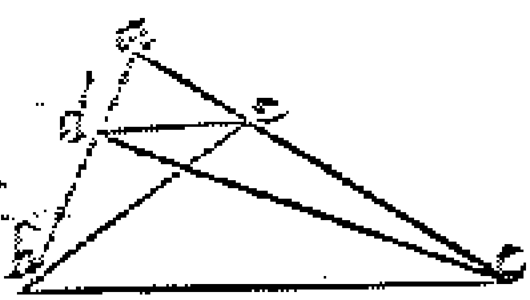
Theorema prima. Propositione prima.

1/1 Se l'altezza de due superficie rettilinee de lati equidistanti, ouero de duoi triangoli serà una medesima, la proportione dall'una all'altra di quelle serà si come la basa di l'una alla basa di l'altra.



Siano li duoi paralellogrammi, a.b.c. d.e.f. de equal altezza, dico la proportione de quelli esser si come, la b.c. alla e.f. ponerò quelli duoi paralellogrammi sopra una linea, laqual sia la g.m. & seranno (perche sono de equal altezza) fra linee equidistante, delle quale l'altra sia la k.n. dapoi dalla linea, g.m. torò la g.c. multiplice alla b.c. (secondo che numero vorò) e dividerò quella in parti equali alla b.c. in li ponti h. e b. dalli quali & dal ponto g. condurò le linee equidistante alla linea a.b. lequale sono g.k. & h.l. & compirò le superficie de equidistanti lati k.h. & l.b. & serà ciascuna di quelle (per la trigesima sesta del primo) equale alla a.c. per laqual cosa si come che la linea g.c. è multiplice alla linea b.c. cosi è la superficie c.k. alla superficie a.c. similmente alla linea e.f. torò dalla linea g.m. la linea f.m. multiplice (secondo che numero vorò) alla e.f. & compirò la superficie de equidistanti lati dutta la linea m.n. equidistante alla linea d.e. & serà la superficie n.f. cosi multiplice alla superficie d.f. si come la linea m.f. alla linea e.f. & perche (per la 36. del primo) se la linea g.c. è maggiore della f.m. la superficie k.c. è maggiore della superficie n.f. & se minore minore, & se equale equale, serà (per la diffinitione della inconiunta proportionalità) la medesima proportione della basa b.c. alla basa e.f. ch'è della superficie a.c. alla superficie d.f. che è il proposito, delli triangoli de equal altezza il medesimo tu approuerai, & per il medesimo modo (per la trigesima ottaua del primo) dutte le linee dalle estremità de quelle linee che tu torai multiplice alle base, alle vertice de triangoli.

Theorema. 2. Propositione. 2.

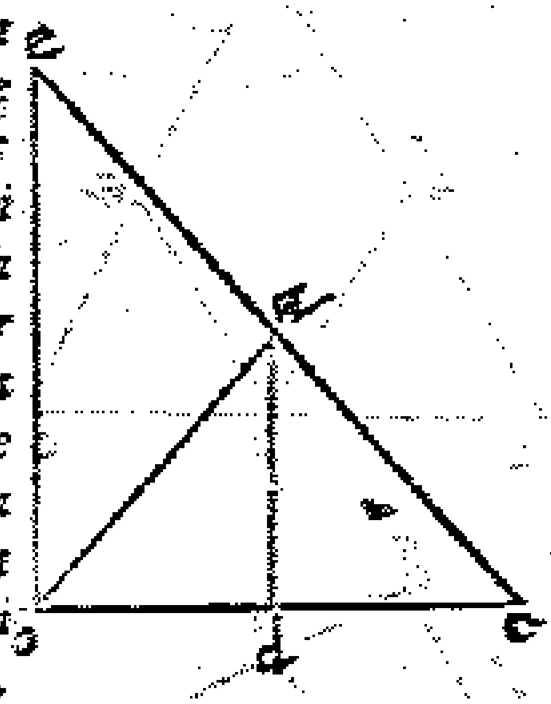


2/2 Se una linea retta segante li doi lati d'un triangolo, serà equidistante all'altro lato, & necessario che quella seghi quelli duoi lati proportionalmente, et per il contrario, se quella linea segha quelli lati proportionalmente necessariamente quella serà equidistante all'altro lato.

Sia il triangolo .a.b.c. del quale la linea .d.e. seghi li duoi lati .a.b. & .a.c. equidistantemente al terzo lato, ilquale è .b.c. dico che la proportione del .a.d. al .d.b. serà si come del .a.e. al .e.c. & per auerso, se 'l serà la proportione del .a.d. al .d.b. si come del .a.e. al .e.c. la linea .d.e. serà equidistante alla linea .b.c. perche protrarò le due linee .e.b. & .d.c. et serà (per la trigesima settima del primo) il triangolo .e.b.d. equale al triangolo .e.d.c. per questo che ambiduoi quelli sono sopra la linea .d.e. & fra le linee equidistante, e per tanto (per la seconda parte della settima del quinto) la proportione del triangolo .a.d.e. all'uno e l'altro de quelli serà una medesima, ma la proportione de quello (per la precedente) al triangolo .e.d.b. è si come della linea .a.d. alla linea .d.b. & al triangolo .d.e.c. si come la linea .a.e. alla linea .e.c. perche quello con l'uno e l'altro de quelli è de equal altezza per laqual cosa la proportione delle .a.d. al .d.b. serà si come del .a.e. al .e.c. che è il proposito primo: se questo serà (per la precedente) serà del triangolo .a.d.e. all'uno e l'altro de quelli una proportion, per laqual cosa (per la seconda parte della nona del quinto) quelli sono fra lor equali: & perche quegli sono sopra una medesima basa, cioe sopra la linea .d.e. & da una medesima parte serà (per la trigesima nona del primo) la linea .d.e. equidistante alla linea .b.c. che è il secondo proposito.

Theorema .3. Propositione .3.

3 Se una linea dutta d'alcun deli angoli d'un triangolo alla basa seghi
3 quello angolo in due parti equali, le due parti della basa se approua esser proportionale alli altri duoi lati del medesimo triangolo, e se le due parti della basa lequale distingue la linea dutta dall'angolo seran proportionale alli altri duoi lati il se approua quella linea necessariamente diuidere quel angolo in due equale.



Sia il triangolo .a.b.c. del quale la linea .a.d. diuida l'angolo .a. in due parti equale, dico che la proportione della .b.d. alla .d.c. è si come del lato .b. al lato .a.c. & e conuerso, et per dimostrare questo tirarò la .b.e. equidistante alla .a.d. & produrò la .c.a. fina atanto che la cōcorra con la .b.e. nel ponto .e. e serà (per la prima parte della uigesima nona del primo) l'angolo .e.b.a. equale all'angolo .b.a.d. (& per la seconda parte della medesima) l'angolo .e. all'angolo .d.a.c. per la qual cosa lo angolo .e. è equal all'angolo .e.b.a. adonque (per la sesta del primo) la .e.a. è equal alla .a.b. e però (p la prima parte della settima del quinto) la proportion della .e.a. alla .a.c. è si come della .b.a. alla .a.c. ma per la premessa della .e.a. alla .a.c. è si come della .b.d. alla .d.c. adonque della .b.a. alla .a.c. è si come della .b.d. alla .d.c. che è il primo proposito la seconda parte, laquale conuersa della prima se aprouerà per lo conuerso modo, perche stante la medema dispositione se 'l serà la proportion

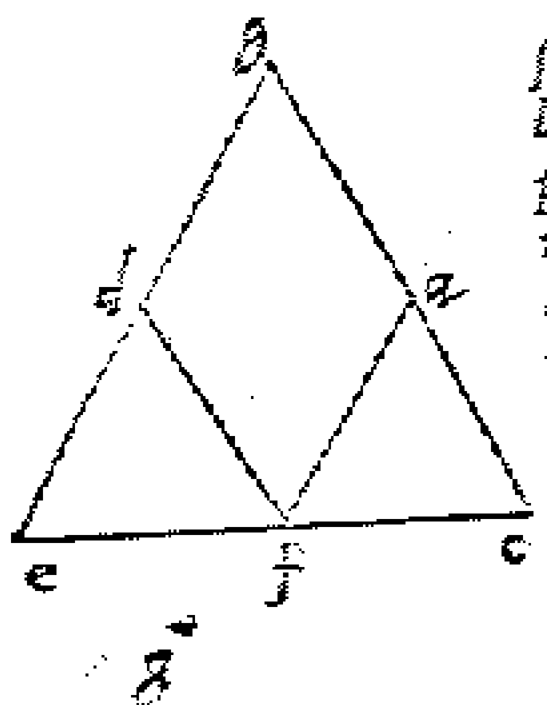
della.b.a.alla.a.c.si come della.b.d.alla.d.c.perche (per la precedente) della.c.a.al
della.b.a.alla.a.c.si come della.b.d.alla.d.c. serà la medesima proportione di lla.c.a.alla.a.e.
la.a.e. si come della.b.d.alla.d.c. serà la medesima proportione della nona del quinto)la.e.a.
che è della.b.a.alla.a.c.adonque (per la prima parte della nona del quinto)li duoi angoli.e. & .e.b.
a.a.b.son equale,per laqual cosa (per la quinta del primo)li duoi angoli.e. & .e.b.
a.son equali,adonque (per la prima e seconda parte della uigesima nona del primo)
lo angolo,b,a,d,è equale all'angolo,d,a,c,che è il secondo proposito.

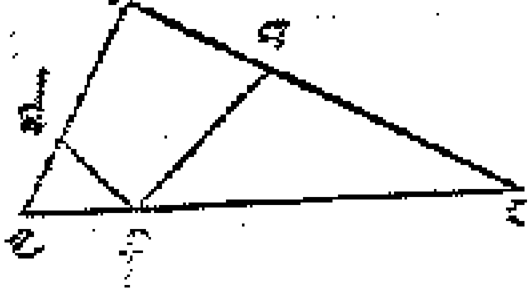
Il Tradottore.

El concorso della protratta linea.a.c.con la linea.b.e.ilqual dall'aduersario
poteria esser negato, se dimostra in questo modo, perche la linea.c.b.cade sopra le
due paralelle.d.a.&.b.e.l'angolo.e.b.c.intrinsico (per la seconda parte della uigesi
ma nona del primo)è equale all'angolo,a,d,c, estrinsico, giungendo adonque al-
l'uno e l'altro l'angolo,a,c,d,(per la seconda communa sententia)li duoi angoli,e,
b.c.&.a.c.b.seranno equali alli duoi angoli.a.c.d.&.a.d.c.del triangolo.a.d.c.&
perche li duoi angoli.a.d.c.&.a.c.d.del triangolo,a,d,c,(per la decima settima
del primo) sono minori de duoi angoli retti,seguita adonque che li duoi angoli.e.b.
c.&.a.c.b.sono etiam minori de duoi angoli retti,adonque protrahendo da quella
parte le due linee.c.a.&.b.e.(per la quarta petitione)è necessario che quelle con-
corrano insieme,che è il proposito.

Theorema.4. Propositione.4.

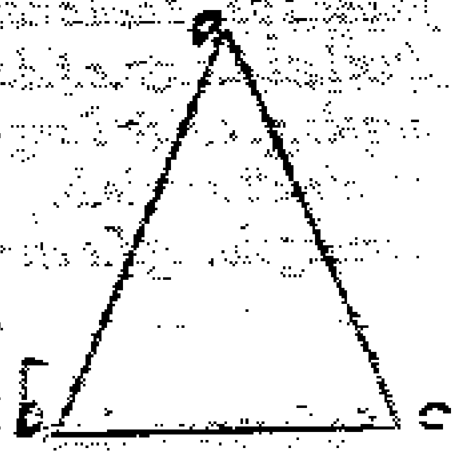
D'ogni triangoli di quali li angoli dell'un a li angoli di l'altro son e-
4/4 quali,li lati che risguadano li angoli equali sono proportionali.





Siano li duoi triangoli,a,b,c,d,e,f,equiangoli &
sia l'angolo,a,equale all'angolo,d,& l'angolo,b,al-
l'angolo,e,& l'angolo,c,all'angolo,f,dico che la pro-
portione del lato,d,e,al,a,b,& del,d,f,al,a,c,è si co-
me del,e,f,al,b,c,e per dimostrare questo ponerò ambi
dui li triangoli sopra una linea (laqual sia,e,c,) in tal
modo che li duoi angoli de uno, liquali seranno sopra
questa linea sian equali alli duoi angoli dell'altro liqua
li seranno sopra la medesima linea,non il medio al me-
dio, ouero lo estremo al estremo, ma il medio dell'uno
allo estremo dell'altro, & ponerò li duoi medij angoli
de quelli congiungersi in uno medesimo ponto, & sia.
a,f,c,quel medesimo triangolo ilqual era.a.b.c,& per
che l'angolo,a,f,c,è equale all'angolo.e.& l'angolo.d.
f.e.all'angolo,c,(per il presupposito)serà (per la pri-
ma parte della uigesima ottaua del primo) la linea,a,
f,equidistante alla,d,e,& la,d,f,equidistante alla.a.c.
compirò adonque la superficie de equidistanti lati laqual sia,g,f,serà (per la trige-
sima

sima questa del primo) la, g, a, equale alla, d, f, & la, g, d, equale alla, a, f, perche adonque (per la seconda di questo) la, g, a, è alla, a, c, si come la, e, f, alla, f, c, et (per la medesima) la, e, f, alla, f, c, è si come la, e, d, alla, d, g, serà (per la settima del quinto) la, d, f, alla, a, c, & (per la medesima) la, e, d, alla, f, a, si come la, e, f, alla, f, c, che è il proposito.



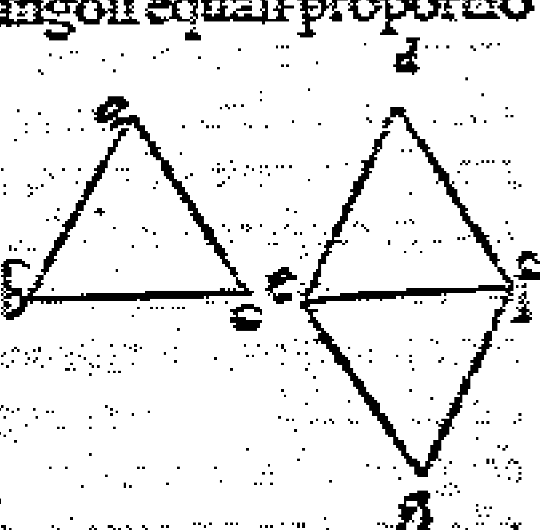
Theorema. 5. Propositione. 5.

5 Se duoi triangoli haueranno li lati proportionali, li detti triangoli
5 seranno equiangoli, & quelli angoli contenuti dalli lati relatiui proportionali se prouano esser fra loro equali.

Questa il converso della precedente, e non ha fatto di questa et della precedēte una conclusion si come se fece in la seconda et terza di questo, perche la non se dimostra con la medesima figuratione ne con li medesimi mezzi con liquali se dimostra la precedente, siano adonque li duoi triangoli, a, b, c, & , d, e, f, & sia la proportione del lato, a, b, al lato, d, e, & del lato, a, c, al lato, d, f, si come del lato, b, c, al lato, e, f, dico che l'angolo, a, c, è equale all'angolo, d, & l'angolo, b, all'angolo, e, & l'angolo, c, all'angolo, f, & per dimostrare questo costituerò sopra la linea, e, f, in la parte opposita del triangolo, d, e, f, l'angolo, f, e, g, equale all'angolo, b, & l'angolo, e, f, g, equale all'angolo, c, onde (per la trigesima seconda del primo) l'angolo, g, serà equale all'angolo, a, adonque (per la precedente) la proportione della, a, b, al, e, g, & del, a, c, al, f, g, serà si come del lato, b, c, al, e, f, per laqual cosa del lato, a, b, al, d, e, si come al, e, g, & del, a, c, al, d, f, si come al, f, g, adonque (per la seconda parte della nona del quinto) lo lato, d, e, è equal allo, e, g, & (per la medesima) lo, d, f, è equale allo, f, g, (per laqual cosa per la ottaua del primo) li duoi triangoli, d, e, f, & g, e, f, son equiangoli (per laqual cosa adonque lo triangolo, d, e, f, è ancora equiangolo al triangolo, a, b, c, il proposito è manifesto.

Theorema. 6. Propositione. 6.

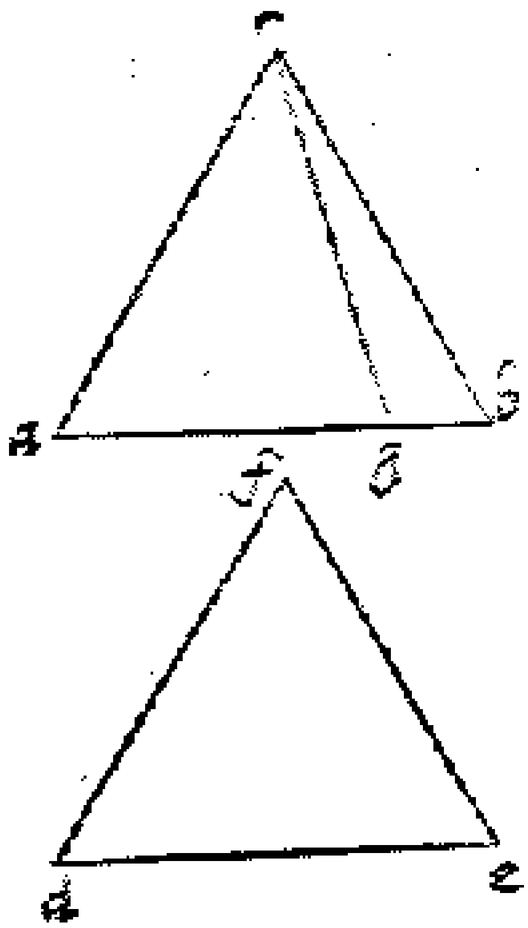
6 Ogni duoi triangoli, di quali uno angolo de uno sia equale a un an-
6 golo dell'altro, & li lati continenti quelli duoi angoli equali proportionali, sono fra loro equiangoli.



Rimanga la superior dispositiõ, e sia solamente l'angolo, b, equale all'angolo, d, e, f, e la proportiõ del, a, b, al, d, e, si come del, b, c, al, e, f, dico ancora li duoi triangoli, a, b, c, d, e, f, esser equiangoli, perche essendo (ꝑ la 4 del primo, e ꝑ il presupposito della premessa cõclusiõ) del, a, b, al, e, g, si come del, b, c, al, e, f, serà del, a, b, al, d, e, si come del, a, b, al, e, g, ꝑ laqual cosa (per la *seconda parte della nona del quinto) lo lato. d.e. è equale al.e.g. perche adonque li duoi lati.d.e. & .e.f. del triangolo.d.e.f. sono equali alli duoi lati.e.g. & .e.f. dello tri angolo.g.e.f. & l'angolo.e. dell'uno all'angolo.e. dell'altro, perche l'uno e l'altro è equale all'angolo.b. questi seranno (per la quarta del primo) equiangoli, & perche il triangolo.e.g.f. e etiam equiangolo al.a.b.c. è manifesto il proposito.*

Theorema.7. Propositione.7.

7
7 Se seranno duoi triangoli, di quali un angolo dell'uno sia equale a uno angolo dell'altro, & l'uno di duoi suoi restanti angoli siano contenuti da lati proportionali, & finalmente l'uno e l'altro di restanti angoli sia minore dell'angolo retto, ouero che ne l'un ne l'altro sia minor, è necessario quelli duoi triangoli cō tutti li suoi angoli esser equiangoli.



Siano li duoi triangoli.a.b.c.d.e.f. & l'angolo.a. sia equale all'angolo. d. & la proportion del. a.c. al d.f. si come del.c.b. al.f.e. & l'uno e l'altro di duoi angoli.b. & .e. sia minor del retto, ouer ne l'un ne l'altro sia minor del retto, dico quelli esser equiangoli, perche se l'angolo.c. dell'uno è equale all'angolo.f. dell'altro, è manifesto il proposito (per la precedente) ma se non seranno equali sia l'angolo.c. maggiore & sia fatto l'angolo.a.c.g. equale al medesimo, serà (per la trigesima seconda del primo) il triangolo.a.g.c. equiangolo al triangolo.d.e.f. per la qual cosa (per la quarta de questo) la proportione del.a.c. al.d.f. serà si come del.g.c. al.e.f. ma cosi fu lo.b.c. al.e.f. adōque (per la nona del quinto) lo.g.c. & .b.c. sono equali, adōque (per la 5. del 1.) l'angolo.b. è equal all'angolo.b.g.c. adonque se ne l'un ne l'altro di duoi angoli.b. & .e. serà minor del retto, accade li duoi angoli d'un triangolo non esser minori de duoi retti, laqual cosa nō puo essere (per la 32. & 17. del primo) ma se l'uno, & l'altro serà minor del retto serà l'angolo.a.g.c. maggior del retto (per la terzadecima del primo) per laqual cosa & l'angolo.e. (a se equale) serà anchora maggiore del retto, che è contra il presupposito, per laqual cosa destrutto lo opposito remane il proposito, ma il bisogna che l'un e l'altro di duoi restanti angoli esser minori del retto, ouer ne l'uno ne l'altro esser minore del retto, perche eglie possibile nel medesimo triangolo.a.b.c. la linea.g.c. esser equale alla.b.c. è però serà della.a.c. all'una e l'altra de quelle una proportione (per la settima del quinto) ne tamen seranno li triangoli.a.g.c. & .a.b.c. equiangoli, abenche un angolo dell'uno sia equale a un angolo dell'altro (immo è quel medesimo come l'angolo.a.) & la proportione della linea.a.c. (come lato del grande) alla.a.c. (come lato del piccolo) e si come della.b.c. (lato del grande) alla.g.c. (lato del piccolo) perche l'una e l'altra è equale, e questo è per questo, che

l'angolo

l'angolo, g, del minore è maggior del retto, & l'angolo, h, del maggiore è minore, perche in ogni triangolo de duoi lati equali l'un e l'altro di duoi angoli che sono alla basa è minor del retto.

Theorema.8. Propositione.8.

8/8 **Essendo dutta una linea perpendicolare dal angolo retto del triangolo orthogonio alla basa seranno fatti duoi triangoli simili a tutto il triangolo etiam fra loro.**

Sia il triangolo. a. b. c. orthogonio & l'angolo. a. di quello sia retto dal qual sia dutta la perpendicolare. a. d. alla basa, dico che l'uno e l'altro di duoi triangoli partiali quali sono. a. b. d. & a. d. c. è simile al total triangolo. a. b. c. & l'uno de quegli all'altro, perche l'uno e l'altro de quegli è equiangolo al totale (per la trigesima seconda del primo) imperoche l'uno e l'altro è orthogonio & communicano in un angolo con il totale, per laqual cosa etiam fra loro sono equiangoli, cosi che l'angolo. b. è equale all'angolo, d, a, c, & l'angolo, b, a, d, all'angolo, c, & li duoi angoli che sono al. d. sono equali fra loro etiam all'angolo, a, totale, per laqual cosa (per la quarta de questo) li lati risguardanti li equali angoli de quegli sono proportionali, adonque per la diffinitione sono simili che è il proposito.

Il Tradottore.

Bisogna aduertire nella demostratione fatta di sopra che ogni uolta che li dui angoli d'un triangolo sono equali alli duoi angoli d'un triangolo seguita de necessita che il terzo angolo del detto triangolo sia equal al terzo angolo de quello altro triangolo, essempli gratia, se l'angolo. b. a. c. del total triangolo. b. a. c. (per la terza petitione) è equale all'angolo. a. d. c. del triangolo. a. d. c. partiale (per esser ciascun retto) et l'angolo. c. è commun all'un e l'altro, dico che l'altro terzo angolo del triangolo. a. b. c. è equale all'altro terzo angolo del triangolo. a. d. c. cioe che l'angolo, a, b, c, è equale all'angolo, d, a, c, laqual cosa se uerifica per la seconda parte della trigesima seconda del primo, perche se li tre angoli de cadauno triangolo sono equali a duoi angoli retti, seguita adonque che tutti tre li angoli del triangolo, a, b, c, insieme sono equali a tutti tre li angoli del triangolo, a, d, c, (per essere quelli equalmente equali a duoi angoli retti) tolendo adonque da l'una e l'altra parte angoli equali (per la terza communa sententia) li duoi rimanenti seranno equali, cioe l'angolo, a, b, c, all'angolo, d, a, c, et per li medesimi modi e uie se approuarà del triangolo, a, b, d, esser equiangolo al total triangolo, a, b, c, etiam al triangolo, a, d, c, partiale, onde per la quarta de questo li lati che risguardano li angoli equali sono proportionali, adonque si come è lo lato. b. d. del triangolo, a, b, d, (risguardante lo angolo che sotto, b, a, d,) al, d, a, del triangolo, a, d, c, (risguardante lo angolo che al. c.) cosi è la medesima, a, d, del triangolo, a, b, d, (risguardante lo angolo che al. b.) alla

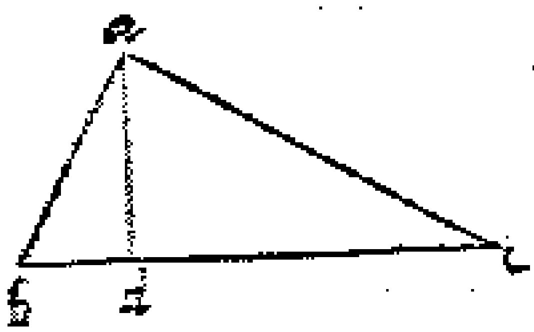
d. c.

d.c.risguardante lo angolo che sotto.d.a.c.del triangolo.a.d.c.(equale a quello che al.b.)et oltra di questo lo lato.b.a.al.a.c.è si come lo.a.c. al.b.c.perche tutti tre sottendono ouer risguardano li angoli retti, adonque per la prima diffinitione li duoi triangoli.a.b.d.& .a.d.c.partiali sono simili al total triangolo.a.b.c.etiam fra loro che è il proposito. Alcuni se potria admirar di quel che è detto di sopra in fine della espositione di questa ottaua propositione etiam da noi replicato di sopra doue semo cõcluso (per la quarta di questo) li lati di quelli triangoli risguardanti li equali angoli esser proportionali e da questo (per la diffinitione delle superficie simile) se conclude quelli triangoli esser simili laqual cõclusion par fatta indirettamente atento che la diffinition non dice che li lati risguardanti li equali angoli sia proportionali, ma dice che li lati continenti equali angoli sian proportionali perilche bisogna aduertire che nelli triangoli eglie una cosa istessa a dire li lati risguardanti equali angoli essere proportionali, & li lati continenti equali angoli esser proportionali la qual cosa è manifesta in li duoi triangoli.a.b.d.& .a.d.c.di quali li duoi lati. b.d.& .a.d.del triangolo.a.b.d.sono proportionali alli duoi lati. a.d.& .d.c.del triangolo.a.d.c.come di sopra fu dimostrato (per la quarta di questo) perche risguardando angoli equali.hor dico che li medesimi lati contengono etiam angoli equali, cioe l'angolo contenuto dalli duoi lati.a.d.& b.d.del triangolo.a.b.d.è equale all'angolo contenuto dalli duoi lati,a,d,& d,c, del triangolo,a,d,c,perche ciascun è retto & cosi se puo arguire delli altri & dapoi per la diffinitione concludere &c.

Correlario.

8 Vnde anchora è manifesto, che ogni triangolo rettangolo se da l'an
8 golo retto de quello alla basa serà dutta una perpendicolare, serà quella tal perpendicolar media proportional fra le due settione della detta basa, & similmente l'un e l'altro lato, fra tutta la basa & la portione della basa a se conterminale.

Il Tradottore.



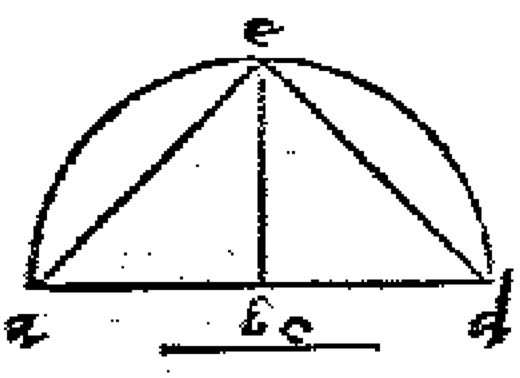
El senso del soprascritto correlario è questo che per le cose dette & dimostrate di sopra eglie manifesto che in ogni triangolo rettangolo, se da l'angolo retto alla basa di questo serà dutta una perpendicolare, che quella tal perpendicolare serà media proportionale fra le due settioni della basa, esempli gratia che la perpendicolare. a. d.(del soprascritto triangolo, a.b.c.) è media proportionale fra le due settioni.b.d.& d.c.cioe che tal proportione è dalla portione.b.d.alla perpendicolare. a.d.qual è della perpendicolare,a,d,all'altra settione.d.c.come di sopra hauemo dimostrato. Oltra di questo dice che l'uno e l'altro lato de detto triangolo è medio proportionale fra tutta la basa e la settion a se conterminale, cioe che lo lato. a. c. (del medesimo triangolo,a,b,c,) è medio proportionale fra tutta la basa,b,c,& la settione,d,c,a se conterminale in ponto.c.cioe tal proportione è de tutta la basa. b. c. al lato.a.c.

te,a,c, qual è dal lato,a,c, alla settione.d.c,e similmente lo lato.a.b. è medio proportionale fra la detta basa,b,c, & l'altra settione.b.d.a se cõterminale laqual cosa è manifesta per la similitudine di triangoli, perche essendo lo triangolo,a,b,c, simile al triangolo,a,d,c, li lati contenenti li equali angoli sono proportionali verbi gratia li duoi lati.b.c. & .a.c. del triangolo,a,b,c, sono proportionali alli duoi lati.a.c. & .d.c. del triangolo,a,d,c,(cioe cadauno al suo relatiuo) perche contengono equali angoli, uno uno medesimo angolo che è l'angolo.c. adonque tal proportione è dal lato maggior,b,c,(del triangolo,a,b,c,) al lato maggior.a.c. del triangolo,a,d,c. qual è del lato mezzan.a.c. del triangolo,a,b,c, al lato mezzan,d,c, del triangolo,a,d,c, si che si vede apertamente lo lato,a,c, esser medio proportionale fra la basa,b.c.e la settion.d.c. a se conterminale in ponto.c. elqual lato.a.c. si come lato maggior del triangolo.a.d.c. vien a esser consequente della prima proportione, & come lato mezzano del triangolo.a.b.c. vien a esser antecedente della seconda proportione,e per li medesimi modi e uie se manifesta l'altro lato.a.b. esser similmente medio proportionale fra la basa.b.c. & la settione.b.d.a se conterminale in ponto.b. perche li duoi lati.b.c. & .a.b. del triangolo.a.b.c. sono proportionali alli duoi lati,a,b, & ,b,d, del triangolo,a,b,d,(cioe ciascun al suo relatiuo) perche contengon un medesimo angolo, che è l'angolo,b, adunque tal proportione è del lato maggiore,b,c, del triangolo,a,b,c, al lato maggior.a.b.(del triangolo,a,b,d,) qual è dal lato menor.a.b.(del triangolo,a.b,c,) al lato minor,b,d, del triangolo,a,b,d, onde si vede che il lato,a,b, si come lato maggior del triangolo,a,b,d, vien a esser consequente della prima proportione, & come lo lato minor del triangolo,a,b,c, vien a esser antecedente della seconda proportione, che è il proposito.

Problema primo. Propositione.9.

9 A due proposte rette linee puotemo trouar
13 una media proportionale.

nel Cardano.39.& è falsa.



Siano le due linee proposte,a,b,et,c, fra lequal uoglio,trouar una media proportionale aggiongerò l'una di quelle con l'altra & sia tutta la composta da queste la,a,d, cioe che la,b,d, sia equale alla.c. & sopra tutta descriuo il semicercolo.a.d.e. e produco la.e.b. fina alla circonferentia perpendicolare alla linea.a.d. dico la linea.b.e. esser quella che adimandamo, e per dimostrare questo produco le linee.e.a. & .e.d. & serà (per la trigesima prima del terzo) lo angolo.e. totale retto, per laqual cosa (per la prima parte del correlario della premessa) la proportione della.a.b. alla.b.e. è si come della.b.e. alla.b.d. che è il proposito.

Il Tradottore.

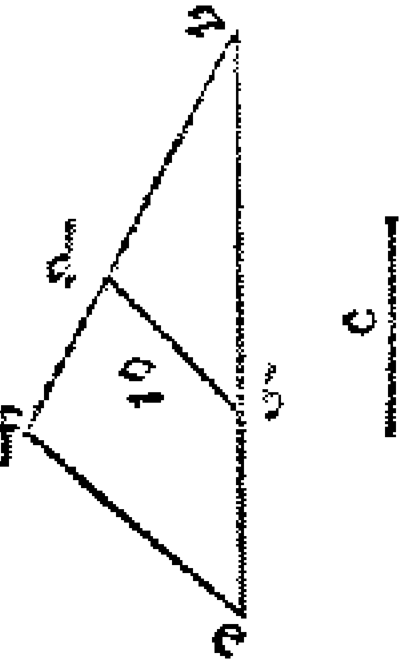
Questa soprascritta nona propositione in la secõda tradottion è la terza decima

niente

niente dimeno a me par questo esser piu suo condecente loco, perche le se demostra immediatamente dalla prima parte del correlario della precedente, vero è che ho tradutto el testo della detta seconda tradution è parendomi assai piu intelligibile di quello di la tradottione del Campano.

Problema.2. Propositione.10.

10 A due date rette linee puotemo trouare una terza a quelle in conti-
11 nua proportionalità.



Siano le due linee proposte. a. b. & . c. alle quale voglio soggiongere una terza in cõtinua proportionalità congiongo la linea, c, angularmente (come si voglia) con la linea. a.b. & sia la. a. d. (a se equale) & produco la linea, a, b, fina al, e, fina tanto che la, b, e, sia fatta equale alla, a, d, & protratta la linea, b, d, dal ponto, e, duco una linea equidistante a essa linea. b. d. & produco la linea, a, d, fina a tanto che concorrano in ponto, f, dico adonque la linea, d, f, esser quella che cercamo, perche (per la seconda di questo) la proportione della, a, b, alla, b, e, è si come della. a. d. alla, d, f, ma della, a, b, alla, b, e, è si come della, a, b, alla, a, d. (per la seconda parte della settima del quinto) per laqual cosa della. a, b, alla, a, d, è si come della, a, d, alla, d, f, che è il proposito, ma se a tre rette linee volemo trouar una quarta alla qual sia la proportione della terza si come della prima alla seconda sia fatto una linea della prima & seconda e a tutta la linea composta sia aggiunta la terza angularmente, & dal commun termine della prima, & della seconda sia dutta una linea alla estremità della terza, & dall'altro termine della seconda, sia dutto a questa linea una equidistante, fina a tanto che quella concorra con la terza protratta in continuo, & retto, & serà (per la seconda di questo) la linea che taglia questa equidistante quella che uien cercata, si come se in questa figura serà la prima, a, b, la seconda, b, e, la terza, a, d, serà la quarta. d. f.

Il Tradottore.

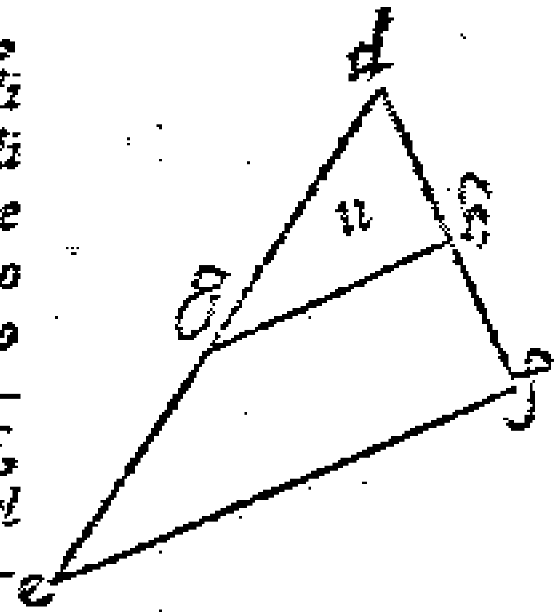
Bisogna aduertire in la soprascritta propositione che a voler trouar una terza linea proportionale alle due date linee. a.b. & . c. se puo intendere in dui modi cioe trouar una consequente alla, c, ouer consequente alla, a, b, volendola consequente alla, c, se die procedere come di sopra è stato fatto, ma volendola consequente alla, a, b, se debbono congiongere pur angularmente come di sopra & dal ponto. d. al ponto. b. protrahere la linea. b. d. & produr la linea. a. d. fin al ponto. f. talmente che la, d, f, sia equale alla, a, b, & dal ponto, f, ducere una linea equidistante alla. b. d. & produr la. a. b. fina a tanto che la concorra con quella in ponto, e, hor dico la linea. b. e. esser quella che cercamo, laqual cosa se dimostra per li medesimi modi e uie di l'altra.

Proble-

Problema.3. Propositione.11.

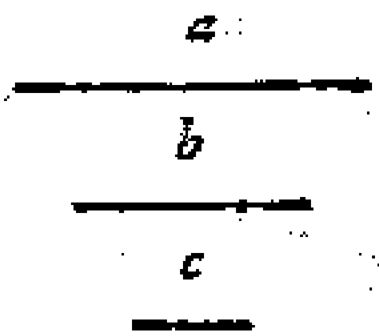
10 A tre date rette linee, puotemo trouare una quarta proportionale.

12



Siano le tre date rette linee. a.b.c. voglio a essi, a, b, c, trouar una quarta proportionale congiongo due linee rette, d, e, & e, f, angularmente & taglio della linea. d. e. (per la terza del primo) la linea. d. g. equale alla linea. a. & la. g. e. equale alla, a, & oltra di questo la. d. h. equale alla. c. & dal ponto. g. al ponto. h io tiro la linea, g. h. & dal ponto, e. duco la linea, e, f, equidistante alla. g. h. & concorrente con la. d. f. in ponto, f, perche adonque del triangolo, d, e, f, a uno lato di quello (che è, e, f,) e protratta la equidistante, g, h, adonque per (la seconda di questo) è si come della, d, g, alla, g, e, cosi della, d, h, alla, h, f, ma la, d, g, è equale alla a, et la, g, e, alla, b, et la, d, h, alla, c, adonque è si come della, a, alla, b, cosi della, c, alla, h, f, adonque alle tre date rette linee, a, b, c, è trouata la quarta proportionale, h, f, qual cosa bisogna fare.

Il Tradottore.



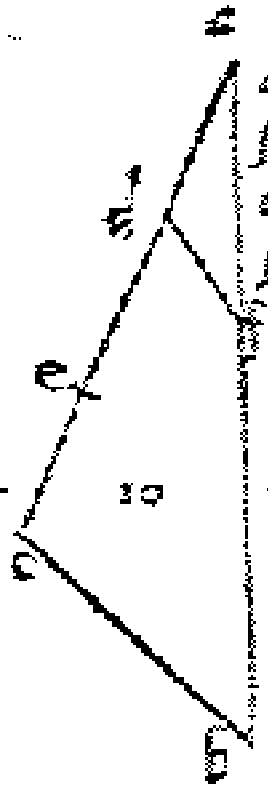
Bisogna aduertir che a voler trouar una quarta linea proportionale alle tre date rette linee. a. b. c. se puo intendere in duoi modi come etiam sopra la passata fu detto, cioe trouar una consequente alla, c, ouer una consequente alla, a, volendola trouar consequente alla, c, se procederia come è stato fatto di sopra, ponendo la, d, g, equal alla, a, & la, g, e, al, a, b, & la, d, h, alla, c, & procedere come è stato detto ma volendola trouar consequente alla, a, se haueria tolto la, d, g, equale alla, c, & la, g, e, equale alla, b, & la, d, h, equale alla, a, & procedere ut supra, & nota che le tre date linee pono esser & non esser continue proportionale ancora nota qualmente questa soprascritta propositione si ritroua solamente in la seconda tradottione, vero è che in fin della espositione della passata è stato aggionto (sotto breuità) il medesimo, tamen non ho voluto restar di porui la propositione di l'Auttor hauendola trouata.

Problema.4. Propositione.12.

11 Da una assignata retta linea puotemo tagliare una ordinata parte.

9

Sia la assignata linea. a. b. io voglio da quella tagliare una ordinata parte alliquota, come a dir il terzo, congiongo a quella angularmente (come viene) una linea de indefinita quantità, laqual sia, a, c, dalla qualle reseco tre equal portioni, lequale siano. a. d. d. e. & e. c, & produco le linee. c. b. & . d. f. fra loro equidistante dico la. a. f. esser la terza parte della. a. b. perche le proportione della, c, d, alla, d, a, (per



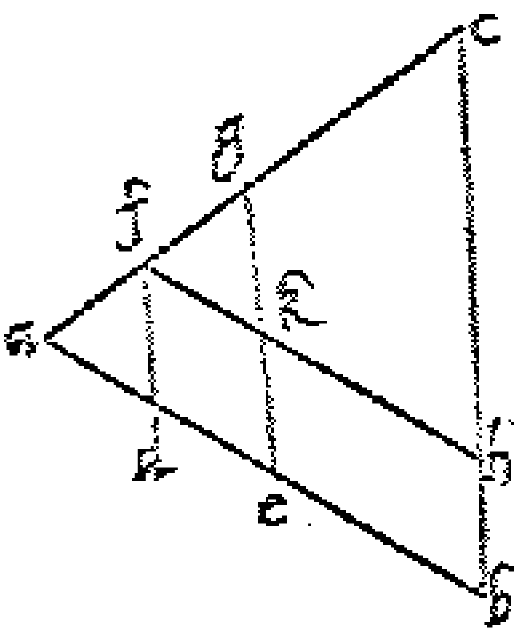
a. (per la seconda di questo) è si come della.b.f.alla.f.a.per laqual cosa congiuntamente della.c.a.alla.d.a.è si come della.b.a.alla.f.a.conciosia adonque che la.c.a.sia tripla alla.d.a.egli è manifesto la.a.f.esser la terza parte della.a.b.che è il proposito.

Problema.5. Propositione.13.

12/10

De due linee proposte l'una indiuisa l'altra diuisa in parti, potemo diuidere la indiuisa al modo della diuisa.

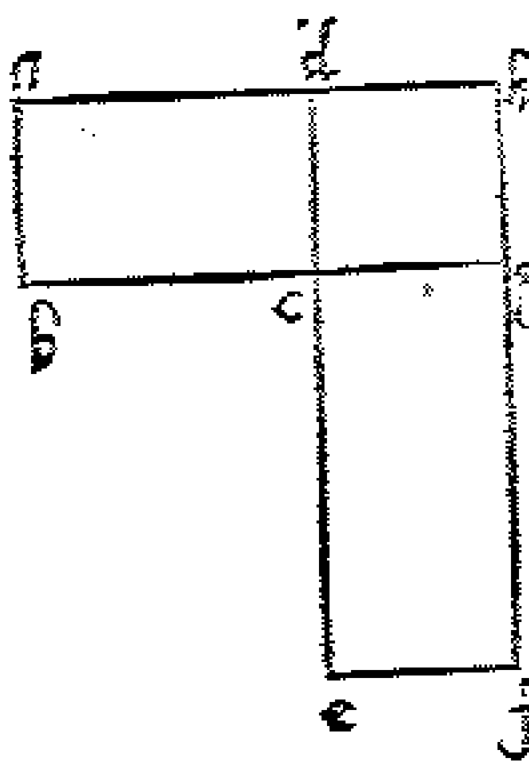
Siano le due linee (lequale congiongerò angularmente come un gono) .a.b. & .a.c.e sia.a.b.diuisa in tre, ouero qual si uoglia portioni, signati in quella li ponti.d. & .e.uoglio secondo le medesime portioni diuidere la linea.a.c.quando adonque hauerò congiunte quelle angularmente, come è detto, tirarò la linea.b.c. & equidistante a quella la.d.f. & .e.g.duo queste equidistante diuidere la linea.a.c.in parti proportionale alle parti della.a.b. perche menando la.f.h.equidistante alla.a.b.laquale segha la.e.g.in ponto.k. & serà (per la seconda di questo) la proportione della.g.f.alla.f.a.si come della.e.d.alla.d.a.& della.c.g.alla.g.f.si come della.b.k.alla.k.f. per laqual cosa è si come della.b.e.alla.e.d. (per la trigesima quarta del primo, & per la seconda parte della settima del quinto) che è il proposito.ma il bisogna tante uolte repetere la seconda de questo quante, parti seranno in la linea.a.b.manco una, e la trigesima quarta del primo & la settima del quinto manco due.



Theorema.9. Propositione.14.

14/14

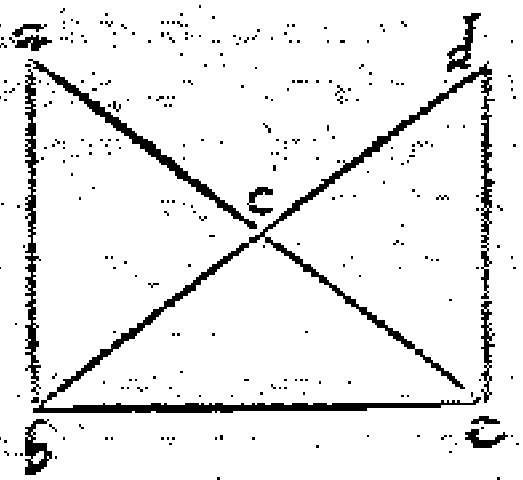
Se seranno due superficie equali de lati equidistanti dellequale un'angolo dell'una sia equal a un'angolo dell'altra, li lati continenti li duoi angoli equali, e necessario esser mutekefia, e se gli lati continenti li duoi angoli equali seranno mutekefia, le due superficie è necessario esser equale.



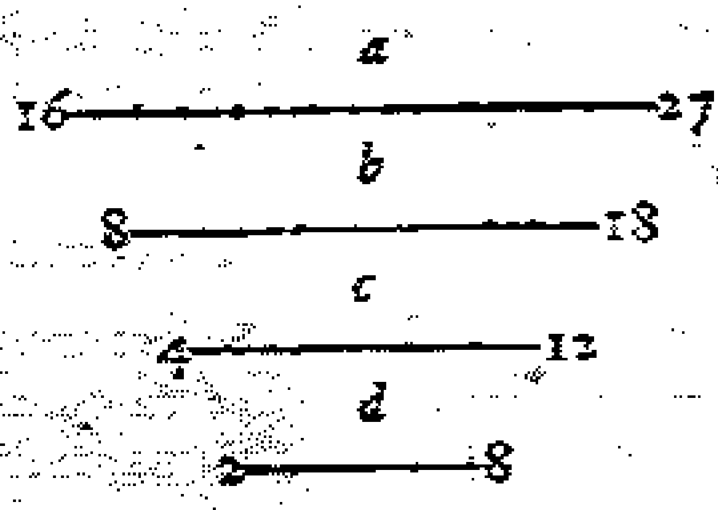
Siano le due superficie.a.b.c.d. & .c.e.f.g. de equidistanti lati & equal, e sia l'angolo.c.dell'una equale all'angolo.c.dell'altra, dico la proportione del lato.b.c.al.c.g.esser si come del.e.c.al.c.d. e se la proportione del lato.b.c.al.c.g.serà si come del.e.c.al.c.d.et li predetti angoli siano anchora equali, dico quelle due superficie de lati equidistanti esser equale ser equale, perche congiungendo io quelle angularmente, cioe l'angolo, c, dell'una con l'angolo, c, dell'altra cosi che li duoi lati de quelle liquali sono, b, c, & c, g, facciano una linea, & seranno similmente li altri duoi lati, d, c, & c, e, una linea altramente seguiria (per lo precedente presupposito) equale che l'angolo, c, dell'una esser equale all'angolo, c, dell'altra, (& per la quartadecima del primo) la parte esser equale al tutto, adonque compirò la superficie de equidistanti lati producte le linee, a, d, & f, g, per fina a tanto che concorrano in, h, & serà (per la prima parte della settima del quinto) de l'una & l'altra delle superficie, a, c, & c, f, alla superficie, c, h, una medesima proportione, & perche (per la prima di questo) la proportione della superficie, a, c, alla superficie, c, h, è si come della linea, b, c, alla linea, c, g, & della superficie, c, f, alla medesima superficie, c, h, si come della, e, c, alla, c, d, & è manifesta la prima parte della proposta conclusione. La seconda parte anchora è manifesta perche (per la prima di questo) la proportione della, b, c, alla, c, g, è si come della, a, c, alla, c, h, & della, e c, alla, c, d, si come della, c, f, alla medesima, c, h, & perche eglie sta supposto che la proportione della, b, c, alla, c, g, è si come della, e, c, alla, c, d, serà dell'una & dell'altra delle due superficie. a. c. & e. g. alla superficie, c, h, una proportion adonque (per la prima parte della nona del quinto) la, a, c, è equale alla, c, f, & cosi è manifesta la seconda parte.

Theorema 10. Propositione 15.

14/15 Se seranno duoi triangoli equali delliquali uno angolo dell'uno, sia equale a uno angolo dell'altro, li lati continenti li duoi angoli equali seranno mutekesia, & se li lati continenti li duoi angoli equali seranno mutekesia, li duoi triangoli se approuano essere equali.

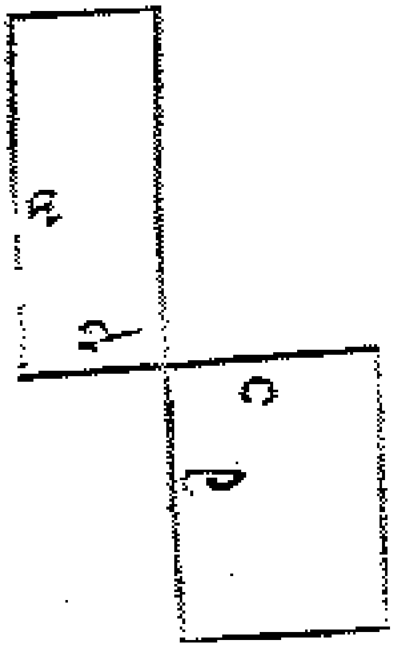


Siano duoi triangoli, a, b, c, e, d, e, equali, & sia l'angolo, c, dell'uno equale all'angolo, c, dell'altro dico la proportione del lato, a, c, al, c, e, esser si come del, d, c, al, c, b, & se serà la proportion del, a, c, al, c, e, si come del, d, c, al, c, b, et li predetti angoli siano anchora equali, dico quelli duoi triangoli esser equali, perche congiungendo io quelli angularmente cosi che li lati, a, c, & c, e, sian fatti una linea seranno similmente, b, c, & c, d, una linea altramente seguiria la parte esser equale al tutto (per la quinta decima del primo) & tirarò la linea, b, e, & serà (per la prima parte della settima del quinto) dell'uno e dell'altro de ditti triangoli al triangolo,



golo. c. b. e. una proportione, & perche (per la prima di questo) del primo de
quelli a quello è si come del. a. c. al. c. e. & del secondo de quelli al medesimo è si
come del. d. c. al. c. b. è manifesta la prima parte della proposta conclusione. La secon
da parte se prima al contrario perche della, a, c, alla, c, e, è si come del primo trian-
golo al triangolo. b. c. e. & del, d, c, al, c, b, si come del secondo al medesimo (per la
prima di questo) & perche le stato posto che'l sia del, a, c, al, c, e, si come del, d, c, al,
c, b, serà dell'uno & dell'altro de detti triangoli al triangolo, b, c, e, una proportio-
ne, per laqual cosa per la prima parte della nona del quinto
quegli sono equali & cosi manifesta la seconda parte.

15
16



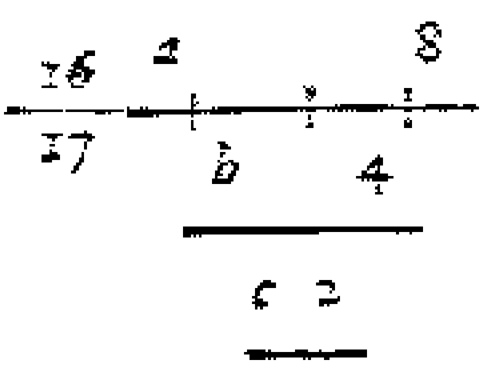
Theorema. 11. Propositione. 16.

Se seranno quattro linee proportionale, lo rettangolo che serà contenuto sotto la prima & la ultima, serà equale a quello, che serà contenuto sotto alle altre due, & se'l rettangolo che serà contenuto sotto la prima & la ultima, serà equale a quello che serà contenuto sotto alle altre due, le quattro linee conuiene esser proportionale.

Siano le quattro linee, a, b, c, d, proportionale, & sia la proportione della, a, alla, b, si come della, c, alla, d, dico che la superficie contenuta sotto della, a, & della, d, è equale alla superficie contenuta sotto della, b, & della, c, & se la superficie contenuta sotto della, a, & della, d, è equale alla superficie contenuta sotto della, b, & della, c, dico che la proportione della, a, alla, b, è si come della, c, alla, d, perche essendo fatte la superficie contenuta sotto della, a, & della, d, & la superficie contenuta sotto della, b, & della, c, se la proportione adonque della, a, alla, b, è si come della, c, alla, d, li lati di quelle superficie seranno mutekesia & li angoli contenuti da quelle equale, perche l'una e l'altra e di angoli retti, per laqual cosa (per la seconda parte della quartadecima di questo) esse sono equale, che è il primo proposito. El secondo è manifesto (per la prima parte della medesima) perche se esse sono equale (perche tutti li angoli de quelle sono retti) li lati di quello seranno mutekesia perilche la proportione della, a, alla, b, è si come della, c, alla, d, che è il secondo proposito.

Theorema. 11. Propositione. 17.

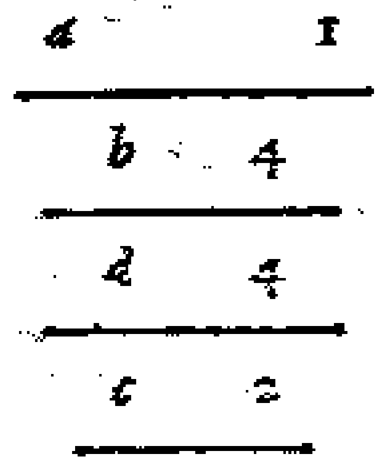
16
17



Se seranno tre linee proportionali, lo rettangolo, che serà contenuto sotto la prima & terza, serà equale al quadrato della seconda descritto, ma se quello che serà contenuto sotto la prima & terza è equale a quello quadrato che uien prodotto dalla seconda, quelle tre linee seranno proportionale.

Sia la proportion della linea .a. alla linea .b. si come della linea .b. alla linea .c. dico che la superficie contenuta sotto della .a. & dello .c. è equale al quadrato della .b. & se la superficie contenuta sotto della .a. & della .c. è equale al quadrato della .b. dico che la proportione della ,a, alla ,b, è si come della .b. alla .c. ma questo è euidente per la precedente posta una linea, laquale sia equale alla .b. talmente che la .b. sia in ragione de seconda & de terza.

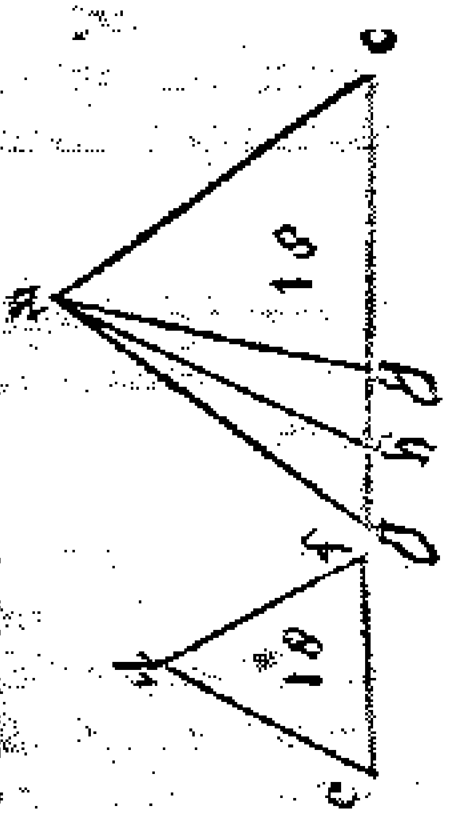
Il Tradottore.



Verbi gratia, ponendo la .d. equale alla .b. (come in la seconda figuratione appare) haueremo poi quattro linee proportionale, cioe ,a, b, d, c, cioe che la proportione della ,a, alla ,b, è si come della ,d, alla ,c, onde (per la precedente) lo rettangolo che serà contenuto sotto della .a. & della .c. serà equale a quello che serà contenuto sotto della .b. & della .d. & perche il rettangolo contenuto sotto de la .b. & della .d. è equale e simile al quadrato della .b. (per esser la .d. equale alla .b.) seguita adonque il rettangolo contenuto sotto della .a. & della .c. esser equale al quadrato della .b. che è il primo proposito, il secondo similmente se manifesta per la seconda parte della precedente.

Theorema .13. Propositione .18.

17 Se seranno duoi triangoli simili, la proportione dell'uno all'altro è
19 come la proportione de qual suo lato ne piace al suo relatiuo lato dell'altro duplicata.



Siano li duoi triangoli .a. b. c. & d. e. f. simili & (per la diffinitione) seranno equiangoli & de lati proportionali, sia adonque l'angolo .a. equale all'angolo .d. & l'angolo .b. all'angolo ,e, & l'angolo ,c, all'angolo ,f, & serà la proportione del lato .a. b. al .d. e. & del .a. c. al .d. f. si come del .b. c. al .e. f. dico che la proportion del triangolo ,a, b, c, al triangolo ,d, e, f, è si come la proportione del .b. c. al .e. f. duplicata, perche essendo sottogionta (secondo la dottrina della decima di questo) alle due linee .b. c. & e. f. una terza in continua proportionalità laqual sia .c. g. protratta, ouer resecata la .c. b. (se la .c. g. serà maggior ouer minor di quella) & essendo produtta la linea .g. a. & serà (per la seconda parte della decima quinta di questo) el triangolo .a. g. c. equale al triangolo .d. e. f. per questo che la proportione della .a. c. alla .d. f. è si come della .e. f. alla .c. g. & l'angolo .c. equale all'angolo .f. per laqual cosa (per la seconda parte della settima del .5.) lo triangolo .a. b. c. all'uno et l'altro de quegli hauerà una proportione, & (per la prima di questo) la proportione

tione del triangolo, a, b, c, al triangolo, a, g, c, è si come della, b, c, alla, g, c, & la proportione della, b, c, alla, g, c, è si come della, b, c, alla, e, f, duplicata (per la undecima diffinition del quinto) adonque la proportion del triangolo, a, b, c, al triangolo d. e. f, è si come la proportione della, b, c, alla, e, f, duplicata che è il proposito, ma se per caso la, c, g, sia equale alla, b, c, serà (per la seconda parte della quintadecima di questo) il triangolo, a, b, c, equale al triangolo, d, e, f, & la equal proportion è composta dalla equal duplicata, ouer treplicata, ouer quante volte si voglia. Questa medesima positione possemo per il medesimo modo & per li medesimi mezzi demostrare delle superficie simile de lati equidistanti tolta solamente la quartadecima del presente in loco della quintadecima, ma il non demostra quella, perche per la sequente el se dimostra universalmēte de tutte le superficie simile, per laqual cosa (per il correlario che universalmente è proposto de tutte le superficie simile) non solamente è manifesto nelli triangoli, ma demostra la sequente serà manifestamente de tutte, ma lui pose quello in questa & non in la sequente, perche il correlario de questa è non della sequente, perche dal modo della demostratione de questa è manifesta la sua verità e non dal modo di quella.

Correlario della prima tradottione.

Et da questo anchora è manifesto che di ogni tre linee continue pro-
17 portionale quanta è la prima alla terza, tanta serà una superficie constituida sopra la prima a una superficie constituida sopra la seconda, essendo simile in lineatione & creatione.

Correlario della seconda tradottione.

Anchora da questo è manifesto che de ogni tre linee continue pro-
19 portionale, quanta è la prima alla terza, tanta serà la superficie rettangola costituta sopra la prima alla superficie rettangola costituta sopra la seconda quando serà a quella simile in lineatione & creatione.

Il Tradottore.

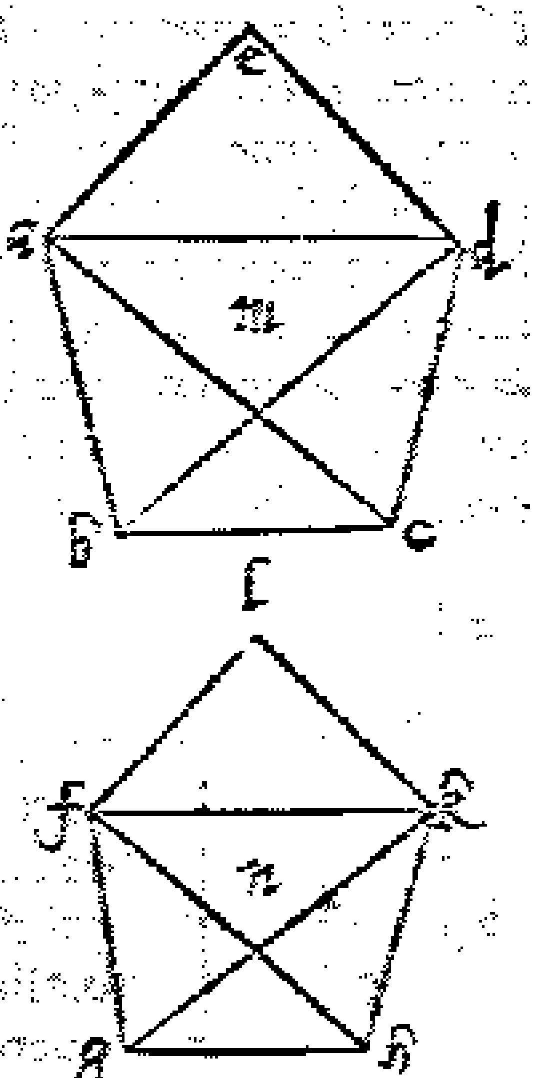
El primo delli soprascritti doi correlarij conclude generalmente che per le cose dette, & dimostrate di sopra eglie manifesto che de ogni tre linee continue proportionale tal proportione serà della prima alla terza, quale serà de una superficie constituida sopra alla prima linea, a una superficie constituta sopra alla seconda linea, [illegible] che le dette due superficie siano simile in lineatione & creatione. Il secondo, cioe quello della seconda tradottione, conclude il medesimo solamente delle superficie rettangole simile, & circa cio io dico che eglie ben il vero che di sopra eglie stato demostrato delle tre linee. c. b. f. e. c. g. continue proportionale, che tale proportione e dalla prima. c. b. alla terza. c. g. qual è dallo triangolo. a. b. c. (constituito sopra alla prima linea) allo triangolo, d, e, f, (constituido sopra alla seconda) ma per questo non se verifica totalmente il detto correlario della prima tradottione, ilquale conclude generalmente de tutte

le super-

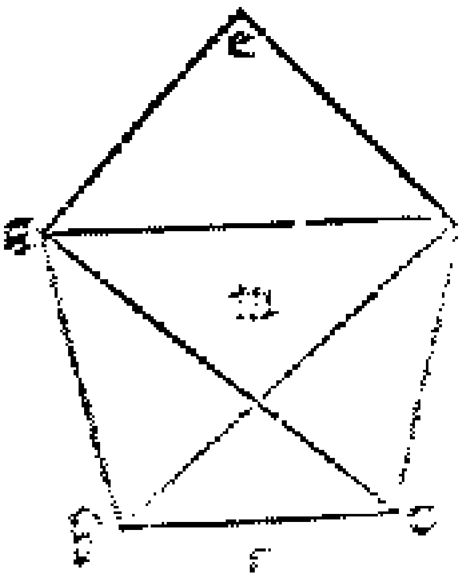
le superficie simili, & manco si uerifica quello della seconda tradottione: ma egli è ben il uero che quello della seconda tradottione si poria dimostrare facilmente (come dice etiam il Commentatore) cioe usando nella argumentatione la decimaquarta propositione di questo in luoco della decimaquinta. Perche (secondo il mio giuditio,) il suo proprio & condecente luoco dell'uno & dell'altro credo, che sia dapoi la demostratione della sequente propositione, perche in tale luocho (mediante le cose demostrate in la precedente, & etiam nella sequente propositione) uerria ad essere uerificato totalmente quello che conclude l'uno & l'altro delli predetti dui correlarii, ma perche in l'una e l'altra tradottione sono poste drieto a questa propositione, & in tal luocho li hanno lassati, & perche il secondo Correlario posto in fine della sequente propositione è simile in conclusione al sopraseritto della prima tradottione mi fa credere questo essere uno espresso errore delli tradottori, & se cosi non fusse lo sopradetto primo Correlario, cioè quello della prima tradottione seria stato superfluamente posto dallo Authore, il che non è da credere.

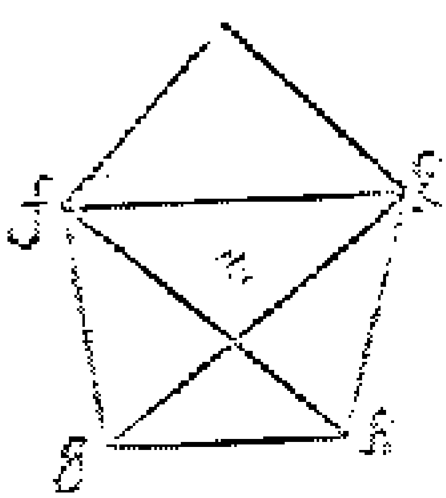
Theorema. 14. Propositione. 19.

18 Ogni due superficie simili multiangule sono diuisibile in triangoli
20 simili & in numero equali, & la proportione dell'una di quelle all'altra è si come, la proportione dupplicata de qualunque suo lato al suo relatiuo lato dell'altra.



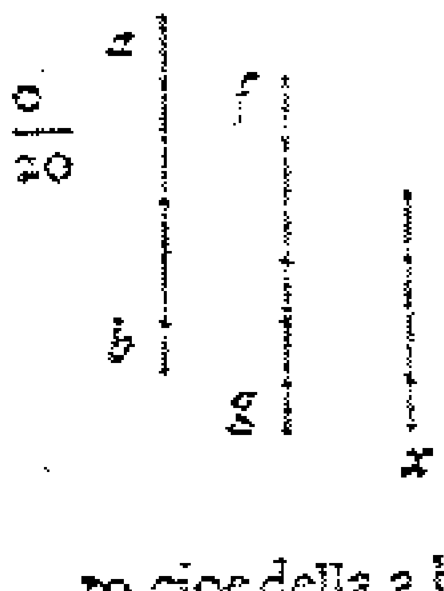
Siano esempli gratia li dui penthagoni .a.c.d.f.h.k. simili. Dico che essi sono diuisibili in triangoli simili & in numero equali, & che la proportione de l'uno di quegli all'altro è si come la proportione dupplicata del .a.b. al .f.g. perche essendo dutte le due linee .a.c. et .a.d. e similmente la .f.h. & .f.k. & serà (per lo precedente presupposito, & per la sesta di questo) lo triangolo .a.b.c. equiangolo al triangolo .f.g.h. & lo triangolo .a.e.d. al triangolo .f.l.k. similmente anchora (per questa communa scientia se da cose equale se toglie cose equale li rimanenti sono equali) serà lo triangolo .a.c.d. equiangolo al triangolo .f.h.k. perche li detti penthagoni sono sta posti equiangoli & similmente de lati proportionali. Et perche li triangoli in li quali sono diuisi, sono fra loro equiangoli (come è sta prouato) seranno etiam simili (per la quarta di questo) & per la diffinitione delle superficie simili, per laqual cosa concosia che essi sono equali in numero è manifesto il primo proposito, per lo secondo sia protratta la .b.d. laqual segharà la .a.c. in ponto .m. & la .g.k. laqual segharà la .f.h. in ponto .n. & serà lo triangolo





b. c. d. equiangolo al triangolo. g. h. K. (per la sesta di questo, & per la presente presupposito) per laqual cosa e lo triangolo. a. b. m. al triangolo. f. g. n. & lo. a. m. d. al. f. n. k. adonque (per la quarta di questo) la proportion della. b. m. alla. g. n. e si come della. a. m. alla. f. n. & della. a. m. alla. f. n. si come della. m. d. alla. n. k. per la qual cosa (per la undecima del quinto) della. b. m. alla. g. n. è si come della. m. d. alla. n. k. adonque permutatamente della, b, m, alla, m, d, è si come della. g. n. alla. n. K. ma (per la 1. di questo) del triangolo, a, b, m. al triangolo. a. m. d. e del. b. c. m. al c. m. d. è si come della. b. m. alla. m. d. & (per la medesima) del. f. g. n. al. f. n. K. & del. g. n. h. al, h, n, k, si come della. g. n. alla. n. k. adonque (per la tertiadecima del quinto) del triangolo. a. b. c. al triangolo. a. c. d. è si come del triangolo. f. g. h. al triangolo. f. h. K. per laqual cosa premutatamente del, a, b, c, al, f, g, h, è si come del, a, c, d, al, f, h, k, con la medesima ragione tu approuerai che & si come del a. e. d. al. f. K. l. adonque (per la tertiadecima del quinto) de tutto il penthagono a tutto il penthagono è si come del. a. b. c. al. f. g. h. adonque (per la precedente) la proportione del penthagono, a, c, d, al penthagono, f, h, k, è si come la proportione della, a, b, alla, f, g, duplicata, che è il proposito, dal qual un'altra volta è manifesto il correlario della precedente, altramente tu puoi demostrare il secondo, perche essendo li triangoli, in liquali li penthagoni sono diuisi fra loro simili, serà (per la precedente) la proportione del, a, b, c, al, f, g, h, si come della. b. c. alla. g. h. duplicata, & del, a, c, d, al, f, h, K, si come della, c, d, alla, h, k, duplicata, et del, a, e, d, al, f, l, K, si come della, d, e, alla k, l, duplicata, perche adonque tutte queste proportioni duplicate sono equale per questo che'l fu posto le sempre esser equal serà (per la tertiadecima del quinto) de tutto il penthagono a tutto il penthagono si come dello lato di l'uno al suo relatiuo lato dell'altro la proportione duplicata.

Correlario.



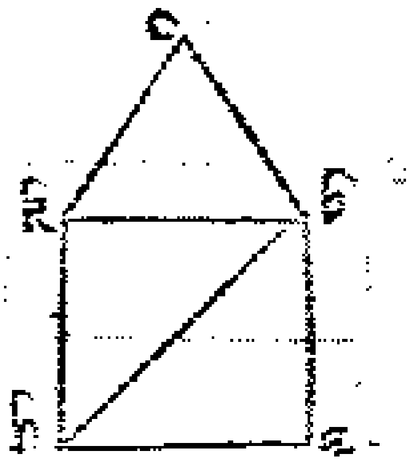
E per questo uniuersalmente è manifesto, che le simile figure rettelinee, fra loro sono in doppia proportione delle simile proportione di lati, perche se de essi medesimi. a. b. &. f. g. togliemo la proportional. x. essa. a. b. alla. x. ha doppia proportione che la. b. alla. f. g. ueramente, & il polygonio al polygonio, ouero il quadrato al quadrato hanno doppia proportione, che della simile proportione del lato al lato, cioe della. a. b. alla. f. g. & questo anchora è manifesto in li triangoli.

Correlario

Correlario secondo.

0/20 Per tanto anchora universalmente è manifesto che se tre rette linee seranno proportionale si come la prima alla terza, cosi serà la specie, che è descritta dalla prima a quella laquale è similmente descritta simile dalla seconda.

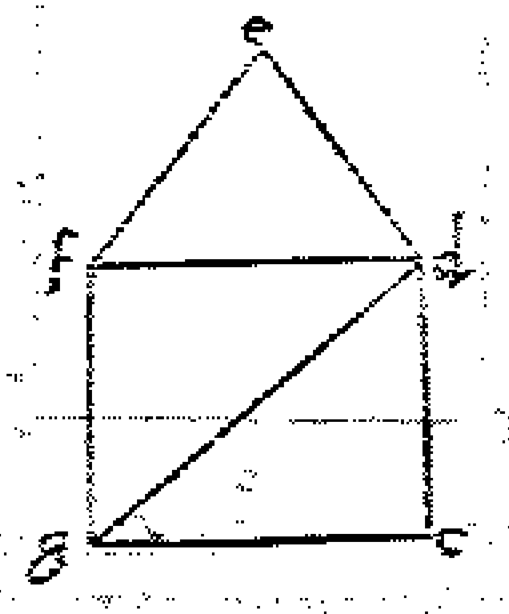
Il Tradottore.



Questi sopra ascritti duoi Correlarij se trovano solamente in la seconda tradottione, il primo di quali conclude il converso dello correlario della precedente etiã de questo, secondo, perche questo secondo correlario in sostantia conclude il medesimo che conclude il correlario della precedẽte, secondo la tradottione del Campano, qual conclude che de ogni tre linee continue proportionale tal proportion ha la prima alla terza qual ha una superficie costituta sopra la prima a una superficie costituta sopra alla seconda quãdo la serà a quella simile in lineatione & creatione, & perche el non specifica (rettangola) come fa quello di la noua tradottione, se die intendere de ogni specie superficie simili, come conclude etiam il secondo di questa decima nona propositione, perilche a me par che questo secondo sia quel instesso della precedente secondo la tradottione del Campano. Onde penso che questo sia un errore de scrittori, altramente il correlario della precedente seria superfluo, perche il secondo di questa satisfa per quello, o sia di la noua tradottione, o sia di quella del Campano.

Problema. 6. Propositione. 20.

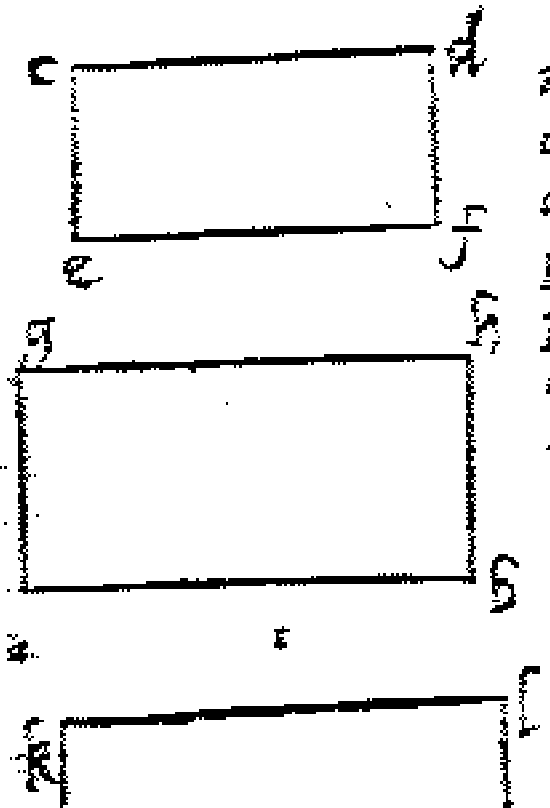
18/19 Sopra una data retta linea possemo descriuer uno rettilineo simile e similmente posto a uno dato rettilineo.



Sia la data linea.a.b. sopra laquale voglio costituire una superficie, rettilinea simile & similmente posta a data superficie, che sia penthagona, & sia.c.d.e.f.g. divido questo penthagono in triangoli, dutte le linee.d.f. & d.g. & sopra il ponto.a. costituisco uno angolo equale all'angolo.c. (dutta la linea.a.h.) & sopra il ponto.b. costituisco un altro angolo (ilquale sia.a.b.h.) equale all'angolo.c.d.g. protratta la linea.b.h. fina a tãto che quella concorra con la.a.h. in ponto.h. & serà (per la trigesima seconda del primo) l'angolo.a.h.b. equal all'angolo.c.g.d. e però (per la quarta di questo) li lati di duoi triangoli.g.c.d. & .h.a.b. seranno proportionali. faccio anchora lo angolo.b.h.k.

(datta la linea, b, x,) equal all'angolo, g, d, f, et l'angolo, k, b, l, (datta la linea, b, l,) equale all'angolo, f, d, e, & l'angolo, h, b, k, (datta la linea, x, h,) equale all'angolo, d, g, f, & l'angolo, h, k, l, (datta la linea, k, l,) equale all'angolo, d, f, e, & serà perfetto il penthagono che era da esser costituido sopra la linea, a, b, perche quello è equiangolo al dato penthagono per la equalità di angoli di triangoli in liquali l'uno & l'altro è diuiso, & etiam è de lati proportionali per la proportionalità di lati de essi triangoli, laqual cosa dalla quarta di questo euidentemente appareno, perilche (per la diffinitione delle superficie simile) lo penthagono constituido sopra la linea, a, b, è simile al penthagono dato, che è il proposito.

Il Tradottore.



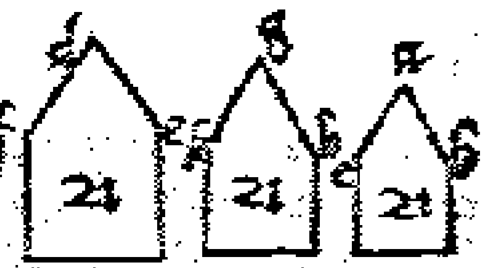
El testo di questa sopraescritta propositione lo hauemo tradotto la maggiore parte secondo la seconda traduttione, perche quello della tradottion dil Campano è diminuto assai, perche il prepone di voler constituere sopra una data linea una superficie simile a una data superficie, & doueria dire una superficie rettilinea simile & similmente posta a una data superficie rettilinea altramente la superficie proposta potria esser cosi conditionata che sopra alla data linea se potra descriuere due è piu superficie simile alla data superficie & fra loro seranno differente in quantità, come serebbe verbi gratia, sia la data superficie, c, d, e, f, & per piu facile intelligenza sia rettangola, & la longhezza, c, d, di quella sia doppia alla larghezza, c, e, & sian date due linee equale, cioe, a, b, prima & , a, b, seconda hor dico che sopra alla linea, a, b, se puo descriuere due superficie simile alla data, c, d, e, f, & differente in quantità, perche se io ponerò la data linea per longhezza la me darà minor figura che a ponerla per larghezza come appar in le due superficie, a, b, g, e, & a, b, k, l, che cadauna è fatta simile alla, c, e, d, f, cioe la longhezza de cadauna e doppia alla sua larghezza, e sono rettangole & nientedimeno la, a, b, k, l, (per lo primo corrolario della decima nona di questo) è quadrupla alla, a, b, g, h, & questo procede che la prima linea, a, b, è posta per longhezza & la seconda per larghezza de detta superficie descritta, & se per caso la data superficie fusse de tre lati diuersi sopra alla data linea se poterà descriuere tre superficie simile alla data e diuerse fra loro in quantità, cioe una tolendo la data linea per il lato minor de detta figura, l'altra tolendola per il lato mezzano, e l'altra tolendola per il lato maggiore, & cosi se la data superficie fusse de quat-

de quattro lati, ne quali se ne porria descriuere quattro & se de cinque cinque, e cosi discorrendo in sei sette otto &c. Se uede adonque che la propositione (senza quella conditione che dice & similmente posta) seria mendosa & haueria piu risposte, ma con la detta conditione non puo hauere saluo che una risposta sola, e non piu, perche la figura che se hauerà a designar bisogna che la sia non solamēte simile alla data, ma che la sia similmente posta, cioe che la se riposi sul medesimo lato doue se riposa la data, onde la superficie, a, b, k, l. quantunque la sia simile alla data, c, d, e, f, tamen la non è similmente posta, perche la data, c, d, e, f, se riposa & tien per basa il maggior lato di quella, cioe, e, f, & la, a, b, k, l, se riposa & per basa il lato minore, cioe, a, b, ma la superficie, a, b, g, h, è ueramente descritta sopra alla linea a, b, con la conditione, che se recerca in la soprascritta propositione, cioe simile & similmente posta alla data superficie, c, d, e, f, perche la se riposa & tien per basa il maggior lato, e questo è quello che uolemo inferire.

Theorema. 15. Propositione. 21.

20 Se seranno due, ouer piu superficie simili a una superficie quelle è ne
21 cessario fra loro esser simili.

Sia l'un e l'altro di penthagoni. a. b. c. d. e. f. simili al penthagono, g, h, k, dico quelli esser fra loro simili, perche l'un e l'altro de quegli è equiangolo al penthagono. g, h, k, (per la conuersione della diffinitione della superficie simili) per il che sono fra loro equiangoli, similmente anchora per la conuersione della medesima diffinitione, la proportion del. a. b. al. g. h, è si come del, a, c, al, g, k, & del, g, h, al, d, e, si come del, g, k. al, d, f, adonque per la equa proportionalità del, a, b, al, d, e, è si come del, a, c, al, d, f, per lo medesimo modo tu approuerai li altri lati di penthagoni, a, b, c, & , d, e, f, (continenti li equali angoli) esser proportionali adonque (per la diffinitione delle superficie simili) essi sono fra loro simili, che è il proposito.

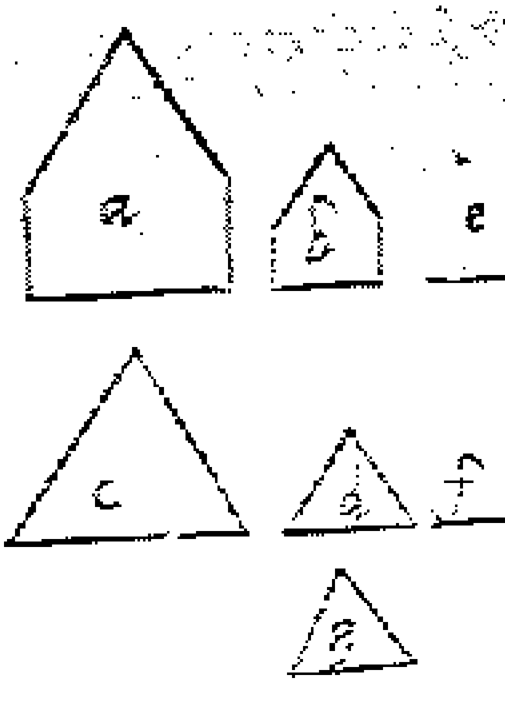


Theorema. 16. Propositione. 22.

21 Se seranno quattro rette linee proportionale, & essendo designato
22 sopra due, & due superficie rette linee simile, & similmente descritte anchora esse superficie seranno proportionale, ma se li simili superficie constitute sopra due & due linee seranno proportionale, anchora esse linee necessario esser proportionale.

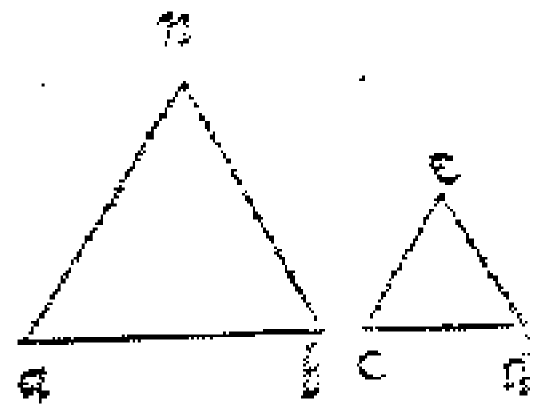
Siano quattro linee proportionale, a, b, c, d, & sia la proportione della, a, alla, b, si come della, c, alla, d, dico che essendo constituide superficie simile sopra la, a, & b. (come duoi penthagoni simili) & altre simile constituide sopra la, c, & , d, (come duoi triangoli simili) serà la proportione di penthagoni si come di triangoli, ma essendo li penthagoni simili & similmente etiam li triangoli simili, & essendo la

propositione

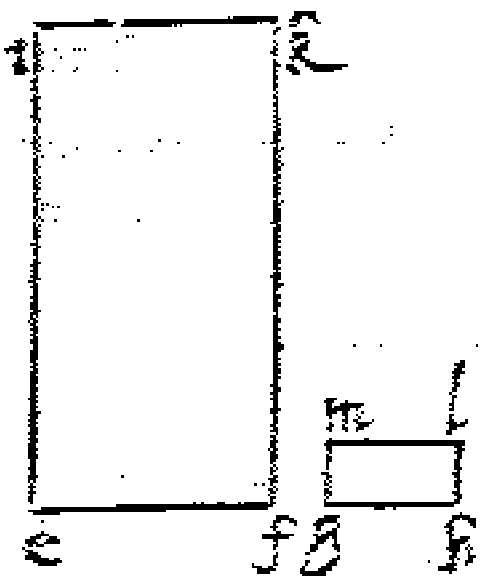


proportione del penthagono al penthagono, si come del triangolo, al triangolo dico che la proportione della, a, alla, b, serà si come della, c, alla, d, perche essendo sottoguonto alle linee, a, & b, la, e, & alle linee, c, & d, la, f, in continua proportionalità, si come amaistra la decima di questo, & serà (per la uigesima seconda del quinto & per la equa proportionalità) della. a. alla. e. si come della, c, alla, f, perche adonque (per lo correlario secondo della decima nona di questo) la proportione di penthagoni è si come della, a, alla, e, et di triangoli si come della, c, alla, f, serà adonque la proportion di penthagoni si come di triangoli, & questo il primo proposito, il secondo cosi è manifesto, siano li duoi penthagoni simili & li dui triangoli simili, & sia la proportione di penthagoni si come di triangoli, dico che la proportione della, a, alla, b, è si come della, c, alla, d, perche sia fatto della, c, alla. g. si come della. a. alla. b. (& come questo si debbia fare è detto di sopra la undecima di questo (& sopra la, g, sia fatto (si come insegna la uigesima di questo) una superficie simile a quella, che è constituta sopra la linea. c. & serà (per la precedente simile a quella) che è constitua sopra la linea. d. & serà anchora (per la prima parte de questa uigesima seconda) qual proportione del penthagono, a, al penthagono. b, quella medesima del triangolo, c, al triangolo, g, ma la medesima era etiam del triangolo. c. al triangolo, d, adonque (per la seconda parte della nona del quinto) lo triangolo, d, è equale al triangolo, g, & perche sono simili; serà la linea, g, equale alla linea. d. (per la prima parte della decima ottaua di questo) quando che sopra le linee, c, d, & g, siano triangoli, ouer (per la seconda parte della decima nona) quando fussero stati qualunque altre figure multiangole, perche la equalità non è produtta da alcuna proportione duplicata, ouer triplicata, ouer pigliata quante uolte si uoglia se non dalla equale, adonque della. c. alla. d. serà si come della, a, alla, b, che è il proposito.

Il Tradottore.



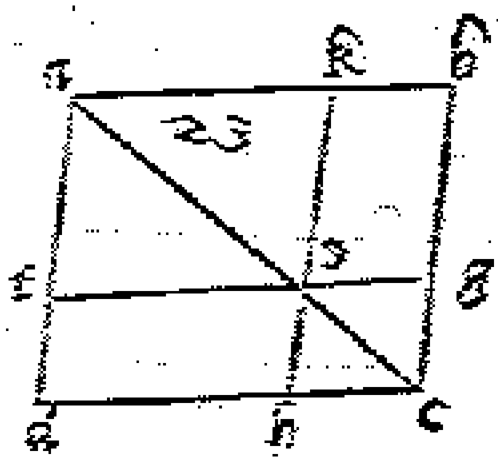
Quella particula, cioe in el soprascritto testo dice, & similmente descritte si troua solum in la seconda tradottione, senza laquale il testo di la tradottione del Campano pateria oppositione si come nella passata, per che essendo quattro rettelinee proportionale, se potra descriuere, sopra due, & due superficie rettilinee simile lequali seran cosi conditionate che (non essendo similmente descritte) non seranno proportionale, essempli gratia, siano le quattro linee. a. b. c. d. e. f. g. h. proportionale & per maggior intelligentia sia la. a. b. dupla alla. c. d. & similmente la, e, f, alla, g, h, & sopra le due. a. b. & c. d. siano descritti duoi triangoli equilateri, & sopra le due, e, f, & g, h. siano descritti



descritti due superficie rettangole che la longhezza de cadauna sia doppia alla larghezza e sian cosi conditionatamente descritte che la linea .e.f. venga a esser larghezza de l'una (cioe di quella descritta sopra di se) et la linea .g.h. venga a esser longhezza dell'altra (come appare in le ditte due superficie .e.f.i.k. & .g.h.l.m.) Hor siando che le quattro linee .a.b.c.d.e.f.g.h. sono proportionale, & sopra le due .a.b. & .c.d. sono descritti li dui triangoli .a.b.n. & .c.d.o. liquali per esser equilateri sono simili (per la quinta di questo) & sopra le altre .2. e.f. & .g.h. son descritte le due superficie .e.f.i.k. & .g.h.l.m. lequale son etiā simili (per la diffinitione) & tamen queste quattro superficie non sono proportionale, immo el triangolo .a.b.n. è quadruplo al triangolo .c.d.o. (per la decima ottaua di questo) & la superficie .f.i.k. è sedecupla alla superficie .g.h.l.m. (p la decima nona di questo) e questa disproportionalità procede perche le due superficie .e.f.i.k. & .g.h.l.m. non sono similmente descritte, & questo è quello che volemo inferire, e di questo molto bisogna advertir in la descrittione de superficie simili de molti lati inequali, perche in tanti modi si puonno variar quanto è il numero della diversità di lati, come etiam fu detto sopra la precedente.

Theorema .17. Propositione .23.

22
24 Tutte le superficie de equidistanti lati che stanno intorno al diametro de ogni parallelogrammo sono simile a tutto el parallelogrammo anchora fra loro.

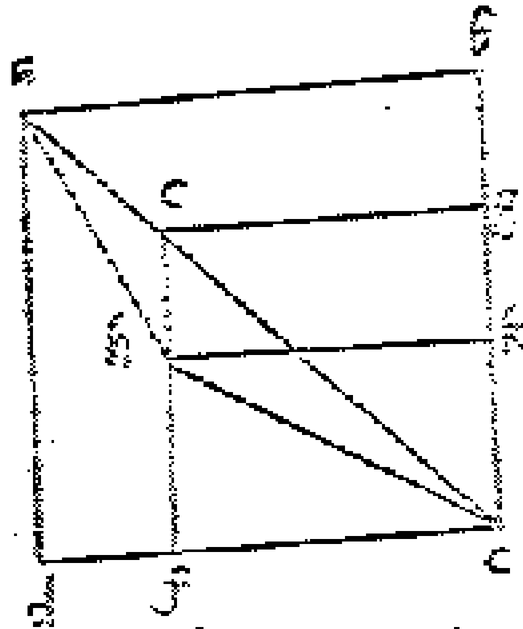


Come sia in lo parallelogrammo .b.d. del quale lo diametro è .a.c. stando le superficie .g.h. & .f.k. de equidistanti lati intorno al diametro, dico quelle essere simile a tutto il parallelogrammo, & similmente fra loro, perche (per la seconda de questo) della .b.g. alla .g.c. & della .d.h. alla .h.c. è si come della .a.e. alla .e.c. adonque coniuntamēte della .b.c. alla .c.g. e della .d.c. alla .c.h. serà si come della .a.c. alla .c.e. per laqual cosa (per la undecima del .5.) della .b.c. alla .c.g. serà si come della .d.c. alla .c.h. e similmēte serà si come della .a.b. alla .e.g. conciosia che la .a.b. è equal alla .d.c. e la .e.g. alla .b.c. per lo medemo modo serà della .a.d. alla .e.h. si come della .a.b. alla .e.g. e della .d.c. alla .h.c. perche adonque questi parallelogrammi sono equiangoli eglie manifesto (per la diffinitione delle superficie simili) lo .g.h. esser simile al .b.d. anchora per simil modo se approua lo .f.k. esser simile al medesimo per questo che della .b.a. alla .a.k. & della .d.a. alla .a.f. è si come della .c.a. alla .a.e. (per la seconda de questo) e per la coniunta proportionalità per laqual cosa (per la vigesima prima di questo) lo .f.k. è anchora simile al .g.h. & cosi è manifesto il tutto.

Theo-

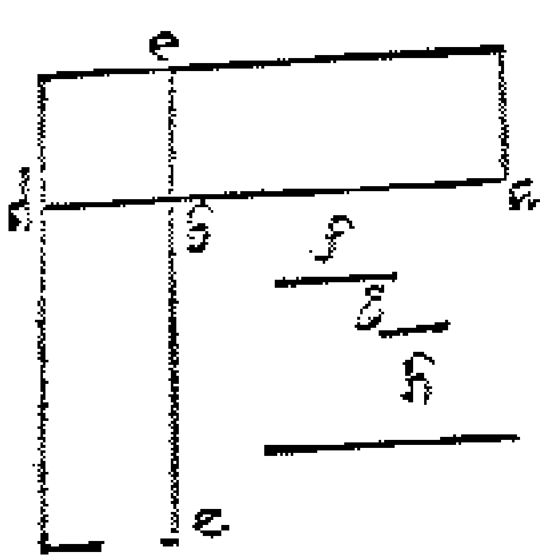
Theorema. 18. Propositione. 24.

23 Se da uno parallelogrammo in el suo spatio sia sta distinto uno para
26 lellogrammo partiale simile al tutto, & similmente posto hauente uno angolo commune con quello, quel se riposa intorno al diametro del medesimo.



Come se in lo parallelogrammo,b,d, sia distinto lo parallelogrammo,f,g,che sia simil a quello, & similmente posto & participante con quello in l'angolo,c,di co chel parallelogrammo,f,g, sia intorno al diametro del parallelogrammo,b,d,& questa e al contrario della precedente,& per dimostrare questo io produro la,a e,c,laquale se la serà cocessa esser lo diametro del parallelogrammo b,d,e manifesto il proposito,ma se possibile è per l'aduersario sia,a,h,c,lo diametro de quello & sia dutta la,h,k,equidistante alla,f,c,& (per la precedente)lo parallelogrammo,f,k,sera simile al parallelo gramma,b,d,adonque(per la conuersione della diffinitione delle superficie simili)la proportione della,b,c,alla,k,c,e si come della,d,c,alla,f,c,ma(per la medesima conuersione della detta diffinitione)la proportione della,b,c,alla,g,c,è si come della,d, c,alla,f,c,per questo che lo parallelogrammo,f,g,e stato posto simile al parallelogrammo,b,d,adonque(per la undecima del quinto)la proportione della,b,c ,alla, g,c,è si come,della,b,c,alla,k,c,(perche l'una e l'altra e si come della,d,c,alla,f, c,)per laqualcosa(per la seconda parte della nona del quinto)la,g,c,è equale alla, k,c,cioe la parte al tutto,che è impossibile,adonque la,a ,e,c ,serà lo diametro del parallelogrammo,b,d,che è il proposito.

Il Tradottore.

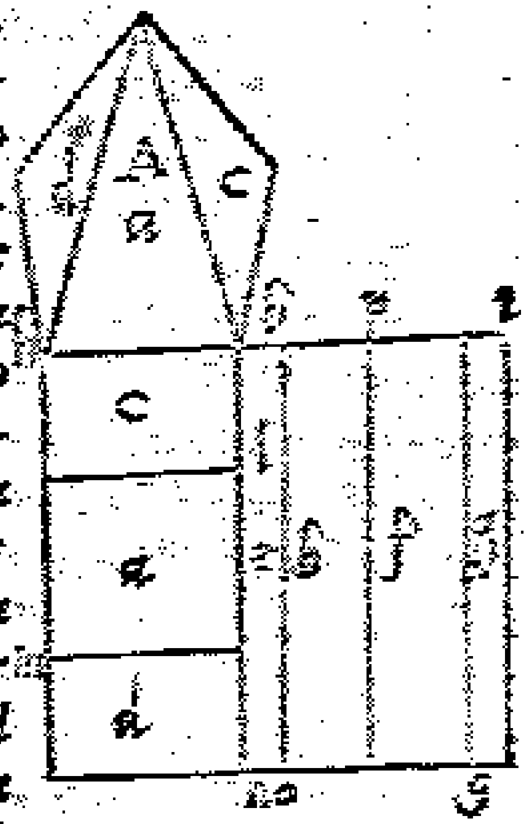


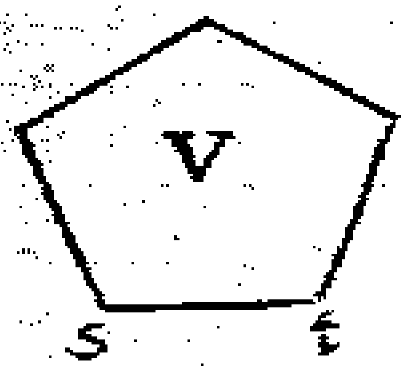
Di quelle tre conditioni che bisogna hauer lo parallelogrammo partiale douendo essere intorno allo diametro del totale(lequal sono queste,)che sia simile al tutto & che sia similmente posto, & che habbia un di suoi angoli che sia commun all'un e l'altro,due sole se ne troua nella tradottione del Campano & una di quelle è alquanto ambigua,cioe quella che dice, & secondo l'esser suo di quello,perche lo commentatore lo espone cosi idest participante con quello in un angolo,& io terzo, che uoglia dire che sia similmente posto, tamen piglisi come si uoglia mancandoui una di quelle tre conditioni la propositione patera oppositione perche mancando una di quelle in lo parallelogrammo partiale non seria necessario che stesse intorno al diametro del totale.

Theorema. 19. Propositione. 25.

24/23 D'ogni due superficie de equidistanti lati, delle quali uno angolo dell'una all'uno angolo dell'altra è equale. la proportione dell'una al l'altra è quella ch'è produtta dalle due proportioni di suoi lati contineti li duoi angoli equali.

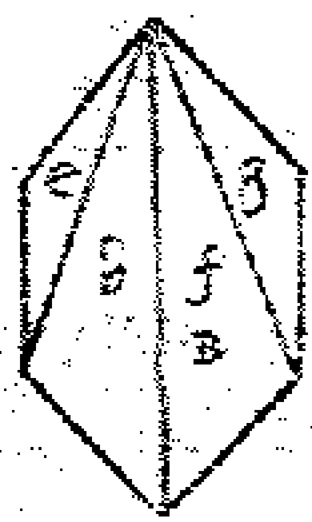
Siano due superficie de equidistanti lati. a. c. & . e. d. & sia l'angolo. b. dell'una equale all'angolo . b. dell'altra, dico che la proportione dell'una all'altra e produtta, over composta della proportione della. a. b. alla. b. d. & dalla. c. b. alla. b. e. perche disponendo io queste due superficie al tutto si come fu disposto quelle in la quartadecima de questo aggiunto all'una & l'altra lo parallelogrammo. c. d. & ponendo io che la proportione della linea. f. alla linea. g. sia si come della. a. b. alla b. d. & della. g. alla. h. si come della. c. b. alla. b. e. (& come si debbia procedere in far questo è detto sopra la decima di questo) & serà (per la prima di questo & la undecima del quinto) della. a. c. alla. c. d. si come della. f. alla. g. & della. c. d. alla. d. e. si come della. g. alla. h. per laqual cosa (per la vigesimasecondo del quinto) serà in la equa proportionalità della. a. c. alla. d. e. si come della. f. alla. h. & perche la proportione della. f. alla. h. è produtta, over composta della proportione della. f. alla. g. & dalla. g. alla. h. (per la quinta diffinitione di questo) seguirà che la proportione della. a. c. alla. d. e. sia composta dalle medesime, per laqualcosa è manifesto il proposito.





Problema. 7. Propositione. 26.

25/25 Potremo designare una superficie simile a una data superficie rettilinea & a un'altra proposta equale.



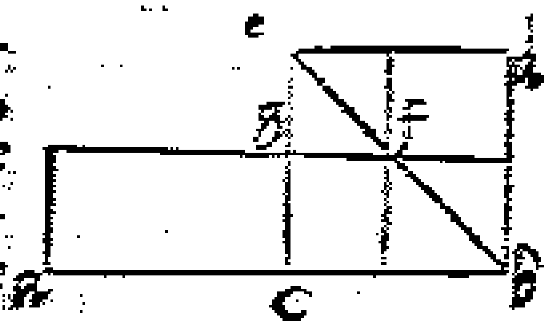
Siano proposte due superficie rettilinee. A. penthagona. B. exagona voglio fare una superficie simile alla. a. & equale alla. b. l'una & l'altra delle proposte superficie risolvo in triangoli la. A. in li triangoli. c. a. d. & la. B. in li triangoli. e. b. f. g. & sopra la basa della superficie. a. laqual sia. h. K. costituisco (secondo la dottrina della. 44. del. 1.) una superficie de equidistanti lati rettangola equale al triangolo. e. (laqual sia. h. l.) & la. l. m. equale al. a. & la m. n. equal al. d. accioche tutta la superficie de equidistanti lati h. n. (costituta sopra la basa.

basa (a.b.k.) sia equale al penthagono. A. & per lo medesimo modo sopra la linea.
k.n. (laquale è il secondo lato de questa superficie) constituisco un altra superficie
rettangola equale allo esagono. b. cioe faccio la superficie. k.o. equale al triangolo. e.
& la. o.p. equale al. h. & la. p.q. equale al. f. & la. q.r. equale al. g. acciochè tutta
la superficie rettangola. n.r. sia equale allo esagono. B. & toglio (per la nona di que
sto) la linea. s.t. proportionale fra la linea. h.k. & la linea. K.r. & sopra quella (se-
condo la dottrina della uigesima di questo) costituisco la superficie. u. simile alla su-
perficie. a. laqual dico esser quella che cerchamo & equale alla superficie. b. perche
essendo le tre linee. h.K. s.t. & k.r. continue proportionale, & essendo sopra la pri-
ma & la seconda costituide le superficie simile, cioe la. a. & u. serà (per lo corella
rio della decimanona di questo) della. a. alla. u. si come della. h.k. alla. k.r. per la-
qual cosa (per la prima di questo) serà si come della. h.n. alla. n.r. e pero (per la pri-
ma parte della settima del quinto) si come della. a. alla. n.r. e per questo (per la se-
conda parte della medesima) serà si come della. a. alla. b. adonque (per la seconda
parte della nona del quinto) la. u. è equale alla. b. che è il proposito, laqual cosa an-
chora possemo facilmente prouar per la permutata proportionalità, perche essendo
della. a. alla. u. si come della. h.n. alla. n.r. serà permutatamente della. a. alla. h.n. si
come della. u. alla. n.r. & perche la. a. è equale alla. h.n. serà la. u. equale alla. n.r.
per laqual cosa la. u. è etiam equale alla. b. (per quella commune sententia) quelle
cose che a una medesima cosa sono equale sono fra loro equale, ma non è necessario
che le superficie. h. k.l. m. & m.n. de lati equidistanti (equali alli tre angoli. c. a. d.)
ouer le superficie. k.o. o.p. p.q. & q.r. (equal alli triangoli. e. h. f. g.) sian rettangole,
ma che l'angolo estrinsico della superficie. l. m. sia equal all'angolo intrinsico delle
superficie. l.h. & lo estrinsico della. m.n. all'intrinsico della. m.l. similmente ancho-
ra che lo estrinsico della superficie. k.o. sia equal all'intrinsico della superficie. h.n. et
l'estrinsico della. o.p. allo intrinsico della. K.o. e cosi delle altre, perche essendo cosi
serà cadauna delle linee. k.n. & h.m. a se opposite & similmente. h.r. & n.q. a se
opposita una linea (per l'ultima parte della uigesimanona del primo) e per la quar
tadecima del medesimo equalmente repetita quante uolte serà de bisogno. per que
sta causa che tutte le superficie. h. k.l. m.n. & similmente le. K.o. o.p. p.q. & q.r. so
no de equidistanti lati & l'angolo estrinsico de cadauna seguente è equal all'intrin
sico de quella precedente, per laqual cosa le due superficie. h.n. & n.r. seranno di e-
quidistanti lati & fra linee equidistante & de equal altezza, in le altre adonque
arguisse come auanti.

Theorema. 20. Propositione. 27.

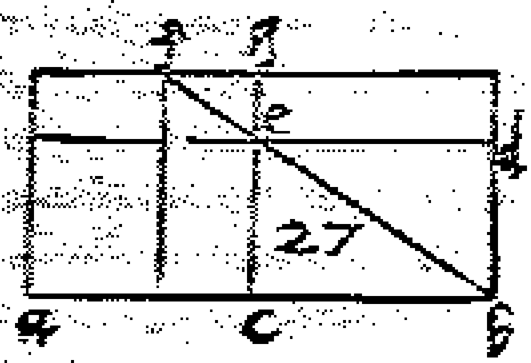
Lo parallelogrammo designato sopra la mità de una data linea, è
26/27 maggior di qualunque parallelogrammo applicato alla data linea al-
qual manchi al compimento della linea uno simile, & che stia sopra il
diametro del collocato sopra la mità.

Sia data la linea. a.b. sopra la mità dellaquale, cioe sopra la. c.b. sia constituido
lo pa-



lo paralellogrammo, c, d, el diametro del quale è. b. e. & sia applicato alla linea. a. b. lo paralellogrammo, a, f, del quale uno lato seghi lo, e, c, in ponto, g, cosi che al compimento de tutta la linea. a. b. manchi la superficie, f, b, laqual sia simile alla superficie, c, d, & che sia intorno al diametro di quello, hor dico che il paralellogrammo. c. d. è maggior del paralellogrammo, a, f, perche (per la prima di questo) lo, a, g, è equale allo, g, b, & (per la quadragesima terza del primo) lo, c, f, è equale allo, f, d, adonque (per questa commune sentenza) se a cose equale tu aggiongi cose equale &c. serà lo gnomone composto dalli tre paralellogrammi liquali sono, c, f, f, b. & f. d. equale al paralellogrammo, a, f, per laqual cosa lo paralellogrammo, c, d, è maggiore del paralellogrammo. a. f. in lo paralellogrammo e, f, che il proposito, il medesimo etiam seria se la superficie, a, f, fusse fatto piu alta della superficie, c, d, come tu poi vedere in la seconda figura, in laquale etiam (per la prima di questo) lo, a, g, è equale allo, g, b, levade via adonque l'uno & l'altro di dui supplementi della superficie. f. b. lo paralellogrammo, c, d, eccederà lo paralellogrammo, a, f, in lo paralellogrammo, f, e.

Il Tradottore.

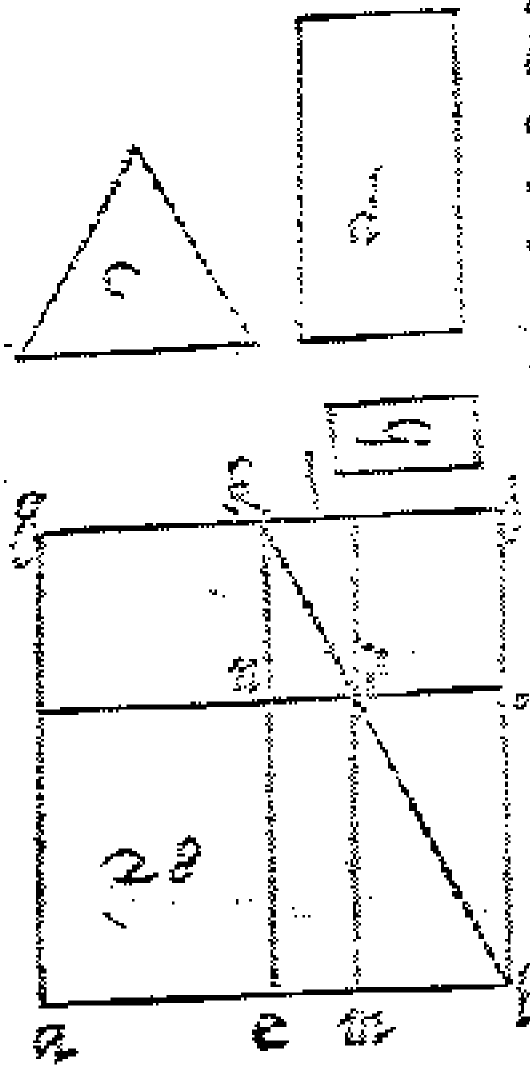


Quella particola che nel sopra scritto testo dice uno simile, & stante sopra lo diametro del collocato sopra la mità della linea, non vol dire altro che un simile è similmente posto al collocato sopra la mità della linea che cosi dice etiã in la seconda tradottione & è piu corretto dir perche in la seconda figura fatta di sopra lo paralellogrammo, f, b, non sta sopra lo diametro del paralellogrammo, d, c, collocato sopra la mità della linea, anci al contrario che il paralellogrammo, d, c, sta sopra il diametro del paralellogrammo, f, b.

Problema. 8. Propositione. 28.

27 Proposta una superficie trilatera possemo designare sopra qualunque
28 asignata retta linea uno paralellogrammo equale a quella alqual manchi a compir la linea uno paralellogrammo simile a un'altro paralellogrammo proposto gia il bisogna che la proposta superficie trilatera non sia maggiore del paralellogrammo collocato sopra la mità della data linea, simile al proposto & secondo l'esser suo.

Sia assignata la linea, a, b, & proposto lo triangolo, c, & proposto lo paralellogrammo, d, voglio sopra la linea, a, b, designare un paralellogrammo equale al triangolo, c, cosi fatto che manchi a compir la linea, a, b, un paralellogrammo simile al, d, & sia cosi condicionato che lo triangolo, c, non sia maggiore del paralellogrammo simile al. d. collocato sopra la mità della linea altramente se lavoria

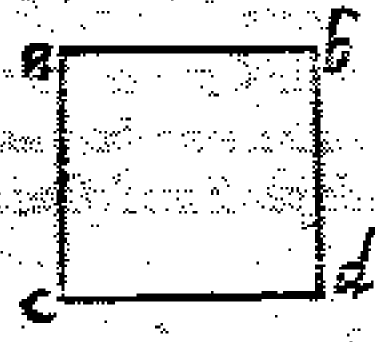


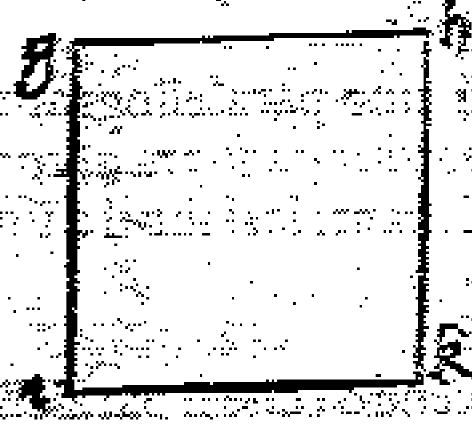
ria al impossibile (per la precedente) adonque diuido la
linea, a, b in due parti equali in ponto, e, & (secondo la
dottrina della uigesima di questo) sopra, e, b, (mità di
quella) constituisco lo parallelogrammo. e. f. simile al.
d. & compirò sopra tutta la linea. a. b. lo parallelogrā-
mo. b. g. adonque perche lo triangolo. c. non è maggiore
del parallelogrammo. e. f. ma equale a quello, ouero mi
nore si come è stato posto, s'el serà a quello equale serà
lo parallelogrammo, e, g, quello che se intende (per la
trigesima sesta del primo aiutando con la prima parte
della nona del quinto. & per la diffinitione delle simile
superficie della uigesima prima di questo) ma se è mino
re, sia minore in alcune superficie alla quale ne sia fat-
ta una equale, et simile alla. d. (secondo la dottrina del
la 26. di questo) laquale sia. h. & serà h. simile al.
e. f. (per la uigesima prima di questo) per laqual cosa
(per la conuersione della diffinitione) serà equiangola
a quello et de lati proportionali tirarò adonque in lo pa
rallelogrammo. e. f. lo diametro. b. k. & releggarò li lati.
k. f. & e. k. della superficie. e. f. alla misura di lati della superficie. h. tirate le linee. l.
m. & n. o. equidistanti alli lati della superficie. e. f. segandose in ponto. p. tal che la su
perficie. k. p. sia equale e simile alla superficie. h. & serà (per la uigesima quarta de
questo) il ponto. p. in lo diametro. k. b. tirata adonque la. o. n. fina alla. a. g. Dico lo pa
rallelogrammo. a. p. esser quello che è sta proposto, perche a quel mancha al compi-
mento della linea. a. b. lo parallelogrammo. p. b. ilquale (per la uigesima terza &
uigesima prima di questo) è simile al parallelogrammo. d. & ancora esso parallelo
grammo. a. p. è equale, al triangolo. c. perche (per la prima di questo) lo. a. n. è equal
alo. n. b. adonque (per la quadragesima terza del primo & questa communa sen-
tentia, se a cose equale tu agiungi cose equale &c.) lo parallelogrammo. a. p. è equa
le al gnomone, n, o, l, & perche questo gnomone è equale al triangolo, c, (per questa
causa che lo parallelogrammo, e, f, fu posto essere maggiore del triangolo. c. in lo
parallelogrammo. h. ilquale è equale al parallelogrammo. k. p.) è manifesto il
proposito.

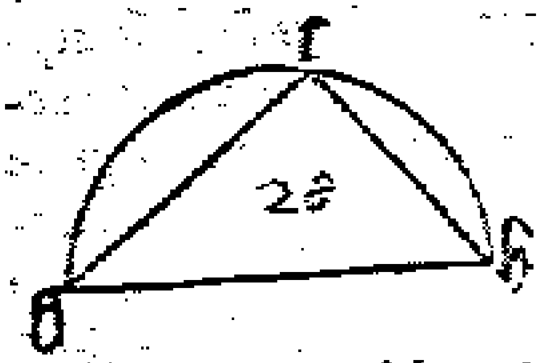
Il Tradottore.

Quella particula che in fine del sopraścritto testo, dice simile al proposito & se-
condo l'esser suo, uol inferire che'l sia simile al proposito & similmente descritto, del
la qual cosa nella resolutione di tal problema bisogna molto aduertire altramente se
porria tal uolta concludere indirettamente, perche tal hor uno tal problema se po-
tria concludere in dui diuersi modi, & tal hor per uno modo serà solubile, & per
l'altro impossibile, come uerbi gratia, se'l dato triangolo. c. fusse de superficie piedi
uinti dui superficiali & la datta linea. a. b fusse piedi duodeci lineali & lo propo-
sto

sto paralellogrammo. d. fusse rettangolo & che la longhezza di quello fusse doppia alla larghezza: & volendo concludere il soprascritto problema dico che descriuendo sopra la mità della data linea. a. b. (cioe sopra. b. e.) uno paralellogrammo simile al. d. & ponendo la detta linea. b. e. per longhezza di quello, seria impossibile a concludere tal problema (per la precedente propositione) perche essendo la sua longhezza la linea. b. e. laquale è piedi sei (dal presupposito) la sua larghezza bisognaria essere piedi tre douendo essere simile al. d. onde l'area sua veria a essere deciotto laquale seria minore di quella del triangolo. c. laquale è vintiduoi (dal presupposito) ma ponendo la detta linea. b. e. per larghezza del detto paralellogrammo ben si potra concludere tal problema, perche essendo la sua larghezza piedi sei la sua longhezza bisognaria esser piedi dodeci (douendo esser simile al. d.) onde l'area sua veria essere piedi settanta duoi superficiali, laqual seria molto maggiore de l'area del dato triangolo, c, come si conviene, & concludendo tal problema per li modi dati di sopra la superficie. h. veria a esser cinquanta cioe longa piedi dieci & larga cinque perche. k. l. veria etiam lui a esser piu piedi cinque, & . k. m. piedi dieci: & perche. e. m. è equale al. e. l. per la trigesima quarta del primo) seguiria che. a. m. seria piedi undeci & . m. p. veria a esser piedi duoi & l'area del paralellogrammo. a. p. veria esser vintiduoi che seria equale all'area del triangolo. c. si come fu proposto di fare, e però in la resolutione di tal problema (volendo concludere rettamente) bisogna che il paralellogrammo che se descriue sopra la mità della linea data, non solum sia simile al dato, ma bisogna che sia etiam similmente posto, altramente la conclusione seria falsa massime quando il dato paralellogrammo fusse de duoi lati inequali, anchora bisogna aduertire se ben ho essemplificato il soprascritto problema con numeri (laqual cosa ho fatto per far conoscere sotto breuità la variatione, che è da una descrittione all'altra) niente dimeno volendo procedere rettamente bisognaria ratiocinar & concludere ogni cosa geometrice, si come si mostra in lo commento, alcun potria dire come saperò io realmente geometrice (nel concludere tal problema, & altri simili) che la superficie, e, f, descritta sopra la mità della linea a. b. (cioe sopra la. b. e.) sia maggiore, ouero minore, ouero equale triangolo, c, & se serà maggiore (come se presuppone) come saprò io tor realmente la lor differenza per formare la superficie, h, simile alla superficie paralellogramma. d. attento che l'Author fin hora non mi pare che me habbia proposto ne mostrato una tal propositione, io rispondo che tal cosa si sapra descriuendo (per la ultima del secondo) un quadrato equal al triangolo, c, (qual poniamo che sia il quadrato, a, b, c, d,) & similmente un'altro che sia equale al paralellogrammo, e, f, (qual poniamo che'l sia il quadrato, g, h, i, k, hor dico che se'l lato, g, h, serà maggiore del lato, a, b, (per commune scientia) il quadrato, g, h, i, k, serà maggiore del quadrato.





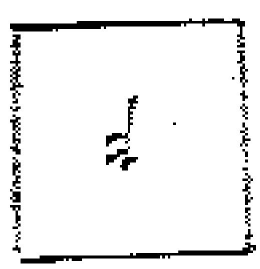


drato, a.b.c.d. e consequentemente lo parallelogrammo, e.f. serà maggior del triangolo, c. & sel detto lato g.h. serà minore overo equale a quello lo detto parallelogrammo, e.f. serà minore overo equale al detto triangolo, c. hora essendo maggiore per trovare la loro differentia sopra il detto lato, g.h. descriverò uno mezzo cerchio qual sia, g.l.h. & in quello (per la prima del quarto) coaptarò la linea, l.h. equale al lato, a.b. & tirarò la linea, l.g. hor dico che'l quadrato descritto dalla, l.g. (per la penultima del primo) serà equale alla differentia che serà fra il parallelogrammo, e.f. & lo triangolo, c. onde descrivendo la superficie, h. (per la vigesima sesta de questo) simile alla superficie, d. & equale al quadrato della, g.l. se haverà lo intento suo, ancor bisogna notare che dove che il testo della soprascritta propositione dice proposta una superficie trilatera, nella seconda tradottione dice, una figura rettilinea, cioè propositione piu generale & se conclude per li medesimi modi & mezzi di sopra detti.

Problema. 9. Propositione. 29.

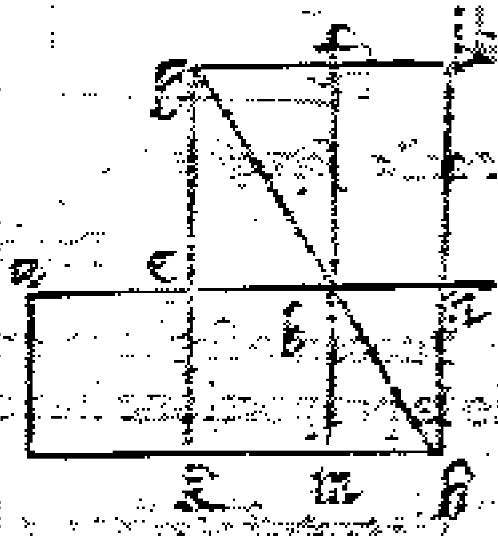
Sopra una data retta linea puotemo constituir uno parallelogrammo equale a una data superficie trilatera el qual aggiunga sopra al com-
28/29 pimento della data linea una superficie de equidistanti lati simili a una superficie de equidistanti lati.

Questa propositíon in pratica de numeri (volendo, che il parallelogrammo d. sia quadrato) non vuol dir altro, che di saper aggiongere una linea tale, che il □ di quella insieme con il dutto di quella nella a.b. faccia la quantità del triangolo. c. che con algebra facilmẽte si farà.



Sia come prima la data linea, a.b. & dato lo triangolo, c. & dato lo parallelogrammo, d. voglio sopra la linea, a.b. constituire uno parallelogrammo equale allo triangolo, c. el quale aggiunga over che soprabonda a tutta la linea, a.b. uno parallelogrammo simile al. d. divido la linea, a.b. in due parti equali in ponto, e. & sopra, e.b. mità di quella, faccio lo parallelogrammo, e.f. simile, al, d. secondo che insegna la vigesima di questo, e secondo la dottrina della vigesima sesta di questo faccio lo parallelogrammo. k.l. (del quale lo diametro, e.g.h.) simile al, d. & equale alle due superficie, e.f. & c. & serà (per la vigesima prima di questo). k.l. simile, al, e.f. sopraposta adonque la superficie. k.l. alla superficie. e.f. talmente che ambedue communicano in lo angolo, g. serà (per la vigesima quarta di questo) la superficie. e.f. stante intorno al diametro della superficie. k.l. onde il põto. b. è in lo diametro, g.h. compirò adõque lo parallelogrammo, a.b. el qual dico esser q̃llo che è stà proposto la qual cosa è manifesta protratta la linea, f.o. fina al, m. & la linea e.b. fin al. a. perche (per la prima de questo &

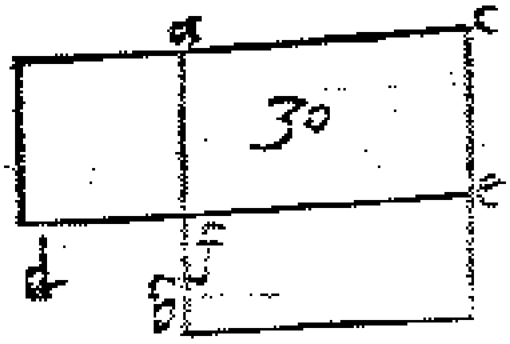
sto & per la trigesima sesta del primo) a,k, e equal al, K,b, & pero (per la 43. del primo) e anchora equale al, n,f, gionto adonque all'uno, e l'altro, e,h, sera (per commune sententia) a.b. equale al gnomone e.h.f. ma questo gnomone è equale al triangolo, c, perche lo parallelogrammo, x,l, è sta posto equale alle due superficie, f, & e.f. adonque lo parallelogrammo, a,h, è equale al, c, & aggiunge al compimento della linea. a.b. lo parallelogrammo, m,n, ilquale (per la uigesimaterza & uigesima prima di questo) è simile al parallelogrammo d. per laqual cosa è manifesto esser perfetto quello che uolemo, puotemo anchora a una data linea aggiongeremo uno parallelogrammo equale, non solamente a una proposta superficie trilatera, ma a qualunque proposta figura rettilinea, (sia come si uoglia) alquale manchi



a compire la data linea una superficie simile a una proposta superficie de equidistanti lati, si come insegna la precedente, osseruata la conditione di quella, acio non sia lauorato all'impossibile (per la auanti alla precedente) ouero che la aggionga al compimento della linea una superficie de equidistanti lati simile a una superficie proposta, si come propone la presente conclusione, perche la proposta superficie (alla qual debbe esser agionto a una data retta linea un parallelogrammo equale el qual aggionga ouer diminuisca al compimento della linea un parallelogrammo simile a un dato parallelogrammo) resoluemo in triangoli & per mezo di quelli descriuemo una superficie de equidistanti lati equal alla total superficie proposta, & se non sai saper il modo da far questo riccorri alla uigesima sesta di questo, dapoi sopra il doppio della basa de quella costruemo uno triangolo de equal altezza ilqual se diligentemente riguarderai con la quadragesima prima del primo tu il trouerai essere equal al parallelogrammo auanti designato per laqual cosa & alla superficie proposta adonque se tu aggiongerai alla data linea uno parallelogrammo equal a questo triangolo ilqual aggionga al compimento della linea ouer minuisca un parallelogrammo simile al dato parallelogrammo secondo che insegna questa e la precedente, tu non dubitarai hauere perfettamente compito quello che era il proposito.

Il Tradottore.

Per far lo parallelogrammo. x. l. che sia equale al triangolo. c. & al parallelogrammo e. f. prima descriuero (per la ultima del secondo) uno quadrato equale al triangolo, c, & un'altro equale al parallelogrammo, e, f, dapoi formarò uno triangolo orthogonio che li duoi lati che contiene l'angolo retto l'uno sia equale al lato dell'uno de detti duoi quadrati, & l'altro sia equale all'altro lato dapoi sopra il lato opposito al angolo retto, descriuero uno quadrato ilquale per la penultima del primo serà equale a quelli duoi quadrati, & consequentemente serà equale al triangolo, c, & alla superficie, e, f, dapoi (per la uigesima & uige-



sima sesta di questo) farò la superficie. K.I. simile al.d. & equale al detto quadrato & seguir come di sopra, anchora bisogna notare che dove che il testo della soprascritta propositione, dice equale a una superficie trilatera, nella seconda tradottione dice equale a uno dato rettilineo, laqual propositione è piu generale della soprascritta, e se conclude per il modo che dice lo espositore della soprascritta.

Problema. 10. Propositione. 30.

29/30 Proposemo seghare qualunque proposta retta linea terminata secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi.

Sia proposta la linea. a.b. laqual voglio diuidere secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi estremi sopra quella descriuerò il quadrato, b, c, et al lato, a, c, de quello aggiongo (secondo che insegna la passata) lo parallelogrammo. c. d. equale al quadrato, b, c, el quale aggionga, ouero sopravanci al compimento della linea, a, c, lo parallelogrammo, a, d, elqual sia simile al, b, c, e sia lo lato del parallelogrammo, c, d, che equidista al lato a, c, lo, d, e, & seghi la linea, a, b, in ponto, f, dico la linea, a, b, esser diuisa in ponto, f, come era proposito perche, a, d, è quadrato per questa causa che quello è simile al, b, c, onde lo lato, a, f, è equale al, f, d, & lo lato, f, e, è equale al, a, b, per questo che egli è equale al, a, c, (per la trigesima quarta del primo) & perche, c, d, è equale al, b, c, leuado via a l'uno e l'altro lo, a, f, serà lo, a, d, equale, al, e, b, & l'angolo, f, de l'uno all'angolo, f, dell'altro adonque (per la quartadecima di questo) li lati sono mutui adonque del, e, f, al, f, d, serà si come del, a, f, al, f, b, & perche lo, e, f, è equale al, a, b, & lo, f, d, al, a, f, serà del, a, b, al, a, f, si come del, a, f, al, f, b, adonque per la diffinitione è diuisa come se propone, el medesimo anchora puo esser demostrato (per la undecima del secondo) perche essendo diuisa la, a, b, in ponto, f, (secondo che insegna la undecima del secondo) et sia la superficie, e, b, quella che è contenuta sotto a tutta la, a, b, & alla parte, f, b, de quella cioe che la, e, f, sia equale al, a, b, & a, d, sia il quadrato de. a. f. adonque (per la predetta undecima del secondo) la, e, b, è equale al, a, d. Quello che resta arguisse come prima (per la quartadecima di questo) ouer in questo modo conciosia cosa che la, a, b, sia diuisa in ponto, f, secondo che insegna la undecima del secondo, quello che vien fatto della, a, b, prima in la, f, b, terza e equale al quadrato della, a, f, seconda adonque (per la seconda parte della decima settima di questo) la proportione della, a, b, prima alla, a, f, seconda è si come della, a, f, seconda alla, f, b, terza è per tanto la, a, b, (per la diffinitione) è diuisa come se propone.

Theorema. 31. Propositione. 31.

30/32 Se seranno duoi triangoli costituti sopra uno angolo di quali li duoi

lati

lati che cõtengono quell'angolo alli altri duoi lati de quelli sieno equidistanti, & sieno quelli quattro lati, referti secondo la equidistantia, proportionali quelli duoi triangoli è necessario esser constituite sopra una retta linea.

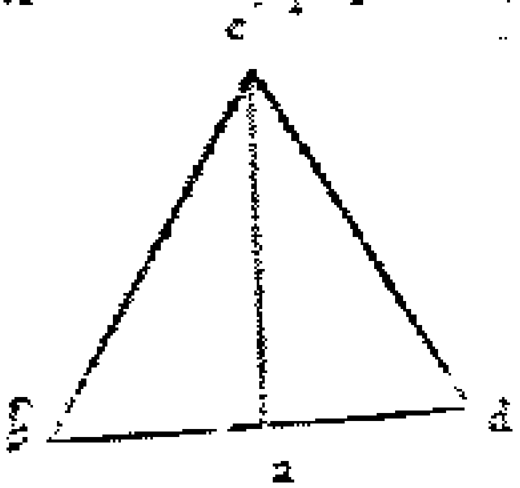
Siano li duoi triangoli .a.b.c. & d.c.e. constituidi sopra l'angolo .a.c.d. & sia a.c. equidistanti al .d.e. & d.c. al .a.b. & sia la proportione del .a.c. al .d.e. si come del .a.b. al .d.c. dico che le due base de quelli (cioe .b.c. & c.e.) sono una sol linea, perche lo angolo .a. è equale all'angolo .d. (perche l'uno e l'altro de quelli è equale all'angolo .a.c.d.) (per la prima parte della vigesima nona dello primo) adonque (per lo presente presupposito, & per la sesta di questo) essi triangoli sono equiangoli, & l'angolo .b. è equale all'angolo .d.c.e. & l'angolo .a.c.b. all'angolo .e. onde (per la trigesima seconda del primo) li tre angoli che sono al .c. sono equali a duoi retti perche essi se equaliano alli tre angoli de qual si voglia di duoi triangoli, adunque (per la quartadecima del primo) la .b.c.e. è una sola linea, che è il proposito.

Theorema .22. Propositione .32.

31 In ogni triangolo rettangolo, la superficie laterata descritta sopra
31. il lato che sottotende all'angolo retto, e equal alle superficie descritte sopra delli duoi lati, che contengono l'angolo retto, insieme prese quãdo seranno simili a quella, in lineatione & creatione.

Quello che propone la penultima del primo delle superficie quadrate, questa penultima del sesto propone de tutte le superficie simili, onde questa è tanto piu universale de quella, quanto che è la superficie laterata, del quadrato, e per tanto sia lo triangolo rettangolo .a.b.c. del quale all'angolo .a. sia retto, dico che la superficie constituta sopra lo lato .b.c. è equale alle due superficie constitute sopra .a.b. & .a.c. quando che tutte tre le superficie seranno simile in figura, & similmente poste, & per dimostrar questo tirarò la perpendicular .a.d. alla linea .b.c. & serà (per la seconda parte del correllario della ottava di questo) la proportione del lato .b.c. al .c.a. si come del .c.a. al .d.c. & del .c.b. al .b.a. si come del .b.a. al .d.b. adonque se sopra caduna delle tre linee .b.c. c.a. & a.b. sian fatte superficie simile in lineatione & sito serà (per lo secondo Correlario della decima nona de questo) la proportione della superficie constituta sopra la .b.c. prima alla constituta sopra la .c.a. seconda, si come della .b.c. prima alla .d.c. terza, & similmente della medesima superficie constituta sopra la .b.c. prima alla constituta sopra la .a.b. seconda si come della .b.c. prima alla .d.b.

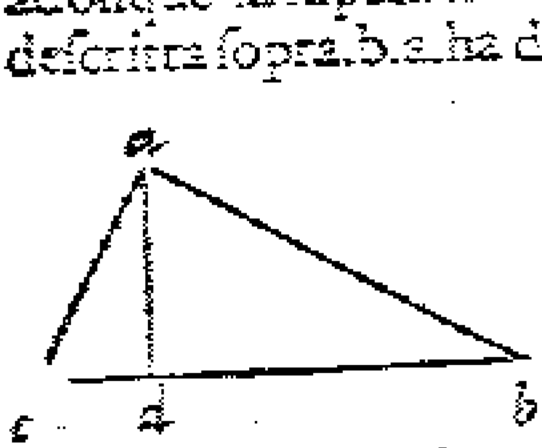
terza (per lo medesimo correlario) onde per la conversa proportionalità della superficie, a, c, alla superficie, c, b, serà si come della, c, d, alla, c, b, & similmente della superficie, a, b, alla superficie, b, c, si come della, b, d, alla, b, c, & sia posta la superficie, a, c, prima, & la, c, b, seconda & la linea, c, d, terza & la, c, b, quarta & la superficie, a, b, quinta & la linea, d, b, sesta & sia arguito (per la vigesima quarta del quinto) che la proportione della superficie constituta sopra la, b, c, alle due superficie constitute sopra della, a, c, &, a, b, insieme e cosi come della linea, b, c, alle due linee, c, d, &, d, b, insieme perche adunque la linea, b, c, è equale alle due linee, c, d, &, d, b, tolte insieme serà la superficie constituta sopra la, b, c, equale alle due superficie constitute sopra la, a, c, &, a, b, tolte insieme che è il proposito, anchor possemo facilmente, dimostrar la conversa di questa, per il modo della demostratione della ultima del primo, e sia esempli gratia, il triangolo, a, b, c, & sia la superficie constituta sopra, b, c, equale alle due superficie constituta sopra le due linee, c, b, &, a, c, a se simile dico che l'angolo, a, è retto, & per dimostrare questo ponerò lo angolo, c, a, d, retto & la linea, a, d, equal alla



linea, a, b, e claudo la superficie triangolare, (dutta la linea, d, c,) e serà (per questa trigesima seconda) la superficie constituta sopra alla linea, c, d, equal alle due constitute sopra le due linee, a, c, & a, d, simile a se onde etiam alla constituta sopra la, b, c, simile a se, perche questa è sta posta equale alle due constitute sopra, a, b, &, a, c, simile a se, serà adonque la linea, b, c, equal alla, c, d, onde (per la ottaua del primo) l'angolo, a, è retto che è il proposito.

A demostrar altramente la soprascritta. Proposizione. 32.

o Perche (per lo primo correlario della decimanona di questo) le simi
31 le figure sono in doppia proportione della simile proportione de lati, adonque la superficie laterata che è descritta sopra. b.c. a quella che è descritta sopra. b. a. ha doppia proportione che la linea. b. c. alla linea. b. a. & lo quadrato fatto sopra alla linea. c. b. al quadrato fatto sopra alla linea. b. a. ha similmente doppia proportion che la. c. b. alla. b. a. adonque si come la superficie laterata che fatta sopra la. c. b. a quella che fatta sopra la. b. a. cosi è il quadrato fatto sopra la. c. b. al quadrato fatto sopra la. b. a. per laqual cosa & si come la superficie laterata descritta



sopra la. b. c. a quella che è fatta sopra la. c. a. cosi è il quadrato descritto sopra la. b. c. al quadrato descritto sopra la. c. a. per laqual cosa & si come la superficie laterata descritta sopra la. b. c. alle due descritte sopra. b. a. & . a. c. poste insieme cosi serà il quadrato descritto sopra la. b. c. alli

duoi

duoi quadrati descritti sopra la b.a. & a.c. ma il quadrato descritto sopra la b.c. è equale per la penultima del primo, a quelli duoi quadrati descritti sopra le dette due linee b.a. & a.c. adonque la superficie latera ta descritta sopra la b.c. è equal a quelle due simile e similmente descritte sopra le dette due linee b.a. & a.c. che è il proposito.

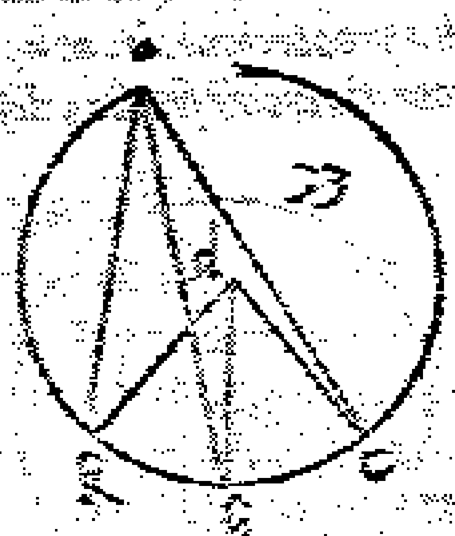
Il Tradottore.

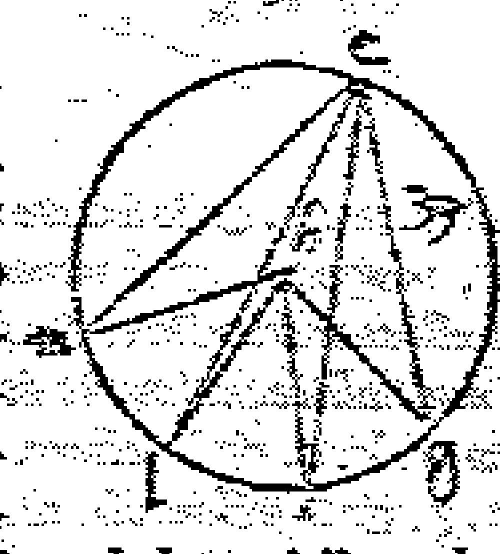
La sopradescritta demostratione se verifica mediante la conversa proportionalità & la vigesima quarta del quinto, ponendo la superficie laterata descritta sopra la, b, a, per il primo termine della proportione & quella che è descritta sopra, b, c, per il secondo & lo quadratto descritto sopra la detta, a, b, per il terzo, & quello che è descritto sopra la, b, c, per il quarto, & la superficie laterata descritta sopra la, a, c, per il quinto & lo quadrato descritto sopra la detta, a, c, per il sesto, & poi se concluderà (per la detta vigesima quarta del quinto) che la proportione del primo et quinto (tolti insieme) al secondo serà si come del sesto è terzo (tolti insieme) al quarto.

Theorema. 22. Propositione. 33.

32 Se in cerchii equali stiano angoli sopra il centro, overo sopra la cir-
33 conferentia, la proportione delli angoli serà si come la proportione delli archi, che riceveno quelli angoli & similmente li settori constituti alli centri.

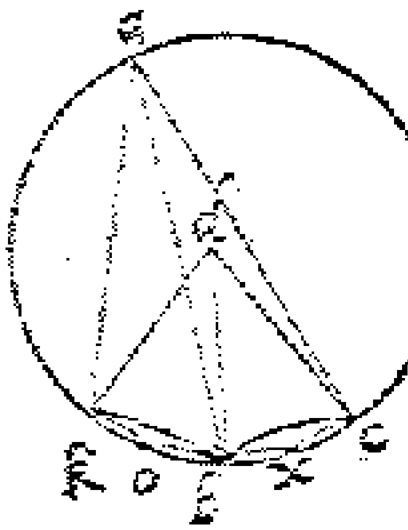
Siano li cerchij a.b.c. (il centro del quale sia d.) & e.f.g. (il centro del quale sia h.) equali, sopra li centri di quali siano fatti li duoi angoli b.d.c. & f.h.g. & sopra le circonferentie de quelli altri duoi, liquali sieno b.a.c. & f.e.g. dico che la proportione delli angoli, si de quelli che sono sopra li centri come de quelli che sono sopra le circonferentie è si come l'arco b.c. all'arco f.g. et oltra di questo si come lo settor d.b.c. al settor h.f.g. & per dimostrar questo continuarò in quelli duoi altri archi equali, overo secondo un medesimo numero, overo secondo diverso. & sia l'archo. K.b. equale al. b.c. & l'uno & l'altro di duoi archi l.m. & f.l. equale al f.g. & produrò le linee. k.d. & K.a. m.h. l.h. m.e. & l.e. & (per la vigesima settima del terzo) li angoli che sono al, d, seranno fra loro equali similmente anchora quelli che sono al h. seranno fra loro equali. Quel medesimo anchora de quelli che sono al a. & de quelli che sono al e. Adonque si come l'arco. k.c. è moltiplice dell'arco, b, c, cosi è l'angolo k.d.c. dell'angolo b.d.c. & l'angolo k.a.c. dell'angolo b.



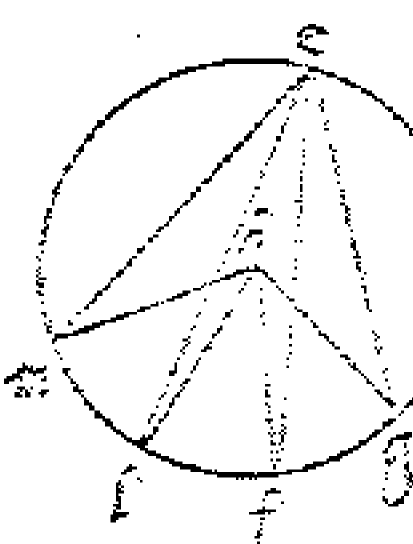


a,c, similmente si come l'arco, m, g, è multiplice dell'arco, f, g, cosi è l'angolo, m, b, g, dell'angolo, f, b, g, & l'angolo, m, e, g, dell'angolo, f, e, g, & se l'arco, k, c, è equale al l'arco, m, g, l'angolo, k, d, c, è equale all'angolo, m, b, g, & l'angolo, k, a, c, all'angolo, m, e, g, & se è maggior maggiore, & se è minor minore (per la uigesima settima del terzo) adonque (per la diffinitione della discontinua proportionalità) la proportione dell'arco, b, c, all'arco, f, g, è si come dell'angolo, b, d, c, all'angolo, f, b, g, & si come l'angolo, b, a, c, all'angolo, f, e, g, che è il proposito. quel medesimo intende in uno medesimo cerchio.

Dico anchora che si come l'arco, b, c, all'arco, f, g, cosi è lo settore, d, b, c, al settore, b, f, g, siano ligadi insieme, b, c, & , b, k. & pigliati sopra li archi, b, c, & , b, k. li ponti, x, o, & sian ligadi. b. x: x. c: b. o. & . o. k. & perche (per la diffinitione del cerchio) le due linee. b. d. & . d. c. son equali alle due. b. d. & . d. k. & comprehendono equali angoli adonque (per la quarta del primo) la basa, b, c, alla basa, b, k, è equale, & lo triangolo. d. b. c. al triangolo. d. b. k. è equale & perche l'archo, b, c, è equale all'arco, b, k, adonque & la restante circonferentia (laqual è in tutto il cerchio. a. b. c. è equal alla restante circonferentia laqual è in tutto lo medesimo cerchio. a. b. c. per laqual



cosa & l'angolo. b. x. c. (per la uigesima settima del terzo) è equale all'angolo, b, o, k. adonque (per la duodecima diffinitione del terzo) la portione, b, x, c, è simile alla proportione. b. o. k. & sono sopra le linee. b. c. & . b. K. equale. & le portioni di cerchij simile, descritte sopra equale linee (per la uigesima quarta del terzo) sono fra loro equale adonque la portione. b. x. c. è equale alla portione. b. o. k. & lo triangolo. d. b. c. è equale al triangolo. d. b. k. adonque tutto lo settore. d. b. c. è equale a tutto lo settore. d. b. k. & per la medesima causa & li settori. b. g. f: b. f. l. & . b. l. m. sono fra loro equali, adonque si come che l'arco. c. k. è multiplice dell'arco. b. c. cosi è lo settore. d. k. c. del settore. d. b. c. & per questa causa si come che l'arco. m. g. è multiplice dell'arco. f. g. cosi è lo settore. b. g. m. del settore. b. g. f. ma se l'arco. k. c. è equale al l'arco. m. g. & lo settore. d. c. k. è equale allo settore. b. m. g. & se è maggiore, maggiore, & se minore, minore, onde alle quattro stante magnitudine, dico alli duoi archi. b. c. & . f. g. & alli duoi settori. d. b. c. & . b. f. g. sono pigliati li multiplici equalmente de esso arco. b. c. & de esso settore. d. b. c. & questo è l'arco. k. c. & lo settore. d. k. c. & del arco. f. g. & del settore. b. g. f. l'arco. m. g. & lo settore. b. m. g. & è stato demostrato che se l'arco. K. c. eccede esso arco. m. g. anchora & lo settore. d. k. c. eccede esso settore. b. g. m. & se è equale,



le, equale, & se manca, manca, adonque (per la conuersione della settima diffinitione del quinto) si come l'arco. b. c. all'arco. f. g. cosi è lo settore. d. b. c. al settore. h. g. f.

Correlario.

o Et è manifesto, che si come lo settore, al settore, cosi è l'angolo al-

33 l'angolo.

IL FINE DEL SEXTO LIBRO.

LIBRO SETTIMO DI EVCLIDE.

Diffinitione prima.

1 La unità è ciascuna cosa dalla qual vien detto una.

1

Il Tradottore.

QVESTO Autor ne diffinisse la fontana, ouero matre & origine de numeri, & principio & fine de tutte le cose, che è la unitade, & dice che la unitade è ciascuna cosa che se dica, una, ouero uno (perche è mascolino è femina) dalla qual unita de ogni cosa se crea, lei sola è seminaria de tutti li numeri (come detto di sopra) lei sola è causa della misura, lei sola è causa delli incrementi e delli detrimenti, liquali in ogni loco è tutto, & in ogni loco è parte, perche tutte le cose appetiscono in tanto la unitade, che non solamente una semplice & sola cosa vol esser detta una, ma etiam quelle cose che sono molte vogliono esser dette una, ouero uno, esempli gratia diece cose vogliono esser dette una decena, & cosi. 100. uno centenaro. 1000. uno miaro, & cosi discorrendo in tutte le cose numerabile se trouerà che gionto a un certo termine le molte cose piccole se ristringono in una unità granda, esempli gratia parlando naturalmente dodeci denari fanno un soldo, venti soldi fanno una libra il medesimo seguita nelli pesi & nelle misure, anchora dico che non solamente le molte cose vogliono essere dette una, ouer uno, ma etiam le parti de una cosa vogliono essere dette una, ouero uno, ouer piu di uno, esempli gratia la mità di una cosa vol essere detta uno mezzo, ouero una mezza & similmente un terzo d'una cosa vol essere detto uno terzo, & li dui terzi vuol essere dette dui terzi & cosi uno quarto, dui quarti, tre quarti, un quinto, dui quinti & cetera. per laqual cosa seguita che ogni cosa che è in rerum natura o che le uno, ouer che le piu di uno, & in niuna cosa puol essere meno di uno perche il meno di uno è niente, vero è che uno integro in quanto alla grandezza è maggiore della mità, ouero d'un terzo di quello, perche ogni tutto è maggiore della sua parte, *ma inquanto al numero sono equale perche niun di loro e piu di uno, alla similitudine d'un boue e d'una pecora che in quanto al numero sono equale perche caduno di loro e uno, & niun di loro e piu di uno ma inquanto alla magnitudine, ouero grandezza senza dubio il boue e maggiore della pecora & cosi un ducato e maggior d'un soldo.*

Diffinitione. 2.

2 El numero è una multitudine composta de unitade.

2

Il Tradottore.

Quiui l'Auttore ne da a conoscere qualmente il numero non è altro che una coadunatione, ouer multitudine di unitade insieme aggregate, lequale unitade se le seranno disgregate fanno moltitudine, se anche le seranno continue in materia fanno magnitudine, per laqual cosa fra le unitade della quantità discreta e le unitade della quantità continua subsistenti in materia non gliè differentia alcuna, perche quelle sono disgregate e queste continue, onde il genere continuo non è se non in el discreto, perche l'intelletto della continuità non è in el continuo se non per continuatione de disgregati, e cosi per questo è necessario che la quantità continua non auenga in sostantia se non per le unitade, certamente quando hauerai signato la parte della quantità e le necessario che la sia uno, ouer piu (come fu detto) ma ogni pluralitade (come è detto) si è dalle unitade onde apertamente ne da intendere, che la quantità cosi discreta come continua hanno una sola radice, pero che sono composte d'una sola cosa.

Diffinitione. 3.

3 L'ordine naturale de numeri se dice quello in loquale la computa-
0 tione de quelli fatta secondo che è lo aggiungimento della unità.

Il Tradottore.

Come questo. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. & cosi procedendo, e questo ordine è detto naturale, perche ciascun nel numerare le cose naturalmente procedemo, secondo tal ordine, cioe dicendo, uno, e duoi, e tre, e quattro &c.

Diffinitione. 4.

4 La differentia di numeri, se dice quel numero inelquale el maggio-
0 re abunda sopra il minore.

Il Tradottore.

Questa diffinitione da se è manifesta perche communamente caduno sa quello che la dice, perche caduno saperia dire, che la differentia di 5. a. 3. è duoi, & cosi de. 12. a 7. che la è. 5. & da. 20. a 13. che la è. 7. & cosi nelli altri.

Diffi-

Diffinitione. 5.

9/6 Quel numero se dice esser multiplicato per un'altro, ilquale si è assu nato tante uolte, quante unità è in lo multiplicante.

Il Tradottore.

Per questa diffinitione se manifesta qualmente il multiplicare non è altro in sostantia che il sommare abenche in atto parano diuersi & molti mal esperti del multiplicare se seruano del sommare in le sue occorrentie, uerbi gratia occorrendogli a 26
multiplicare (poniamo) 5. fia. 26. lor mettaranno quel uintisei cinque uolte, cioe 26
l'uno sotto all'altro (come appar in margine) & poi li assumarono insieme secondo 26
l'atto del sommare & cosi hauerano multiplicato il detto uintisei per cinque per 26
hauerlo assumato, ouero tolto tante uolte quante sono le unità del multiplicante è 26
questo e quello che se uol inferire, alcũ potria imputare de audacia per hauer io pre Sõma
terito in queste diffinitioni l'ordine della tradottione del Campano ilqual mette in 130.
questo locho la diffinitione de numeri primi in li. 7. sequenti quella di composti & ouer p
quella di contra se primi & quella de communicanti, lequale da noi sono state poste in fine, io rispondo che tal suo ordine mi par corrotto & non credo che Euclide cosi le assettasse la ragione è questa, come intenderà uno niune di quelle quattro diffinitioni (da noi poste in fine) se prima el non ha notitia come se intenda un numero misurare un altro laqual cosa se diffinisse in la sequente settima diffinition, ne etiam la detta settima diffinitione se prima il non ha notitia che cosa sia multiplicare uno numero per un'altro laqual cosa se diffinisse in questa quinta, adonque quelle debbono esser posposte a queste che cosi è il costume di Euclide. duto.

Diffinitione. 6.

10/0 Et quello che cresce dalla multiplicatione de quelli se dice produtto.

Il Tradottore.

Aben che questa diffinitione si ponga disgiunta, la si die intendere continuatim alla precedente, successiuamente, perche in questa si conclude che quello accressimento che resulta della multiplicatione de quelli duoi numeri (detti in la precedente) se dice produtto.

Diffinitione. 7.

Vn numero se dice numerare un'altro, ilquale multiplicato secondo
51/0 alcun numero produce quel medesimo.

Il Tradottore.

Verbi gratia dirasse che 8. numera. 24. perche multiplicato il detto. 8. per. 3. produce quel. 24. & similmente se dirà che. 6. misura ouero numera il medesimo. 24. perche multiplicato il detto. 6. per. 4. produce esso. 24. ma il non se dirà che. 5.

misuri

misuri ouer numeri il detto. 24. perche il detto. 5. non si puo multiplicar per alcun
numero che faccia. 24. ne similmente. 7. ne. 9. ne. 10. ma si il. 12. perche multiplica
do per. 2. fa pur. 24. & cosi si deue intendere in ogni altra qualità de numeri, & bi
sogna notare che tanto è a dire un numero numera uno altro quanto che un nume-
ro misura un' altro, uero è che parlando de numeri è piu conueniente a dire nume-
rare perche piu uocabulo de arimetico ma parlando de quantità continue è piu cō
ueniente a dire misurare per esser uocabolo piu geometrico.

Diffinitione. 8.

12/34 Il numero minore è parte dil maggiore, quando che il minore numera il maggiore, & quello che uien numerato se chiama multiplice al numerante ma quando che il minore non numera il maggiore, il minore è parti del maggiore.

Il Tradottore.

Questa diffinition è quasi simile alla prima del quinto, ma quella del quinto è
per la quantità continua & questa è per la discreta, lo essempio di questa è questo
cioe. 8. è parte de. 24. perche il detto. 8. numera il detto. 24. & questo. 24. è chia-
mato multiplice del detto. 8. (sua parte) è cosi il. 3. & similmente il. 4. è il. 6. è par
te de. 24. per la medesima ragione, & il detto. 24. se chiama multiplice di ciascun
di loro, ma ne. 5. ne. 7. ne. 9. e parte del detto. 24. ne etiam il. 24. se chiama multipli
ce de alcun di loro, ma quando che il minore non numera il maggiore el detto mino
re non è piu parte del maggiore come è detto ma ben è parti come uerbi gratia. 4.
non è parte de. 6. (per la prima parte di questa diffinitione) ma ben è parti del det-
to. 6. cioe è li doi terzi di quello & nota che questa ultima particula è solamente
in la seconda tradottione.

Diffinitione. 9.

13/0 Denominante e quel numero secondo ilquale la parte uien tolta in lo suo tutto.

Il Tradottore.

Verbi gratia. 8. e parte de. 24. & lo denominator di questa parte e. 3. ilquale.
3. nasse dal numero delle uolte che la detta parte (cioe. 8.) intra nel suo tutto (cioe
in. 24.) lequale sono tre onde diremo che. 8. e il terzo ouer la terza parte de. 24.
& cosi. 4. serà lo dominante la parte che è. 6. de. 24. perche la detta parte (cioe.
6.) in tra. 4. uolte in el suo tutto (cioe in. 24.) e però diremo che il. 6. è un quarto,
ouer la quarta parte de. 24. & cosi si debbe intendere in ogni altro numero, ancho
ra bisogna notare che quelli uocabuli che usiamo in proferir le parti se toglieno dal
li numeri denominati, uerbi gratia la mità, ouer mezzo uien detto da. 2. un terzo
da. 3. un quattro da quattro un quinto da cinque & cosi discorrendo.

Diffi-

Diffinitione. 10.

14 Quelle parti sono dette simile, lequali sono denominate da uno me
0 desimo numero.

Il Tradottore.

Essempio, tal parte, ouero simil parte se dirà esser.3.di.12.qual è.8.di.32.perche l'una e l'altra è denominata da uno medesmo numero che.4.cioe che cadauna è il quarto del suo tutto similmente tal parte se dirà essere.5.de 15.qual è.9 de 27.ouero.8 de 24.perche tutte son denominate da uno medesmo numero che è 3.cioe che cadauna è il terzo del suo tutto.

Diffinitione. 11.

15 La prima semplice parte d'un numero è la unità.
0

Il Tradottore.

Perche sono alcuni numeri che sono misurati da piu numeri perilche hanno piu parti come essempli gratia il 12. ilquale è misurato da questi quattro numeri.2.3.4.6.& similmente è misurato dalla unità, adonque cadauno de loro insieme con la unità veria a esser parte del detto.12.perilche el detto.12.haueria.5.specie di parti delle quali la prima semplice parte di quello (& d'altri simili) dice questa diffinitione che è la unità laqual unità veria a esser la duodecima parte di esso.12.e questo è quello che in questa diffinitione se vol inferire.

Diffinitione. 12.

16 Quando duoi numeri haueranno una parte communa, tante parti
0 se dice esser il minore del maggiore, quante uolte la medesima parte serà in lo minore, de tante quante la medesima parte serà in lo maggiore.

Il Tradottore.

Essempli gratia.18.& 24.hanno piu parti commune, ma la piu granda (che cosi si debbe intendere) si è il 6.hor dico che (per questa diffinitione) tante parti se dice esser.18 de 24.quante uolte è il 6.nel detto.18.cioe quante uolte il detto 6.intra, ouer numera il detto 18.(lequale sono 3.) de tante quante il detto.6.serà ouero intrarà nel.24.(lequale sono quattro) per ilche se dirà.18.essere li.3.quarti de.24.& da pratici se depinge in questo modo $\frac{3}{4}$.

Diffinitione. 13.

17 La proportione d'uno numero minore a uno numero maggiore se
0 dice in quello che lui è parte, ouer parti del detto maggiore, ma del maggiore al minore se dice in quel secondo che il maggiore contiene esso minore e parte, ouer parti di quello.

Il Tradottore.

Qui il'Auttore ne diffinisse dove se piglia il nome delle proportioni de numeri secondo li dui modi, che si puol far la comparatione, cioe comparando il numero minore al numero maggior, over comparando il maggior al minor & dice che la proportion d'un numero minor a un numero maggior se dice in quella parte, over parti che il detto numero minore è del maggiore, esempli gratia, la proportione di 6. a 12. se dice esser il mezzo over la mitade, & perche tal parte se dipinge in questo modo $\frac{1}{2}$ Boetio Severino chiama tal specie di proportione subdupla per esser il numero di sotto la virgula dopio a quel di sopra, & cosi la proportione di 4. a 12. secondo Euclide dirassi esser il terzo, & secondo Boetio, subtripla, & cosi da 3 a 12. secondo Euclide dirassi esser il quarto & secondo Boetio, subquadrupla & cosi discorrendo in le altre specie di parti cioe quella, che secondo Euclide se dirà esser uno quinto over sesto, over un settimo, over un ottavo, &c. secondo Boetio se dirà sub quintupla, sub sextupla, sub septupla, sub ottupla, &c. similmente la proportione di 8. a 12. secondo Euclide se dirà esser dui terzi, ma secondo Boetio tal specie di proportione se dirà subsexquialtera, perche il numero sotto alla virgula contien una volta & mezza quel di sopra & cosi la proportione di. 9. a 12. secondo Euclide se dirà esser tre quarti & secondo Boetio se dirà sub sesquitertia, & cosi quelle secondo Euclide se diran essere $\frac{4}{5}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{6}{7}$ &c. secondo Boetio se diran sub sexquiquarta, sub sexquiquinta, sub sexquisesta et cosi discorrendo in le altre specie de parti, ma quando che la comparatione se fa d'uno numero maggiore a un minore dice l'Auttor che tal proportioni se dice in quello numero secondo il qual, il numero maggiore contien il minore, & parte over parti di quello, esempli gratia la proportione di. 24. a. 12. secondo Euclide se dirà essere. 2. cioe dui tali come. 12. cioe che il 24. contiene due volte il 12. & secondo Boetio se dirà proportione dupla, & tal specie di proportione secondo Boetio & altri se depinge cosi $\frac{2}{1}$ laqual cosa non vuol dire altro che dui integri comparati a uno & cosi la proportion di. 24. a 8. secondo Euclide se dirà esser 3. cioe che. 24. è tre tali come. 8. overo che 24 contien. 3 volte. 8. ma secondo Boetio se dirà tripla, & depingesi cosi $\frac{3}{1}$ & cosi quelle, che secondo Euclide se denominarono da. 4. 5. 6. &c. secondo Boetio se diran quadrupla, quintupla, sexupla & cosi discorrendo. Similmente la proportione di. 24. 16. secondo Euclide se dirà esser uno e mezzo, perche il numero maggior contiene il minore una volta & mezza: ma tal proportione secondo Boetio se dirà sexquialtera, & cosi la proportione de. 24. a. 18. secondo Euclide se dirà esser uno & un terzo, & secondo Boetio se dirà sexquitertia & cosi quelle proportioni che secondo Euclide se denominarono da un & un quarto, da un & un quinto da un & un sesto, secondo Boetio se diran sexquiquarta sexquiquinta, sexquisesta, & cosi discorrendo. & similmente la proportione da. 10 a. 6 secondo Euclide se dirà esser un e dui terzi & quella da. 14. a. 8. se dirà esser un e tre quarti ma secondo Boetio la prima se dirà superbipartiens la seconda supertripartiens & cosi discorrendo in le altre simile anchora la propor

tione

tione di.5.a.2.facendo Euclide se dirà esser duoi e un mezzo & quella di. 10.a.3. esser tre e un terzo & quella di. 14.a.3.esser quattro e duoi terzi & quella che è da.23.a.5.essere quattro è tre quinti la prima delle qual proportioni secondo Boetio se dirà dupla sesquialtera, la seconda tripla sesquiterza la terza quadrupla superbipartiens la quarta quadrupla supertripartiens quintas, & cosi si va procedendo in le altre, parti che longo seria a voler dar essempio a cadauna onde i dubito di nõ esser ripreso per essermi alquanto discostato dal testo, ma il tutto ho fatto acciò che siano intesi tutti li modi & varietade delli vocaboli usitati nel denominare le specie di proportioni de numeri liquali che ben li considerà se conformano in sostantia con la diffinitione di Euclide ideo, &c.

Diffinitione.14.

18 Quando seranno quanti numeri si voglia, continuamente propor-
0 tionali, la proportione del primo al terzo se dirà si come del primo al secondo duplicata, & al quarto treplicata.

Il Tradottore.

Questa diffinitione è simile alla 11. & 12. del quinto, ma quella del quinto parlano in genere delle quantità continue, & questa parla in specialità di numeri, e però lo essempio di quelle se pol accommodar a questa, ma con numeri esempli gratia, siano quattro numeri continuatamente proportionali, & siano in la proportion dita tripla come cinquantaquattro. decidotto. sei. & duoi. dice l'autor che la proportione del primo (che è cinquanta quattro) al terzo che è sei se dirà dupplicata a quella che è de.54.a.18.et quella che è dal detto.54.al quarto (cioe al.2.) dice che se dirà treplicata alla medesima che è da.54.a.18.per il che ne manifesta il duplicare & treplicare delle portioni, non esser simile al duplicar, & treplicare de numeri perche di sopra se vede che il doppio de una tripla non se intende essere sestupla, ma una novupla, & similmente il treppio de una tripla non se intende essere una novupla ma se intende una vintisettupla come di sopra appare, cioe che la proportione di.54.a.2.vintisettupla & è detta il triplo di quella che è da cinquanta quattro a diciotto d'una tripla, il medesimo si debbe intendere in ogni altra specie di proportionalità continua, & bisogna notare che da questa diffinitione, non solamente se apprende il modo di saper duplicare, & treplicare ogni specie di proportione, ma anchora si cava il modo di sapere summare insieme due, overo tre proportioni equale, perche in vero (come dissi sopra la quinta diffinitione) il multiplicare in sostantia non è altro che uno summare di quantità equale.

Diffinitione. 15.

19 Quando seranno continuate medesime, overo diverse proportio-
0 ni, la proportion del primo al ultimo se dirà composta di tutte quelle.

Il Tradottore.

Havendone l'Auttor nella precedente diffinito come si debba intendere il dop-

pio,

pio, ouero il treppio d'ogni specie di proportione (fra numeri) dellaqual diffinitione (come sopra di quella diss.) se apprende solamente il modo di saper dupplicare, oue ro treplicare ogni specie di proportione, ouero di sapere sommare insieme solamente due ouero tre proportioni equale, hor in questa sostantia ne diffinisse non solamente come si debba intendere la multiplicità, ouero il multiplicare (di ogni specie di proportioni) generalmente per qualunque numero ne pare, & similmente come si debba intendere il componere, ouer summare insieme piu proportioni equale, ma anchora di sommare generalmente insieme ogni quantità di proportioni siano equale, ouero inequale perche dice che quando seranno continuate simili, ouero diuerse proportion che la proportione del primo al ultimo se debba intendere composta di tutte quelle proportioni intermedie, esempli gratia se seranno cinque termini de numeri continui proportionali la proportione del primo al ultimo se dirà quadrupla a quella che serà dal primo al secondo, ouero che la detta proportione del primo al ultimo se dirà essere composto, di tutte quelle intermedie, lequale seranno quattro proportioni, & per esser tutte equale la detta summa uera a essere quattro tale quale è dal primo termine al secondo, il medesimo si debbe intendere in ogni altro numero de termini, similmente quando le proportioni non fussero equali ma diuersi purche siano continuate l'una consequente arieto all'altra & accio meglio me intendi, siano cinque termini de numeri cioe. 24. 16. 8. 2. 3. fra liquali sono continuate. 4. specie di proportioni quella che fra il primo e lo secondo è sesquialtera (cioe fra 24. e. 16.) & quella che è del secondo al terzo (cioe da. 16. a. 8.) è dupla & quella che è dal terzo al quarto (cioe da. 8. a. 2.) è quadrupla e quella che è dal quarto al quinto (cioe da. 2. a. 3.) è una subsesquialtera, hor dico che la proportione del primo termine al ultimo cioe da. 24. a. 3. (che è una ottupla) se dirà esser composta di tutte quelle quattro specie di proportioni intermedie cioe che lei sola se dirà essere tanto quanto e tutte quelle quattro insieme, il medesimo si dirà in piu termini & in altre specie di proportioni e però chi uolesse saper che cosa resulta ouer facia una dupla gionta con una tripla quelle siano continuate in tre termini (come si uoglia) dapoi tor la proportione del primo al terzo (quale si trouerà esser una sesupla) & tanto dirassi che faccia una dupla gionta con una tripla e cosi farassi in ogni altra specie & quantità di proportioni accadenti in numeri.

Diffinitione. 16.

20 La dominatione d'una proportione d'un numero minore a uno numero maggiore se dirà la parte, ouero parti di esso minore, che sono
o in el maggiore, ma dal maggiore al minore se dirà il tutto, e la parte ouer parti in che il maggiore soprabonda il minore.

Il Tradottore.

In questa l'Auttor ne diffinisce quasi il conuerso della terziadecima diffinitione perche in quella dice che la proportione d'un numero minore a uno numero maggiore se dice in quella parte, ouero parti che il minore è del maggiore, & quiui dice il conuerso,

conuerso, cioe che la denominatione d'una proportione d'un numero minore a uno numero maggior se dirà la parte ouer parti che esso minore del maggiore, esempli gratia la denominatione della proportione che è da dodeci a uinti quattro è un mezzo e da sei a decidotto e un terzo e da decidotto a uinti sette è doi terzi e da dodeci a sedeci e tre quarti & cosi discorrendo in tutti li altri ma la denominatione della proportione del uintiquattro a dodeci (cioe del maggiore al minore) è doi & da decidotto a sei tre & da uinti sette a decidotto è uno mezzo & da sedeci a 12 è uno e un terzo e da uinti a quattro e cinque è tre quarti & cosi discorrendo lequale denominatione si trouano tutte partendo lo antecedente per il consequente, cioe che l'auenimẽto di tai partiti sempre serà la denominatione di quella tal proportione.

Diffinitione.17.

21
0 Le proportioni che hanno una medesima denomination, se dicono simile, ouer una, ouer quella medesima, & quelle che l'hanno maggior si dicono maggiore, & minore quelle che l'hanno minore.

Il Tradottore.

Esempli gratia la proportione che è da decidotto uintiquattro se dirà esser simile ouer quella istessa che è da sei a otto perche hanno una medesima denominatione che è tre quarti similmente quella che è da quarantaquatro, a dodeci se dirà esser, una ouero simile, ouero quella istessa che è da uinti doi a sei perche, hanno medesima denominatione laquale è tre & doi terzi, ma la proportione che è da noue a dodeci se dirà maggiore di quella che è da sedeci a uintiquattro per esser la denomination da noue a dodeci (laquale è tre quarti) maggior di quella che è da 16 a 24 (laqual è doi terzi) & similmente la proportione de 27 a 4 se dirà esser maggior di quella che è da 22 a 5 perche la denominatione di quella che è da 27 a 4 (laquale è sei tre quarti) è maggiore di quella che è da 22 a 5 (laquale è quattro e doi quinti) & è conuerso.

Diffinitione.18.

22
21 Ma li numeri che la proportione de quelli e una sono detti proportionali.

Il Tradottore.

Esempli gratia per essere la proportione di 9 a 3 simile a quella che è da 12 a 4 (per le ragioni dette ne la precedente) li detti quattro numeri se diranno proportionali, il medesimo si deue intendere in altre specie di proportioni simile.

Diffinitione.19.

23
● Quelli numeri se dicono termini, ouero radice de una proportione, alli quali è imposibile essere tolti minori in quella medesima proportione.

Il Tradottore.

Esempli gratia, questi duoi numeri.3.e.2. se diranno termini, ouero radici della proportione sesquialtera per esser impossibile a poterne trouare duoi altri minor de quelli in la medema proportione sesquialtera, uero è che de maggiori se ne puol trouar infiniti in tal proportione come.6.e.4.9.e.6.& cosi discorrendo in infinito, et se dicono termine, ouer radici di detta proportione sesquialtera per esser in quelli duoi il principio di tal proportione & da quelli dui tutti li altri (di tal proportione) deriuano, il medesimo si debbe intendere in le altre specie di proportioni.

Diffinitione.20.

5 Numero primo, se dice quello, che della sola unità è misurato.
12

Il Tradottore.

Si come.2.3.5.7.11.13.17.19.23.29. & infiniti altri simili liquali sono misurati ouer numerati solamente dalla unitade è per questo cadauno di loro è detto numero primo.

Diffinitione.21.

6 Numero composito se dice quello, che dall'altro numero è misurato.
14

Il Tradottore.

Si come.15. ilquale per esser misurato dal.5. ouer dal.3. se dice numero composito perche il uien a esser composto da tre numeri quinari, ouero da cinque numeri ternari, & cosi si deue intendere ogni altro numero che sia numerato, ouer misurato da qual si uoglia altro da lui diuerso, dico diuerso perche ogni numero è misurato da se medesimo, ouero da uno equale a se medesimo cioe il sette è misurato dal sette una uolta & similmente il.13.da.13. & nientedimeno ciascun di loro è numero primo e non composito.

Diffinitione.22.

7 Numeri contra se primi, se dicono quelli che da niun numero, eccet-
13 to della sola unità, sono numerati.

Il Tradottore.

Esempli gratia considerato.25. secondo se è numero composito (per la precedente) & similmente.9 ma comparati questi duoi numeri insieme se diranno contra se primi, perche da niun numero son communamente misurati eccetto che della unitade, cioe che'l non si troua alcuno numero che li misuri ambidui. Se ben il uero che il ternario numera il.9. ma quello non numera poi il.25. & similmente il quinario misura il.25. ma non misura poi il.9. onde questi duoi numeri cioe.25.e.9. &

altri

altri simili che non hanno alcun numero che gli sia commune misura, eccetto che la unità, se dicono contra se primi.

Diffinitione. 23.

8 Numeri fra loro composti, ouero communicanti, se dicono que-
15 gli liquali altro numero, che la unità li misura, cioe che niun de quegli è a l'altro primo.

Il Tradottore.

Essempli gratia. 27. e. 15. perche il numero ternario (cioe il. 3.) numera, ouero misura cadaun de loro se diranno numeri fra lor composti, ouer communicanti, cioe che niun di loro è primo all'altro (per la precedente diffinitione,) il medesimo si de ue intendere in tutti li altri che non sono contra se primi.

Il Tradottore.

Nanti che procedamo piu oltra bisogna notare (come disse anchora in el principio del primo libro) qualmente, li primi principij di cadauna scientia, non si conoscono per demostrationi, ne alcuna scientia è tenuta a prouare li suoi primi principij, perche bisognaria procedere in infinito ma quelli tai primi principij communamente si conoscono per intelletto ouer per i sensi per il che sono supposti in tal scientia, & con quelli se dimostra & sustenta tutta la scientia, dico adonque che li primi principij di questa scientia, ouer disciplina de numeri (detta arithmetica) sono quatordeci delli quali quattro sono suoi proprij cioe che si conuengono solamente a essa arithmetica, & dieci sono communi cioe che si conuengono a diuerse altre scientie, & perche la intentione di l'Auttore è di volere disputare questa scientia arithmetica, & quella sostentare con demonstrationi, onde per procedere rettamente, e schiffare opposition & litigij primamente lui adimanda, che gli sia concessi li detti suoi proprij principij, liquali (come detto) sono quattro come nel processo si uedrà. & per questo se chiamano petitioni, ma li altri dieci per esser cose commune & concesse in altre scientie, se chiamano commune conceptioni del animo, ouero commune sententie come appare in fine delle quattro petitioni.

Petitione prima.

1 Adimandamo che ne sia concesso di poter tore, ouer pigliare quan-
0 ti numeri mi pare equali ouer multiplici a qual numero si uoglia.

Il Tradottore.

Essempli gratia se fusse un numero dato poniamo. 16. & che per qualche nostro negotio che bisognasse tore, ouer assignare uno altro numero, equale, ouer doppio, ouer treppio, ouer quadruplo a esso. 16. ouer in qual si uoglia, altra multiplicità, l'Auttore adimanda che gli sia concesso di poterli fare tal cosa per-

che, che negasse tal atto il non saria possibile a demostrarlo con ragioni demostratiue, ma perche di questo lo intelletto nostro non puol dubitare in cosa alcuna, per essere una cosa notissima al senso, & alla esperientia, tale petitione non si puo negare.

Petitione. 2.

2/0 Anchora adimandamo che ne sia concesso di poter pigliare un numero maggiore quanto ne pare, di qual si uoglia numero.

Il Tradottore.

Essempli gratia se'l fusse uno numero dato (ouer proposto) poniamo. 24. & che'l ne occorresse per qualche nostro negotio a douerne tore uno altro maggiore di lui in una ouero due, ouer piu unità l'Auttor similmente adimanda che tal cosa gli sia concessa, laqual per esser al intelletto euidente non si de negare.

Petitione. 3.

3/0 Similmente adimandamo che ne sia concesso di poter proceder in infinito l'ordine de numeri.

Il Tradottore.

Li ordini de numeri sono infiniti delli quali uno solo (dall'Auttore è detto naturale) & questo è quello che fu diffinito in la terza diffinitione, cioe quello che li termini si uanno eccedendo per una unità (come. 1.2.3.4. &c. delli altri alcuni se uanno eccedendo per. 2. come. 1.3.5.7. & cosi procedendo in infinito, alcuni per. 3 come. 1.4.7.10. alcuni per. 4. come. 1.5.9.13. alcuni per. 5. alcuni per. 6. alcuni per. 7. & cosi discorrendo per ogni qualità di numero, alcuni altri si uano argumentando in qualche specie di multiplicità come in dupla, ouer tripla, ouer in qualunque altra, l'Auttor adonque adimanda che gli sia concesso di poter procedere, cioe cresere, ouer alongare l'ordine de numeri in infinito, & abenche tal cosa se uerifichi in tutti li ordeni detti di sopra, tamen in questa diffinitione si debbe intender del ordine naturale diffinito di sopra in la terza diffinitione, perche dalla concessione di quello tutti li altri si approuano perche tutti deriuano da quello, laqual cosa per esser euidentemente all'intelletto non si po negare.

Petitione. 4.

4/0 Anchora se adimanda che sia concesso niuno numero poter esser diminuito in infinito.

Il Tradottore.

Quiui l'Auttor dimanda che gli sia concesso chi niuno numero (per grando che'l sia) poterse diminuire in infinito, perche in uero chi andasse continuamente cauandone solamente una unità finalmente se peruenerà alla unità, la-

ta, laqual cauandola anchora lei serà distrutto, ouer annichilato quel tal numero talmente che piu non se potrà seguire tal diminutione, & se tal atto è terminato, diminuendo solamente per unità molto piu presto tal atto se terminarà diminuendo per qualche numero & però tal petitione non è da negare.

Le commune conceptioni dell'animo sono. 10.

Prima.

1/0 Ogni parte è minore del suo tutto.

Il Tradottore.

Questa è simile alla ultima conceptione, del primo, ma quella del primo parla in genere, cioe in ogni specie di quantità, ma questa parla in specialità del numero, cioe che tolta una parte di qual si uoglia numero, o sia granda ouer piccola se suppone che la sia minore del suo tutto, cioe del total numero doue fu tolta, ouer assignata, & questa è concessa per commune sententia.

Seconda.

2/0 Tutti quelli numeri che seranno equalmente multiplici a uno medesimo numero, ouero a numeri equali, quelli medesimi seranno anchora fra loro equali.

Il Tradottore.

Questa da se è euidente & è quasi simile alla sesta concettione del primo, cioe che tutti quelli numeri, che seranno equalmente doppij, ouer treppi ouer quadrupli a un medemo numero (ponimo al quinario) (cioe al. 5.) ouero a numeri equali (ponimo a piu quinarij, cioe cadauno al suo relatiuo) eglie manifesto che quelli seranno fra loro equali.

Terza.

3/0 Tutti quelli numeri alli quali, uno medesimo numero serà equalmente multiplice, ouer che li multiplici tolti equalmente a cadaun de quelli, seranno equali: essi numeri seranno anchora equali.

Il Tradottore.

Essempli gratia se'l fusse dui, ouer piu termini de numeri, & che se il demostrasse, che un medemo numero (ponimo. 24.) fusse doppio a cadauno de detti dui ouer piu termini, eglie manifesto che li detti termini seriano fra loro equali perche cadauno de loro saria a esser. 12. il medesimo si deue intendere quando, che il detto. 24. fusse equalmente treppio, ouer quadruplo, ouer in qual si uoglia altra moltiplicità, a cadauno de loro, similmente quando che'l fusse dui, ouero piu termini de numeri, & che li multiplici tolti equalmente a cadauno di essi ter-

mini fussero equali (poniamo che cadauno fusse vintiquattro) la cosa manifesta, che quelli tali numeri seranno fra loro equali.

Quarta.

$\frac{4}{0}$ La unità è parte de ogni numero, denominata da quel medesimo.

Il Tradottore.

Esempli gratia la unità è parte de 2. & è denominata da esso.2. (per la nona se-
diffinitione) & tal parte se dice media, over la mità, alcuni la chiamano una se-
conda, over secondo & descrivessi in questa forma $\frac{1}{2}$ & il numero che è sotto alla
virgula (cioè il 2.) se dice denominatore per esser quello (com'è detto) che denomi-
na la parte cioè quella unità posta sopra la virgula, laquale se dice numerator, si-
milmente la detta unità è parte di 3. & denominata da esso.3. & chiamasse parte
terza, over un terzo, & descrivasi in questo modo $\frac{1}{3}$ & per simil modo la viene a
esser parte di ogni altro numero, & denominata da essi medesimi, & tutte se descri
vono secondo l'ordine detto, cioè ponendo la detta unità sopra la virgula, & quel
tal numero sotto in questo modo. $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{8}$ & così discorrendo.

Quinta.

Quella parte è minore, laquale ha maggiore denominatione, &
$\frac{5}{0}$ maggiore quella che la ha minore.

Il Tradottore.

Esempli gratia un quarto è minore d'un terzo per esser la denominatione de un quarto (quale è quattro) maggiore della denominatione de un terzo (quale è 3.) & per le medesime ragioni un quinto è minor de uno quarto e un sesto de uno quinto & è converso.

Sesta.

Qual si voglia numero tal è dalla unità, qual parte è la unità di quel
$\frac{6}{0}$ medesimo.

Il Tradottore.

Cioè che ogni numero in tal numero lui è multiplice della unità, in qual la uni-
tà è denominata parte di quel medesimo, esempli gratia il 2. in comparatione del-
la unità se dirà doppio la qual multiplicità è denominata da.2. in el qual.2. medesi
mamente è denominata la parte che la detta unità è del detto.2. & da qui se mani
festa che ogni numero è detto dalla unità cioè dal numero che denomina la multi-
plicità in che lui è in comparatione della unità, ilquale è esso medesimo numero,
perche esso medesimo è quello che denomina la parte, che è la unità de lui come è
detto in la nona diffinitione.

Setti-

Settima.

7 Qualunque numero che sia duto in la unità produce se medemo an
o chora la unità duta in qual si voglia numero produce quel medemo.

Il Tradottore.

Esempli gratia multiplicando. 2. fia la unità (per commune sententia) farà esso. 2. & cosi. 3. fia. 1. produrà esso. 3. & cosi. 4. fia. 1. farà esso. 4. & cosi discorrendo in ogni altro numero, anchor la unità moltiplicata fia. 2. farà pur il medemo. 2. & cosi. 1 fia. 3 farà quel medesimo. 3. & cosi fia. 4 farà. 4. & cosi discorrendo in ogni altro numero.

Ottava.

8 Qualunque numero che numeri, duoi numeri numera anchora el
o composto de quegli.

Il Tradottore.

In questa ottava concettione el se suppone che cadauno numero che numeri duoi numeri, che quel numeri anchora il composto, over la summa de ambiduoi quelli insieme, & di questo la esperientia ne certifica lo intelletto, perche se il 3. numerarà il. 9. & anchora il 12. sensibilmente vedemo, che il medesimo. 3. numera il composto, ouero la summa di 9. & 12. qual è 21. il medesimo si trouerà in tutti li altri.

Nona.

Qualunque numero che numera alcun numero, numera anchora ogni numero numerato da quello.

Il Tradottore.

Esempli gratia se uno numero (poniamo. 3.) numera alcun numero (poniamo. 9.) & che quel numero numerato (cioe. 9.) numeri un altro numero (poniamo. 36.) per commune openione dice che il detto. 3. numera anchora il detto trenta sei laqual cosa per la settima diffinitione euidentemente appare, il medesimo se trouerà seguire in tutti li altri simili.

Decima, & ultima.

Qualunque numero, che numeri, il tutto, anchora detratto numera il residuo.

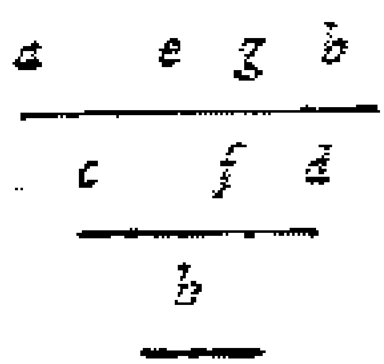
Il Tradottore.

Esempli gratia, se uno numero (poniamo 7.) numera qualche numero (poniamo. 35.) sottratto il detto numero (cioe. 7.) dal detto numero numerato, (cioe da.35.) nel che per commune sententia il detto numero (cioe.7.) numeri anchora il rimanente, ilqual rimanente, veria a esser.28. laqual cosa (per la settima diffinitione) sensibilmente se manifesta.

Theoreme prima. Propositione prima.

Se dal maggiore de duoi numeri inequali sia detratto il minore per fin a tanto che rimanga men di lui & da poi, detratto quel residuo da numero minore per fin a tanto che rimanga men di lui, & similmente detratto il residuo secondo del residuo primo pur per fin a tanto che resti men di lui, & che dalla continua detrattione fatta in tal modo, sia che'l non si troui alcun residuo che numeri lo ante residuo per fin alla unità quelli duoi numeri è necessario esser contra se primi.

Siano li duoi numeri inequali.a.b.& c.d.& sia il.c.d.minore & sia detratto il c.d. dal.a.b. quante volte tu poi, & sia lo residuo.e.b.ilquale residuo serà minore del,c,d,(altramente el se poria anchora detrahere) & sia detratto esso.e.b.dal.c. d.quante volte tu poi, & sia il residuo,f,d, & sia detratto lo,f,d,dal,e,b,quante volte tu poi, & sia lo residuo.g.b. elqual sia la unità hor dico li detti duoi numeri. a.b.& c.d. esser contra se primi, perche se possibil è (per l'adversario) che sian compositi, alcun numero oltra la unità numerarà communamente quegli, (per la vigesima prima diffinitione) ilqual poniamo che sia,h, hor perche,h, numera il,c, d,(per la penultima concettione) numerarà anchora lo,a,e, & perche el medesimo,h,numera tutto lo.a.b.(per la ultima concettione) numerarà anchora lo.e.b.adonque (per la penultima) numerarà lo,c,f, per laqual cosa (per la ultima numerarà lo,f,d,adonque (per la penultima) numerarà anchora lo,g,e,& (per la ultima) numerarà lo,g,b, & perche lo,g,b,e la unità seguiraria il numero esser parte della unità, over a quella equale, laqual cosa è impossibile, adonque li duoi numeri.a.b.& c.d.seranno contra se primi che è il proposito.



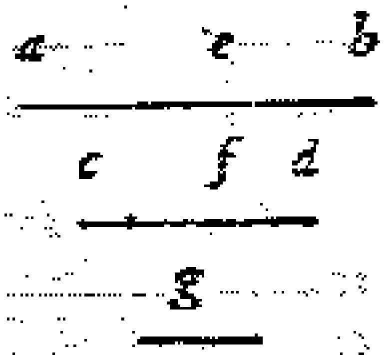
Ma se li duoi numeri. a. b. & c. d. siano contra se primi, el non si trouarà stato, over riposso, in questa mutua detrattione auanti che si peruenga alla unità & questa è il conuerso di quello che l'Auttor propone, & se in questa mutua detrattione, (per l'aduersario) serà stato, over riposso, auanti che si peruenga alla unità, sia che, g,b, sia numero ilquale sia detratto dal,f,d,& niente sia il residuo adonque il,g,b, numera,f,d, adonque (per la penultima concettione) numera anchora,e,g,& per che anchora numera se medesimo, per la antepenultima concettione, numerarà tutto lo,e,b, adonque per la penultima, numera lo,c,f,ma per auanti è sta dimostrato che numera lo,f,d, adonque (per la auanti la penultima) numera tutto lo c,d, per laqualcosa (per la penultima) numera lo,a,e, & perche fu dimostrado prima che anchora numera lo,e,b, seguita (per la auanti alla penultima) che anchora numera,a,b, adonque perche il numero,h,g, numera l'uno & l'altro di duoi numeri.

numeri. a b. & c. d. li dui numeri a. b. & c. d. sono composti, adonque non sono contra se primi, laqual cosa è contra il presupposito, adonque per questa nia proposti qualunque dui numeri inuestigamo se quelli sono contra se primi ouer no, perche fatta la mecua detrattione de tali se'l si peruiene alla unità quelli sono contra se primi ma essendo stato, ouero riposso auanti che se peruenga alla unità quelli sono composti.

Problema. 1. Propositione. 2.

2 Proposti dui numeri fra loro composti, puotemo trouare il maggio
2 re numero che numera communamente quelli.

Siano li dati numeri fra loro composti, a, b, & , c, d, sia, c, d, minore, adonque alcun numero (per la diffinitione) numera communamente, quelli voglio trouare il massimo numero che numera communamente quelli, secondo il modo & similitudine della precedente, minuisco, ouero detrago il minore dal maggiore per fina a tanto che posso, cioe il. c. d. dal. a b. & sia il residuo. e. b. & finalmente lo, e, b, del, c, d, per fina a tanto che posso & sia il residuo lo, f, d, & perche la diminucione di questo non pol esser fatta in infinito (per la ultima petitione) anchora in al proposito il non si pol peruenire alla unità (per la precedente) perche all'hora li dati proposti numeri feriano contra se primi laqual cosa seria contra il presupposito, sia adonque che quando hauerò detratto lo, f, d, dal, e, b, per fina che potero che il residuo sia niente, hor dico il numero, f, d, esser il maggiore che numeri communamente li dati proposti numeri, a, b, & , c, d, la causa che lui li numeri è manifesta (per la penultima et antepenultima concettione repetita) hor l'una, hor l'altra quante uolte bisogna, si come in la demostratione del conuerso della precedente (perche lo, f, d, numera lo, e, b,) perche quando che lui fu detratto da quello per fina a tanto che se posse non ui fu fatto niente di residuo (adonque) (per la penultima concettione) numera & . c. f. adonque (per la ante penultima) & . c. d. per laqual cosa (per la penultima) numera & . a. e. adonque (per l'ante penultima) & , a, b, ma che niun maggiore de, f, d, numeri a. b. & c. d. cosi è manifesto, perche se questo posesse esser fatto (per l'aduersario) sia il numero, g, maggiore del, f, d, ilqual numeri l'un e l'altro di dui numeri a. b. & c. d. perche adonque, g, numera, c, d, numerarà (per la penultima concettione) a. e. & perche numera, a, b, numerarà (per la ultima) e. b. adonque (per la penultima) numera, c, f, & perche etiam numera, e, d, numerarà (per la ultima) f. d. cioe il maggiore numeraria il minore, laqual cosa è impossibile.



Correlario.

Da questo è manifesto, che ogni numero che numeri dui numeri numera anchora, il massimo numero, numerante ambidui quelli.

Il Tra-

Il Tradottore.

Per intelligentia di questo correlario bisogna notare qualmente che il si troua molte uolte alcuni numeri fra loro composti che sono numerati da piu numeri (uno maggior dell'altra) come essempli gratia se'l a.b. fusse. 150. & la.c.d.90. questi dui tali sono numerati (cioe partiti senza alcun sopr'auanzo) communamente. da.2. da. 3. da. 5. da. 6. e da molti altri, tamē inuestigando p lo modo dato di sopra si trouarà che il primo residuo, cioe.e.b. serà. 60. & lo secondo cioe.e.f.d serà. 30. ilqual. 30. subtratto dal.e.b. fin che si poi il residuo serà nulla, onde il detto. 30. uerra a esser il massimo (per le ragion assignate) che numeri communamente li detti duoi numeri. a.b. & c.d. Ma supponendo che il.g. numeri anchora lui communamente li detti duoi numeri.a.b.et.c.d. (cioe che lui sia l'uno delli lati detti di sopra, poniamo. 5. per le argumentatione fatti di sopra il si manifesta qualmente il detto. g. a fortiore numera lo.f.d. cioe il massimo & questo è quello che nel correlario si uol inferire.

Problema. 2. Propositione. 3.

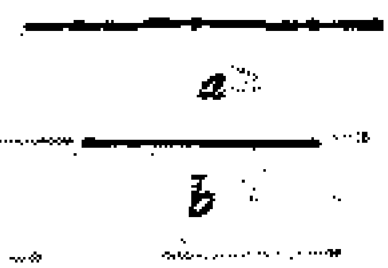
Proposti tre numeri fra lor composti puoremo ritrouare il massimo di numeri che numerano communamente quelli.

Auanti che dimostramo questa terza conclusione hauemo pensado di dimostrare uno antecedente di essa conclusione cioe qualmente, proposti tre numeri potemo certificarse se essi siano fra lor composti. E per tanto siano li tre numeri. a. b. c. di quali uoglio uedere se essi sono fra lor composti, ouer non (per la prima adonque inuestigo se li duoi primi) liquali sono.a. & b. sono fra lor primi laqual cosa essendo cosi non seranno.a.b.c. fra loro composti (per la diffinitione) ma se.a. & b. sono fra loro composti, siano (per la precedente). d. il massimo numero numerante quelli, ilqual se'l numera. c. seranno.a. b. c. (per la diffinitione) fra loro composti, ma se quello non lo numera, ma essi. c. & d. siano contra se primi non seranno.a.b.c. fra loro composti, perche qualunque numero il quale numerarà quelli numerarà anco ra il d. (per il correlario della precedente) & cosi, d, & c. seranno composti, laqual cosa seria contra al presupposito, ma se, c, & d, sono composti seranno etiam a,b,c, fra lor composti, perche essendo per la precedente, e, il massimo numerante, c, & , d, ilquale etiam (per la penultima concettione) numerarà, a, & , b, per laqual cosa (per la diffinitione.a.b.c.) sono fra loro composti anchora per simil modo il se sapera de quanti si uoglia piu di tre, se tutti siano fra lor composti. (E per tanto a tre proposti numeri che siano fra loro composti) liquali etiam siano, a, b, c, uoglio trouare il massimo numero il qual li numeri tutti, piglio per la dottrina della precedente. d. massimo numerante, a, & , b, ilqual se'l numera.c. esso è quello che cercamo altramente per il correllario della precedente, seguita il maggiore numerare il minore. Ma se'l non numera.c. tamen seranno, c, & . d. fra lor composti per il presupposito, & correllario della precedente, & per la diffinitione. sia adonque e. il massimo numerante quelli, e, dico, e, esser il massimo numerāte.a.b.c. La causa perche il numerà

merà quello è manifesto, per questo ultimo presupposito, ilquale è esso, esser il massimo numerante, c, & , d, & per la penultima concettione ma la causa che niun maggiore di quello numeri quelli così è manifesta perche se questo fusse possibile, per l'adversario, sia, f, maggior de, e, ilqual numeri, a, b, c, ilqual conciosia che'l numeri a. & , b, numerara, per il correllario della precedente, d, & perche ancora il numerara, c, numerara , per il medesimo correlario, e, cioe il maggiore numeraria il menore laqual cosa è impossibile, adonque non serà alcun numero maggior de, e, numerante, a, b, c, che è il proposito, anchora per simil modo si puol investigare el massimo numero numerante quanti si voglia numeri piu di tre (fra loro compositi) onde il non fu de bisogno a Euclide insegnare questo in piu di tre perche il modo & arte in tre è il medesimo in piu di tre , & dal ultimo processo di questa demostratione , puotemo anchora aggiongere a questa terza conclusione questo Correlario, onde è manifesto che ogni numero numerante quanti si voglia numeri fra loro compositi , numera il massimo numeranti tutti quelli, & etiam li massimi numeranti li duoi, & duoi di quelli.

Theorema. 2. Propositione. 4.

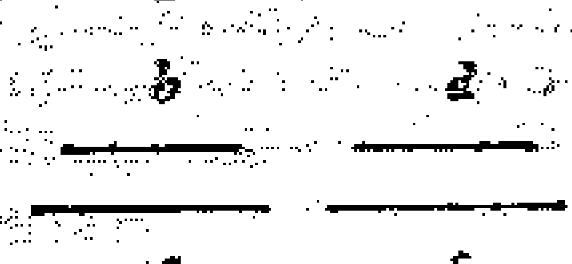
4 El minore de ogni duoi numeri inequali , over che egliè parte, over
4 ro parti del maggiore.



Siano duoi numeri. a. & . b. minor. b. dico che. b. e parte, over parti del. a. perche overo che. b. numera. a. over non, se'l lo numera egliè parte di quello (per la diffinitione) se'l non numera quello adonque , over che sono fra lor primi overo non, se non fra lor primi haueremo (per la diffinitione) una parte communa laquale quante volte la serà in. b. tante parti serà detto esser il. b. del. a. (per la duodecima diffinitione) ma essendo fra loro primi nientedimeno perche la unità è parte de ogni numero da esso denominata (per la quarta concettione) è manifesto il medesimo per le unità.

Theorema. 3. Propositione. 5.

5 Se seranno quattro numeri di quali il primo sia tal parte del secon-
5 do, quale è il terzo del quarto , seranno il primo & terzo tolti insieme tal parte del secondo e quarto tolti insieme qual è il primo del secōdo.



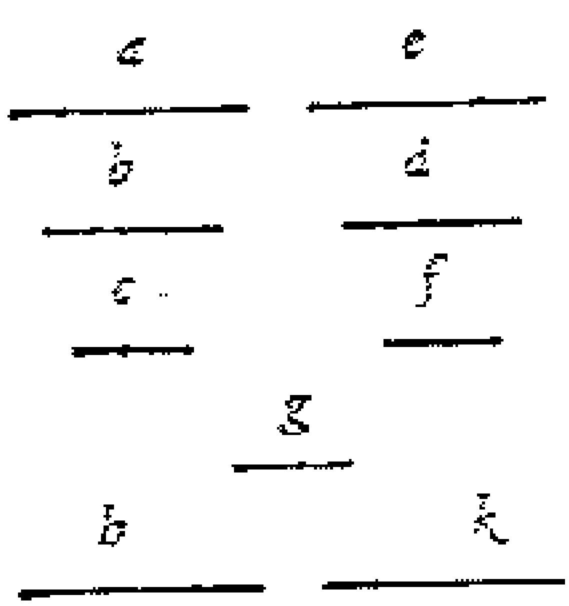
Volendo Euclide demostrare qualmente questi libri de numeri non hauere debisogno de alcuni delli precedenti, Ma per se medesimi stare, parte di quello che propose in la prima del quinto delle quantità in genere, propone in questa quinta del settimo de numeri , Siano adonque li quattro numeri, a, b, c, d, & sia, b, tal parte de, a, quale, d, del, c, dico che, b, & , d, tolti insieme sono tal parte de, a, & , c, tolti insieme quale è

le è il. b. del. a. perche divisi, a, & c, secondo la quantità de, b, & d, & argumenta
re si come in la prima del quinto, perche serà che tanto son le parte del. a. quante
quelle del. c. per la positione, & che lo aggregato dalla prima parte de. a. & dalla
prima del. c. sia equale allo aggregato del. b. & d. similmente anchora & lo aggre-
gato della seconda parte del. a. & della seconda del. c. & perche questa aggregatio
ne tante uolte se puol fare quante uolte uien contenuto il. b. in. a. seguita, che il nu-
mero equale allo aggregato del b. & d. tante uolte sia contenuto in lo aggregato de
a. & c. quante uolte. b. viene contenuto in. a. per laqual cosa è manifesto il proposito.

Theorema. 4. Propositione. 6.

6/6 Se seranno quattro numeri di quali, il primo sia tal parti del secon-
do quale è il terzo del quarto, il primo è il terzo tolti insieme seranno
tal parti del secondo, & quarto tolti insieme quale è il primo del se-
condo.

Quello che propose la precedente de una parte, questa propone di piu parti. E per tanto siano come prima li quattro numeri, a, b, c, d, & sia che, b, sia tal parti de a. quante & quale è il, d, del, c, dico che b. & d. tolti insieme seranno tante, & tale parti de, a, & c, tolti insieme quante & quale è il, b, del, a, & dico tante & tale perche la pluralità delle parti uien diffinita da duoi numeri di quali l'uno uien detto numeratore, & l'altro denominatore come quan do diremo tre quarti, il ternario numera, e il quarto denomina, perche adonque, b, è parti del, a, sia, che sian le parti de quello numerate dal. h. & denominate dal. k. & similmente (per la positione) serà il. d. parti del. c. numerate dal. h. & denominate dal k. e. per tanto una delle parti del. b. sia. e. & una delle parti del. d. sia. f. (& per il presupposito), e, serà parte del. b. denominata dal, h, & parte del, a, denominata dal. k. similmente anchora & f. serà parte del. d. secondo, h, & parte del, c, secondo, k, adonque il composito de, e, & f, sia, g, & (per la premessa) g. serà parte del. b. & d. tolti insieme secondo. h. & anchora (per la medesima) serà parte de, a, & c, tolti insieme secondo, k, per laqual cosa (per la duodecima diffinitione) b, & d, tolti insieme seranno parti de, a, & c, tolti insieme numerate dal, h, & denominate dal. k, imperoche il, g, è parte commune de quelli, del minore secondo. h. & del maggiore secondo, k, e perche cosi è il, b, del, a, è manifesto il proposito.

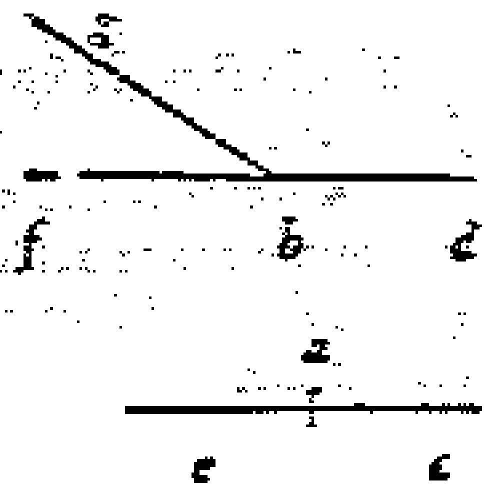


Theorema. 5. Propositione. 7.

7/7 Se seranno duoi numeri de quali un sia parte de l'altro et sia detratta
da tutti duoi la medesima parte tal parte serà il remanente, al remanen
te, quale è il tutto del tutto.

Quel

Quel che qui propone Euclide de numeri, fu proposto de sopra in la quinta del quinto delle quantità in genere, & però sia che qual parte è tutto il numero .a. de tutto il numero .b. tal sia la parte .c. (detratta dal .a.) alla parte .d. (detratta dal .b.) dico che tal parte serà .e. (residuo de .a.) del .f. (residuo del .b.) qual è tutto il numero .a. di tutto il numero .b. (& questa è quasi il converso della quinta) & per dimostrare questo sia (per la prima petitione) .e. tal parte de .g. qual è il .c. del .d. & (per la quinta tal parte serà .a. del composito de .g. & .d. qual è il .c. del .d. per laqualcosa & quale è .a. del .b. adonque (per la seconda concettione) il composito de .g. & .d. è equale al .b. leuando uia da l'uno, & dall'altro il .d. serà .g. equal al .f. per laqual cosa tal parte serà .e. del .f. qual è .a. del .b. perche tal era .e. del .g. che è il proposito.



Il Tradottore.

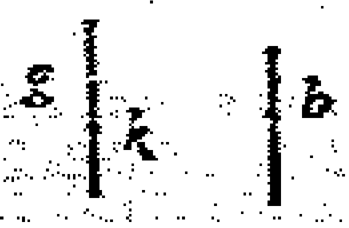
Questa settima propositione in la seconda tradottione dice in questa forma.

Se uno numero serà tal parte d'un altro, qual serà una parte tolta dall'uno a una parte tolta dall'altro, il residuo di l'uno serà tal parte del residuo di l'altro, qual è il tutto del tutto, laqual differentia è come quella della quinta del quinto. Ma in questa la espositione non se accorda con il testo della prima tradottione di sopra posto anci se accorda con il testo della seconda quiui di sopra posto, perche il si suppone in detta espositione, che qual parte è tutto il numero .a. de tutto il numero .b. tal sia la parte .c. (detratta dal .a.) alla parte .d. (detratta dal .b.) & conclude che il residuo .e. al residuo .f. serà tal parte, qual è tutto il numero .a. de tutto il numero .b. si come propone la detta seconda tradottione, anchora bisogna notare che la parte .c. in respetto del numero .a. & la parte .d. in rispetto del numero .b. si intende largo modo cioe aliquota o non aliquota.

Theorema .6. Propositione .8.

8 Se da duoi numeri, di quali l'uno sia parti dell'al-
8 tro, siano sottratte quelle proposte parti, il rimanente del rimanente, serà quelle medesime parti, che è il tutto del tutto.

Questa è quasi il conuerso della sesta, come exempli gratia sel fusse che quante, & quale parti è tutto .a. di tutto il .b. tante & tale sia il .c. (detratto dal .a.) del .d. (detratto dal .b.) dico che lo .e. (residuo del .a.) serà tante, & tale parti del .f. (residuo del .b.) quante & qual è lo .a. del .b. e per dimostrar questo sia .g. una delle parti del .a. & .h. una delle parti del .c. & (per il presupposito) .g. serà tal parte del .a. qual e .h. del .c. è tala del .b. quala è .h. del .d. adonque sia detratta .h.



ta.h.del.g.& rimanga.K.et.k.(per la precedente)serà tale parte del.e.quala è.g. del.a.& tale del.f.(per la medesima)quala,è,g,del,b,adonque perche,e,et,f,han no una parte communa laquale è,k,(per la duodecima diffinitione),e,serà tante parte del,f,qual parte è,k,del,e,& tale quale è,k,del,f,& perche tante & tale era,a,del,b,è manifesto il proposito.

Il Tradottore.

El testo di questa sopra scritta propositione in la seconda tradottione dice in questa forma.

Se uno numero serà tal parti d'un altro, qual sia una portione tolta da l'uno di una portione tolta dall'altro, lo rimanente del rimanente serà le medesime parti quale è il tutto del tutto. Et questo è molto concordante con la sopra scritta argumentatione.

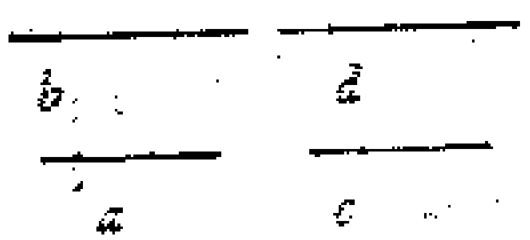
Il Tradottore.

Anchora bisogna notare (per intelligentia della sopra scritta argumentatione) che se lo numero,a,fusse li cinque sesti del,b,& similmente la parte,e,della parte,d,il numero,g,veria a esser un quinto del,a,& un sesto del,b,& similmente,h,ueria a esser pur un quinto del,c,& un sesto del,d,onde(per la precedente,)K,ueria a esser similmente un quinto del,e,& un sesto del,f,si come,g,del,a,& del,b,onde il detto,e,(per la duodecima diffinitione)ueria a esser tante parti del,f,quante uolte che,K,numera,e,(che sono cinque)de tale quante il detto,K,numera,f,(che sono sei)cioe cinque sesti che è il proposito.

Theorema. 7. Propositione. 9.

9 Se seranno quattro numeri di quali il primo sia tal parte del secon-
9 do, quale è il terzo del quarto, permutatamente serà tal parte, ouero parti il primo del terzo qual parte, ouer parti è il secondo del quarto.

Sia.a.primo tal parte del,b,secondo quale è il c.terzo del,d,quarto,e sia,a,& b,minori del,c,et,d,perche essendo altramente seria il contrario di quello che se propone,dico che qual parte,ouer parti e.a.del.c.tal ouer tale è il b.del.d.perche essendo diviso.b.secondo la quantità de.a.& d.secondo.c.(& per lo presente presupposito) tanti parti seranno quelle del.b.quante quelle del.d.& perche ciascaduna delle parti del.b.è equale al.a.& ciascaduna del.d.al.c.& .a.è parte, ouero parti del.c.(per lo presente presupposito,& per la quarta)serà ciascaduna



delle parti del b.della sua comparata delle parti del.d.(come la prima della prima, la seconda della seconda,& cosi de tutte le altre)tal parte, ouer parti, quale ouero quale è a.del.c.adonque(per la quinta,ouer sesta sotto la diffinitione repetita quante uolte bisognarà)serà tal parte ouer parti.b.del.d.quale ouer quale è.a.del.c.che è il proposito.

Theo-

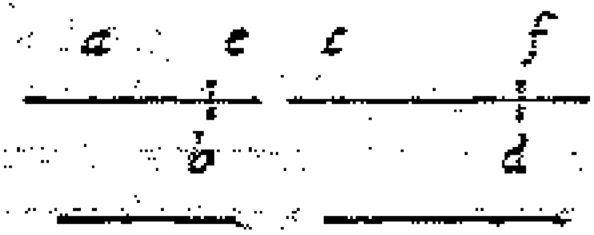
Theorema.8. Propositione.10.

10/10 Se seranno quattro numeri, il primo di quali sia tal parti del secondo, quale è il terzo del quarto; serà permutatamente il primo tal parte, ouero parti del terzo, quala, ouero quale è il secondo del quarto.

Siano li quattro numeri come prima, di quali finalmente sian minori .a. & b. & sia .a. tal parti del .b. quala e .c. del .d. dico che qual parte, ouer parti è, a, del .c. tala, ouer tale è il b. del .d. perche siando diuise le minore in quelle parte che sono .a. & .c. & (per lo presente presupposito) seranno tante le parti del .a. quante quelle del .c. & perche ciascaduna delle parti del .a. è tal parte del .b. qual ciascaduna delle parti del .c. è del .d. perche questo lo hauemo dal nostro presupposito. Sera permutatamente (per la precedente) che qual parte, ouer parti è .b. del, d, tal, ouer tale sia ciascaduna delle parti del .a. della sua comparata delle parti del .c. adonque (per la quinta, ouer sesta sotto la diffinitione repetita quante uolte bisognarà) serà .b. tal parte, ouer parti del .d. quala, ouer quale è, a, del, c, che è il proposito.

Theorema.9. Propositione.11.

11/9 Se seranno quattro numeri proportionali di quali il primo sia maggior del secondo, & il terzo del quarto, il secondo serà tal parte, ouero parti del primo quali, ouer quale è il quarto del terzo, ma se il secondo serà tal parte, ouer parti del primo quala, ouero qual è il quarto del terzo, li quattro numeri conuien esser proportionali.



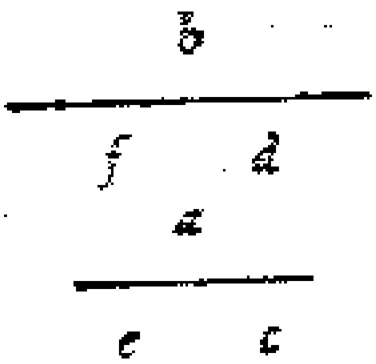
Sia la proportione del .a. al .b. si come del .c. al .d. & sia maggiori .a. et .c. dico che qual parte, ouer parti è .b. del .a. tala ouer tale è il .d. del .c. & conuerso perche (per la conuersione della diffinitione delle proportione simili) serà che quante uolte il .b. è in, a, tante uolte sia il .d. in el .c. & se alcuna parte, ouer parti del .b. sopra abundano in .a. tal parte, ouer parti del, d, sopra abondano in el, c, è per tanto se'l, b, serà contenuto in .a. senza superfluità de parte, tante uolte senza superfluità serà contenuto il .d. in .c. (per la diffinitione delle parte simili) qual parte serà il .b. del .a. tal serà il, d, del, c, ma sel .b. sia contenuto in, a, (quante uolte si uoglia) con la superfluità de parte & tante uolte se contenerà il, d, in el, c, con la superfluità de simel parte, di uiso, a, secondo, b, accioche sopr auanci, e, & , c, secondo, d, acio che sopr auanci, f, serà tal parte, e, del, b, qual è, f, del, d, ma perche tante uolte se conterà il, b, in la differentia del, a, al, e, quante uolte il, d, in la differentia del, c, al, f, serà (per commune scientia) tante uolte, e, in, a, quante uolte è, f, in, c, conciosia cosa adonque che, a, & , b, habbiano, e, parte communa & similmente, c, & , d, habbiano, f, e per tanto,

e, è in,

e.è in.b.tante uolte quante e la.f.in.d.& similmente.e.in.a.tante uolte quante.f.
in.c.serà (per la duodecima diffinitione) il.b.tante & tale parti del.a.quante &
quale serà il.d.del.c.ma si el.b.sia contenuto (quante uolte si uoglia) in.a.con super
fluità de quante si uoglia parti, anchora tante uolte se contenerà il.d.nel.c.con su-
perfluità de tante & simile parti diuiso.a.secondo.b.acciochè sopr'auanci.e.simil-
mente.c.secondo.d.acciochè sopr'auanzi.f.serà.e.tante & tale parti del.b.quante
& quale serà,f,del,d,& così reiterando de quelle argumentando come prima,&
così è manifesto il primo proposito il secondo si dimostra in questo modo, sia.b.tal
parte, ouer parti del.a.quale, ouer quale è il,d,del,c,dico che la proportione del,a,
al,b,serà si come del,c,al,d,perchè se è tal parte è manifesto il proposito, ma se egli
è tale parti diuisi quegli secondo quelle parti se manifestarà tante uolte essere il,b,
in a,quante uolte è il,d,in,c,& tal parte, ouer parti del,b,sopr'auanzare in,a,qua
la ouer quale del,d,sopr'auanzano nel.c.& così (per la diffinitione) la proportione
del,a,al,b,e si come del,c,al,d,& così è manifesto il tutto.

Theorema.10. Propositione.12.

12 Se da duoi numeri, seranno detratti duoi numeri, secondo la pro-
11 portione de quelli la proportione del rimanente allo rimanente serà si
come dal tutto al tutto.



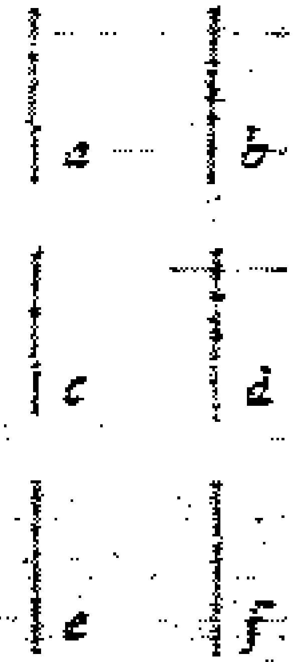
Quello che propose Euclide in la decimanona del quinto delle quantità in genere quel medesimo propone qua de numeri, essempi gratia sia la proportione de tutto,a,a tutto,b, si come del,c,(detratto dal,a,) al,d,(detratto dal,b,) dico che dal,e,residuo del,a,al,f,(residuo del,d,) serà si come dal, a,al,b,perchè se,a,sia minor de,b,serà (per lo precedente pre supposito) & per la conuersione della diffinitione) tal parte,
ouer parti,c,del,d,quale, ouer quale e,a,del,b,(per la settima adunque, ouero otta ua) serà,e,tal parte, ouer parti del,f,quale ouer quale è,a,del,b,adonque (per la dif finitione) serà una medesima proportione che è il proposito, ma se,a,sia maggiore del,b,serà (per la prima parte della precedente) qual parte, ouero parti,b,del,a,ta la, ouero tale serà il,d,del,c,per laqual cosa (per la settima, ouer ottaua) tale, ouer tale serà,f,del,e,e così (per la seconda parte della precedente) del.e.al.f,serà si co me dal,a,al,b,per laqual cosa è manifesto il proposito. ma la settima et ottaua dan no luoco a questa duodecima perchè questa duodecima sola contiene quanto ambe due quella, ma alcuni uoleno prouare la seconda parte de questa per la duodecima nona del quinto, ma se Euclide intendesse questo, conciosia che lui proponga questa particularmente & quella uniuersalmente demostrata quella in nel quinto, uana mente hauería proposta questa quiui in el settimo, e però nō debeno dimostrare que sta una altra uolta per la decimanona del quinto, ne anchora possono adatare il mo do della demostratione di quella alla demostratione di questa conciosia che quella se demostra in le quantità cōtinue in genere (per la proportionalità permutata la-

quale de

quale de fatto se dimostra in numeri, ma io penso, & ragioneuolmente si vede esser stretto Euclide de usare le argumentationi del dimostrator arithmetico per causa del decimo libro ilquale, è manifesto non poterse transire senza la cognitione di numeri, e per tanto molte di quelle propositioni che ha dimostrate nel quinto delle quantità in genere, lui le ha uolesto repetere un'altra uolta da esser dimostrate, in questo settimo de numeri perche intende de dimostrare quelli per altri principij proprij cioe de numeri liquali sono piu noti al intelletto di quelli per liquali fu processo nel quinto, perche li principij del quinto libro sono piu difficili per la malitia delle quantità incommensurante, & li principij di numeri molto piu oltra se applicano allo intelletto, & piu facili de quelli perche quelli hanno de bisogno de intelletto piu disposto.

Theorema. 11. Propositione. 13.

13/12 Se seranno quanti numeri si uoglia proportionali si come serà uno antecedente al suo consequente cosi seranno tutti li antecedenti tolti insieme, a tutti li consequenti tolti insieme.

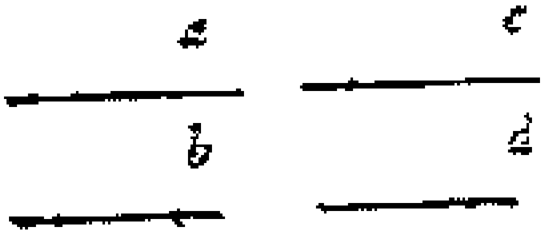


Quello che propone Euclide per la tertia decima del quinto delle quantità in genere per questa propone de numeri, come esempli gratia siano, a, b, & c, d, & e, f, proportionali dico che la proportione che è dal. a. al b. è quella medesima che è dalli. a. c. e. tolti insieme alli. b. d. f. tolti insieme perche se, a, c, e, siano minori delli. b. d. f. (per la conuersione della diffinitione) qual parte, ouer parti serà. a. del. b. tala, ouer tale serà. c. d. del. d. & e. del. f. adonque (per la quinta ouer per la sesta repetita quante uolte bisognarà) qual parte, ouer parti serà, a, del, b, tala, ouer tale seranno li, a, c, e, tolti insieme delli, b, d, f, tolti insieme, per laqual cosa (per la diffinition) la proportion serà una medesima ma se li, a, c, e, siano maggiori delli, b, d, f, (per la prima parte della undecima) qual parte, ouer parti serà il. b. del. a. tala ouer tal serà, il, d, del, c, et, f, del, e, adonque (per la quinta, ouer sesta repetite quante uolte bisogna) qual parte ouer parti serà il. b. del. a. tala ouer tale saran li. b. d. f. tolti insieme delli, a, c, e, tolti insieme, e cosi per la seconda parte della undecima, la proportion del, a, al, b, serà si come delli. a. c. e. tolti insieme alla, b, d, f, tolti insieme che è il proposito.

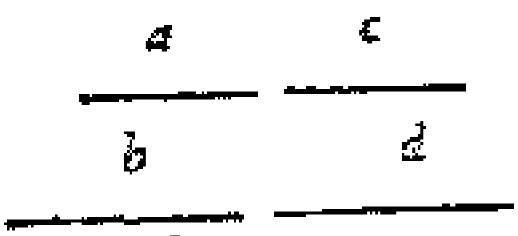
Theorema. 12. Propositione. 14.

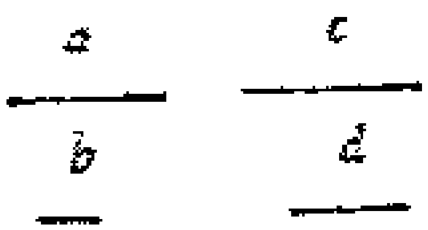
14/13 Se seranno quattro numeri proportionali, anchora permutatiuamente seranno proportionali.

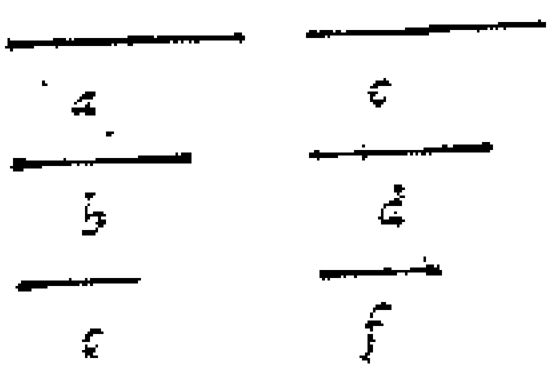
El modo di arguir ilqual se dice proportionalità permutata, laqual ha demostrato Euclide per la sesta decima del quinto in le quantità in genere in questo luoco



propone da esser demostrato in numeri, come se sia la proportionale del, a, al, b, si come del, c, al, d, permutatamente serà del, a, al, c, si come del, b, al, d, perche lo. a. serà maggiore, ouer minore del. b. similmente anchora & maggiore, ouer minore del. c. sia adonque primamente minore dell'uno et l'altro serà adonque (per lo presente presupposito & per la cõuersione della diffinitione,) lo, a, tal, parte, ouer parti del, b, quala, ouero quale serà lo, c, del, d, adonque per la nona ouer decima lo, a, permutatamente serà tal parte ouer parti del, c, quala, ouer quale serà il, b, del, d, per laqual cosa (per la diffinitione) la proportion serà una medesima, sia adonque, a, maggiore dell'uno & dell'altro, & (per la prima parte della undecima) serà che tal parte, ouer parti che è il, b, del, a, tala, ouer tale serà il, d, del, c, (per la nona ouer decima) tal parte, ouer parti serà il, d, del, b, quala, ouer quale serà il, c, del, a, adonque per la seconda parte della undecima) serà del, a, al, c, si come del, b, al, d, terzo sia, a, maggiore del, b, minore del, c, & serà (per la prima parte della undecima) tal parte, ouer parti il, b, del, a, quala ouer quale sarà il, d, del, c, per laqual cosa (per la nona ouer decima) quala ouer quale è la, a, del, c, tala ouer tale serà la. b. del. d. (per la diffinitione) adonque la proportione è una, ultimamente e anchora sia. a. minor del. b. & maggior del. c. & serà che tal parte ouero parti sia il. c. del. d. quala, ouero quale è. a. del. b. (per la nona) adonque (ouero decima) serà tal parte, ouer parti el. d. del. b. quala ouero quale il c. del. a. per laqual cosa, per la seconda parte del undecima. del. b. al. d. serà si come del. a. al. c. così è manifesto il proposito & a questa ordeno la nona & la decima perche questa sola propone quello che propone ambedue quelle.





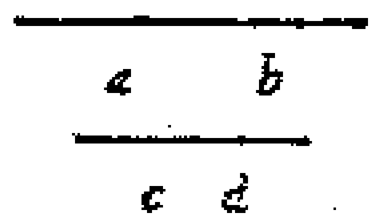


Theorema. 13. Propositione. 15.

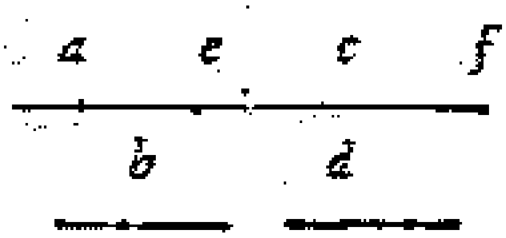
15/14 Se seranno quanti si voglia numeri, & altri secondo il numero de quelli & ogni duoi termini delli primi siano secondo la proportione de ogni duoi delli secondi in la proportione della equalità seranno proportionali.

Quel modo di arguir el qual se dice equa proportionalità che dimostrette Euclide per la uigesima seconda del quinto delle quantità in genere se propone in questo luoco da dimostrar in numeri nella proportionalità direttamente: ma la equa proportionalità

lità laqual demostrate per la vigesimaterza del quinto della proportionalità delle quantità indirettamente proportionale el non propone de dimostrarla in numeri, ma quella demostraremo noi qui de sotto sopra la decimanona di questo, ne è necessario che dimostremo in numeri quello che fu demostrato (per la undecima del quinto delle quantità in genere) cioe se quante si voglia proportione (in numeri) seranno equale a una medesima proportione che sia necessario quelle esser fra loro equale perche questo è manifesto per la diffinitione che se del, a, al, c, & dal, e, al, f, sia si come del, b, al, d, serà lo numero, a, del, c, & lo numero, e, del, f, tal parte, ouer parti, quala, ouero quale è il, b, del, d, ouer tante volte lo, a, contegnarà il, c, & , e, lo, f, quante volte il b, contegnarà il, d, & tal parte, ouer parti del, c, sopravanzaranno in, a, & dello f, in, e, quala ouer quale del d in el b, perche adonque qual parte ouero parti è lo, a, del, c, tala ouer tale è lo, e, del, f, ouero quante volte lo, a, contien el, c, tante volte lo, e, contien lo, f, & qual parte ouer parti del, c, sopravanzano in, a, tala ouer tale, del f, sopravanzano in, e, serà (per la diffinitione) del, a, al, c, si come del e, al, f.



Siano adonque (come se propone) li numeri, a, b, e, & li altri, tanti altri, c, d, f, & sia del, a, al, b, si come del, c, al, d, & del, b, al, e, si come del, d, al, f, dico che in la equa proportionalità serà del, a, al, e, si come del, c, al, f, perche (per la precedente) serà del, a, al, c, si come del, b, al, d, ma & del, b, al, d, si come del, e, al, f, per laqualcosa del a al c serà si come del e al f adonque (per la medesima) del a al e serà si come del c al f il medesimo serà togliendone de piu & cosi è manifesto il proposito, ma perche Euclide non propone da dimostrare in numeri le altre quattro specie della proportionalità lequale sono la conversa, la congiunta, la disgiunta, & la eversa, pensiamo esser conveniente demostrare quelle cose che l'Auttore ha lassate come cose facile da demostrare. adonque primamente demostraremo la conversa, esempli gratia essendo del a al b si come del c al d. dico che al contrario del b al a serà si come del d al c perche se a serà minor del b ancora c serà minor del d. & tal parte, ouer parti serà a del b. quala ouer quale serà c del d, per laqualcosa (per la seconda parte della undecima) serà del b al a si come del d al c ma se a serà maggiore del b. ancora il c serà maggiore del d. & (per la prima parte della undecima) tal parte, ouer parti serà il b del a quala, ouero quale serà d. del c. adonque (per la diffinitione) serà del b al a si come del d al c.



Voglio dimostrare la disgiunta proportionalità.

Esempli gratia sia del a b al b si come del c d al d. dico che del a al b serà si come del c al d perche permutatamente del a b al c d serà si come del b al d & (per la duodecima) si come del a al c perche adonque del a al c è si come del b al d serà permutatamente del, a, al, b, si come dal, c, al, d.

S 2 Voglio

Voglio dar la demostratione della congiunta proportionalità.

Come se sia dal. a. al. b. si come dal. c. al. d. dico che dal. a. b. al. b. serà si come dal c. d. al. d. perche permutatamente serà dal. a. al. c. si come dal. b. al. d. per laqualco- sa (per la tertiadecima) dal. a. b. al. c. d. serà si come dal. b. al. d. permutatamente adonque serà dal. a. b. al b. si come dal. c. d. al. d.

Resta a stabilire la euersa proportionalità in numeri.

Come se sia dal. a. b. al. b. si come dal. c. d. al. d. dico che dal. a. b. al. a. serà si come dal c. d. al. c. perche permutatamente serà dal. a. b. al. c. d. si come dal. b. al. d. per laqual cosa (per la duodecima) serà si come dal. a. al. c. permutatamente, adonque serà dal a. b. al. a. si come del. c. d. al. c. e per tanto è manifesto il tutto.

Anchora da queste egliè lieue cosa a dimostrare in numeri quello che propone Euclide in la penultima del quinto delle quantità in gene re cioe, che se la proportion del primo termine al secondo serà si co- me del terzo al quarto, anchora dal quinto al secondo serà si come dal sesto al quarto, serà la proportione del primo & quinto tolto insieme al secondo, si come del terzo e sesto al quarto.

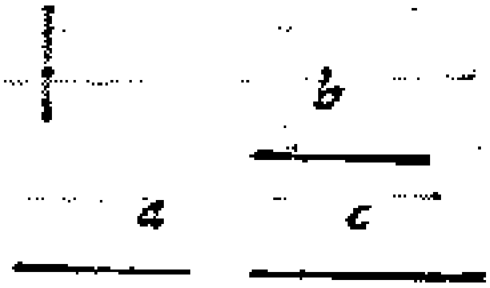
Essempli gratia essendo dal. a. al. b. si come dal. c. al. d. similmente dal. e. al. b. si co me dal. f. al. d. dico che dal. a. & e. tolti insieme al. b. serà si come dal. c. & f. tolti in sieme al. d. perche per la conuersa proportionalità serà dal. b. al. e. si come dal. d. al. f. per laqual cosa per la equa proportionalità dal. a. al. e. serà si come dal. c. al. f. adõ que congiuntamente dal. a. & e. al. e. serà si come dal. c. & f. al. f. adonque per la equa proportionalità dal. a. & e. al. b. serà si come dal. c. & f. al. d. che è il proposi- to, & per lo medesimo modo tu approuerai il conuerso. Se sia del. b. al. a. si come dal d. al. c. & similmente dal. b. al. e. si come dal. d. al. f. dico che dal. b. al. a. & al. e. serà si come dal. d. al. c. & al. f. perche serà (per la conuersa proportionalità) dal. a. al. b. si come dal. c. al. d. per laqualcosa (per la equa proportionalità) dal. a. al. e. serà si co me dal. c. al. f. & congiuntamente dal. a. & e. al. e. si come dal. c. & f. al. f. adonque al contrario dal. e. al. a. & e. serà si come dal. f. al. c. & f. adonque (per la equa pro portionalità) serà dal. b. al. a. et. e. si come dal. d. al. c. et. f. ch'era il proposito. Da que sto anchora è manifesto che se'l serà la proportione de quanti si voglia numeri al pri mo si come de altri tanti al secondo. Serà del aggregato de tutti li antecedenti al pri mo a esso primo si come dello aggregato de tutti li antecedenti al secondo a esso secõ do. Similmente al contrario se'l serà la proportione del primo a quanti si voglia, nu meri si come del secondo a altrettanti altri serà del primo aggregato de tutti li con- sequenti a esso medemo si come del secondo allo aggregato da tutti li consequenti a esso medemo.

Theorema. 14. Propositione. 16.

16/15 Se la unità numerarà alcun numero tante uolte quante qualunque

terzo

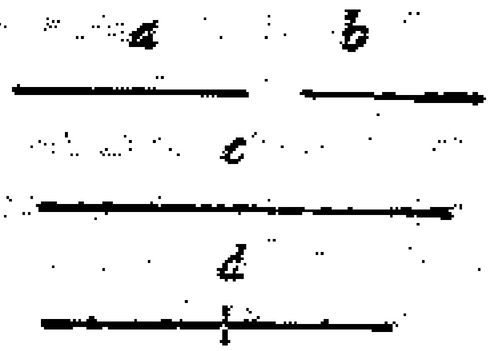
terzo numerarà alcun quarto, ferà anchora permutatamente che quãte uolte la unità numerarà il terzo tante uolte il fecondo numerarà il quarto.



Come fe fia la unità al. a. fi come il. b. al. c. ferà permutatamente la unità al. b. fi come la. a. al. c. et quefta non è fuperflua dalla demoftrata proportione permutata, perche non può effer cõclufo da quella quello che qui fe propone. Perche quella fu demoftrata in quattro numeri proportionali. Ma la unità non è numero per la diffinitione adonque per quefto modo manifefta il propofito. fia diuifo. a. per le unità & , c, fecondo la quantità de, b. feranno (per la prefente prefuppofito) tanti parti in, a, quante in, c, & perche ciafcuna delle parti de, a, è la unità & ciafcuna delle parti de, c, è equale al, b, ferà che quante uolte la unità fia in. b. tante uolte ciafcuna delle parti de, a, fia in la fua comparata delle parti del, c, adonque (per il modo della demoftratione quinta feguita tante uolte effere, a, in, c, quante uolte è la unità in el, b, che è il propofito.

Theorema. 25. Propofitione. 27.

17 Se l'uno e l'altro de duoi numeri fia dutto in l'altro quelli che da quel
16 li uien produtti feranno equali.

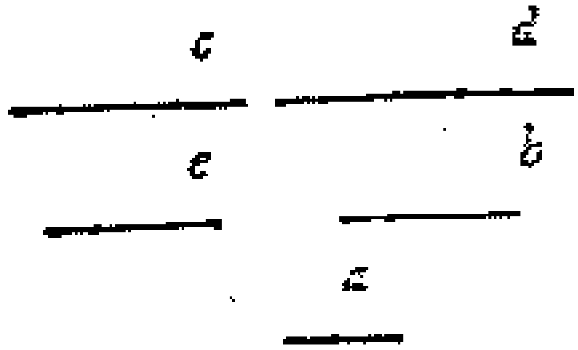


Si come fe dal, a, in, b, peruenga. c. & dal, b, in, a, peruenga, d, dico che, c, & , d, feran equali. Perche concio fia che, b, multiplicata per, a, produca, c, (per la conuerfione della diffinitione) ferà il, b, tante uolte in, c, quante che la unità e in, a, adonque (per la precedente) ferà lo, a, in, c, quante uolte e la unità in el, b, & perche tante uolte e la, a, etiam in el, d, (perche del, b, in, a, e fatto il, d,) feguita che tante uolte fia lo, a, in el, c, quante uolte è in el, d, (per la conuerfione) adonque, c, & , d, fono equali, poffemo anchora quefta conclufione proponere per quefto altro modo. Se l'uno e l'altro de duoi numeri fia dutto in l'altro dall'uno e l'altro dutto peruien un medefimo numero come fe dal, a, in, b, peruenga, c, il medefimo peruenirà del, b, in, a, perche in uero del, a, in, b, uien fatto, c, ferà come prima (per la conclufione della diffinitione) il, b, in, c, quante uolte la unità e in, a, & permutatamente (per la precedente) ferà, a, in, c, quante uolte la unità e in, b, perche adonque, a, tante uolte uien contenuto in, c, quante unità e in, b, feguita per la diffinitione che dal, b, in, a, uien fatto, c.

Theorema. 26. Propofitione. 28.

18
17 Se uno numero ferà dutto, ouero multiplicato in duoi altri la pro-

portione delli duoi produtti, cioe dall'uno all'altro, serà si come quella delli duoi multiplicati, l'uno all'altro.



Essempli gratia sia multiplicado il numero, a, in l'uno e l'altro de duoi numeri, b, & c, et di tai multiplicatione peruenga, d, & e, dico che la proportion del, d, al, e, serà si come quella che è dal, b, al, c, perche il seguita (per la conuersione della diffinitione del multiplicare) che'l, b, sia tante uolte in el, d, & similmente il, c, in el, e, quante è la unità nel, a, per laqual cosa la proportione del, d, el, b, è si come del, e, al, c, (perche contengono quelli equalmente, che è quante uolte che'l, a, contien la unità) adonque permutatamente dal, d, al, e, serà si come dal, b, al, c, che è il proposito.

Theorema. 17. Propositione. 19.

19/18 Se duoi numeri se multiplicaranno in uno altro numero, la proportione de quelli duoi produtti serà si come quella delli duoi multiplicanti.

Questa (per la conuersion della antecedente della precedente) conclude la medema passione che è in la promessa come se l'uno & l'altro di dui numeri. b. & c. multiplichino lo numero. a. & peruenghi, d, & e, dico che dal, d, al, e, serà si come dal, b, al, c, perche (per la antecedente della precedente) serà che dal, a, in, b, & c, sien fatti, d, & e, per laqual cosa (per la precedente) del, d, al, e, serà si come dal, b, al, c, che è il proposito. Et nota che quello che se propone per questa e per la precedente de duoi numeri tu'l puoi applicare a quanti numeri te pare, perche se uno numero multiplica quanti si uoglian numeri si serà la proportione di produtti & di multiplicanti una medesima, similmente anchora se quanti si uoglian numeri multiplicano uno numero la proportion di produtti, e multiplicanti serà una. Laqual cosa per questa & per la precedente repetire quante uolte bisognarà facilmente tu approuarai ma in questo luoco (come habbiamo promesso sopra la quintadecima propositione) uolemo dimostrare la equa proportionalità in quanti si uoglia numeri de duoi ordeni della proportionalità indirettamente laqual demostra Euclide, per la uigesima terza del quinto in le quantità in genere, dicemo adonque perche.

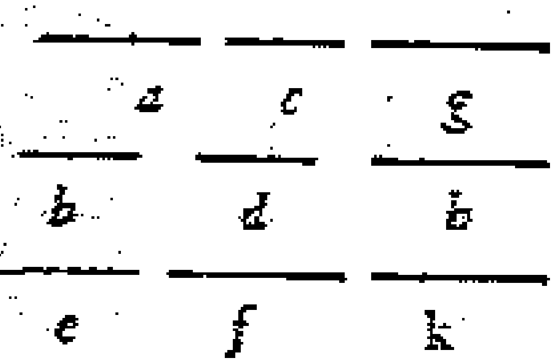
Se quanti si uoglian numeri seranno de altri tanti indirettamente proportionali, li estremi anchora in medesima proportione seranno proportionali.

Essempli

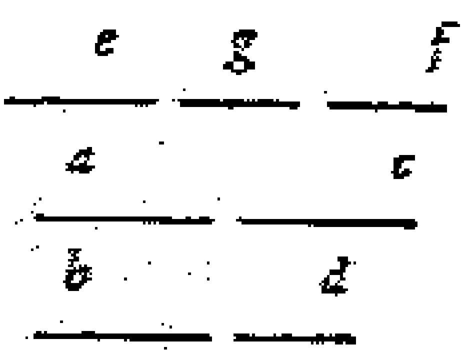
Essempli gratia essendo dal, a, al, b, si come dal, d, al, f, & dal, b, al, e, si come dal, c, al, d, dico che dal, a, al, e, serà si come dal, c, al, f, & per dimostrare questo sia dutto, c, in, d, & f, & pervenga, g, & h, & serà (per la precedente) dal. g. al. h. si come dal. d. al. f. (per laqual cosa) & si come dal. a. al. b. anchora sia dutto. f. in. d. & pervenga. k. & (per questa decima nona propositione) serà dal. g. al. k. si come dal. c. al. f. & perche dal. f. in. d. e fatto. k. farà il medesimo al contrario (per la decima settima propositione) dal. d. in. f. perche adonque dal. c. & d. in. f. sono fatti. h. & k. serà (per questa decima nona propositione) dal. h. al. k. si come dal. c. al. d. per laqual cosa è si come dal. b. al. e. Et perche eglie stato dimostrato che dal, g, al, h, è si come dal, a, al, b, (per la quintadecima propositione) serà dal. a. al. e. si come dal. g. al. k. Et cosi era anchora dal. c. al. f. adonque dal. a. al. e. è si come dal. c. al. f. che è il proposito. Il medesimo tu approuerai se in l'uno & l'altro ordine seranno piu di tre numeri, procedendo come in la vigesima terza del quinto fu proceduto di piu di tre quantita.

Theorema. 18. Propositione. 20.

20 Se feranno quattro numeri proportionali quello che uien produt-
19 to dal primo in l'ultimo, serà equale a quello che uien produtto dal dutto del secondo in el terzo, Ma se quello che è produtto dal primo in el ultimo è equale a quello, che è produtto dal secondo nel terzo quelli quattro numeri sono proportionali.



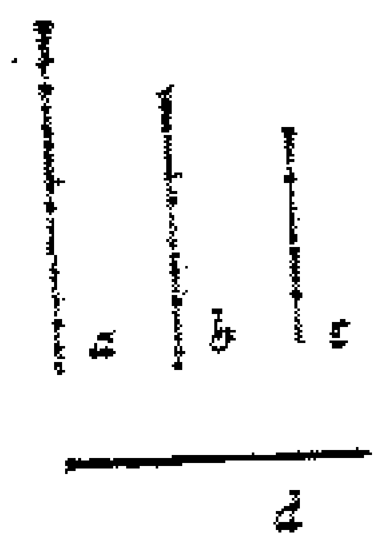
Quello che propose Euclide in la quintadecima del sesto de quattro linee proportionale, in questo luoco propone de quattro numeri proportionali verbi gratia, sia la proportione dal, a, al, b, si come dal. c. al. d. & sia il produtto del. a. in el. d. e. & del, b, in el, c, f, dico che, e, & f, sono equali, & è converso, & per dimostrar questo sia dutto. a. in. b. & sia fatto. g. & serà (per la decima ottaua propositione) dal, g, al, e, si come dal, b, al, d, & perche (per la decima settima propositione) dal, b, in, a, è fatto. g, & dal medesimo. b, in, c, e fatto. f, serà (per la decima ottaua propositione) dal, g, al, f, si come dal, a, al, c, ma per la quartadecima e dal, a, al, c, si come dal, b, al, d, adonque dal. g. al. f. serà si come dal, g, al, e, Adonque, f. & e, sono equali che è il primo proposito. Ne bisogna dimostrare se da un numero a duoi sia una proportione che essi sono equali, over se essi sono equali che dall'uno a essi sia una proportione perche se da, g, al, e, & al, f, e una proportion esso serà tal parte, over parti del e, quale, over quale il medesimo e del, f, & per tanto (per la concettione) è manifesto, e, & f, esser equali, over che tante volte, g, contenera, e, quante volte contenerà, f, & superfluano in quello tal parte, over parti del, e,



quala, ouero quale in el medesimo superfluano del, f, & per tanto anchora (per la cōcettione) è manifesto quelli esser equali. Ma se essi serāno equali è manifesto (per la concettione) che, ouer, g, serà tal parte, ouer parti del, e, quala, ouero quale serà del, f, & al presente (per la diffinitione) serà de esso, g, all'uno e l'altro de quelli una proportione, ouero equalmente contenerà l'uno e l'altro con superfluità de simile e tanto numero de parti, & per tanto anchora (per la diffinitione serà de quello al l'un e l'altro una proportione, el secondo proposito così è manifesto, sia, e. (producto dal, a, in, d,) equale al, f, (producto dal, b, in, c,) Dico che la proportione dal, a, al, b, è si come del, c, al, d, & questa è al contrario della prima parte, perche sia come pri ma, g, ilquale è fatto dal, a, in b, & perche, e, & , f, sono equali serà dal, g, all'uno e l'altro de quelli una proportione, & perche come prima (per la decima ottaua pro positione) del, g, al, f, è si come del, a, al, c, & al, e, si come del, b, al, d, serà del, a, al, c, si come del, b, al, d, per laqual cosa permutatamente del, a, al, b, serà si come del, c, al, d, che è il proposito.

Theorema. 19. Propositione. 21.

0
20 Se tre numeri seranno proportionali il producto delli estremi serà equale al producto del medio in se medesimo, e se'l producto delli estremi serà equale al producto del medio in se medesimo, quelli tre numeri seranno proportionali.



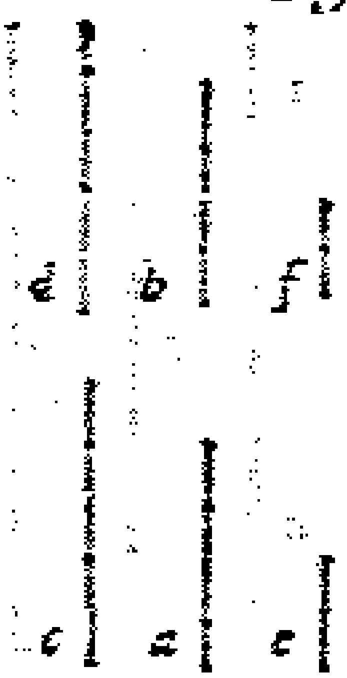
Siano li tre numeri proportionali, a, b, c, si come dal, a, al, b, così sia dal, b, al, c, Dico che il producto del, a, in, c, è equale al producto del, b, in se medesimo & per dimostrare questo sia posto, d, equale al, b, adonque si come dal a, al, b, così è dal, d, al, c, adonque quello che uien fatto dal, a, in, c, è equale a quel lo che uien fatto dal, b, in, d, (per la precedente) ma quel che uien fatto del, b, in, d, è equale al dutto del, b, in se (per esser il b, equale a esso, d,) adonque quello che uien fatto del, a, in, c, è equale a quello che uien fatto del b in se. Ma supponendo che'l dutto del a in c sia equal al dutto del b in se medesimo. Dico si come è dal a al b così è del b al c perche quel che uiē fatto del a in c è equale a quello che uien fatto del b in se & quello che uien fatto del b in se è equale al dutto del b in d adonque (per la undecima del 5. si come è dal a al b così è dal d al c & il b. è equale al d adonque si come dal a al b così è dal b al c laqual cosa era da demostrare.

Theorema. 20. Propositione. 22.

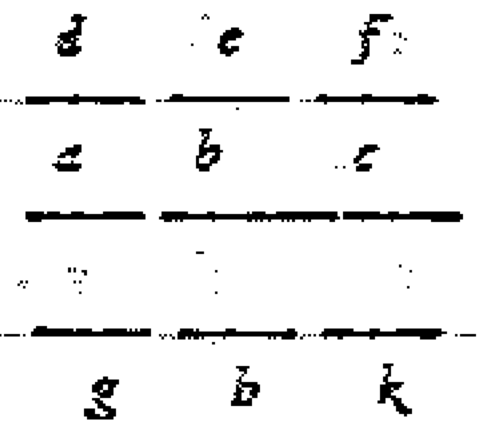
21
21 Li numeri secondo qual si uoglia proportione minimi, numerano quai si uoglian in quella medesima proportione, equalmente, el minor el minor, & lo maggior el maggior.

Siano.

Siano. a. & b. li minimi numeri in la sua proportione, & dal. c. al. d. si come dal. a. al. b. dico che'l. a. numera il. c. & il. b. equalmente. Perche essendo del. a. al. b. come dal. c. al. d. sera permutatamente dal. a. al. c. si come dal. b. al. d. Adonque tal parte over parti serà. a. de. c. quala over quale è il. b. del. d. Adonque se serà parte è manifesto il proposito. Ma se serà par ti sia. e. una delle parti de. a. & f. una delle parti de. b. et oche tal parte è. e. de. c. per il presupposito, quala è. f. del. d. serà (per la diffinitione) la proportione del. e. al. c. si come del. f. al. d. Per laqual cosa permutatamente del. e. al. f. serà si come del. c. al. d. per laqual cosa etiam serà si come del. a. al. b. adonque. a. & b. non sono li minimi della sua proportion laqual cosa è il contrario de quello che stato posto, similmente anchora.



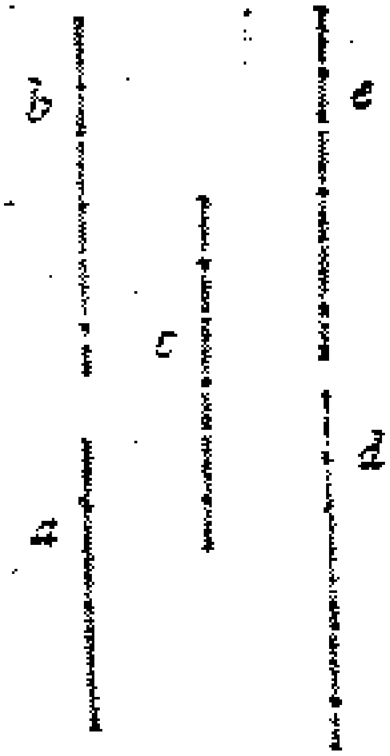
Quanti si voglia numeri, over in una medesima proportione overo in diverse minimi numeranno tutti in la medesima proportione ciascaduno il suo correlativo equalmente.



Come se siano, a, b, c, minimi in una medesima proportione, over in diverse, e siano in la medesima, over medesime, d, e, f, cosi che sia dal. d. al. e. come dal. a. al b. & dal, e, al, f, come del, b, al, c, Dico che. a. numera. d. & b. numera. e. & c. numera. f. equalmente, perche del, a. al. b. è come del. d. al. e. permutatamente serà del, a, al, d, come del, b, al, e, & perche del. b. al c. è come del, e, al, f, serà anchora permutatamente del, b, al, e, come del, c, al, f, per laqual cosa dal, b, al, e, & dal, c, al, f, serà si come dal, a, al, d, & perche, a, b, c, sono minori de. d. e. f. serà il. b. del. e. & c. del. f. tal parte, overo parti quala, overo quale è. a. del. d. Adonque se son parte è manifesto il proposito. Ma se son parti sia, g, una delle parti de, a, & h, una delle parti de, b, & , k, una di quelle del, c, & per lo presente presupposito, tal parte serà, h, dal, e, & , k, del, f, quala, g, del, d, per laqual cosa (per la diffinitione del, h, al, e. & del, k, al, f,) serà si come del, g, al, d, permutatamente, adonque serà del, g, al, h, come del, d, al, e, & del, h, al, k, come del, e, al, f, per laqual cosa del, g, al, h, come del, a, al, b, & del, h, al, k, come del, b, al, c, perche adonque, g, h, k, sono minori de, a, b, c, & in la medesima proportione seguita il contrario di quello che è stato supposto.

Theorema. 21. Propositione. 23.

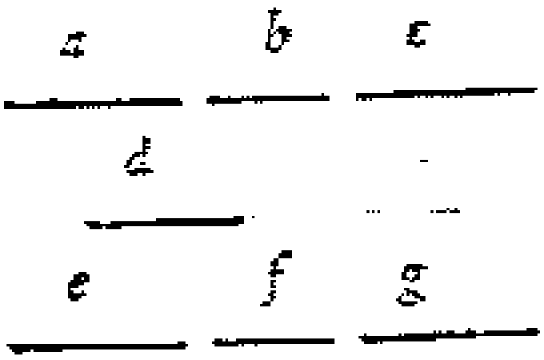
22/24 Se seranno duoi numeri secondo la sua proportione minimi essi seranno fra loro primi.

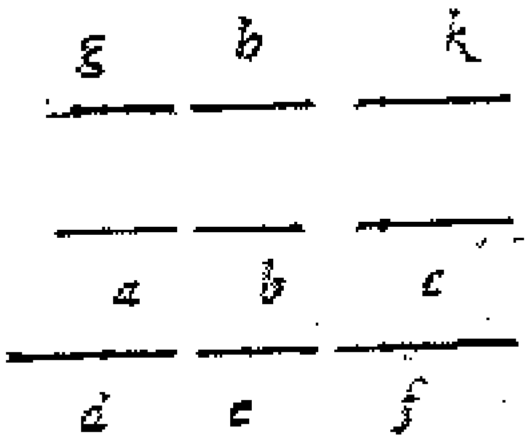


Sia li dui numeri. a. & . b. secondo la sua proportione minimi. Dico che essi sono contra se primi perche se non sono primi (per l'aduersario) poniamo che, c, numeri quelli secondo. d. & .e. & serà (per la decima ottaua propositione) del. d. al. e. si come del. a. al. b. & perche. d. & .e. sono minori de. a. & b. seguita. a. & .b. non esser li minimi in la sua proportione, che è il contrario della positione similmente anchora.

Se quanti si uoglian numeri in continuatione delle sue proportioni o sian una medesima, ouer sian diuerse seranno li minimi niun numero li numerarà tutti.

Come se sian. a. b. c. li minimi in la continuatione delle sue proportioni. Dico che niun numero li numerarà tutti. Ma se possibel sia (per l'aduersario) poniamo che. d. numeri tutti quelli & numeri. a. secondo. e. & . b. secondo. f. & . c. secondo. g. & (per la decima ottaua) serà del. e. al. f. si come del. a. al. b. & del. f. al. g. si come del. b. al. c. Perche adonque. e. f. g. sono minori de. a. b. c. & secondo la proportione de quelli non erano. a. b. c. come sono stati posti che è inconueniente. Ma abenche niun numero numeri. a. b. c. (essendo li minimi) come di sopra se è demostrato tamen il puo esser che un numero numeri duoi de quelli qual si uoglia. Per che qualunque numero dutto in alcun a se primo et l'uno e l'altro de quelli in alcun terzo primo all'un e l'altro peruenirano tre numeri di quali ciascuni duoi seranno composti, tamen niun li numerarà tutti. Et per dimostrare questo siano. a. b. c. li tre numeri di quali ciascuno sia primo alli altri & sia dutto. a. in. b. & . c. & peruenga. d. & . e. & similmente. b. in. c. & peruenga. f. Dico che ciascuni dui de. d. e. f. esser fra loro compositi, tamen niun numero li numerarà tutti, perche le manifesto ciascuni dui essere composti. Perche. a. numera. d. & . e. & . b. numera. d. & . f. & . c. numera. e. et. f. ma che niun li numeri tutti tre, se manifestarà demostrato prima che. a. e il massimo numerante. d. & . e. & anchora. b. il massimo numerante. d. & . f. & . c. il massimo numerante. e. & . f. Et questo cosi se manifesta, perche se. a. non e il massimo numerante. d. & . e. Sia adonque. g. & numera. d. secondo. h. & . e. secondo. k. & per la seconda parte della uigesima) serà del. a. al. g. si come del. h. al. b. et similmente (per la medesima del. a. al. g. si come del. k. al. c.) Per che adonque, a, è minore del, g, serà, h, minore del, b, & , k, minor del, c, & perche del, h, al, k, e si come del, b, al, c, per che l'uno e l'altro e si come del, d, al, e, (per la decima ottaua) tolta due uolte. Et h, & , k, sono minori del, b, & , c, seguirà

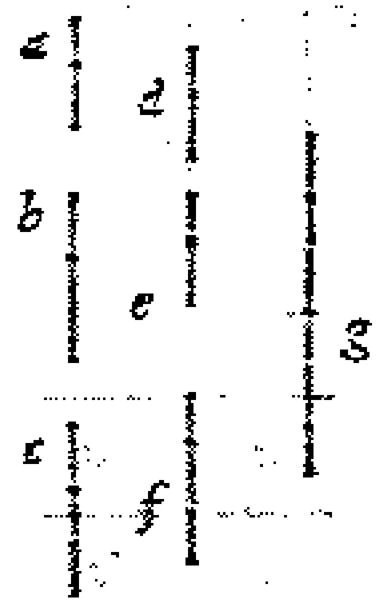




guirà (per quella che seguita da poi la sequente, cioe per la uigesima quinta & per il presupposito) che .b. & .c. siano anchor loro li minimi, & perche tal cosa è impossibile, cioe ritrouarse numeri minori di minimi. E per tanto seguita il numero, a, essere il massimo che numeri li detti duoi numeri, d. & .e. & per lo medesimo modo se prouerà che, b, sia il massimo numerante, d. & .f. & .c. il massimo numerante .e. & .f. Adunque se alcuno numero numera, d, e, f, (per il corelario della seconda tolto tre uolte) esso numerarà, a, b, c, Ma ciascun de quelli era primo alli altri, accade adonque lo impossibile similmente anchora.

Quanti si uoglian numeri liquali un numero non li numera, secondo la continuatione delle sue proportioni sono minimi.

Come se siano, a, b, c, quel si uoglian numeri, liquali niuno numero li numera tutti. Dico che essi sono minimi in la continuatione delle sue proportioni. Altramente se egliè possibile (per l'aduersario) siano li minimi, d, e, f, liquali per la uigesima prima numerano, a, b, c, ciascun il suo relatiuo equalmente. Sia adonque che secondo, g, & serà (per la decima settima) che uice uersa, g, numeraße, a, b, c, secondo, d, e, f, per laqual cosa accade il cõtrario della positione.



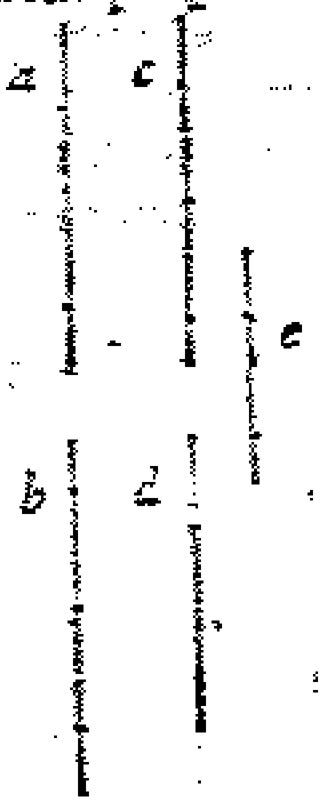
Theorema. 22. Propositione. 24.

o
22 Se seranno tre numeri, da l'un lato, & altri tre dell'altro delli quali li secondi a duoi a duoi siano secondo la proportione de primi & che sia perturbata la proportionalità de quelli, essi in la equa proportionalità seranno proportionali.

Siano li tre numeri, a, b, c, & altri tre, d, e, f, che a duoi a duoi siano tolti secondo la proportion di primi, ma sia perturbata la proportionalità di quegli, cioe che si come e, a, al, b, cosi sia, e, al, f, & si come, b, al, c, cosi sia, d, al, e. Dico che in la equa proportionalità sono proportionali cioe si come, a, al, c, cosi e, d, al, f, perche dal. a. al. b. e. si come dal. e. al. f. Adonque quello che uien fatto dal, a, in, f, (per la uigesima prima di questo) è equale a quello che uien fatto dal, b, in, e, un'altra uolta perche si come è dal. b. al. c. cosi è dal. d. al. e. Adonque quello che uien produtto dal. d. in. e. è equal a quello che uien produtto dal, b, in, e, & è stato demostrato che quello che uien produtto dal, a, in, f, e, equale a quello che uien produtto dal, b, in, e, Adonque, quello che uien produtto dal, a, in, f, (per la uigesima prima di questo) è equale a quello che uien produtto dal, d, in, c. Adonque per la uigesima di questo) si come, a, al, c, cosi e, d, al, f, che bisogna dimostrare.

Theorema.23. Propositione.25.

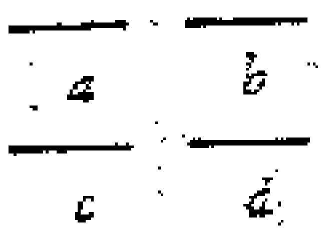
23 Qualunque duoi numeri contra se primi sono li minimi secondo
25 la sua proportione.



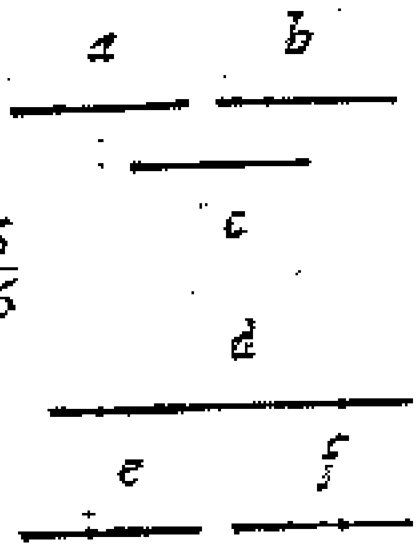
Questa è conversa della auāti la precedente come se siano a, & b, contra se primi essi seranno secondo la sua proportione minimi. Ma se non sono li minimi (per l'aduersario) in quel la medesima proportione sia se è possibile. c. & . d. Adonque è manifesto (per la vigesima prima) che, c, numera, a, & , d, il, b, equalmente, sia adonque come secondo, e, serà (per la decima settima) che viceuersa, e, numera, a, & , b, numera, a, secondo, c, & , b, secondo, d, non sono adonque, a, & , b, contra se primi che è contra il presupposto.

Theorema.24. Propositione.26.

24
25 Se seranno dui numeri contra se primi, se alcun numero numerarà un de quelli, il se approua necessariamente quel esser primo all'altro.



Siano. a. & . b. contra se primi & . c. numeri, a, dico che, c, e primo al, b, & se eglie possibile esser altramente (per l'aduersario) poniamo che l. d. numeri quelli, elquale (per la penultima concettione) numerarà etiam, a, non sono adonque, a, & , b, contra se primi perche, d, li numera ambiduoi.



Theorema.25. Propositione.27.

25
26 Se seranno dui numeri, a qualunque altro primo quello numero che uien produtto dal dutto dell'un in l'altro al medesimo serà primo.

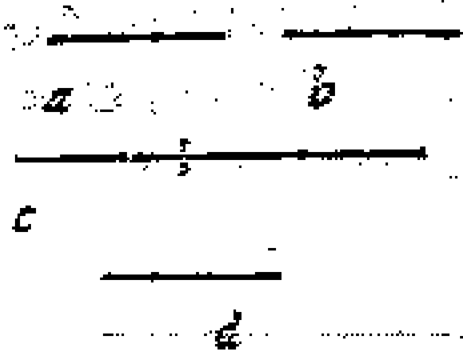
*Sia l'uno e l'altro di duoi numeri. a. & . b. primo al, c, & se lo produtto dal, a, in b, sia, d, dico che. d. è primo al, c, & se eglie possibile esser altramente poniamo che, e, li numeri am-
biduoi & che numeri. d. secondo. f. hora (per la seconda parte della vigesima) del. a.
al, e, serà si come del, f, al, b, & perche, a, & , c, sono primi & , e, numera, c, esso se-
rà (per la vigesima sesta) primo al, a, per laqual cosa (per la vigesima quinta. a. &
e. sono secondo la sua proportion minimi. Seguita adonque (per la vigesima secon-
da) che, e, numeri, b, & perche è stato posto che essa numeri, c, non seranno, b, & , c,
contra se primi laqual cosa è contra il presupposto.*

Theorema.26. Propositione.28.

26 Se seranno duoi numeri contra se primi, quello che se produce da un
27 de loro in se medesimo è primo all'altro.

Siano.

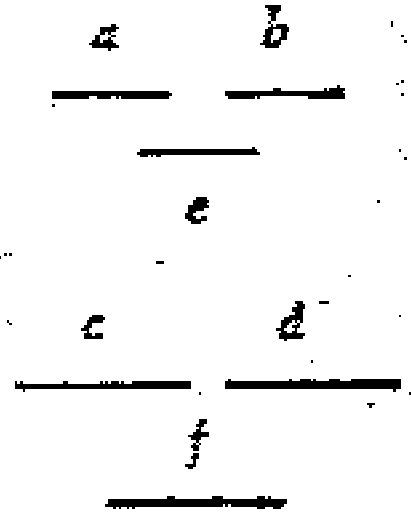
Siano.a.& b.contra se primi & dal.a. in se medemo sia fatto.c.dico che.c.è primo al.b.perche essendo.d.equal al.a. Sarà ancor.d.primo al.b. & dal.a.in d.si è fatto.c. (per la precedente) adonque è manifesto el.c. esser primo al.b.come havemo proposto.



Theorema.27. Propositione.29.

27/28 Se l'uno e l'altro de duoi numeri comparati a altri duoi serà primo all'uno e l'altro, quello che serà produtto dalli duoi priori serà primo a quello che serà produtto dalli duoi posteriori.

Essendo.a.& b.priori,& c.d.posteriori & essendo l'uno e l'altro di duoi.a.& b.primo all'uno e l'altro di duoi.c.et.d. & lo produtto del.a.in b.sia.e.& dal.c.in d sia.f.dico che.e. è primo al f. Et questo la vigesima seria tolta tre volte evidentemente cõclude, perche essendo.e.fatto dal.a.in b.di quali l'uno e l'altro è primo al.c.& al d.serà (per essa vigesima settima) e.primo al.c.& anchora (per essa) primo al.d. Anchora perche essendo fatto.f.dal.c.in d.di quali l'uno e l'altro è primo al.e.serà un'altra volta (per essa vigesima settima) f.primo al.e.che è il proposito.



Theorema.28. Propositione.30.

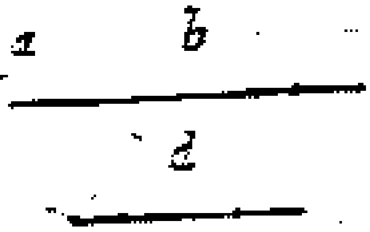
28/29 Se seranno duoi proposti numeri contra se primi, & sia dutto l'uno e l'altro de quelli in se medesimo seranno li produtti da quelli contra se primi, & similmente se l'uno e l'altro di produti sia dutto inel suo principio, seranno anchora li produtti contra se primi.

Siano.a.& b.contra se primi,& sia dutto l'uno e l'altro in se medesimo & pervengano dal.a.el.c.& dal.b.el d.& similmente sia dutto.a.in c.& pervenga.e.& .b.in d,& pervenga.f. Dico,c,& ,d,esser contra se primi & similmente,e,& f,contra se primi, perche,c,(per la vigesima ottava propositione) e primo al.b.per la medesima adonque serà,d,primo al,a,& al,c,& cosi è manifesto el primo proposito il qual è,c,& ,d,esser contra se primi, l'altro se dimostra cosi perche l'uno e l'altro di duoi numeri.a.& .c.è primo all'uno & l'altro di dui,b,& ,d.adonque (per la vigesima nona) serà,e,primo al,f,che è l'altro proposito. Ma non solamente serà,e,primo al,f, ma etiam (per la vigesima settima) al b.& al.d.& similmente,(per la medesima)lo.f.al.a.et al.c,et cosi se infinite volte

te uolte ferà dutto l'uno e l'altro di produtti in lo suo principio tutti li produtti ferà contra se primi, & non solamente questo ma qual si uoglia dutto dal, a, qual si uoglia dutto dal.b.

Theorema.29. Propositione.31.

29
31

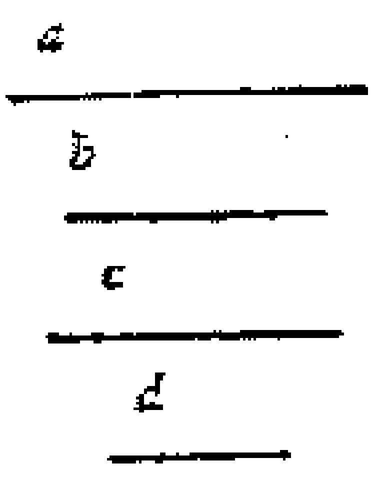


Se feranno duoi numeri contra se primi lo aggregato de ambiduoi, all'uno e l'altro de quelli ferà primo. Et se lo aggregato de ambiduoi all'uno e l'altro ferà primo, li duoi numeri anchora fra loro feranno primi.

Siano.a.& b.contra se primi.Dico che il composito de.a.b.all'uno & l'altro de quegli ferà primo & è conuerso.perche se.d. numera tutto. a.b.& l'uno de quegli numerarà(per la communa scientia)etiam lo rimanente per laqual cosa non feran no contra se primi. Ma questo era stato posto, adonque è manifesto il primo proposi- to. El secondo cosi se dimostra, sia, a,b, primo all'uno & l'altro di suoi componenti, liquali sono, a, &, b. Dico che, a, &, b.sono contra se primi, perche posto che.d.nume rasse l'uno e l'altro di duoi numeri.a.& b.seguiria(per commune scientia)che etiã numerasse, a,b, composito da quelli per laqual cosa, a,b, non ferà primo all'un e l'al tro di duoi numeri. a.& b.ma era posto che'l fusse all'un e l'altro seguita adonque lo impossibile. Anchora per lo medesimo modo se lo aggregato da ambiduoi ferà pri mo all'uno ferà anchora primo all'altro, e pero & li aggregato fra loro perche essen do il composito de, a, & b.primo al.a. dico che ferà etiam primo al.b essendo.altra- mente per l'aduersario poniamo che, d, numeri quegli alqual.d. (per la concettion) numerarà etiam.a.conciosia che numera il tutto & lo detratto ma perche questo è inconueniente ferà il composito de, a, & , b, primo al, b.

Theorema.30. Propositione.32.

30 Ogni numero composito è numerato da alcuno numero primo.
33



Sia.a.qual si uoglia numero composito, dico che alcun numero primo numera quello, perche è composito ferà numera- to da alcun numero. ilqual poniamo sia.b.ilqual.b.se ferà pri mo ferà il uero quello che è stato detto, ma se ferà composito. Sia.c. quel numero elqual numera quello elqual etiam (per communa scientia) numerarà.a.adonque se esso ferà primo è manifesto quello che stato detto. Ma se ferà composito necessa riamente altro numero numerarà quello ilqual (poniamo) sia, d, elqual etiam (per communa scientia) numerarà, a, del qual se die ratiocinare come prima. Perche adonque quante uolte occorre il cõ- posito è necessario pigliare uno numero minore elqual numeri lo occorrente composi to seguita che finalmente se deuenga ad alcun numero primo altramente accade lo impossibile, & contrario alla quarta petitione cioe il numero decresse in infinito.

Theore-

Theorema.31. Propositione.33.

31/34 Ogni numero ouer che eglie primo ouer che egliè numerato da numero primo.

Sia.a.qual si voglia numero: dico che glie primo o numerato da un primo: perche se'l non è primo sarà composito: & qualonque tale è numerato (per la precedente) da alcun primo. Adonque.a. ouer che glie primo: ouer che glie numerato da un primo: come si propone.

Theorema.32. Propositione.34.

32/31 Ogni numero primo a ogni numero che lui non numera è primo.

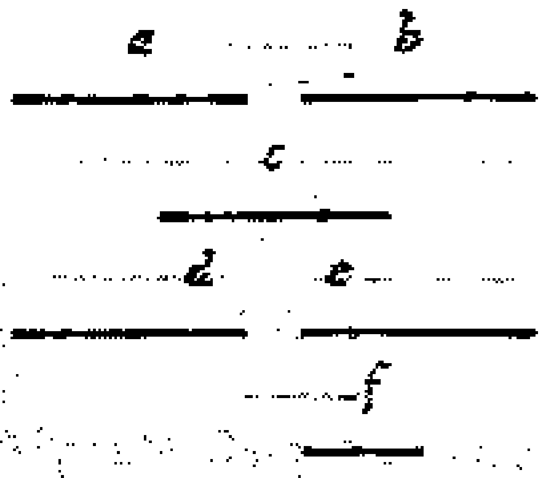
Sia.a.numero primo non numerante.b.dico che.a.& b.sono contra se primi perche se.c.numera que gli non è il vero che.a.sia primo.

Theorema.33. Propositione.35.

33/32 Se un numero produtto da dui, serà numerato d'alcun numero primo le necessario lo medesimo primo numerare uno de quelli duoi.

Sia.c.produtto dal.a.in.b.& sia.d.numero primo ilqual sia posto numerar.c.dico che.d.numera.a.ouer.b. Perche numerando.c.secondo.e.adonque se'l non numera.a.serà primo a esso (per la precedente) è pero serano secondo la sua proportion minimi (per la uigesima terza) & perche del.a.al.d.è si come del.e.al.b.(per la seconda parte della uigesima) seguitarà adonque (per la uigesima seconda propositione) che'l.d.numeri.b.che è il proposito.

Correlario.



Onde è manifesto che se alcun numero, numera el produtto de duoi numeri, ouer che a quel medesimo sia comensurabile, serà anchora comensurabile a uno de quelli.

Il Tradottore.

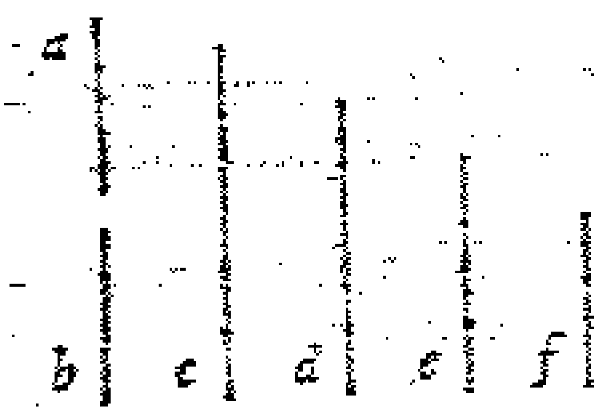
Lo soprascritto correlario concluide che per le cose dette & dimostrate di sopra esser manifesto che se alcun numero (o sia primo o non primo) numera il produtto de duoi numeri, ouero che a quello sia communicante, ouero commensurabile, che quel serà anchora commensurabile a uno de duoi producenti, laqual cosa quantunque sia uera per le cose dette di sopra non è molto chiara (massime la seconda parte) anzi ha de bisogno de

demostra-

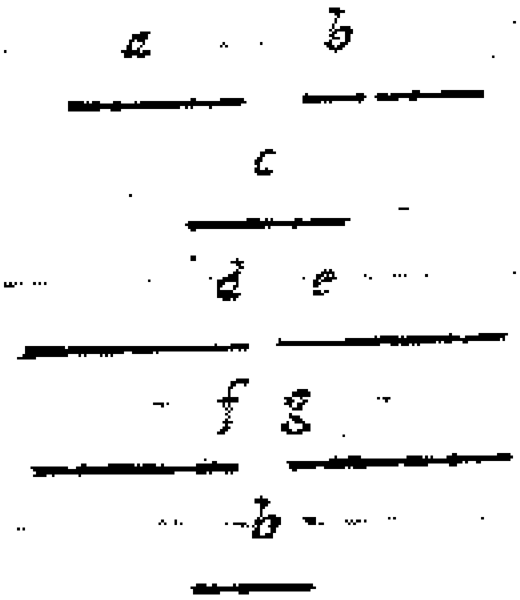
*demostratione. Sia adonque, c, produtto del, a, in, b, & sia, d, commensu-
rabile con il detto, c. dico che il medesimo, d, serà comensurabile cō, a, over, b, perche
essendo, e, la communa misura de, d, &, c, il detto, e, serà numero primo, over che lui
serà (per la trigesima seconda) numerato da numero primo. Se eglie primo nume-
rando, c, (come è sta posto) numerarà etiam (per questa trigesima quinta propositio
ne) a, over, b. & perche numera etiam. d. (dal presupposito) adonque il detto, d,
(per la uigesima terza diffinitione) serà communicante con, a, overo con, b. Ma
se'l detto, e, non serà numero primo serà (come è detto) numerato da numero pri
mo qual uogo sia, f, ilqual, f, numerando, e, (per la nona concettione) numerarà
etiam il d, &, c, onde numerando, c, (per questa trigesima quinta propositio-
ne) numerarà etiam. a. over. b. Seguiria adonque (per la uigesima terza diffi-
nitione) d. esser communicante con, a, over con, b, &, f, seria la lor communa misu-
ra che è il proposito.*

Problema. 3. Propositione. 36.

34 Puotemo ritrouare li minimi numeri secondo la proportione de
35 quai numeri dati si uoglia.



Siano, a, &, b, li numeri proposti, secondo la proportione di quali volemo ritrouare li minimi. Adonque se seranno contra se primi sono quelli che cercamo (per la uigesima quinta propositione.) Ma se seranno composti essendo tolto (come insegna la seconda propositione) il massimo numerante communamente quelli, ilqual sia, c. Et numerando quelli secondo, d, &, e, & essi, d, &, e, seranno in la medesima proportione (per la decima ottaua propositione) liquali dico essere quegli che cercamo. Et se non sono quegli (per l'aduersario) poniamo se possibile è che siano, f, &, g, liquali (per la uigesima seconda propositione) numeraranno. a. &. b. equalmente. Sia adonque che secondo, h, & serà (per la seconda parte della uigesima propositione) del, c, al, b, si come del, f. al, d, over si come del, g, al, e. Per laqual cosa, c, e, minore del, h, Et per tanto conciosia che, h, numera, a, &, b. Adonque, c, non fu il massimo numerante quelli. Ma cosi era posto adonque & similmente anchora.



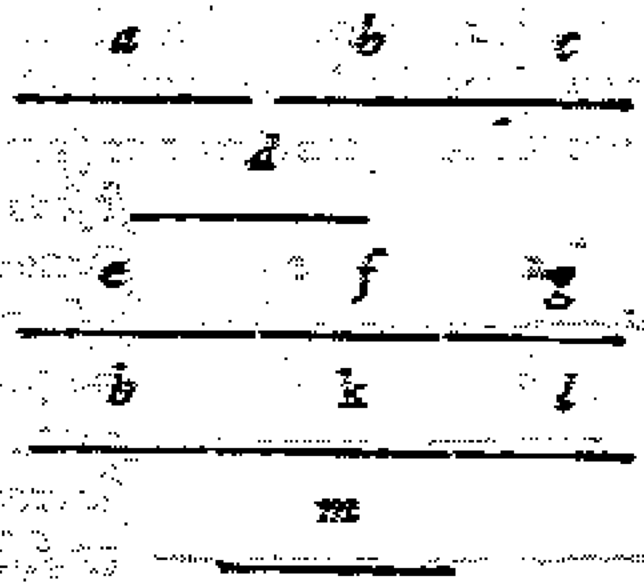
Correlario.

Onde egliè manifesto il massimo numero numerante communamente duoi numeri numerar quelli secondo li minimi di quella proportione.

Potemo

Potemo ritrouare li minimi numeri secondo la continuatione delle proportioni de numeri assignati.

Come se fiano, a,b,c, secondo le proportioni di quali volemo retrouare li minimi o siano in una medesima proportione, ouer in diuerse. Se niuno numero numera tutta quelli, essi sono quelli che cercamo (per la uigesima quinta perche questo in qual luoco è stato demostrato). Ma se uno li numera tutti pigliando (come insegna la terza) il massimo numerante communamente quegli, ilqual sia, d, & numeri quelli secondo, e, f, g, liquali seranno in la medesima proportione (per la decima ottaua) Dico quelli esser che domandamo, & se possibile è esser altramente (per l'aduersario) siano. h. k. l. liquali (per la uigesima seconda) numeraranno, a, b, c, equalmēte. Sia che secondo. m. & (per la seconda parte della uigesima) serà del, d, al, m, come del, h, al, e, ouer del. k. al. f. ouer del. l. al. g. Adonque. d. è minor che. m. per laqual cosa conciosia che. m. numera. a. b. c. non fu. d. il massimo numerante communamente quelli, per laqual cosa seguita lo impossibile, perche il, d, fu posto esser il massimo numerante. a. b. c.



Correlario.

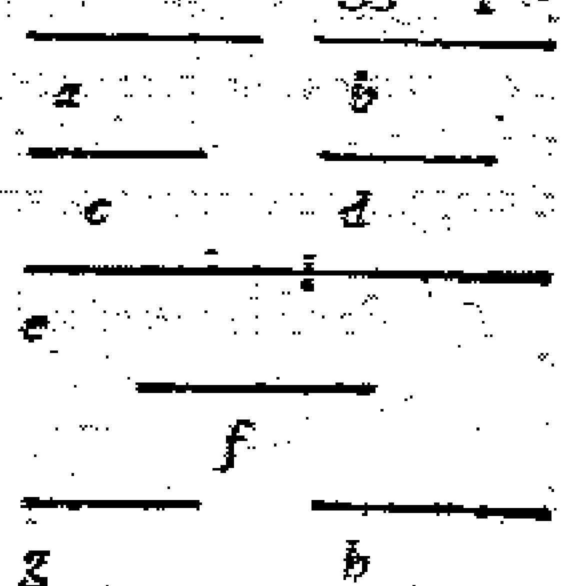
Onde anchora è manifesto il massimo numero numerante communamente qual si uoglia numeri, numerar quegli secondo li minimi numeri della proportione de quegli.

Theorema 34. Propositione. 37.

35 Qualunque duoi numeri multiplicati in li minimi numeri della

0 sua proportione il maggior nel minore ouer lo minor nel maggior producano il minimo da quelli numerato.

Siano duoi numeri. a. & . b. et li minimi in la proportione de quelli, c, & d, & serà per la prima parte della uigesima) che dal. a. in. d. & dal. b. in. c. uien produtto un medesimo numero, qual sia, e, il qual dico esser il minimo numerato dal, a, & , b, Altramēte se possibil fusse per l'aduersario quel sia, f, ilquale sia numerato dal, a, & , b, secondo, g, & h, & (per la seconda parte della uigesima) serà del. h. al. g. si come del, a, al, b, & si come del, c, al, d, & (per la decimaottaua propositione) serà del, c, al, h, si come del, e, al, f, adonque conciosia che (per la uigesima seconda propositione), c, numeri, h, perilche, e, numerarà, f, cioe il maggiore numeraria il minore, adonque per questo è impossibile è manifesto esser il uero quello ch'è stato detto.



Correlario.

53 Onde egliè manifesto che il minimo numero numerato da dui nu-

0 meri numera qual si uoglia altro da quelli numerato.

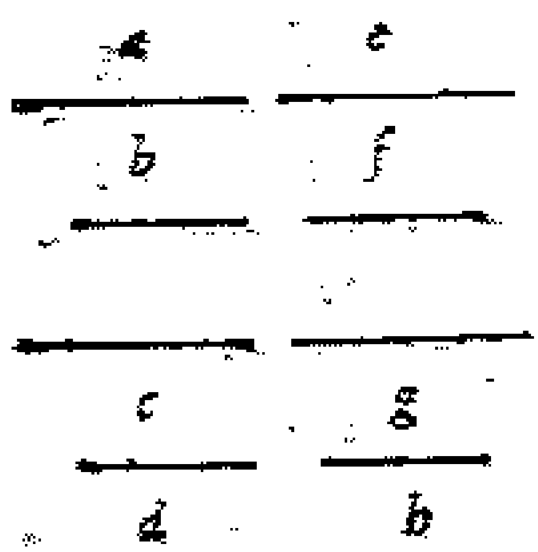
Il Tradottore.

Questo correlario per le cose dette è manifesto, cioe che 'l numero e minimo numerato da a. & b. numeraria f. & per le medesime ragioni seguirà, che lui numeri qual si uoglia altro numerato da a. & b.

Problema. 4. Propositione. 38.

36 / 36.37 / 38. De quanti proposti numeri si uoglia, puotemo ritrouare il minimo numero numerato da quegli.

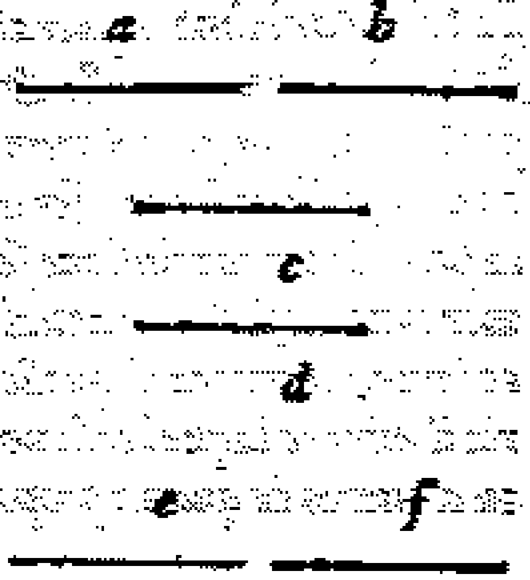
Siano li proposti numeri a. b. c. d. uoglio ritrouare il minimo numero numerato da quegli, Ritrouo adonque primamente il minimo numerato da a. & b. ma se per caso a numera b. il non serà altro che b. Ma se 'l non numera quello ne al contrario (cioe che b non numeri a.) se essi sono contra se primi, quello che peruien del l'uno in l'altro serà il minimo (per la uigesima quinta, & per la precedente.) Ma se sono communicanti, essendo tolti li minimi in la proportione de quelli (come insegna la trigesima sesta propositione) & dal maggiore multiplicato nel minor de quegli peruenga e il quale serà il minimo numerato da quegli (per la precedente.) Anchora per simel modo sia trouato il minimo numerato dal e. & c il qual sia f. & f. serà il minimo numerato dal a. b. c. & similmente sia trouato il minimo numerato dal f. & d. & sia g. & g. serà il minimo numerato dalli proposti numeri perche (per la concettione) è manifesto che tutti numeraranno esso g. Ma se 'l non è il minimo (per l'aduersario) poniamo se possibile è che sia h. perche adonque a. & b. numeraranno quello (per il correlario della precedente) esso h. serà numerato etiam dal e. Anchora (per il medesimo correlario) serà numerato etiam dal f. & similmente dal g. Adonque il maggior numeraria il minore che è impossibile.



Questa & la precedente sono proposte in altro luoco sotto de tre conclusioni del le quale la prima è equiualete alla premessa, la seconda è composta delli soprascritti duoi correllari, la terza propone de tre numeri, & questa propone de quanti si uoglian numeri adonque la prima è &c.

Dati duoi numeri puotemo trouare il minimo numerato da quelli.

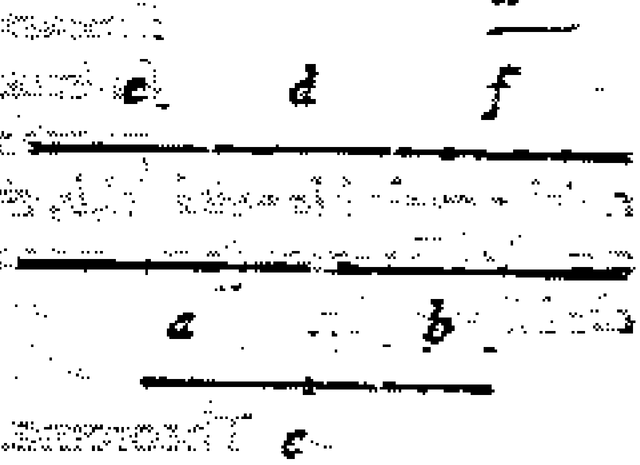
Siano li dati numeri a. & b. di quali se 'l minore numera il maggiore, il maggiore è quello che cercamo. Altramente il maggiore numeraria un minore di se. Ma se ne l'uno ne l'altro misurera ne l'uno ne l'altro. Se essi sono contra se primi, quello che peruiene dal a. in b. (qual sia c.) serà il minimo numerato da quelli, perche se fosse se fosse possibile (per l'aduersario) che ne sia alcuno minore de quello sia .d. & che numeraßino quello sesto da .e. & .f. (per la seconda parte della uigesima propositione) sera dal .a. al .b. si come dal .f. al .e. & perche .a. & .b. sono li numeri della sua proportione (per la uigesima quinta propositione) .a. numerara .f. (per la uigesima seconda propositione) & perche (per la decima ottaua propositione) dal .c. al .d. e si come dal .a. al .f. (perche dal .b. in .a. & in .f. uien fatto .c. & .d.) seguita .c. numerare il .d. Ma il .d. era minore del .c. per laqual cosa seguita lo impossibile. Ma se .a. & .b. fusse communicanti bisogna negociare il proposito come in la trigesima settima.



La seconda delle tre conclusioni è composta da ambiduoi di sopra scritti corelarij.

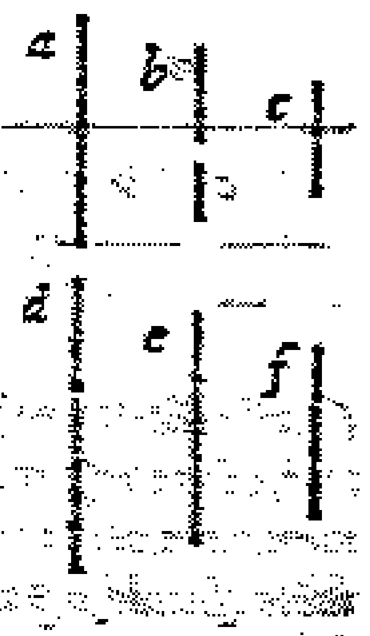
Se piu numeri numerarà uno numero, le necessario che il minimo numero numerato da quelli numerare quello medesimo numero.

Come se'l sia .d. qual si uoglia numero, ilquale sia numerato da .a. & .b. & sia .c. il minimo numerato da quelli. Dico che'l detto .c. numererà il .d. Perche essendo .d. maggiore del .c. se'l .c. non numera esso .d. tamen numerarà alcuna parte de quello, & sia .e. il piu, che numera esso .f. il residuo & .f. serà minore de .c. perche adonque .a. et .b. numerano .c. numeraranno (per commune sententia) etiam .e. ma numerauano .d. adonque (per l'altra commune sententia) numeranno .f. Seguita adonque lo inconueniente, cioe che .c. non fu il minimo numerato da .a. & .b. El medesimo tu conuincerai (et per lo medesimo modo) de qual si uoglia numerato da quanti piu numeri si uoglia, cioe che'l minimo numerato da quelli tali numerarà il medesimo.



La ultima delle tre conclusioni è questa.

Proposti tre numeri uogliono trouar il minimo di numeri numerati da quelli.

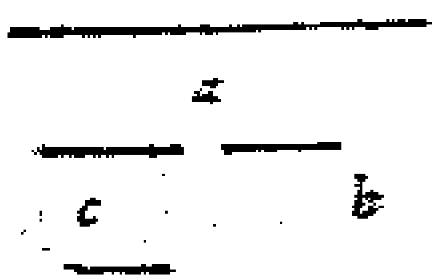


Siano li proposti tre numeri .a. .b. .c. & il minimo numero che numerano .a. et .b. sia .d. ilqual sia tolto come insegna la prima delle .3. conclusioni. Se adonque .c. numera .d. tu saperai .d. esser quello che cercamo, perche se .a. .b. .c. numerano un minore de quello qual sia .e. ilquale per la precedente conclusione seria numerato dal .d. che è impossibile. Ma se .d. non è numerato dal .c.

*sia tolto,e minimo numerato da quelli. Ma che è sia numerato da,a.b.c.è manife-
sto perche,c,numera esso & similmente d.adonque & a.b. liquali numeraueno,d,
per laqual cosa,e,serà numerato dal,a,b,c, & ,e,serà il minimo numerato da,a,b,
c,ma se fusse possibile esser altramente per l'aduersario poniamo che sia,f,ilqual per
la precedente conclusione serà numerato dal,d, & ,c,numera,f,(perche,a,b,c,nu-
meraueno quello)per laqual cosa,c,d,numeraueno quello,per laqual cosa (per la pre
cedente,e,numerarà quello & è maggiore di quello adonque il maggiore numera-
ria il minore laqual cosa non puo essere, quel medesimo, & per lo medesimo modo
tu trouerai de quanti proposti numeri si uogliano.*

Theorema. 35. Propositione. 39.

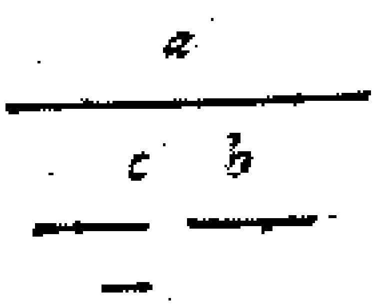
Se alcun numero numerarà un altro numero, serà in el numerato,
37/39 parte denominata dal numerante.



*El senso de questa è che ogni numero numerato dal ter
nario habbia parte terza, & lo numerato dal quinario
habbia quinta & cosi de tutti li altri, come se.b.numera-
rà,a,serà in,a,parte denominata dal.b. Hor poniamo che
il numeri quello quante uolte è la unità in,c, & (per la se
stadecima propositione) serà anchora che,c, numerarà,a,
quante uolte è la unità in,b, per laqual cosa tal parte è il
c. del.a.quale è la unità del,b, & perche la unità è parte de ogni numero denomi-
nata da esso numero (per commune scientia serà,c,parte del,a, denominata dal,b,
che è il proposito.*

Theorema. 36. Propositione. 40.

Se alcun numero hauerà qual si uoglia parte, il numero detto da
38/40 quella parte, numerarà quello.



*Questa è conuersa della precedente, la intentione della
quala è che ogni numero che habbia parte terza sia numera-
to dal ternario, & quello che habbia quinta dal quinario, &
cosi de tutti li altri, come b, sia parte de, a, denominata dal,
c, seguirà che, c, numera, a, perche, b, c, parte de, a, denomi-
nata dal, c, et la unità è parte del, c, denominata da esso, c,
(per la cõcettione) seguita che quante uolte la unità numeri,c, tante uolte, b, nume
ri,a, adonque (per la 17. propositione) quante uolte la unità è in.b tante uolte, c,
numera.a. per laqual cosa è manifesto il proposito. A demostrare il medesimo altra
mente essendo,b,parte de,a, se tala è la unità del,c, serà (per questa commune scientia*

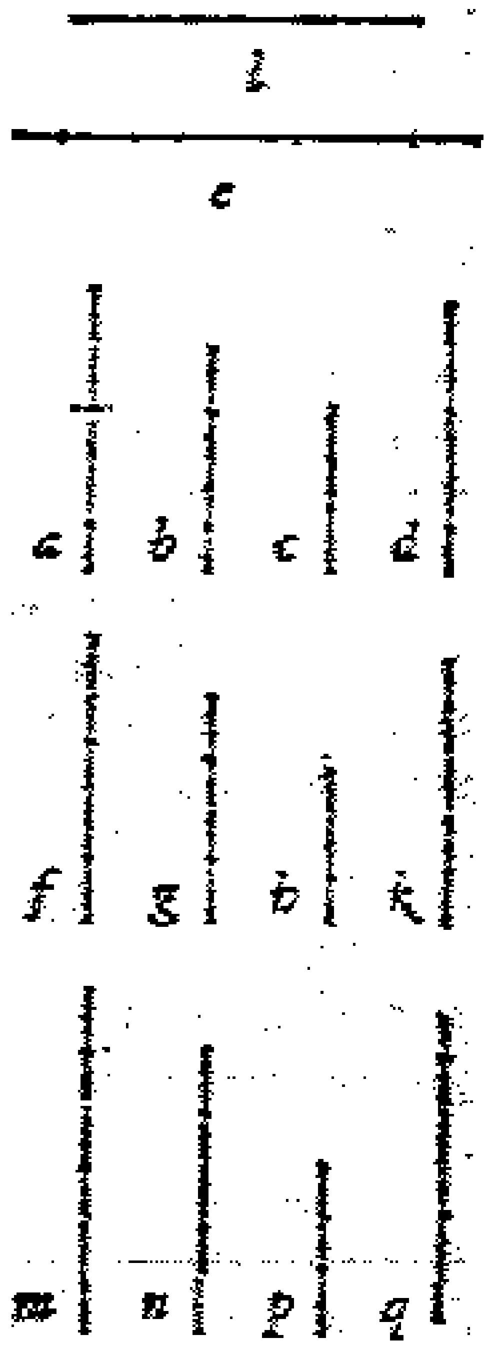
la

la unità essere parte de ogni numero da esso denominata.) c. in denominatione. b. in. a. & perche. b. è in. a. tante volte quante è la unità in. c. evidentemente seguita il proposito.

Problema. 5. Propositione. 41.

39 Potemo trovare il minimo numero che habbia le parti di piu pro
41 poste denominationi.

Siano. a. b. c. d. li numeri denominanti le parti proposte, & e. sia il minimo numerato da quelli (tolto secondo la trigesima ottava) dico esso. e. esser quello che cercamo. & per dimostrare questo sia. f. g. h. k. quelli numeri secondo liquali essi numerano il detto. e. (& per la sestadecima & questa communa scientia, la unità e parte de ogni numero, da esso denominata) serà vice versa che. f. g. h. k. numeranno. e secondo. a. b. c. d. perlaqual cosa sono parti di quello dette da quelli adonque. e. è quello che ha le parti delle proposte denominationi. Anchora eglie il minimo, perche essendo possibile che sia uno altro poniamo che sia. l. e sian le parti del. l. dette da quelli. m. n. p. q. & seranno (per la sestadecima & la predetta commune scientia) a. b. c. d. viceversa parti del. l. dette da. m. n. p. q. perlaqualcosa. e. non era il minimo che numerano. a. b. c. d. che è inconveniente. Hor che hai havuto il primo se tu vorai per quello havere il secondo overo quanto grande te piace, per il secondo torai il doppio del minimo & se vorai il terzo torai il triplo, & a questo modo seguirai in li altri, perche concisia che ogni multiplice de. e. è numerato da. a. b. c. d. (per questa commune scientia, ogni numero numerante un altro quel numera ogni altro numerato da quello) le necessario (per la trigesima nona) che ogni multiplice de. e. habbia parti denominate da. a. b. c. d. adonque se il doppio de. e. non serà il secondo che habbia le parti delle proposte denominationi, serà un' altro ilquale si come seguita essere maggior del. e. cosi seguita esser minor del doppio, & perche. a. b. c. d. numerano quello (per la quadragesima) seguita (per il correlario della trigesima ottava) che. e. numeri il medesimo laqualcosa è impossibile, perche concisia che'l numeri se medesimo numeraria (per questa commune scientia ogni numero numerante il tutto & lo detratto, quel numera il residuo) la differentia di quello a se laqual concisia che la sia menore, di lui il maggiore numeraria il minore, laqual cosa non puo essere, adonque seguita il doppio de. e. esser il secondo numero, che habbia le parti delle proposte denominatione, similmente anchora tu



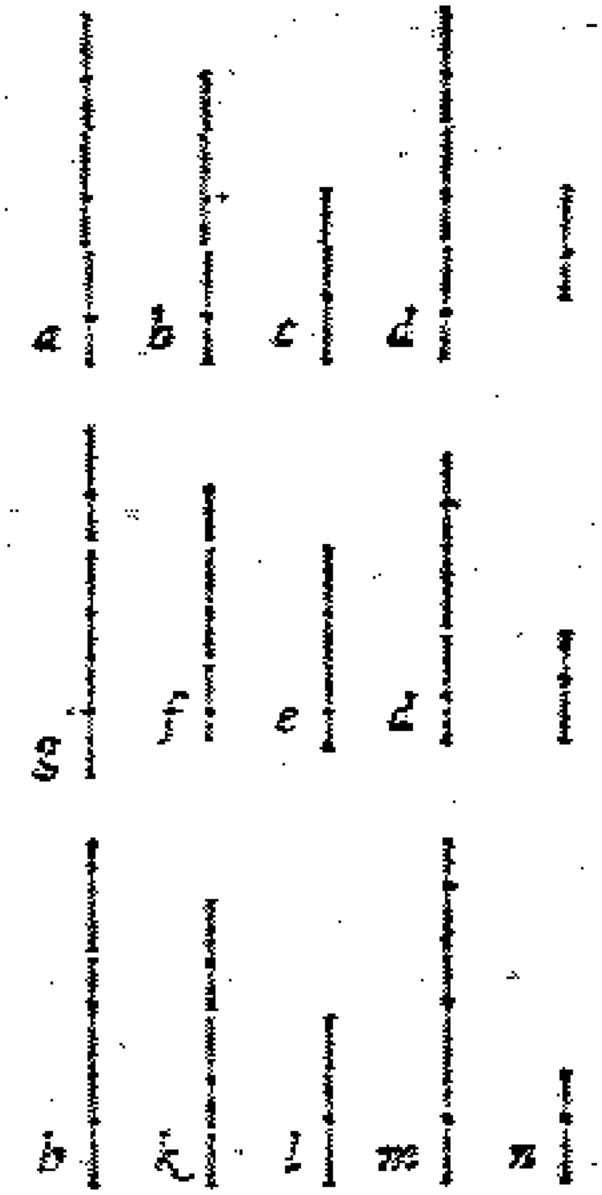
seguiria il treppio de, e, esser il terzo prouato il doppio esser il secondo, altramente perche essendo quello minore del treppio, & maior del doppio, seguiria, e, numerare alcun fra il doppio & il treppio di esso, e laqualcosa come prima è manifesto esser impossibile, ma prouato il treppio essere il terzo alla similitudine de quello tu approuerà il quadruplo essere il quarto & cosi in delli altri.

Correllario.

39 Dalle qual cose è manifesto che il minimo numero numerato da quanti si voglian numeri, & il minimo che habbi parti denominate da essi numeri.

Potemo ritrouare il minimo numero, che habbia le parti de piu proposte denominationi tolti continuamente come seria a dire trouar minimo numero, che habbia parte terza laqual terza habbia parte quarta, laqual quarta habbia parte quinta, ouero sesta ouero qualunque altra che accaderà essere denominata dalle medesime, ouer da diuerse. Bisogna multiplicare el denominator della prima parte nel denominator della seconda, & lo produtto da questi nel denominatore della terza, & anchora quello produtto in el denominatore della quarta, & cosi de tutte le altre dalla prima per fina all'ultima, ouer dalla ultima per fin alla prima, & quello che peruenerà serà quello che se recerca che nel proposito seria. 60. ouer. 84. ma questo cosi esser tu l'hauerai demostratiuamente in questo modo, siano li numeri denominanti le proposte parti. a. b. c. d. volemo trouar il minimo numero ilquale habbia una parte denominata dal. a. in tal modo che quella parte habbia una parte denominata dal. b. & quella un'altra denominata dal. c. & questa un'altra detta dal. d. adonque sia dutto. d. in. c. & peruenga. e. & .e. in. b. & peruenga. f. anchora. f. sia dutto in. a. & peruenga. g. ilquale dico esser quello che cercamo, perche conciosia che esso. g. peruenga dal. a. in. f. etiam (per la 17.) serà, f, parte de. g. detta dal. a. ma perche. f. peruiene dal. b. in. e. (per la medema) e. serà parte de. f. detta dal. b. & per la medesima ragione il. d. serà parte del. e. detta dal. c. & perche la unità è parte del. d. detta da esso, d. è manifesto. g. hauer le parti come se propone. adonque se'l non serà il minimo (per l'aduersario) poniamo che è sia. h. et sia. k. la parte di quello detta dal. a. & . l. la parte del. k. detta dal. b. & m. la parte del. l. detta dal. c. anchor. n. la parte del. m. detta dal. d. et (per la decima ottaua & decimanona) serà del. g. al. f. come del. h. al. k. & dal. f. al. e. come dal. k. al. l. & dal. e. al. d. come del. l. al. m. et dal. d. alla unità come dal. m. al. n. adonque (per la quintadecima) serà in la proportione de equalità il. g. alla unità come. h. al. n. adonque permutatamente serà. g. al. h. come la unità al. n. per laqual cosa essendo, h. minor del. g. serà. n. minor della unità, seguita adonque lo impossibile la parte del numero esser minore dalla unità, adonque. g. serà il minimo hauente le parti come se propone, qual trouato che serà, se hauerai voluto hauere il secondo, ouero in qual altro ordine che te pare seranno da esser tolti per li multiplici del minimo come è stato detto per auanti. Ma questa quadragesima prima in altro luoco è proposta se-

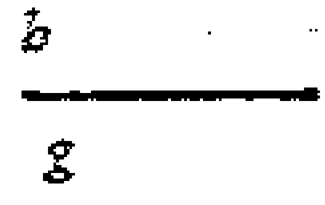
condo



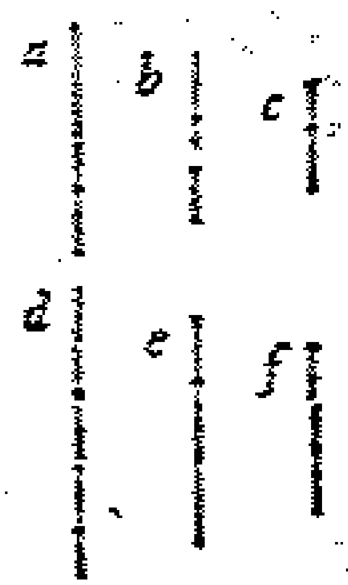
cendo questo modo. Nota che alle 3 multiplicationi, over produti, e, f, g, lo numero della denominatione, d, venirà a esser parte del, e, denominata dal, c, perche il detto, e, è il produtto delli dui denominatori, c, in, d, & pero bisogna che la parte, d, habbia parte denominata da lui proposto, d, che si troua in ogni numero esser la unità, si che la ultima parte uien per forza a essere la unità nelli minimi n.

Proposte quante se uoglian parti, puotemo trouare il minimo numero continente quelle.

Come se le proposte parti siano, a, b, c, et siano li numeri denominanti quelle, d, e, f, & sia tolto il minimo che sia numerato da, d, e, f, ilqual sia g, questo dico esser quello che cercamo, pche in quello seranno le proposte parti (per la trigesima nona) ilqual se'l non serà il minimo continente quelle, sia adonque h. ilqual, h, serà numerato da, d, e, f, (per la 38.) adonque, g, non serà il minimo numerato da quelli laqual cosa è inconueniente perche quel era posto essere il minimo. Ma io intendo le parti a. b. c. esser poste indeterminatamente & non sotto de quantità certa, perche altramente non seria necessario che il minimo numero che numerano.



d. e, f, fusse il minimo continente quelle parti proposte, perche el si puo retrouar piu parti, lequale il numero numerato dalli denominatori de quelle non le conteneria, Esempli gratia li tre numeri, liquali sono. 120. 90. & 72. sono parti de un medesimo numero il primo è la terza & lo secondo è la quarta & lo terzo è la quinta tamen il minimo che numerano li denominatori de quelle parti ilqual è. 60. non contien queste parti adonque le da esser opposto se le parti sono poste sotto quantità certa della prima consequentia de questa demostratione, perche non seguiria come uien arguido (per la trigesima nona) se il ternario numera questo adonque quello numero posto, è la terza parte di quello, Ma solamente che ha parte terza, per laqual causa il medesimo è quello che se propone secondo l'uno e l'altro modo ma secondo il primo piu conuenientemente si uede quello che se intende esser proposto. Ma bisogna aduertire che conciosia che ogni parte habbia in lei quantita & si puol mettere quante & qual si uoglia parti secondo la quantità, & recercare qual sia il minimo numero che contiene quelle tai parti & sotto quai denominationi, & il minimo che contiene quelle è manifesto esser il mini-



mo numerato da quelle e quelli numeri secondo liquali numerarāno sono quelli che denominano quelle parti in quello ancora el se puol ponere quante e qual si voglia denominationi e recercar in qual minimo se trouano queste denominationi, e secondo qual quantità. El minimo che contien quelle similmente è manifesto esser il minimo numerato da quelle, e li numeri secondo quali numerarāno sono quelli liquali determinano le quantità. Ma in l'uno e l'altro luoco se recerca el minimo per questo, perche infiniti sono li numeri che contengono queste parti. Et quelli in li quali se ritrouano queste denominationi, el si puol ancora poner quante parti si voglia, e altre denominationi ouer quante si vogliano denominationi, & altre tante parti. Ma non quale ne parte con quali ne pare. Ma le certe con le certe. Perche ponendo io tre quattro, cinque parti, e li denominatori de quelle. 6. 7. 8. & cercando io qual numero contien queste parti sotto queste denominationi. Io serò simile allo inquisitore cercante vanamente lo impossibile. Adonque el si conuien poner le parti certe con le denominatione certe (& non come accade) & cercar, qual numero contien le parti poste sotto alle poste denominationi. Ma non liquali, perche il minimo è uno solo. Perche, ouero che serà proposta una parte & una denominatione, ouero piu & piu ne se potra pigliare piu numeri, che contengono quelle parti di quello serà il proposito. Perche solo è uno numero del qual el ternario e la parte quinta, & non piu. Ancora solo è quello del quale il ternario e la ottaua, & lo senario la quarta è non piu. E per tanto colui che propone le parti et le denominationi de quelle in el tutto non è da cercare quale minimo contiene quelle parti sotto quelle denominationi, ma qual uno li contiene. Ma colui che propone solamente le parti, gli conuien cercar qual minimo cōtien quelle, e da quali son denominate in quello. Anchora colui che propone le sole denominationi conuien cercar le parti che sono dette da quelle denominationi, et in qual minimo sono trouate. Ma el si uede esser piu conueniente cercar le parti per le denominatione, che le denominationi per le parti. Certamente la diuersità delle denominationi non delle parti compagna la diuersità delle proportioni.

Il Tradottore.

A me pare che la espositiō di questa ultima parte non si accordi cō la propositiō, perche la propositione dice, che proposte quatro parti si voglia che puotemo ritrouare il minimo numero che contenga quelle laqual propositione in sostantia non uol dire altro che dato che sia piu numeri, puotemo ritrouare il minimo numero che cadauno de essi numeri dati sia parte di quello, El qual verra a esser il minimo numerato da quelli, il quale trouandolo per il modo che insegna la trigesima ottaua, haueremo concluso il proposito, Ma lo espositore uol che date che siano le dette parte che'l sia ancora date le denominationi & da poi per la notitia delle denominationi uol ritrouare il minimo che habbia le parte delle dette denominationi, che è quello medesimo che propone la. 41. cioe lui suppone note le denominationi & incogniti le quantità delle parti, si come propone la detta. 41. & questa uol al contrario, cioè uole che siano note solamente le quantità delle parte, & per la notitia di quelle uol che trouiamo il minimo che contenga quelle come detto di sopra, tamen que-

sta

ste interpositione io tengo che non siano cose de Euclide per piu ragioni ma cose aggionte da altri, & non credo che'l comento di Euclide ne etiam le interpositione di quelli, siano d'un solo commentatore ma de piu commentatori come fu anchora detto sopra le diffinitione del quinto, immo che io tengo che le bone sostantie delli commenti fussеno di Euclide proprio perche il costume de boni & famosi Mathematici è dato che hanno la propositione immediate sotto giongono la sua espositione & questo se verifica in Archimede Siracusano Appolonio Pergeo Iordano & molti altri, perche se cosi non facesseno, seria giudicato maggiore intelligentia nelli commentatori che interpretasse quegli, che nelli proprij Auttori, perche egliè piu facile cosa a proponere una cosa vera, che a dimostrare la verità di quella. esempli gratia, egliè piu facil cosa a proponere (etiam a credere) che li duoi angoli che sono sopra la basa del triangolo de duoi lati equali, siano fra loro equali (come propone la quinta propositione del primo) che a dimostrare la verità di quella, il medesimo se verifica in tutte le altre propositioni, cioe il suco della propositione consiste nella demostratione di quella & non nella semplice propositione.

LIBRO OTTAVO

DI EVCLIDE, DE NVMERI simili & delle denominationi de quelli, alla similitudine della quantità continua, & delle proportioni de essi insieme.

Diffinitione prima.

1/17 Li numeri sono detti lati delli numeri produtti dalla lor multiplicatione.

Il Tradottore.

ESEMPLI *gratia. 3. et. 4. sono detti lati del. 12. cioe del produtto della multiplicatione de. 3. fia. 4. et similmente. 2. et. 6. se diranno lati del detto. 12. & cosi. 3. & 5. se diranno lati del. 15. per le dette ragioni.*

Diffinitione. 2.

2/17 Lo numero che è contenuto da duoi lati è detto numero superficiale.

Il Tradottore.

Esempli gratia. 12. serà detto numero superficiale per essere contenuto da duoi lati liquali sono. 3. e. 4. ouero. 2. e. 6. & similmente il. 15. & li suoi lati sono. 3.

no.3.e.5.ma alcuni dicono che ne.13.ne.17.ne.19.ne alcuno altro numero primo
se pono dire realmente numeri superficiali perche non sono contenuti da duoi lati
ouer da dui numeri.ideo &c. Ma questi tali se ingannano perche inuero, ogni nume
ro primo e superficiale, & l'un di suoi lati e la unita & l'altro e il medesimo nume
ro primo.

Diffinitione.3.

3/18 Ma quel numero che è contenuto sotto de tre lati, diquali nien a procrearse dalla continua multiplicatione de quelli è detto numero solido.

Il Tradottore.

Quiui l'Auttor ne diffinisse qualmente il numero solido e quello che vie conte-
nuto sotto de tre lati, ouero de tre numeri, & che se procrei dalla continua multi-
plicatione de quegli essempli gratia siano deposti tre numeri cioe.2.3.&.5.hor mul
tiplicando il primo sia el secondo & quella multiplicatione, ouer quel produtto mul
tiplicato consequentemente sia il terzo (cioe.2.sia.3.fa.6.&.6.sia.5.fa.30.) que-
stoultimo produtto (cioe.30.) se chiamara numero solido, & li lati di numero soli-
do seranno li detti tre numeri che fur multiplicati insieme (cioe.2.3.&.5.) Ma bi-
sogna aduertire che infiniti numeri sono superficiali etiam solidi essempli gratia el.
30.considerando che sia produtto dalli sopra ascritti tre numeri cioe. 2.3.&5.serà
solido per esser contenuto & compreso sotto de tre lati, ouero produtto da tre nu-
meri. Ma pigliandolo come numero produtto da.2.e da.15.serà superficiale per
esser compreso sotto da duoi lati, ouero produtto da duoi numeri, il medesimo segui-
ria che'l comprendesse esser produtto da.3.& da.10.ouer da.5.da.6.e pero biso-
gna aduertire.

Diffinitione.4.

4/19 El numero quadratto è numero superficiale contenuto da lati equali.

Il Tradottore.

Li numeri superficiali per la seconda diffinitione sono contenuti da duoi lati o
siano equali, ouero inequali, ma quando li detti duoi lati sono equali tai numeri su-
perficiali per specificarli delli altri se chiamano numeri quadrati come è.4.il quale
è produtto, ouer contenuto da duoi numeri equali cioe da.2.sia.2.& similmente 9.
e numero quadrato per esser pur contenuto da duoi lati equali che son.3.&.3.mul
tiplicati l'un sia l'altro & similmente.16.25.36.49.64.81.100.et.144.son tut
ti numeri quadrati per le ragion dette. Et nota che ogni numero quadrato è etiam
numero superficiale, ma ogni numero superficiale non è quadrato.

Diffinitione.5.

5/20 El numero cubo, è numero solido contenuto da lati equali.

Il Tra-

Il Tradottore.

Per la terza diffinitione el numero solido è quello che è contenuto sotto de.3.numeri over lati o siano tutti.3.equali over.2.equale & l'altro inequale over de tutti.3.inequali, ma quando li detti tre lati over numeri sono tutti equali per specificare tai solidi dalli altri se chiamano numeri cubi come è.8.el quale è contenuto sotto de tre lati equali liquali sono.2.e.2.e.2.liquali multiplicati l'uno fia l'altro et quel prodotto fia l'altro farà.8.e così.27.serà numero cubo per essere contenuto similmente sotto de.3.lati equali liquali sono.3.e.3.e.3 multiplicati come detto fanno.27.& similmente.64.125.216.343.sono tutti numeri cubi per le ragioni sopra dette & bisogna avertire che ogni numero cubo è anchora numero solido ma ogni numero solido non è numero cubo.

Diffinitione.6.

6/22 Li numeri superficiali, overo solidi di quali li lati sono proportionali sono detti simile.

Il Tradottore.

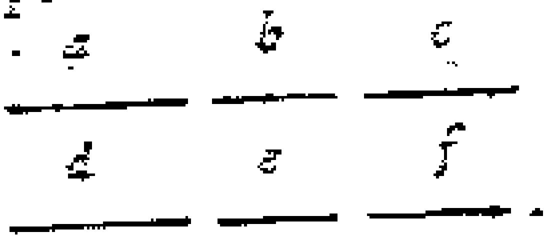
Esempli gratia.32.& 18.ambiduoi pono essere superficiali etiam solidi secondo che uien considerata overo tolta la commentia loro ma pigliandoli per superficiali, li duoi lati di l'uno, & li duoi lati dill'altro ponno esser considerati in varij modi secondo la varietà de numeri che multiplicati l'uno fia l'altro pono produr cadaun de loro, ma pigliando per li duoi lati del.32.4.e.8.& per li duoi lati del.18.pigliando.3.&.6.hora per esser li detti dui lati del.32.(cioe).4.e.8.proportionali alli duoi lati del.18.(cioe) a.3.&.6.(cioe) che tal proportione è da.4.a.8.come da.3.a.6.li detti duoi numeri superficiali (cioe.32.&.18.) seranno detti simili. Similmente de questi duoi numeri.216.&.1728.pigliandoli per solidi, & pigliandoli per tre lati de.216.4.e.6.e.9.& per li tre lati de.1728.8.e.12.e.18.et perche li tre lati di l'uno (cioe.4.6.e.9.) sono proportionali alli tre lati di l'altro (cioe a.8.12.&.18.perche tal proportione e da.4.a.6.qual è da.8.a.12.& da.6.a.9.quala è da.12.a.18.) li detti duoi numeri solidi se diranno simili. Ma bisogna advertire che'l non è necessario che li lati de numeri solidi simili siano sempre continui proportionali come sono li sopraposti ma ponno essere continui & discontinui esempli gratia sian li duoi numeri.24.&.192 liquali pigliandoli per solidi e pigliando per

Superficiale. 18	3 6	
Superficiale. 32	4 8	*Simili.*
Solido. 216	4 6 9	
Solido. 1728.	8 12 18	*Simili.*

do per li tre lati del. 24. 2.e.3 e.4.& per li tre lati del. 192.4.e.6.e.8.& perche li detti tre lati dell'uno (cioe. 2.3.e.4.) son proportionali alli.3.lati dell'altro (cioe.4.6.e.8.cioe che tal proportione e da.2.a.3.quala e da.4.a.6.& tala e da.3.a.4.quala è da.6.a.8.) li detti duoi numeri solidi seranno detti simil, abenche li.3 lati di l'uno & di l'altro non siano continuati in una proportione.

Theorema prima. Propositione prima.

1/1 Se li estremi, de quanti numeri si voglian di continua proportionalità, seranno contra se primi, tutti quelli è necessario secondo la sua proportione esser li minimi.

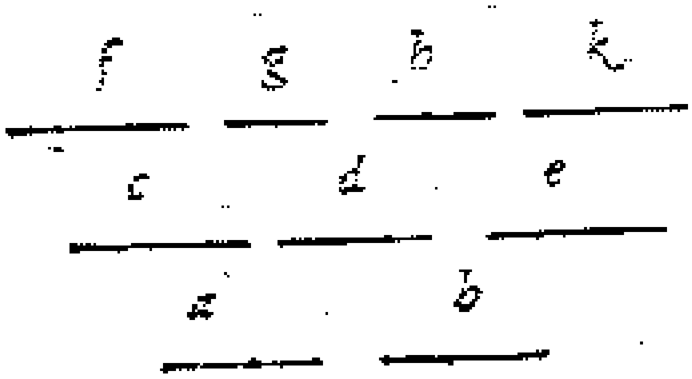


Siano. a.b.c.continui proportionali e li duoi estremi (liquali sono.a.c.) siano contra se primi. dico che in la medesima proportione non se ne trouerà tanti similmente minori, ma se questo potesse accadere per l'aduersario siano, d, e, f, & (per la quartadecima propositione del settimo) serà del, a, al, c, si come del, d, al, f, & perche, a, & c, sono li minimi in la sua proportione (per la uigesima quinta del medesimo) seguitaria (per la uigesima seconda) che, a, numerasse, d, &, c, numerasse, f, cioe che li maggiori numerasse li minori laqual cosa esser non puo.

Problema.1. Propositione.2.

2/2 Puotemo trouare quanti numeri si voglia de continua proportionalità, secondo una data proportione minimi.

Siano, a, & b, li minimi de la data proportione et sia dutto in, a, in se medesimo & faccia, c, & dutto in, b, faccia, d, anchora dutto il, b, in se & peruenga.e. & c. d, e, seranno continui proportionali in la proportione del, a, al, b, (per la decima ottaua et decima nona del settimo) & perche, c, & e, sono contra se primi (per la trigesima del medesimo) seranno, c, d, e, li minimi secondo la data proportione (per la precedente) ancho ra sia dutto. a. in tutti quelli et peruengano, f, g, h, & k, in, e, peruenga, k, seranno etiam, f, g, h, k, continui proportionali in la proportione del, a, al, b, (per la decima ottaua et decima nona del settimo.) Anchora minimi (per la trigesima del medesimo,) (& per la precedente) e per questa uia è ragione se ne trouerà.5.ouer.6.quanti si voglia.



Correlario.

2/3 Onde serà manifesto, che se seranno tre numeri de continua proportionalità minimi secondo quella, li duoi estremi seranno quadrati, & se seranno quattro li estremi seranno cubi.

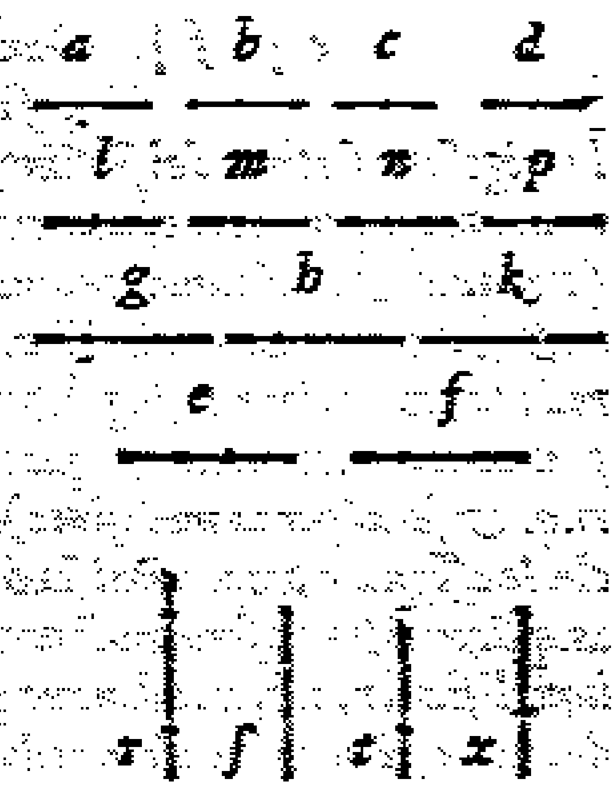
Il Tra-

Il Tradottore.

Lo soprascritto correlario conclude che per il processo delle cose fatte & dimostrate di sopra serà manifesto, che se seranno tre numeri de continua proportionalità secondo quella, minimi li duoi estremi seranno quadrati & se seranno quattro le estremi seranno cubi, perche el si vede nel processo di sopra qualmente li duoi estremi .c. & .e. esser pervenuti dal dutto de .a. & del .b. in se medesimi però vengono a esser quadrati, similmente si vede li duoi estremi .f. & .x. esser produtti l'uno dal dutto de .a. nel suo quadrato .c. & l'altro del .b. nel suo quadrato .e. perilche vengono a esser ambiduoi cubi & li lati del .f. vien a essere .a. overo tre numeri equali al .a. & similmente li lati del .k. vengono a essere .b. overo tre numeri equali al .b. & c.

Theorema .2. Propositione .3.

3 Se quanti si voglian numeri continuamente proportionali seranno
3 secondo la sua proportione minimi, el se approva li duoi estremi de quelli necessariamente esser contra se primi.

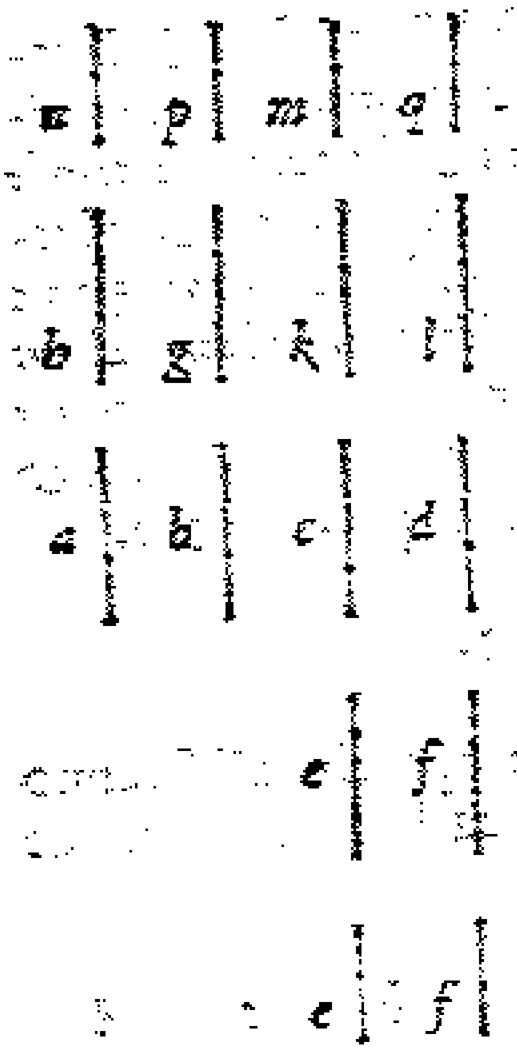


Questa terza è al contrario della prima perche siando .a. b. c. d. continuamente proportionali, & li minimi secondo la sua proportione. Dico che li duoi estremi .a. & .d. seranno fra loro primi. perche li duoi minimi secondo la proportione del .a. al .b. siano .e. & .f. & (per la vigesima terza del settimo) seranno contra se primi. Adonque per questi duoi (secondo la dottrina della precedente) sian trovati similmente tanti continuamente proportionali & minimi, quanti sono li numeri proposti, primamente tre liquali sono .g. h. k. dapoi quattro liquali sono .l. m. n. p. & a questo modo continuamente per lo aggiongimento de uno per fina a tanto che ne siano fatti tanti quanti sono li numeri proposti come in questo loco sono .l. m. n. p. Seguita adonque .l. m. n. p. esser equali à .a. b. c. d. per questa causa che in la medema proportione l'uno & li altri sono li minimi & perche .l. & .p. sono contra se primi (per la trigesima del settimo) seranno anchora .a. & .d. (a quelli equali) contra se primi che è il proposito.

Problema .1. Propositione .4.

4 Puotemo trovare la similitudine de piu proportioni assignate in li
4 minimi

minimi numeri secondo quelle proportioni continuatamente proportionale.



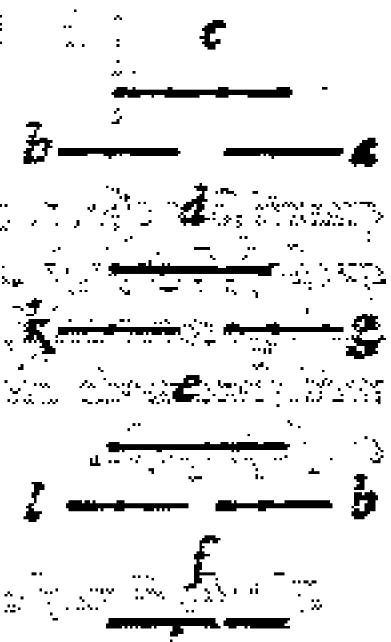
Siano prima trouate le assignate proportioni in li minimi termini come insegna la trigesima sesta del settimo & siano la prima fra .a. & .b. la seconda fra .c. & .d. la terza fra .e. & .f. & cosi anchora de piu se ferranno piu, hor voglio continuar queste proportioni in li quattro minimi numeri. Piglio adonque .g. minimo numerato dal .b. & .c. & quante volte .b. numera esso .g. tante volte faccio che .a. numera .h. Et anchora che'l .d. numeri tante volte il .k. quante volte .c. numera .g. Et se per caso .e. numera .k. faccio che .f. tante volte numeri .l. & cosi li quattro numeri .h.g.k.l. seranno quelli che cercamo. Perche è manifesto (per la decima ottaua del settimo) che'l sia del .h. al .g. si come del .a. al .b. & del .g. al .k. si come del .c. al .d. & del .k. al .l. si come del .e. al .f. Anchora è manifesto quelli esser li minimi, perche se possibile fusse esser altri minimi come .n.p.m.q. bisognaria (per la .22. del settimo tolta due volte) che l'uno & l'altro di duoi .b. & .c. numerasse .p. per laqual cosa & .g. numeraria il medesimo (per lo corollario della trigesima settima del settimo) che è inconueniente. Sono adonque .h.g.k.l. li minimi, ma se per sorte, .e. non numera .k. sia tolto .m. il minimo numerato da quelli (cioe da .e. & .k.) el qual .m. quante volte è numerato dal .k. tante volte .h. numeri .n. & .g. tante volte numeri .p. & seranno (per la decima ottaua del settimo) .n.p.m. in la proportione de .h.g.k. per laqual cosa del .n. al .p. serà come del .a. al .b. et del .p. al .m. come del .c. al .d. & quante volte .e. numera .m. faccio che tante volte .f. numeri .q. & serà (per la medesima) del .m. al .q. si come del .e. al .f. adonque è manifesto che le assignate proportioni sono continuate in le quattro numeri liquali sono .n.p.m.q. liquali (per l'aduersario) se non seranno li minimi, siano se egliè possibile altri liquali siano .r.s.t.x. adonque perche (per la trigesima seconda del settimo tolta due volte) l'uno & l'altro di duoi numeri .b. & .c. numera .s. (per il corrolario della trigesima quinta del settimo) seguiraria che .g. numerasse il medesimo per laqual cosa etiam .k. numeraria .t. ma perche (per la trigesima seconda del settimo .e. numera il medesimo .t. non serà .m. lo minimo numerato dal .k. & dal .e. per questa ragione tu potrai continuare a quelle un'altra quarta e quanti si voglian altre senza impedimento.

Theorema .3. Propositione .5.

5 La proportione de tutti li numeri composti dell'uno all'altro, e composta delle proportioni di suoi lati.

5 *Quello che propone la trigesima quarta del sesto delle superficie de equidistanti lati,*

lati, questa propone di numeri composti, siano li dui numeri composti. a. b. li lati de, a, siano, c, & d, li lati del, b, siano, e, & f, dico adonque che la proportione del, a, al, b, è composta de quella che è dal, c, al, e, & de quella che è del, d, al, f, Et per dimostrar questo sia che dal, d, in, e, sia fatto, g, perche adonque del, d, in, c, vien fatto, a, & dal, f, in, e, vien fatto, h, (per la conversione della diffinitione di lati) serà (per la decima ottaua del settimo) del, a, al, g, si come del, c, al e, & (per la decima nona del medesimo) serà del, g, al, b, si come del, d, al, f, per laqual cosa (per la diffinition) la proportione del, a, al, b, composto de quella che è del, c, al, e, & de quella che è del, d, al, f, che è il proposito, ne è necessario che cõtinuamo le proportioni di lati (cioe quella che è del, c, al, e, & quella che è del, d, al, f,) in li minimi numeri trouati secondo la doctrina della precedente come insegnano alcuni pche questo è proposito nõ necessario, e quelli arguiscono, posto che quelli minimi siano, h, K, l, in questo modo che sia del, h, al, K, si come del, c, al, e, & del, K, al, l, si come del, d, al, f, & la proportione del, h, al, l, esser composta dalle proportioni delli propositi lati & tolto, g, esser fatto del, d, in, e, arguiscono dal, a, al, g, esser come del, h, al, k, (perche egliè come del, c, al, e,) & del g, al b, come del k, al l, (perche egliè come del d, al, f,) e per tanto secondo la equa proportionalita, & del, a, al, b, serà come del, h, al, l, concludeno adonque la proportione del, a, al, b, esser composta de quelle che è composte, h, &, l, che è vero ma non necessariamente tolto.



Il Tradottore.

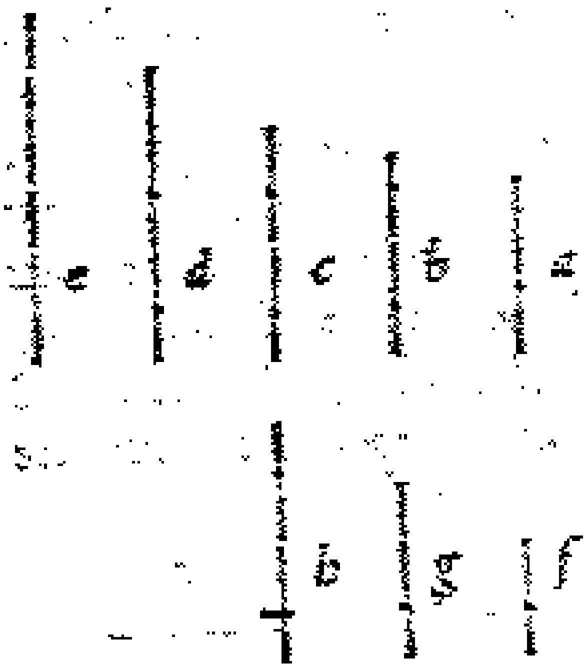
El testo di questa quinta propositione in la secõda tradottione dice in questa forma.

Li numeri piani, cioe superficiali, fra loro hanno la proportione composta dalli lati.

Laqual propositione è piu generale, e piu conueniente, & piu corretta che quella della prima tradottione perche li numeri primi come dissi sopra la seconda diffinitione sono anchora loro superficiale, abenche alcuni ispositori di Euclide habbiano contraria openione come sopra il decimo se potra uedere, Ma bisogna notare che la ispositione per noi addutta sopra la diffinitione di numeri superficiali, cioe sopra la seconda diffinitione di questo (per errore di stampa) par che mi contradica, perche in quella la scrittura dice in questa forma, ne. 13 ne. 17 ne. 19 ne alcun altro numero primo se pono dire realmente numeri superficiali &c. laqual scrittura uol stare, ouero dire in questo modo. Ma alcuni dicono che ne. 13 ne. 17 ne. 19 ne alcuno altro numero primo se puonno dire realmente numeri superficiali.

Theorema. 4. Propositione. 6.

6 Se'l primo, de quanti si uoglian numeri continuamente proportio-
6 nali non numera il secondo niuno delli altri numerarà l'ultimo.



Siano. a.b.c.d.e. conueniente proportionali. dico che se. a. non numera. b. niun delli altri numerarà, e, perche egliè manifesto che se, a, numera esso, b, che tutti li altri numerarano, e, & simplicemente qual si voglia precedente numerarà qual si voglia conseguente. ma se, a, non numera esso, b, è manifesto che a, non numerarà, e, ne simplicemente alcun de loro numerarà il prossimo sequente, perche sono stà posti continuamente proportionali, ma che nullo altro come feria a dire, c, numeri esso, e, se demostra in questo modo siano tolti (secondo la dottrina della seconda di questo) tanti altri similmente continuamente proportionali minimi in la medesima proportione quanti sono esso, c, & tutti li altri sequenti. liquali siano, f, g, h, & (per la terza di questo) f, & h, seranno contra se primi. Et perche (per la equa proportionalità) del c, al, e, e come del, f, al, h, conciosia che, f, non numera, h, nel, c, numerarà, e, ne per il medesimo modo alcun delli altri numerarà esso, e, per laqual cosa e chiaro quello che fu proposito.

Il Tradottore.

El testo di questa sesta propositione, nella seconda tradottione parla in questa forma cioe.

Se seranno quanti si vogliano numeri continuamente proportionali & che il primo non misura il secondo & niun altro misurarà niuno altro.

Il Tradottore.

La qual propositione pur se dimostra si come la precedente, essempli gratia volendo dimostrare che, a, non misuri alcun altro (poniamo,) c, pigliaremo similmente tanti termini come è, a, b, c, continuamente proportionali minimi in quella proportione quali siano pur, f, g, h, & se procederà come di sopra fu fatto, cioe che se, f, non misura, h, ne anchora, a, misura. c.

Theorema. 5. Propositione. 7.

7/7 Se'l primo di numeri continuatamente proportionali, numera l'ultimo quel medesimo numera il secondo.

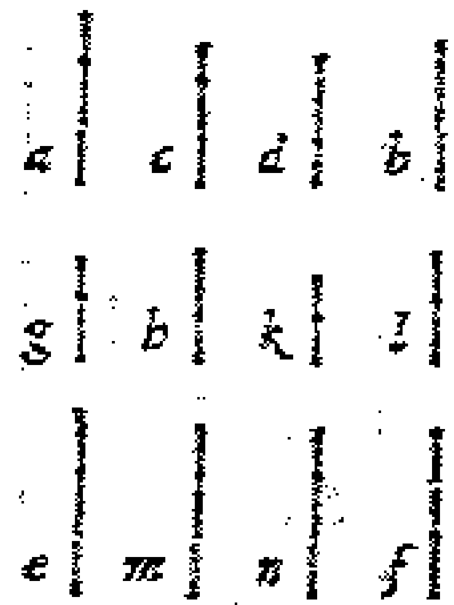
Siano quelli posti per quanti continuatamente proportionali dico se. a. numera e. esso, a, numerarà il. b. altramente (per la precedente) non numeraria. e. che è il contrario & impossibile. Et non solamente numerarà. b. ma etiam li numerarà tutti & similmente ciascun de loro numerarà qual si voglia delli sequenti.

Theo-

Theorema.6. Propositione.8.

8/8 Se fra duoi numeri, cascaranno quanti si voglian numeri in continua proportionalità similmente tanti è necessario caschar fra ogni duoi referti in la medesima proportione.

Siano a et b fra liquali cadeno c. & d. in continua proportione liquali sian in proportione com'è e. al f. Dico che similmente tanti termini cadeno fra, e, & f, & in quella medesima proportione quanti cadeno fra, a, & b, perche essendo g, h, k, l, similmente tanti minimi quanti sono, a, & b, quelli liquali cadeno fra quelli tolti si come insegna la seconda di questo continuamente proportionali in quella proportione & (per la terza di questo) g. & l. seranno contra se primi, & (per la equa proportionalità) serà del, g, al, l, si come del, a, al, b, & pero è si come dal, e, al, f, & perche essi sono in la sua

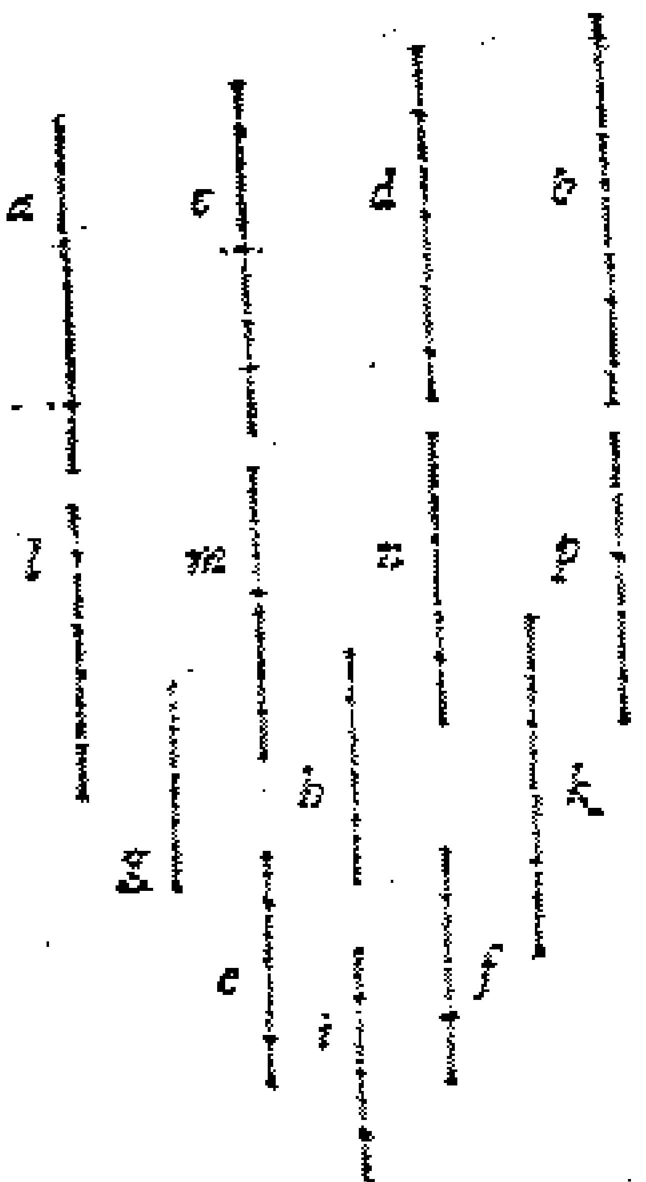


proportione minimi (per la vigesima terza del settimo) seguita (per la vigesima prima del medesimo) che, g, numeri, e, & l, f, equalmente tante volte adonque, h, numeri, m, & , k, n, & posti, m, & n, fra, e, & f, (per la decima ottaua del settimo) è manifesto, e, m, n, f, essere continuamente proportionali si come sono, g, h, k, l, & pero si come, a, b, c, d, per laqual cosa è manifesto quello che stato detto. Da questa propositione è manifesto niuna superparticulare poter esser diuisa in due parti equale. perche se questo fusse possibile bisognaria fra duoi numeri de una sola unità distanti cascar un numero medio, laqual cosa non puo esser, e per tanto il tono in la musica elqual contien una sesquiottaua proportione in duoi veri semitoni non puo esser diuiso, ma necessariamente vien diuiso in semiton minore, & in semiton maggiore.

Theorema.7. Propositione.9.

9/9 Se fra duoi numeri contra se primi cascaranno quanti numeri si voglian in continua proportionalità, similmente tanti è necessario cadere fra l'uno & l'altro de quelli & la unità, in continua proportionalità.

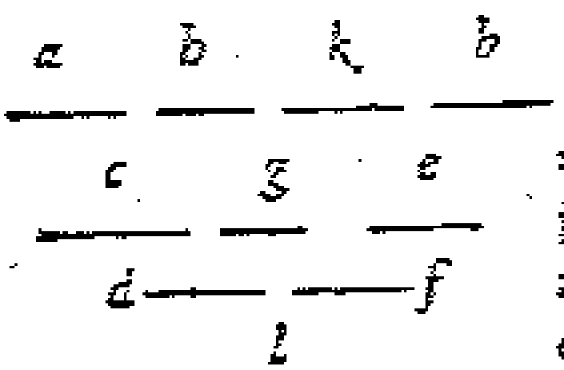
Siano a. & b. contra se primi fra liquali cada in continua proportione c. & d. dico che tanti similmente seranno continuamente proportionali fra, a, & la unità, & anchora similmente fra, b, & la unità, perche essendo li minimi in quella proportione e, & f, tolti come insegna la trigesima sesta propositione del 7. libro dalli quali essendo tolti tre cõtinuamẽte proportionali e minimi in la proportion de quelli come insegna la seconda di questo liquali siano, g, h, k, et dopoi quattro liquali siano l. m. n. p. e questo sia fatto tãte volte per fin a tãto che li tolti così sian fatti tãti



similmente quanti sono li numeri propositi, come in questo luoco sono. l.m.n.p. le manifesto adonque essendo. a.c.d.b. in la sua proportione minimi (per la prima di questo, & essendo. l.m.n.p. tanti similmente & minimi in la medesima, & non essendo possibile, essere alcuno minore del minimo che li numeri l.m.n.p. seranno equali alli numeri. a.c.d.b. cadauno al suo relatiuo adonque. l. è equale al. a. & il. p. al. b. & è manifesto dalla seconda de questo che del. f. in se medesimo uien fatto il. k. & del medesimo. f. in. k. uien fatto. p. (per la diffinitione adonque de quella diffinitione che consta è esser multiplicato) serà lo. f. in. k. ancora il. k. in. p. quãte uolte è la unità in. f. adonque la unità. f. k. p. sono continuamente proportionali, & similmente & la unità. e. g. l. tolti adonque. a. & b. in luoco del. l. & p. (a quelli equali seranno fra. a. et la unità. g. et. e. et fra b. & la unità. k. & f. continuamente proportionali tanti similmete quanti sono fra. a. & b. che è il proposito.

Theorema. 8. Propositione. 10.

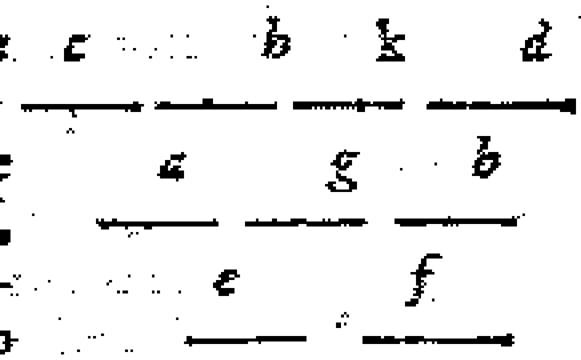
10/10 Se fra l'uno e l'altro de quelli, & la unità cascharanno quanti si uoglian numeri in continua proportionalità, tanti similmente è necessario esser fra li detti duoi numeri in continua proportionalità.



Siano li duoi numeri. a. & b. & siano. c. & d. fra. a. & la unità, ancora. e. & f. fra. b. & la unità, continuamente proportionali. Dico tanti similmente esser fra. a. & b. continuamente proportionali. Questa è cõuersa della precedente eccetto che al suggetto della precedente fu posto. a. & b. esser contra se primi, che non uien posto in questo luoco per laqual causa lo suggetto di questa è piu uniuersale del suggetto di quella, perche adonque quante uolte la unità è in. d. tante uolte è il. d. in el. c. & tante uolte il. c. in. a. è manifesto che dal. d. in se uien fatto il. c. & dal medesimo. d. in. c. uien fatto. a. Similmente ancora dal, f, in se, & in. e. sono fatti. e. & b. essendo adonque dutto. d. in. f. lo produtto sia. g. & similmente el medesimo. d. essendo dutto in. g. & e. & essendo li produtti. h. & k. è manifesto adonque (dalla decima ottaua del settimo) che del. c. al. g. e come del, d, al, f, & (dalla decima nona) che del, g, al, e, è come del, d, al, f, per laqual cosa, c, e, g, son cõtinuamente proportionali la proportione del, d, al, f. Ancora un'altra uolta per la decima ottaua) sono del, a, al, h, si come del, c, al, g, & del, h, al, k, si come *ſi come del, g, al, e, & (per la decima nona) del, k, al, h, ſi come del, d, al, f, adonque a, h, k, b, ſon continuamente proportionali, per laqual coſa è manifeſto il propoſito.*

Theorema. 9. Propoſitione. 11.

11 Se ſeranno duoi numeri ambiduoi quadrati la proportione dell'u-
11.12 no all'altro, de quelli ſerà come la proportione del lato dell'uno al lato dell'altro duplicata, & ſe ambi ſeranno cubi la proportione dell'uno al l'altro, ſerà come la proportione del lato dell'uno all'altro treplicata.



Siano li duoi numeri quadrati. a. & b. li duoi cubi, c, & d, li lati ſi di quadrati come di cubi ſiano. e. (del, a, & del, c,) & f, (del, b, & del, d.) dico che la proportione del, a, al, b, ſerà ſi come del, e, al, f, duplicata, & del, c, al, d, ſi come la medeſima treplicata, perche è manifeſto che dal. e in ſe medeſimo vien fatto, a, & da eſſo, e, in, a, vien fatto, c, coſi anchora dal, f, in ſe vien fatto, b, & da eſſo, f, in, b, vien fatto, d, adonque ſia dutto, e, in, f, & pervenga, g, & ſia dutto in, g, & h, & pervengano, h, & k, et (per la decima ottava del ſettimo) ſerà del, a, al, g, ſi come del e, al, f, (e per la decima nona) del, g, al, b, ſerà ſi come del, e, al, f, adonque (dalla diffinitione) dal, a, al, b, ſerà ſi come del, e, al, f, duplicata che è il primo propoſito. El ſecondo per lo medeſimo modo è manifeſto, (perche per la decima ottava un'altra volta) del, c, al, h, ſi come del, a, al, g, & del, h, al, k, ſi come del, g, al, b, & (per la decima nona) del, k, al, d, ſi come del, e, al, f, per laqual coſa, c, h, k, d, ſono etiam continuamente proportionali, in la proportione del, e, al, f, adonque (per la diffinitione) ſera del, c, al, d, ſi come del, e, al, f, treplicata che è il ſecondo propoſito.

Il Tradottore.

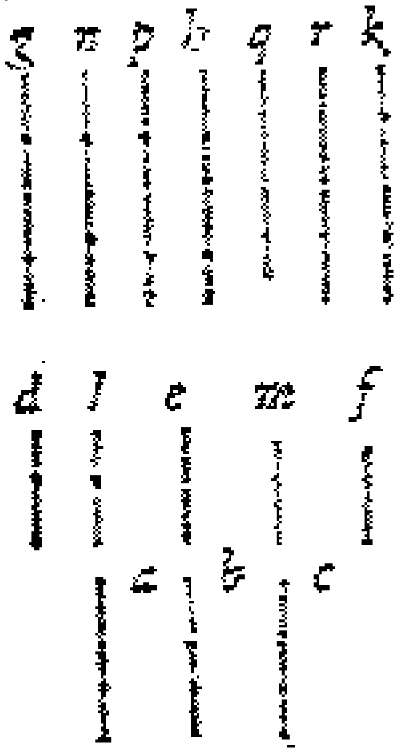
Queſta ſopraſcritta propoſitione in la ſeconda tradottione è diviſa in due propoſitioni & in quelle propone due particule di piu della preſente, perche la prima dice in queſta forma videlicet.

Uno medio proportionale de duoi numeri quadrati è numero, & lo quadrato al quadratto ha doppia proportione che'l lato al lato.

Et la ſeconda dice a queſto modo.

Li duoi medij proportionali, de duoi numeri cubi ſono numeri, & il cubo al cubo ha trepia proportione, come ha il lato al lato lequal particole ſe vedeno coſi eſſer per le demoſtrationi fatte di ſopra cioe, che il medio proportionale fra li duoi quadrati, a, & b, (el qual, e, g,) è numero per eſſer prodotto del, e, in, f, & ſimilmente li duoi medij proportionali fra li duoi numeri cubici, c, & d, (cioe, h, & k.) ſono etiam numeri per eſſer prodotti della multiplicatione del numero e nelli duoi numeri, g, & h, che è il propoſito.

Theorema. 10. Propositione. 12.

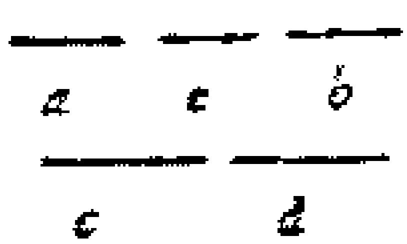


12/13 Se ciascun di numeri de continua proportionalità sia multiplicato in se medesimo, quelli numeri che da quelli saran produtti è necessario esser sotto continua proportionalità, & se li suoi principii sian anchora multiplicati in essi produtti anchora li produti da quelli è necessario esser de continua proportionalità. & il medesimo aduenera in tutte le estremità produtte per questo modo.

Siano, a, b, c, continuamente proportionali di quali ciascũ sia multiplicato in se medesimo & peruengano dal, a, al, d, et dal, b, lo, e, & dal, c, lo, f, dico che d. e. f, sono continuamente proportionali, & se anchora sia multiplicato, a, in, d, & peruenga, g, anchor, b, in, e, & peruenga, h, & c, in, f, & peruenga, k, dico anchora che, g, h, k, sarãno continuamente proportionali, perche essendo, l, produtto dal. a. in. b. & m. il produtto dal, c, in quel medesimo & (per la decima ottaua & decima nona del settimo) seranno. d. l. e. m. f. continuamente proportionali in la proportione de, a, b, c, Adonque per la equa proportionalità arguisse del, d, al, e, esser si come del, e, al, f, che è il primo proposito, lo rimanente vien demostrato, cosi sia moltiplicato, a, in l, & , c, & peruengano, n, & p, ancora sia moltiplicato, c, in e. & m. & peruengano, q, & r, & (per la medesima) seranno, g, n, p, h, q, r, K, anchora continuamente proportionali in la proportione di primi adonque per la equa proportionalità conclude, g, al, h, esser si come, h, al, k. che, e, lo rimanente la medema ragione serà quante volte che li primi siano multiplicati in li produtti.

Theorema. 11. Propositione. 13.

13/14 Se alcun numero quadrato, numerarà un'altro numero quadrato, el se approua anchora el suo lato numerar il lato di quello, et se'l suo lato numerarà il lato de quello, il quadrato numerà il quadrato.



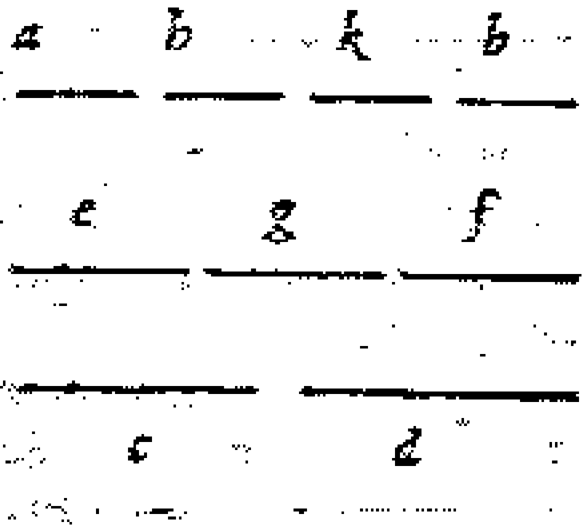
Siano li duoi numeri quadrati. a. & b. & li lati de quelli. c. & . d. Dico che se. a. numera. b. il. c. numerarà il. d. & è conuerso. perche le manifesto che dal dutto del. c. in se medesimo vien fatto, a, & del, d, in se medesimo vien fatto, b, essendo adonque fatto, e, dalla multiplicatione del, c, in, d, per la decima ottaua & decima nona propositione, del settimo libro, seranno, a, e, b, continuamente proportionali in la proportione del. c, al, d. Se adonque, a, numera, b, quello medesimo (per la settima propositione de questo) numerarà, e, per laqual cosa, & , c, numerarà il. d, che è il proposito primo,

la parte

la parte conuersa cosi è manifesta, se e numera d, lo a numerarà e, per questo che la proportione del a al e è si come del c al d, et se'l numera e, esso numerarà b, per questa causa che sono continuamente proportionali.

Theorema. 12. Propositione. 14.

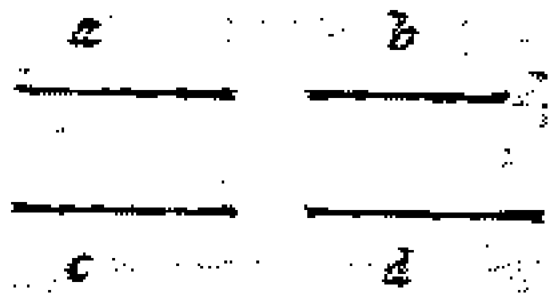
14/15 Se un numero cubo numerarà un'altro numero cubo Anchora il suo lato numerarà il lato dell'altro, & se'l suo lato numerarà il lato dell'altro, il cubo numerarà il cubo.



Siano dui numeri cubi, a, & b, li lati di quelli c. & d. Dico che se a numera b anchora il c numerarà il d. & è conuerso (per dimostrar questo sia multiplicato c in se & sia fatto e, anchora il d in se & sia fatto f, adonque è manifesto che dal c in e, vien fatto, a, & dal, d, in, f, vien fatto, b, adonque il, g, vien fatto dal c, in d, & (per la decima ottaua et decima nona del settimo) e, g, f, seranno continuamente proportionali in la proportione del, c, al, d, M a, h, & k, peruengono dal, c, in g, & f. Adonque (per le medesime propositioni) a. h. k. b. seranno anchora continuamente proportionali in la medesima proportione. Adonque se, a, numera, b, el medesimo (per la settima di questo) numerarà h, per laqual cosa &, c, numerarà il d, perche dal, c, al, d, e si come del, a, al, h, adonque è manifesta la prima parte. La parte conuersa è manifesta si come la conuersa della prima, perche se c numera d anchora a numera h, laqual se la numera e necessario che la numeri b.

Theorema. 13. Propositione. 15.

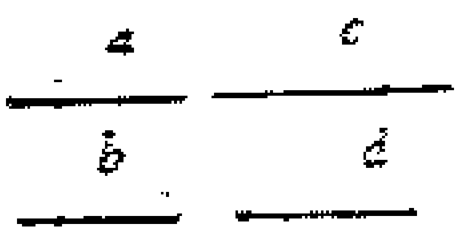
15/16 Se un numero quadrato non numerarà alcun'altro numero quadrato, ne il suo lato numerarà il lato de quello. Et se'l lato suo non numerarà il lato de quello, el se conuence de necessità quel quadrato non numerarà quell'altro quadrato.



Siano li dui numeri quadrati a. & b. li lati di quali siano, c, & d, se, a, non numerarà b, dico che anchora, c, non numerarà, d, & è conuerso se, c, non numera, d, ne, a, numerarà b. Hor sia primamente che, a, non numeri, b, se adonque c, (per l'aduersario) numera il d. (per la seconda parte della tertiadecima di questo) &, a, numerarà, b, laqual cosa è contraria alla positione, & cosi è manifesto il primo proposito. Anchora il secondo se manifesta in questo modo. Sia che, c, non numeri, d, adonque se possibile è per l'aduersario che, a, numeri, b, (per la prima parte della tertiadecima) è necessario che c, numeri, d, adonque egli è necessario che lui numeri quello & gia fu supposto che'l non lo numeri laqual cosa è impossibile.

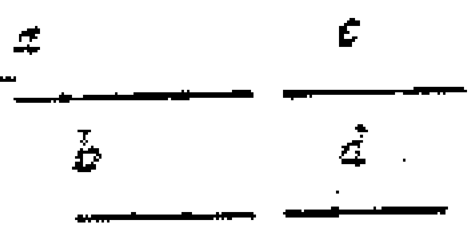
Theorema. 14. Propositione. 16.

Se un numero cubo non misura un'altro numero cubo, ne il lato de
0/17 quello misurarà el lato de quello altro, & se'l lato non misura il lato ne
etiam il cubo misurarà il cubo.



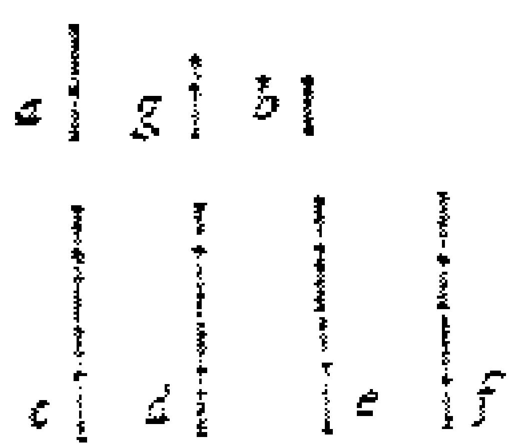
Sia che'l numero cubo. a. non misuri il numero cubo. b. & il lato di questo, a, sia, c, & del, b, sia, d, dico che, c, non misura esso. d. perche se, c, misura esso, d, etiam, a, misura, b, (per la quartadecima propositione dell'ottauo libro) ma, c, non misura, b, per il presupposito, adonque nel, c, misurarà esso, d. Ma supposito che'l, c, non misura, d, dico che, a, non misuri, b, per se, a, misura esse, b, et, c, misureria. d. (per la decima quarta de questo, ma il. c.) dal presupposito non misura, d, adonque ne etiam, a, misurarà esso, b, laqual cosa bisognaua dimostrare.

Theorema. 15. Propositione. 17.



16/18 Se duoi numeri superficiali seranno simili è necessario esser fra quelli un terzo numero secondo la proportionalità continua, & la proportione de un numero all'altro a lui simile serà come la proportione duplicata de un di suoi lati al lato dell'altro a lui risguardãte.

Siano li duoi numeri, a, & b, superficiali & simili. Dico che fra essi cade un numero in continua proportione, & per dimostrar questo sian li lati del, a, c, & d, et li lati del. b. sian e. et. f. & (per la conuersione della diffinitione di numeri simili) serà del. c. al. e. si come del. d. al. f. & è manifesto che dal, c, in, d, uien fatto, a, & dal, e, in, f, uien fatto, b, adõque sia fatto, g, dal, e, in, d, & (per la decima nona del settimo) serà del, a, al, g, si come del, c, al, e, & (per la decima ottaua) del medesimo del, g, al, b, serà si come del, d, al, f, per laqual cosa, del, a, al, g, serà si come del, g, al, b. Adonque, g, è medio fra. a. et b, in continua proportionalità che è il proposito. Ma il correlario è manifesto essendo del, a, al, b, (per la diffinitione) si come del, a, al, g, duplicata laquale è a quella medesima che è dal, c, al, e.

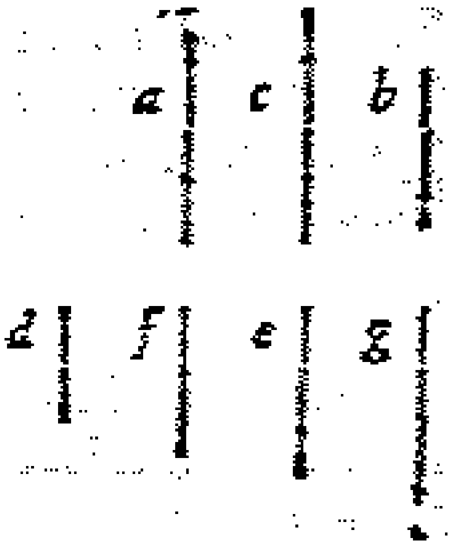


Theorema. 16. Propositione. 18.

Se un terzo numero cascharà fra duoi numeri secondo la continua
17/20 proportionalità quelli duoi numeri seranno superficiali & simili.

Questa è conuersa della precedente cioe che se fra, a, & b, sia, c, constituito secondo continua proportionalità. Dico che, a, & b, seranno ambidui numeri superficiali &

li & simili perche se seranno tolti.d.& .e.minimi in quella proportion in laquale sono continuadi a.c.b. quelli (per la uigesima seconda del settimo) numeraranno.a. & .c. equalmente et sia che li numeraranno secondo,f,& ,(per la medesima) .c.& .b.equalmente et sia che li numeraranno secondo,g,seranno adonque (per la diffinitione) a.& .b.su perficiali, & seranno anchora (per la diffinitione) d.& .f.lati del numero.a.anchora .e.& .g.lati del numero.b. ma che essi siano simili tu l'hauerai in questo modo. Perche essendo,c,produtto del, d, in,g,& similmente essendo

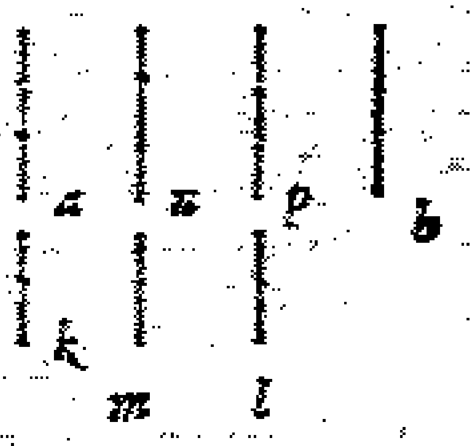


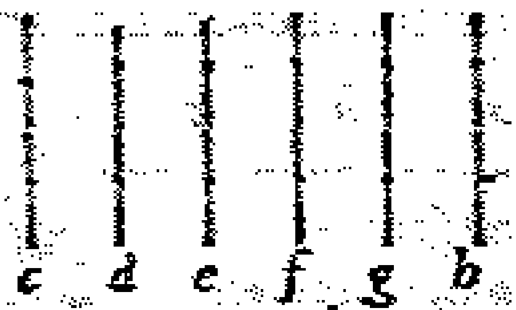
il medesimo,c,il produtto del,e,in,f,(per la seconda parte della uigesima del settimo) serà del, d,al,e,si come del,f,al,g, (per la diffinitione) adonque,a,& ,b,sono simili che è il proposito. Et questo ultimo proposito ilqual è. a.& .b. esser simili tul puoi hauere (per la decima nona & decima ottaua del settimo) & per questo presupposito che.a.c.b. sono continuamente proportionali in la proportione del. d.al.e. de minimi numeranti.a.& .c.secondo,f,& ,c,& ,b,secondo.g.

Theorema.17. Proposition.19.

18 Se seranno duoi numeri solidi simili, e necessario fra quelli esser dui
19 numeri secondo la continua proportionalità, & la proportione de l'uno solido all'altro a lui simile, serà come la proportione treplicata de qual si uoglia suo lato al lato dell'altro a lui risguardante proportionalmente.

Siano li dui numeri,a, & ,b, solidi simili, Dico che fra essi cadono dui numeri in continua proportione, & per dimostrar questo siano li lati del numero a,li numeri,c,d,e,& li lati del, b, siano,f,g,h,& (per la conuersione delle diffinitione di numeri solidi simili) serà del,c,al,f,& del,d,al,g,si come del,e,al,h,sia adonque k.il produtto del,c,in,d,& ,l,lo produtto del, f, in,g, l, & (per la diffinitione) seranno k.& .l.superficiali & simili p laqual cosa (per la decima settima di qsto) fra quelli cade un numero medio proportionale secondo la proportione del,c,al,f,qual sia,m,Ma è manifesto che dal e.in.k.uien fatto,a,& dal,h,in,l,uien fatto.b.Se adonque del, e, in, m, & ,l, sono fatto,n,& ,p,seranno (per la.18.del settimo) del,a,al,n,si come del. k. al. m. & n.al.p.si come del.m.al l.per laqual cosa.a.n.p. son continuamente proportionali in la proportione del, c, al,f, & perche (per la decima nona del medesimo) del,p,al, h,e, si come del,e,al,h, & pero si come del,c,al,f,seguita che li quattro numeri.a.n.p.h.sian continuamente proportionali secondo la proportione del, c,al,f, Adonque



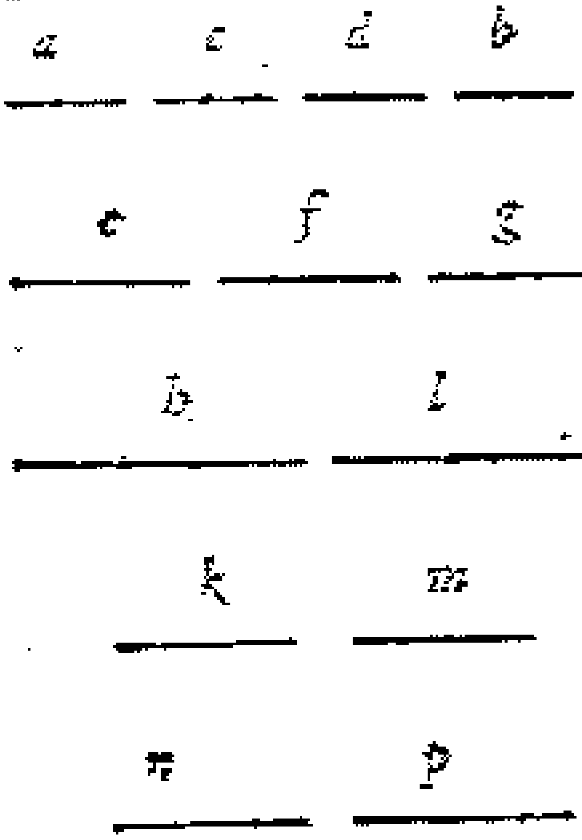


V 4 fra,a,

fra, a, & b, sono li duoi numeri, n, & p, medij in continua proportionalità de suoi lati interposti, che è il proposito, & lo corelario è manifesto conciosia che la proportione del, a, al, b, sia (per la diffinitione) si come del, a, al, n, treplicata laquale è simile ouer equale a quella che è dal, e, al, f.

Theorema. 18. Propositione. 20.

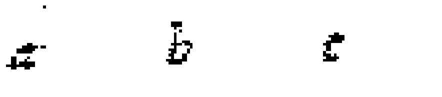
19/21 Se seranno duoi numeri & che fra quelli cascheno, ouero intergiaceno duoi numeri secondo la continua proportionalità, quelli dui numeri sono solidi & simili.



Questa è il conuerso della precedente, come se fra. a. & b. siano li duoi numeri. c. & d. medij in continua proportionalità, seranno li detti duoi numeri, cioe, a, & b, solidi & simili. Et per dimostrar questo siã tolti li tre minimi in la medesima proportione, continuamente proportionali, liquali siano, e, f, g, & (per la decima ottaua) seranno, e, & g, superficiali & simili. Siano adonque. h. & l. li lati del. e. & k. et m. li lati. d. g. & (per lo corelario della decima settima di questo) serà del, e, al, f, si come del, h, al, l, ouer si come del. k. al. m. & è manifesto (dalla terza) che. e. & g. sono contra se primi e pero (per la uigesima quinta del settimo) in la sua proportione son minimi. Et perche (per la equa proportionalità) dal. a. al. d. & c. al. b. è si come dal, e, al, g, seguirà (per la uigesima seconda del settimo) che essi numeraranno. a. & d. equalmente, laqual numeratione sia secondo, n, & anchora, e, & b, equalmente laqual sia secondo. p. perche adonque dal. h. in. k. uien fatto. e. & da. e. in. n. uien fatto, a, seguita (per la diffinitione) che. a. sia solido & li lati di quello sono. h. k. n. Similmente perche dal. l. in, m, uien fatto, g, & dal, g, in, p, uien fatto, b, seguita anchora che, b, sia solido & li lati di quello sono. l. m. p. Ma che essi sian simili cosi se manifestarà conciosia che dal g. in. n. uien fatto, d, & dal medesimo in. p. uien fatto, b, e (per la decima ottaua del settimo) serà dal. n. al. p. si come del, d, al, b, & perche cosi erano del. h. al. l. & del. k. al. m. (per la diffinitione è manifesto, a, & b, esser simili che è il proposito.

Theorema. 19. Propositione. 21.

20/22 Se de tre numeri continuamente proportionali el primo serà quadrato. Anchora il terzo è necessario esser quadrato.



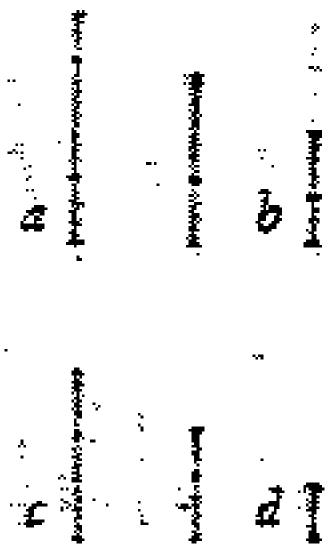
Siano li tre numeri continuamente proportionali, a, b, c, & sia a. quadrato dico che, c, e etiam quadrato. Perche sono (per la decima ottaua propositione) a. & c. superficiali & simili essendo adonque. a. quadrato (per il presupposito), c, serà etiam quadrato che è il proposito.

Theo-

Theorema.20. Propositione.22.

21 Se'l primo de quattro numeri continuamente proportionali, serà
23 cubo, il quarto è necessario esser cubo.

Siano li quattro numeri continuamente proportionali .a. b. c. d. & sia, a, cubo. Dico che, d, e, anchora cubo perche è manifesto (per la uigesima) che, a, & d. sono solidi simili, & perche, a, è cubo (per il presupposito. d. serà anchora cubo.



Theorema.21. Propositione.23.

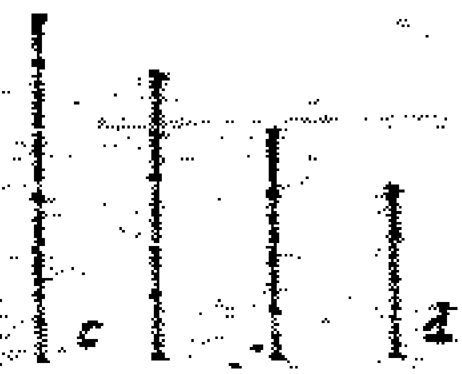
22 Se de duoi numeri, di quali la proportione sia si co-
24 me d'uno numero quadrato, a uno numero quadrato, uno serà quadrato, anchora l'altro è necessario essere quadrato.

Siano li duoi numeri, a, & b, in la proportione de duoi quadrati liquali siano, c. & d. & sia, a, ouer. b. quadrato. Dico lo restante esser quadrato, perche essendo. c. & d. quadrati seguita quelli essere superficiali simili. Adonque (per la decima settima) fra loro cade un medio in continua proportione, per laqual cosa (per la ottaua) & fra. a. & b. adonque (per la uigesima prima propositione è manifesto il proposito.

Theorema.22. Propositione.24.

23 Se de dui numeri di quali la proportione del
25 l'uno a l'altro sia come de uno cubo a uno cubo & che l'uno de quelli sia cubo, Anchora l'altro è necessario esser cubo.

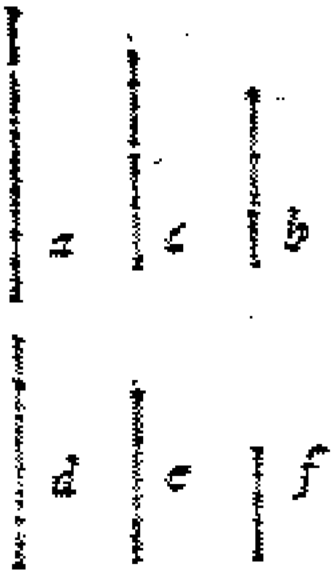
Siano li dui numeri. a. & b. in la proportione di duoi numeri cubi liquali siano. c. & d. & sia. a. ouer. b. cubo. Dico lo rimanēte esser cubo. Perche è necessario che. c. & d. siano solidi simili. Certamente tutti li cubi sono simili & solidi, adonque (per la decimanona) fra quegli cadeno duoi mezzi in continua proportione, tanti similmente (per la ottaua) cadeno fra, a, & b, adonque (per la uigesima seconda) è manifesto il proposito.



Theorema.23. Propositione.25.

La proportione dell'uno all'altro di numeri superficiali simili, è si
24
26 come la proportione de un numero quadrato a un numero quadrato.

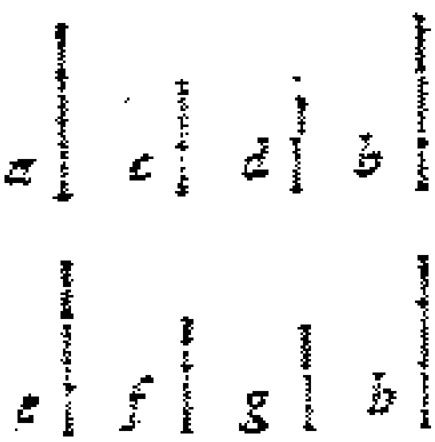
Siano, a, & b, superficiali simili dico che la proportione dell'uno all'altro è si come d'un numero quadrato a un numero quadrato perche (per la decimaottaua) serà



un numero medio in continua proportione qual sia.c.tolti adonque li tre minimi in la proportione de quelli liquali siano.d.e.f. (per lo correlario della seconda) d. & f. seranno quadrati, & perche (per la equa proportionalità) del.a.al.b. e si come del.d. al.f. E manifesto esser uero quello che è proposto.

Theorema.24. Propositione.26.

25/27 La proportione dell'uno all'altro de duoi numeri solidi simili, e si come d'un cubo ad alcun cubo.



Siano.a.& b.solidi simili. Dico che la proportione dell'uno all'altro e, si come quella d'un cubo ad alcun altro cubo, certamente (per la decimanona propositione) sono fra quelli duoi numeri medii secondo la continua proportione liquali sian.c. & d. Siano li quattro minimi in la proportione de quelli.e.f.g.h.di quali.e.& h.seranno cubi (per lo correlario della seconda di questo) perche adonque (per la equa proportionalità) del.a al.b.è si come del.e.al.h.il proposito è chiaro.

IL FINE DEL OTTAVO LIBRO.

LIBRO NONO
DI EVCLIDE

Diffinitione prima.

1/6 El numero paro è quello che puo esser diuiso in due parti equale.

Il Tradottore.

SICOME *sono.2.4.6.8.10.12.& altri simili che se pono diuidere in due parti equale senza rompere la unità. Questa & le sei sequente diffinitione nella seconda tradottione sono poste nel settimo libro come per li numeri appar.*

Diffinitione. 2.

El numero disparo è quello che non puo esser diui-
2/7 so in due parti equali, & soprauanza il paro in la unità.

Il Tradottore.

La ultima parte de questa diffinitione ne advertisse qualmente la unità non uiè con-

connumerata fra li numeri dispari quantunque la non possa esser divisa in due parte equale a tanto che lei non ha quella ultima conditione di sopravanzare alcuno numero paro in una unità, per la qual cosa el numero ternario vien a esser il primo & il minimo de tutti li numeri dispari.

Diffinitione. 3.

3/8 El numero parimente paro, e quello che tutti li numeri pari che lo numeranno lo numeranno per uolte pare.

Il Tradottore.

Verbi gratia el. 32. numerato da quattro numeri pari cioe da. 2. dal. 4. da. 8. da. 16. & non d'altri & perche cadauno de detti numeri lo numeranno per uolte pare cioe el. 2. lo numera. 16. uolte el qual. 16. e par paro & lo. 4. lo numera. 8. uolte, & lo. 8. lo numera. 4. uolte & lo. 16. due uolte perilche il detto. 32. e numero parimente paro perche tutti li numeri pari che lo numeranno lo numeranno per uolte pare il medesimo se trouerà esser. 64. e. 128. etiam. 16. 8. & 4. ideo &c.

Diffinitione. 4.

4/9 Lo numero parimente disparo e quello che tutti li numeri pari che lo numeranno lo numeranno per uolte dispare.

Il Tradottore.

Si come sono. 6. 10. 14. 18. 22. 26. 30. & altri simili che tutti li numeri pari che li numeranno li numeranno per uolte dispare. Verbi gratia il. 30. e numerato da tre numeri pari, cioe da. 2. da. 6. & da. 10. dal. 2. e numerato. 15. uolte & dal. 6. è numerato. 5. uolte & da. 10. 3. uolte liquali numeri de uolte per esser tutti dispare el detto. 30. serà detto numero parimente disparo, & questa specie di numeri nascono dal duplato de ogni numero disparo.

Diffinitione. 5.

6/10 El numero parimente & disparimente paro e quello che li numeri pari che lo numeranno, alcuni lo numeranno per uolte pare, & alcuni per uolte dispare.

Il Tradottore.

Si come sono. 24. 28. 36. 40. & altri simili, liquali sono numerati da alcuni numeri pari per uolte pare & da alcuni per uolte dispare, esempli gratia. 40. e numerato da. 2. da. 4. da. 10. da. 20. per uolte pare e poi è misurato da. 8. per uolte dispare cioe per. 5. uolte perilche se dirà che. 40. e numero parimente, & disparimente paro & queste specie de numeri participano del numero parimente paro, & del numero parimente disparo.

Diffini-

Diffinitione. 6.

6 Lo numero disparmente disparo è quello che tutti li dispari che lo
11 numeraranno, lo numeraranno per uolte dispare.

Il Tradottore.

Si come .15.21.27.33.35.39.45. & altri simili che tutti li numeri dispari che li numeraranno li numeraranno per uolte dispare, essempli gratia .45. e numerato da quattro numeri dispari (cioe da .3. da .5. da .9. et da .15.) per uolte dispare (cioe da .3. e numerato .15. uolte & da .5. noue uolte, & da .9. 5. uolte, & da .15. tre uolte per il che serà detto numero disparmente disparo per la presente diffinitione.

Diffinitione. 7.

7 Numero perfetto se adimanda quello che è equale a tutte le sue par-
23 ti delle quale è numerato.

Il Tradottore.

Si come sono .6.28.496. & altri simili che sono equali a tutte le sue parti che le numeraranno, essempio le parti del .6. sono tre cioe la mità che è .3. la terza che è .2. la sesta che è .1. lequal parte summare insieme fanno apponto .6. però il .6. è numero perfetto per questa diffinitione il medesimo segurà nel .28. & .496. se con diligentia trouerai tutte le sue parti che li numeraranno & questi tal numeri perfetti sono piu rari de ogni altra specie di numeri, però che da uno infino a cento non se ne troua altri che duoi cioe .6. & .28. & da .100. ascendẽdo gradatim per fin a .1000. se troua solamẽte .496. et da .1000. per fina a .10000. se troua solamente .8128.

Diffinitione. 8.

8 Numero habondante è detto quello che è minore de tutte le sue
0 parte.

Il Tradottore.

Si come sono .12.24.36.48. & altri simili che tutte le sue parti gionte insieme sopra auanzono il detto numero come appare in el .12. el quale ha la mità (che è .6.) ha la terza (che è .4.) ha la quarta (che è .3.) ha la sesta (che è .2.) etiam ha la duodecima (che è .1.) lequal parte gionti insieme sono apponto .16. laqual summa per esser maggior del detto .12. tal numero serà detto habondante il medesimo se dirà delli altri simili.

Diffinitione. 9.

9 Et numero dimenuito è detto quello che è maggiore de tutte le sue
0 parti.

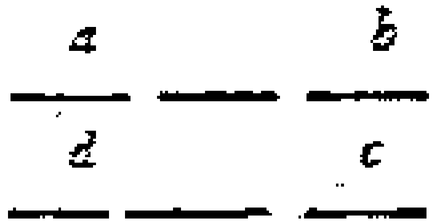
Il Tra-

Il Tradottore.

Si come sono.8.10.14.16.& altri simili che tutte le sue parti gionte insieme so no minore del detto numero, cioe al contrario del numero habondante come appare in.8.elqual ha la mità (che e.4.) ha la quarta (ch'è.2.) e ha la ottaua (che e.1.) lequal parti gionti insieme fanno apponto.7.laquale summa de parti e minora del detto.8.il medesimo si deue intendere in qualunque altro simile.

Theorema primo. Propositione prima.

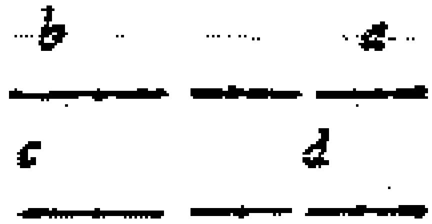
1 Se feranno duoi numeri superficiali simili, quello che uien produtto
1 dal dutto dell'uno in l'altro è necessario esser numero quadrato.



Siano, a, & , b, superficiali simili della multiplicatione di quali peruenga, c, dico, c, esser numero quadrato, e per dimostrar questo sia dutto, a, in se & peruenga, d, (et per la decima ottaua del settimo) serà del, d, al, c, si come del, a. al. b. & perche fra, a, & , b, cade un mezzo secondo la continua proportionalità (per la decima settima del ottauo) seguita (per la ottaua del medesimo) che anchora uno ne cada fra. d. & . c. adonque conciosia che, d. sia quadrato (per la uigesima prima del medesimo) serà, c, anchora quadrato, che è il proposito.

Theorema.2. Propositione.2.

Qualunque duoi numeri, che dalla multiplicatione di l'uno in l'al-
2 tro si produca numero quadrato, sono superficiali simili.
2

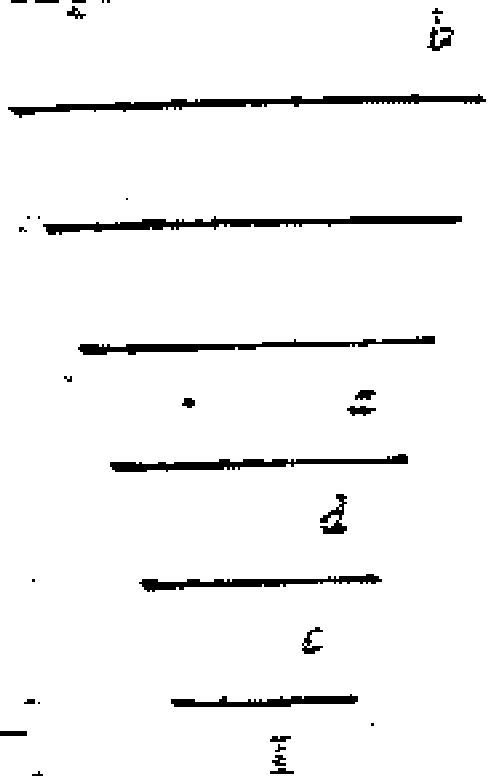


Questa è conuersa della prima, cioe che se dal, a, in b, sia fatto, c, & che, c, sia quadrato seranno, a, & , b, superficiali simili. Hor sia. d. il dutto dal. a. in se e (per la decima ottaua propositione del settimo libro) serà del, d, al, c, si come del, a, al, b, (per la decima settima propositione del ottauo libro) conciosia che, d, & , c, siano superficiali simili (impero che sono ambidui quadrati) serà fra quelli uno numero medio secondo la continua proportione adonque (per la ottaua propositione del medesimo) el ne serà anchora uno fra. a. & b. adonque (per la decima ottaua propositione del medesimo) a. & b. sono superficiali simili, che è il proposito.

Correlario.

2 Adonque per queste dimostrationi fatte è manifesto che se un nu-
0 mero quadrato sia dutto in un numero quadrato quello che da que-
gli

gli serà produtto è necessario essere quadrato. Ma se del dutto d'un quadrato in alcuno numero, sia produtto numero quadrato, quello tale numero è necessario essere quadrato. Et anchora se dal dutto d'uno numero quadrato in alcuno numero, non sia produtto numero quadrato, quel tal numero è necessario essere non quadrato. Ma se un numero quadrato sia dutto in alcuno numero non quadrato quello che da quelli serà produtto è necessario esser non quadrato.

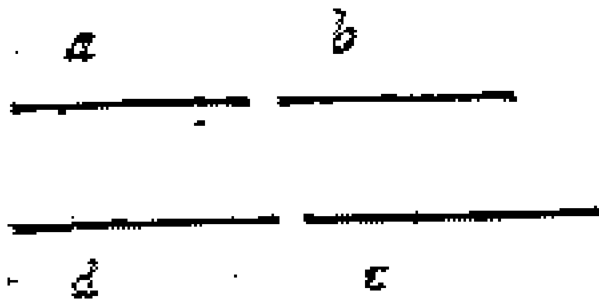


La prima parte de questo correlario è manifesta (per la premessa,) perche tutti li quadrati sono superficiali simili. La seconda è manifesta da questa, conciosia che solo il quadrato è simile al quadrato. La terza parte è manifesta dalla prima parte de esso correlario, per destruttione del consequente. Et la quarta è manifesta per la seconda parte del medesimo anchora per destruttione del consequente.

Theorema.3. Propositione.3.

3 Se un numero cubo sia dutto in se medesimo, quello che serà produtto da quello serà cubo.

3 *Sia, a, numero cubo dal qual dutto in se sia fatto, b, dico, b, esser cubo perche essendo, c, il lato cubico de a. & dal, c, in se, sia fatto, d, è manifesto adonque che dal, c, in d, vien fatto, a, sono adonque la unità, c, d, a, continuamente proportionali, laqualcosa (per la decima ottaua propositione del settimo libro & per li presenti presupposti) è manifesto. Et perche dal. a. al b. è si come dalla unità al. a. imperoche quante uolte è la unità in. a. tante uolte serà, a, in, b, seranno fra, a, & b, duoi numeri medij secondo la proportionalità commune (per la ottaua propositione dello ottauo libro) conciosia adonque che, a, sia cubo (dallo presupposito) serà anchora (per la uigesima prima del medesimo), b, cubo che bisognaua dimostrare.*



Theorema.4. Propositione.4.

4 Se un cubo sia dutto in un'altro cubo, quello che da tal multiplicatione serà produtto serà cubo.

4

Siano. a. & b. cubi, et dal, a, in, b, sia fatto, c, dico, c, esser cubo, & per dimostrar tal cosa, sia dutto, a, in se medesimo e sia fatto, d, (per la precedente) el detto, d, serà cubo, & (perche per la decima ottaua propositione del settimo) del, a, al, b, è si come del, d, al, c, (per la uigesima quarta del ottauo) è manifesto, c, esser cubo che è il proposito.

Theo-

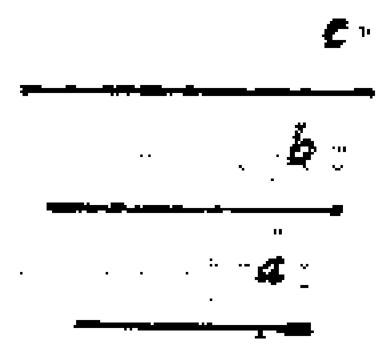
Theorema.5. Propositione.5.

5 Se uno numero cubo serà dutto in un'altro numero, & che lo produt
5 to sia cubo, lo numero in elqual è stato dutto è necessario esser cubo.

Essempli gratia sia,a,numero cubo,e quel dutto nel numero,b,produchi,c. qual c,sia numero cubo,dico,b,esser cubo. Et per dimostrare questo sia fatto,d,dal dutto del,a,in se elqual (per la auante della precedẽte) serà cubo,perche adonque (per la decima ottaua propositione del settimo),a,al,b,e si come,d,al,c,& ,a,e cubo & d,& c,sono cubi (per la 24. del ottauo libro),b,serà cubo che è il proposito.

Correlario.

5 Onde è manifesto che dal dutto di uno numero
o cubo in uno numero non cubo uien produtto nume
ro non cubo, Et dutto il cubo in alcuno numero se quello che uien produtto da quelli serà non cubo, quel numero in elquale serà stato dutto è necessario esser non cubo.

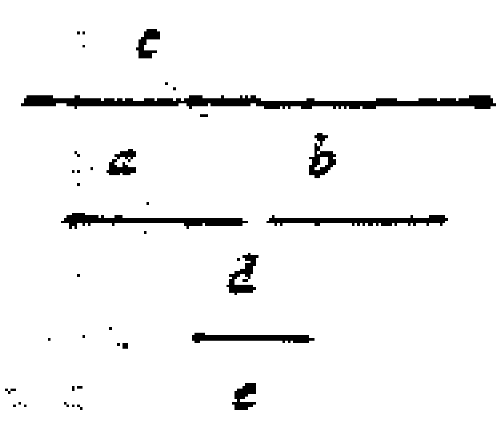


La prima parte del correlario è manifesta per questa quinta dalla destrutione del consequente. La seconda per la premessa similmente dalla destruttione del consequente.

Theorema.6. Propositione.6.

6 Se dal dutto de qualche numero in se medesimo sia produtto nume-
6 ro cubo el se approua quel numero necessariamente esser cubo.

Sia che dal,a,in se medesimo sia fatto,b,& sia,b, cubo hor dico necessariamente,a,esser cubo. & per dimostrar questo sia fatto,c,dal,a,in,b,& (per la diffinitione),c,serà cubo,& perche è manifesto (dalla decima ottaua propositione del settimo) che sia del,a,al,b, si come del,b,al,c,& conciosia che,b,& ,c,sian cubi, seguita (per la uigesima quarta propositione del ottauo libro),a,esser cubo che è il proposito.



Theorema.7. Propositione.7.

7 Se un numero composito sia dutto in qual numero si uoglia, quello
7 che da tal multiplicatione serà produtto serà solido.

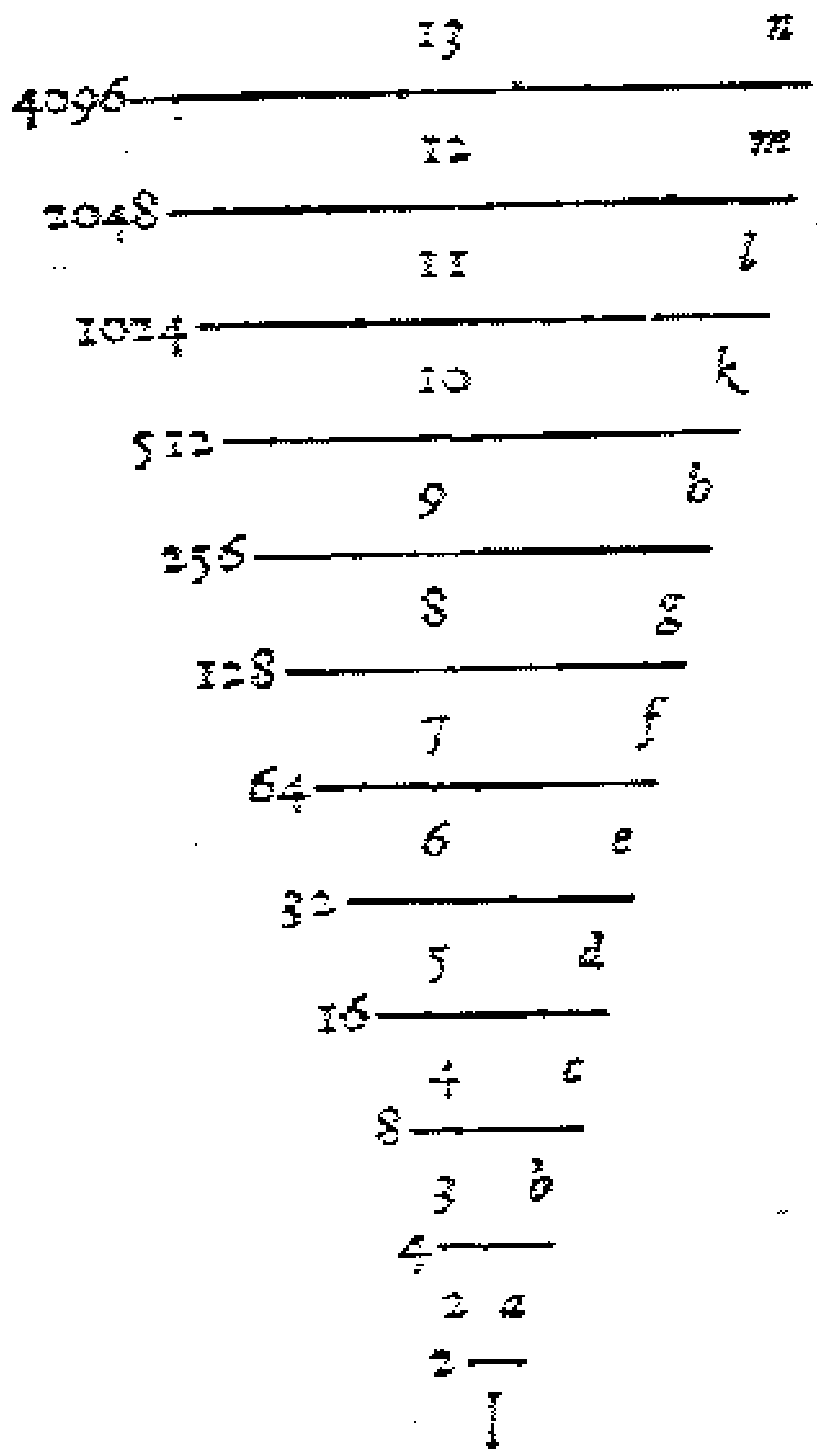
Sia,a,numero composito,elqual sia dutto in,b,& peruenga,c,dico,c,esser numero solido perche conciosia che,a,sia numero composito uien numerato da alcun

numero

numero el qual sia, d, & numeri quello secondo, e, perche adonque dal, e, in, d, uien fatto, a, & dal, a, in, b, uien fatto, c, (per la diffinitione di solidi) serà, c, solido & li lati di quello seranno, e, d, b, che è il proposito.

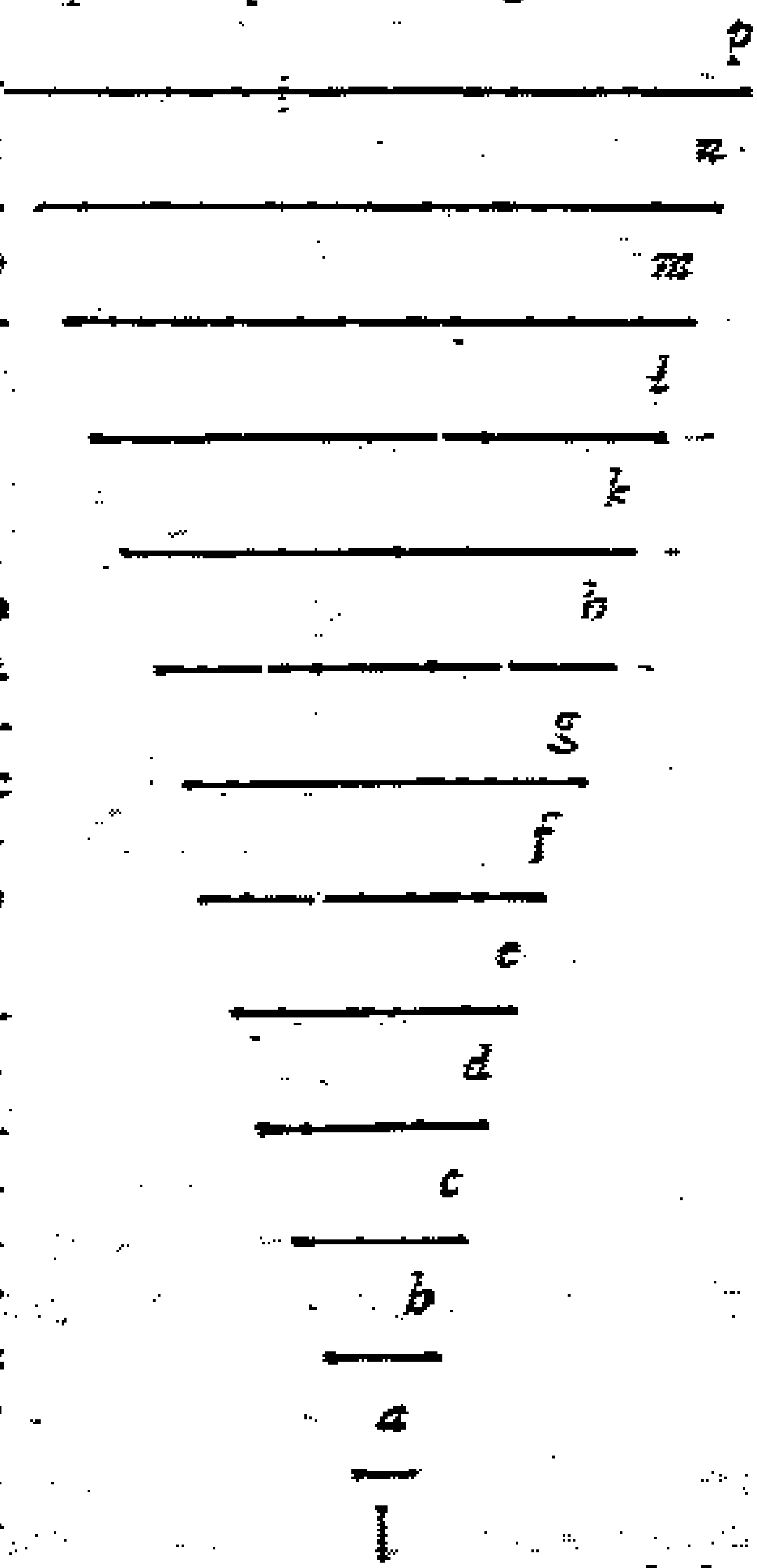
Theorema.8.   Propositione.8.

8/8 Se seranno piu numeri dalla unità continuamente proportionali, el terzo della unità serà quadrato, e da li in dietro sempre intermesso uno, & il quarto dalla unità serà cubo, & da li in dietro sempre intermessi duoi & anchora il settimo dalla unità è quadrato cubico & da li in dietro sempre itermessi cinque seguitarà cõtinuamente quadrato cubico.



Sieno dalla unità, a, b, c, d, e, f, g, h, k, l, m, n continuamente proportionali dico, b, esser quadrato et el, d, (interlassando el, c,) et cosi li altri sempre interlassando uno, onde semplicemente tutti quelli che stanno in li luochi dispari sono quadrati, come el terzo el quinto, el settimo. Anchora dico, c, essere cubo & similmente, f, (cioe interlassando duoi) & cosi in tutti li altri, & ogn'uno semplicemente e cubo, el luoco del quale sopraboda della unità per il ternario, ouero qual si uoglia multiplice de esso ternario, sopra la unità come sono, el quarto, el settimo, el decimo, el terzo decimo & il sestodecimo, perche in questi conuengono tutti quelli, che interlassano li duoi. Et anchora dico, f, dalla unità, settimo, essere quadrato cubico. Perche et similmente sia e intermessi, ouero interlassati cinque numeri. Il medesimo seguira nelli altri & semplicemente dico quello el luocho del quale soprabonda dalla unità per el numero senario (ouero per qual si uoglia multiplice di esso senario) come sono el settimo el terzo decimo, el decimo nono, & el uigesimo quarto, esser quadrato cubico, egli è quadrato perche el loco de quello è disparo, & cubo perche sopra el multiplice del ternario auanza la unità certamente tutti li multiplici del senario è necessario esser anchora multiplice del ternario. Et tutte queste cose che son state proposte se manifestano in questo modo. perche (dal presupposito), a, e in, b, quante uolte e la unità in, a, adon-

a. adonque. b. (per la diffinitione) è quadrato, perche adonque, b, c, d, sono continuamente proportionali essendo, b, quadrato è manifesto (per la decima ottaua propositione, ouero uigesima prima del ottauo libro) d. essere quadrato & per la medesima ragione, f, perche, d, e, f, sono continuamente proportionali & d. è quadrato el medesimo in tutti li altri dall'uno intermesso, adonque il primo proposito è manifesto. El secondo cosi se manifesta essendo, b, in, c, quante uolte è, a, in, b, (dal presupposito) seguita (per la diffinitione) che dal, a, in el suo quadrato, b, sia fatto, c, adonque (per la diffinitione di numeri cubi), c, e cubo, & perche, c, d, e, f, sono continuamente proportionali, & similmente, f, g, h, k. & c, e cubo è necessario (per la uigesima & uigesima seconda propositione del ottauo libro) che, f, anchora sia cubo e pero etiam. K. & el medesimo in tutti li altri da duoi interlassadi, per laqual cosa è manifesto el secondo proposito. Et perche in el settimo termine, f, & in el terzodecimo n. & li altri interlassando li cinque medij & simplicimente in tutti quelli diquali el luoco sopra qual si uoglia moltiplice del senario aggionge la unità le computationi sono terminate de quadrati & de cubi. de quadrati per la intermissione di uno termine de cubi per la intermissione, de doi seguita adonque quelli esser quadrati (per la prima parte de questa) & cubati (per la seconda) per laqual cosa le dette computationi sono terminati di quadrato cubico Adonque tutto quello che è detto è manifesto.



Theorema. 9. Propositione. 9.

9 Se dalla unità seran disposti quanti numeri si uoglian di continua proportionalità, se quello che seguita la unità sarà quadrato, tutti li altri anchora saranno quadrati: & se quello che seguita la unità sarà cubo, tutti li altri anchora saranno cubi.

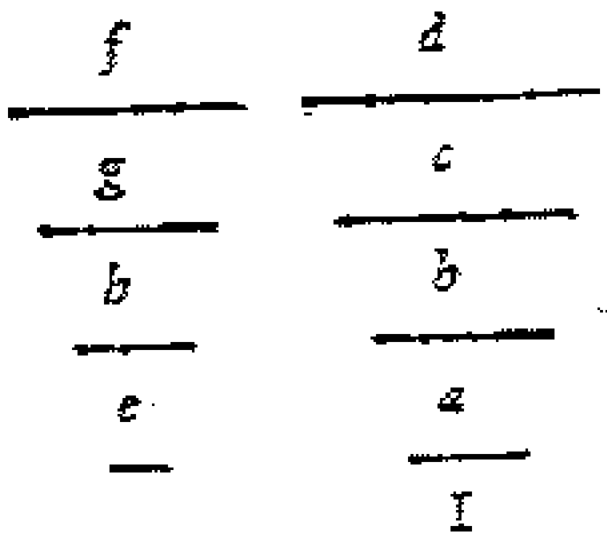
Siano quelli medesimi per auanti posti dalla unità continuamente proportionali. & sia, a, quadrato, dico tutti li altri essere quadrati, ouer se el medemo sarà cubo similmente, dico tutti li altri essere cubi, perche egliè manifesto, b, esser quadrato (per la precedente) perche adonque del. a. al. b. e si come del, b, al, c, (per la uigesima prima dell'ottauo) seguita, c, esser quadrato, el medemo anchora (per

La decimaottaua & uigesimaprima del medemo) tu puoi arguire, delli seguenti il medemo, & per il medemo modo, per laqual cosa è manifesto il primo proposito, & lo secondo se manifesta in questo modo, conciosia che, b, sia fatto del, a, in se medesimo, se, a, sarà cubo esso anchora (per la terza sarà cubo) et (per la precedente)e manifesto, c, esser cubo, adonque (per la uigesimaquarta del ottauo) tu approuarai, d, & tutti li altri seguenti essere cubi, perche è del, c, al, b, si come del, c, al, d, el medemo anchora tu puoi arguire (per la uigesima ouer uigesimaseconda del medesimo) perche, a, b, c, d, & b, c, d, e, & tolti cadauno a quattro continuamente, sono continuamente proportionali.

Theorema. 10. Propositione. 10.

10 Se dalla unità saranno disposti quanti si uogliano numeri de conti-

10 nua proportionalità, se quello che seguita la unità non sarà quadrato, alcuno delli altri non sarà quadrato, eccetto el terzo dalla unità, & da quelli che da li in dietro da uno intermesso si trouano quadrati. & se el secondo dalla unità non serà cubo niuno delli altri sarà cubo, eccetto el quarto dalla unità, et da li in dietro quelli che dalla intermission de duoi sono formati cubi.



Questa (dal opposito subietto della precedente) introdusse la parte della opposita passione, & dico parte, perche dalla ottaua è manifesto tutti li luochi dispari esser quadrati, & tutti quelli di quali el luoco sopra el ternario, ouer qual si uoglia multiplice di quello auanza la unità esser cubi, siano adonque quelli medesimi per quanti posti continuamente proportionali, & non sia, a, quadrato, ne etiam cubo. hor dico che de tutti li altri niuno e quadrato ouero cubico se nõ quelli che propone la ottaua, perche qual si uoglia altro sia posto quadrato. seguita (per la uigesimatertia dell'ottauo) a esser quadrato, & qual si uoglia altro sia posto cubo, seguita (per la uigesimaquarta del medesimo) a esser cubo, di quali l'uno e l'altro è contra al presupposito, adõque è manifesto el proposito.

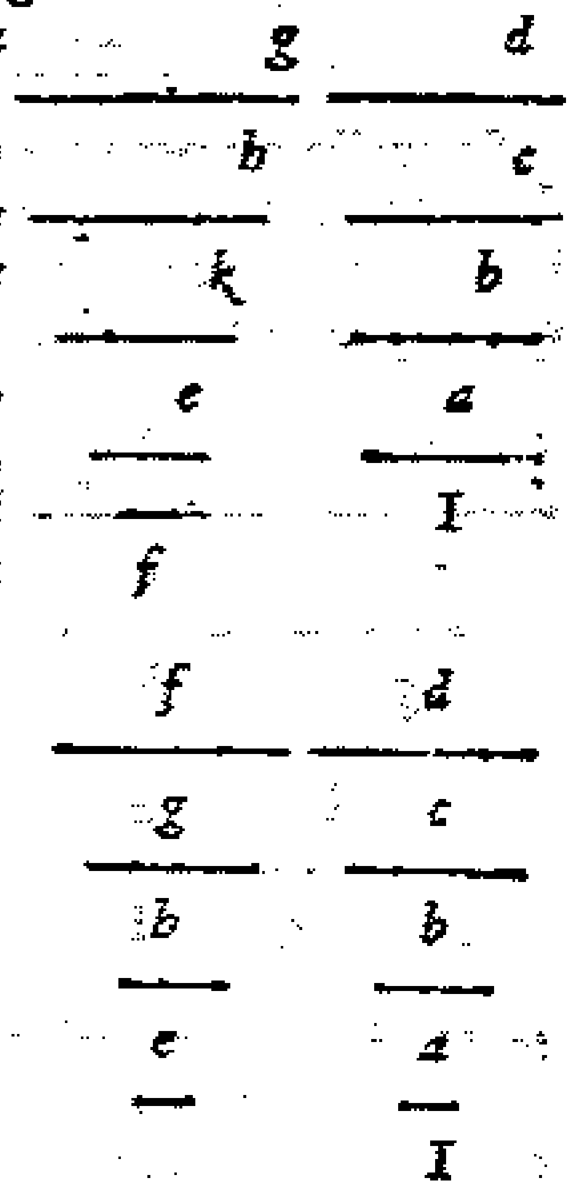
Theorema. 21. Propositione. 21.

11 Se alcuno numero primo numerarà l'ultimo de quanti numeri si uo-

12 glia dalla unità disposti di continua proportionalità, e necessario anchora numerare quello che seguita la unità.

Siano dalla unità per fin al, d, continuamente proportionali, & sia, e, numero primo, elqual sia posto numerare, d, dico che el medesimo, e, numerarà, a, perche se non lo numera sarà, a, esso primo (per la trigesimaquarta del settimo libro) e perche

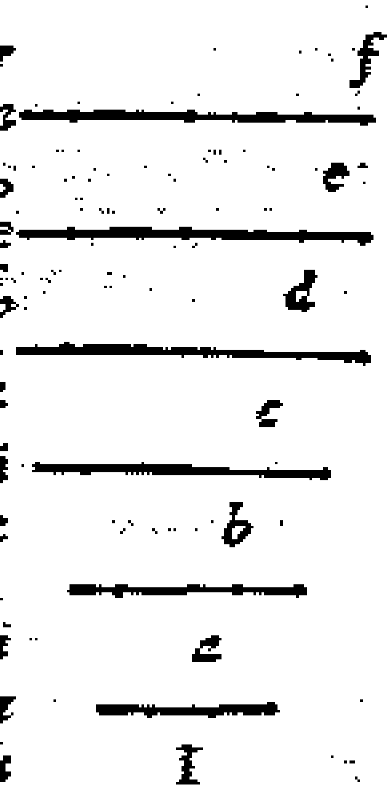
che dal,a,in se vien fatto,b. seguita (per la uigesima ottaua del medesimo libro) che esso anchora sia primo al,b, & (per la uigesima settima del medesimo) seguita quello essere primo al,c, & al,d, impero che da,a,in,b,vien fatto,c,et dal medesimo in,c,vien fatto,d,adõque qual non numera,d, essendo primo a esso,d,per laqual cosa accade el contrario del presupposito. A demostrare el medesimo altramente, essendo,e,primo se'l nõ numera,a,serà primo a esso (per la trigesima quarta del settimo) adonque (per la uigesima quinta del medesimo) seranno minimi in la sua proportione. ma perche,e,(dal presupposito) numera,d, sia che lo numeri secondo,f, ueramente è manifesto che dal,a,in,c,vien fatto,d,(per la seconda parte della uigesima del settimo) serà del,e,al,c,si come del,f,al,c,per laqual cosa (per la uigesima seconda del medesimo),e,numerarà,c, & sia che'l lo numeri secondo,g, & perche dal,a,in,b,vien fatto,c,seguita anchora (per le medesime & per el medesimo modo che el medesimo,e,numeri el,b,hor sia adonque che lo numeri secondo,h,et perche un' altra uolta dal,a,in se vien fatto,b,un' altra uolta è necessario (per le medesime propositioni) che el detto,e,numeri esso,a,& gia è stato supposito che'l non lo numeri adonque seguita lo impossibile.



Theorema.12. Propositione.12.

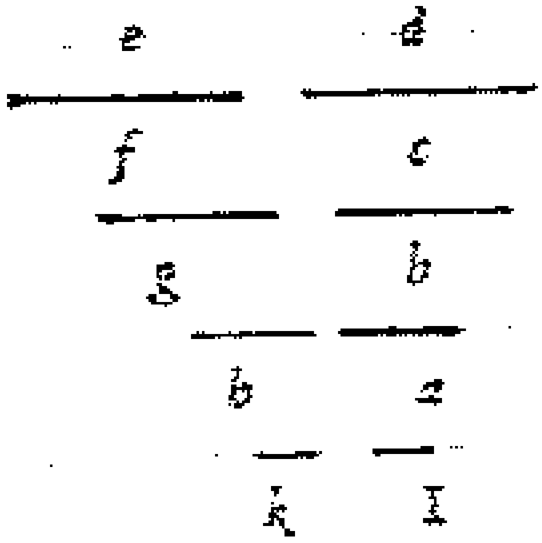
11
12 In li numeri dalla unità continuamente proportionali el minore numerarà el maggiore secondo alcuno numero disposito in quella proportionalità.

Siano termini dalla unità per fin al,f,continuamente proportionali dico niun de essi poter numerare,f, se non secondo alcun delli altri,perche egliè manifesto che,e,numera esso,f,secondo,a, perche dal,e,al,f,e si come della unità al,a,& ,d,numera el medemo,f,secondo,b,perche (per la equa proportionalità) el,d,al,f, e si come la unità al,b,del,c,anchora è manifesto per el medesimo modo che numeri quello secondo se medesimo. permutatamente,anchora,a,numera esso,f,secondo,e,imperoche si come la unità al,e,cosi è,a,al,f,et,b,lo numera secondo,d,perche si come la unità al,d,cosi e,b,al,f,uero è adonque quello che è sta proposito. Certamente ciascaduno termine che se propona numerare l'ultimo de quãti termini serà sotto l'ultimo el se conuẽte (per la equa proportionalità,& per la diffinitione) numerare quello per el numero de quel termine,che per altri tanti termini serà sopra alla unità.



Theorema.13. Propositione.13.

Se quello numero che seguita la unità, de quanti numeri si voglia
13 dalla unità continuamente proportionali, serà numero primo, niuno
13 numero numerarà el maßimo de quelli se non de numeri disposti in
quella proportionalità.



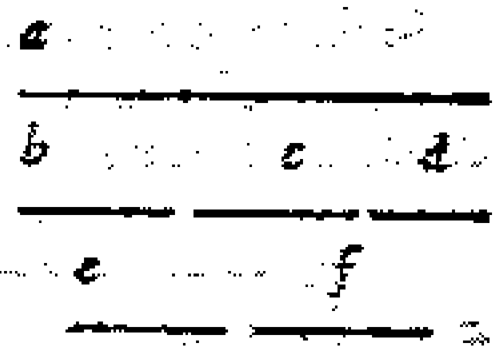
*Siano come per avanti li medesimi termini continuamente proportionali dalla unità per fina al,
d, et sia, a, numero primo. dico che niuno numero numerarà l'ultimo ne simplicemente alcuno de quelli
salvo alcuno de quelli che antecede l'ultimo, overo
quello che sia sia posto esser numerato perche se possibile fusse esser altramente (per l'adversario) poniamo che sia, e, diverso da quegli che numeri el, d, el-
qual, e, se serà primo (per la undecima numerarà,
a,) adonque, a, non è primo che contra il presupposi
to. Ma se esso serà composito è necessario (per la trigesima seconda del settimo) che
alcun numero primo numeri quello elqual non puol esser niuno altro salvo, a, per-
che se egli è altro che, a, (per l'adversario) come seria a dire, f, & conciosia che'l sia
necessario quello numerar, d, se arguirà, el medesimo numerar, a, (per la undeci-
ma) e cosi anchora, a, non seria primo. adonque, a, e primo numerante, e, ma perche
e, numera, d, sia che'l lo numeri secondo, g, & (per la seconda parte della vigesima
del settimo libro) serà, a, al, e, si come, g, al, c, (perche, d, vien fatto dal, a, in, c,) per
laqual cosa, a, numerando, c, & g, numerar, e, & sia che'l lo numeri secondo. h. &
seguita che, a, numeri, g, per quelle ragioni, per lequale seguitava che numerava,
e, altramente se, g, e primo numerādo, c, seguita (per la undecima) esso numerar, c,
et se gli è composito (per la medesima) seguita el numero primo numerante, g, nume
rare etiam a che è inconveniente. Adonque, a, numera quello seguita adonque (per
la seconda parte della vigesima del settimo) che, h, numeri anchora, b, impero che è
manifesto, c, esser produtto si dal, a, in, b, come del, g, in, h, adonque esso, h, nume-
ri esso, b, secondo. k. Et è manifesto (come per avanti del, g,) che, a, numeri, h, per-
che se non la numera non serà, a, primo. Adonque (per la seconda parte della
vigesima prima del settimo) seguita che. k. numeri. a. perche, b, e fatto si dal, a, in
se medesimo come del, h, in, k, & è manifesto, k, non esser, a, perche niuno di nu-
meri. g. h. k. e alcuno delli. a. b. c. d. perche se, g, fusse alcun de quelli, conciosia
che esso numeri, d, secondo, e, seria (per la precedente) anchora, e, alcuno de que-
gli & quel non era dal presupposito, adonque ne etiam el, g, ne serà, similmente
conciosia che, h, numeri, c, secondo, g, non serà, h, alcun di, a, b, c, perche el ne se-
ria (per la precedente) etiam, g, & è stato dimostrato qualmente el non è. Adōque
per la medesima ragione ne, h, ne, k, conciosia che esso numeri, b, secondo, b, se
quel fusse, a, se converia (per la precedente) anchora, b, esser, a, & gia non era*

ne. k.

ne, k, adonque serà, a, & numera quello adonque, a, non è primo laqualcosa è impossibile. A demostrare il medesimo altramente se, c, diverso da, a, b, c, d, numera, d, sia che'l lo numeri secondo, f, & perche, a, numero primo numera, d, produtto del, e, in, f, seguita per la trigesima quinta del settimo, che quel numeri, e, overo, f, numeri adonque, e, perche adonque si del, a, in, c, come del, e, in f, vien fatto, d, per la seconda parte della vigesima del settimo, serà del, a, al, e, si come del, f, al, c, adonque, f, numera, c, sia che, f, lo numeri secondo, g, & per la trigesima quinta del settimo serà anchora che, a, numeri, f, over, g, & sia che numeri, f, & seguita, per la seconda parte della vigesima del medesimo che, g, numeri, h, & sia che lo numeri secondo, h, come per quanti adonque, a, numerarà, g, over, h, & sia che numeri, g, adonque, h, per la seconda parte della vigesima prima del settimo numerarà, a, adonque se, h, non è equale al, a, adonque, a, non serà primo, che è contra il presupposito. Ma se la serà equale al, a, ciascaduno, di numeri, g, f, c, seran alcuno di, a, b, c, d, per la precedente, volta quante volte bisogna. Adonque, c, non è diverso da quelli laqualcosa è anchora contra al presupposito, per tanto è manifesto esser el vero quello ch'è sta proposto.

Theorema. 14. Propositione. 14.

14 Se serà proposto el minimo numero, numerato da piu numeri primi
14 assignati, niun'altro numero primo, numerarà quello eccetto, che quelli assignati.



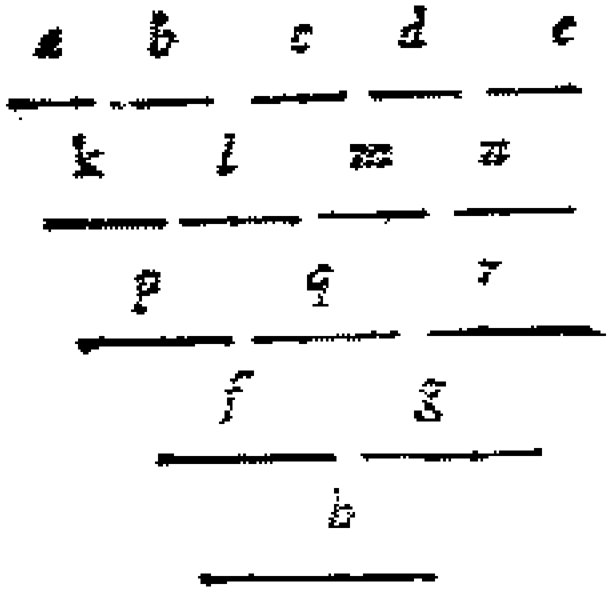
Sia, a, el minimo numero numerato dalli numeri primi, che sono, b, c, d. Dico che altro numero primo, eccetto che quelli non numerarà, a, & se possibil fusse per l'adversario che un'altro numero primo lo numerasse, poniamo che sia, e, elquale numeri quello secondo, f, adonque perche cadauno di numeri, b, c, d, numera, a, produtto de, e, in, f, & cadauno de quelli è primo, seguita (per la trigesimaquinta propositione del settimo libro,) che ciascaduno de quelli numeri, e, overo, f, ma perche nissuno numera, e, conciosia che egli è primo, adonque ciascaduno di quelli numera, f, conciosia adonque che, f, sia minore de, a, (perche lui numera quello secondo, e,) a, non sarà el minimo numerato da quelli, laqualcosa è inconveniente.

Theorema. 15. Propositione. 15.

15 Se quanti numeri si voglia, continuamente proportionali, seranno
0 li minimi secondo la sua proportione, ciascuno numero, che numeri alcuno de quelli, sarà commensurabile a l'altro di termini di quella proportione.

Se siano, a, b, c, d, e, continuamente proportionali, & li minimi secondo la proportione de, f, al, g, liquali siano pur in la sua proportione minimi, & essendo posto, h,

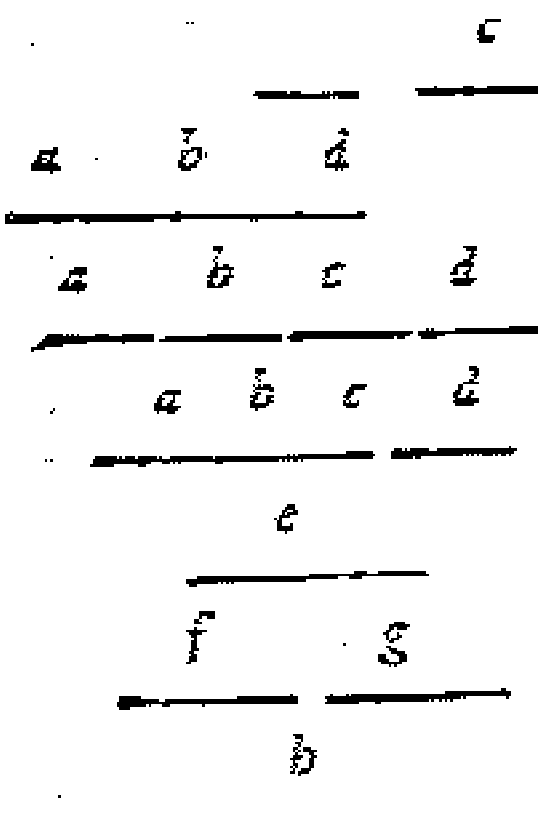
 numerare.



numerare.e. dico che.h. è commensurabile al .f. ouero al.g. perche essendo tolti li quattro minimi in quella proportione, liquali siano.k.l.n.m. etiã è manifesto (per la seconda propositione dello ottauo libro) che dallo.f.in.m.viene fatto,e, altramente, accaderia essere uno minore del minimo, laqual cosa essere non puo.adonque (per il correlario della trigesimaquinta propositione del settimo libro) h.sarà commensurabile allo.f.ouero al lo,m,ma se sarà commensurabile allo.f.è manifesto el proposito, ma se sarà commensurabile allo, m, siano tolti li tre termini minimi in quella proportione, liquali siano.p.q.r. & (per la seconda propositione dello ottauo libro) sarà che.m.sia fatto de.f.in r.accio che non siamo constretti a conceder essere alcuno minore del minimo, per laqual cosa (per il predetto correlario.) h.è commensurabile allo.f.ouero allo.r. ma perche non era commensurabile allo.f. perche essendo cosi si manifestaua il proposito, adonque è commensurabile allo.r.elquale per essere fatto (per la seconda propositione dello ottauo libro) dal.g.in se seguita (per il detto correlario) che h. sia commensurabile al.g.che è il proposito.

Theorema.16. Propositione.16.

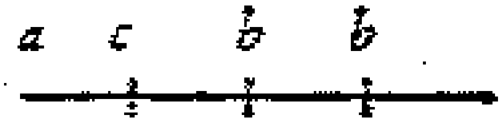
16 Se seranno quanti numeri si uoglia continuamente proportionali,
15 minimi in la sua proportione, qual si uoglia di quelli, se approua necessariamente essere primo al composito delli rimanenti.



Siano, a, b, c, d, continuamente proportionali, & minimi, dico che el composito de, a, b, c, essere primo al. d. perche se'l non sarà primo (per l'aduersario) alcuno numero numerarà el detto cõposito de. a.b.c. & d.elqual sia.e.per la precedente propositione) adonque, e, sarà communicante a uno de duoi termini di quella proportione, liquali siano.f.& g.adonque sarà alcuno numero numerante.e. & l'uno delli detti duoi termini. f.g. elquale sia. h.perche adonque.h numera.e.numerarà.d. & el composito de.a.b.c.& perche numera.f.ouero.g. l'uno & l'altro de quali numera l'uno et l'altro di duoi termini di mezzo, & simplicemente tutti se seranno, piu de duoi (per la seconda dell'ottauo) seguita che esso numerì.b.& c.adõque numera ancor.a.pche numera tutto.a.b.c.adõq; a.& .d.nõ sono contra se primi, laqualcosa non è conueniente (per la terza dell'ottauo) similmente anchora si manifestarà el composito de, a, b, d, esser primo al, c, perche se (co-

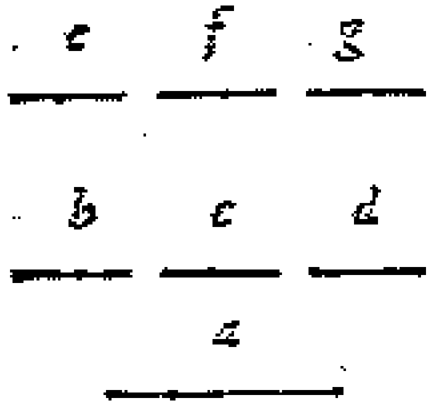
me

me per auanti,)e,li numera ambidui, ſeguita(per la precedente) che alcun numero, elqual ſia anchora.b.numeri.e.& l'un di duoi.f.g.adonque,b,numera,e,& tuto,a,b,d,& etiam.b.(conciosia che l'una e l'altra radice numera tutti li termini di mezzo, adonque numera etiam il composito de,a,&,d,& perche neceſſariamente numera l'un di doi,a,ouer,d,conciosia che(per la precedente lui numera o l'un o l'altro di dui termini.f.ouer.g.)numerarà il rimanente. Adonque.a.& d.non ſono contra ſe primi & coſi ſerà il medeſimo inconueniente come per auanti. Ma alcuni demoſtrano il medeſimo de tre quantità continuamente proportionale,& minime ſenza auſilio della precedente,perche approuano el composito de qualunque duoi eſſer primo al rimanente. Siano adonque li tre numeri continuamente proportionali,& minimi.a.b.c,li termini diquali ſiano.d.et.e. Dico al preſente che el composito del.a.& b.eſſer primo al.c.& el composito de.b.et.c.eſſer primo al.a.e anchora il composito del.a.& c.eſſer primo al.b.perche egli è manifeſto (per la



ſeconda propoſitione del ottauo) che dal.d.in ſe uien fatto.a.& dal dutto del medeſimo in.e.uien fatto.b.& dal.e.in ſe uien fatto.c.& (per la uigeſima terza del ſettimo) e manifeſto che.d.& .e.ſono contra ſe primi adonque (per la prima parte della trigeſima prima del medeſimo)tutto.d.e.ſerà primo all'uno, e l'altro de quelli perche adonque l'uno,e l'altro di duoi numeri.d.& .d.e.e primo al.e.& (per la uigeſima ſettima del medeſimo)quello che uien produtto dal,d.in.d.e.(et quello e il composito de.a.&,b,per la.5.delle ſequente)ſerà primo al.e.ſeguita adonque(per la uigeſima ottaua del medeſimo)che anchora il composito de.a.& b.ſia primo al.c.perche.c.uien fatto dal.e.in ſe. Anchora con ſimil demoſtratione tu approuerai il composito de.b.& c.eſſer primo al.a. Ma che il composito del.a.& c.ſia primo al.b.ſe demoſtra in queſto modo. Conciosia che l'un, e l'altro di duoi numeri.d.& e.ſia primi a tutto el.d.e.(per la uigeſima ſettima del.7.)ſerà che quello che uiene produtto del.d.in.e.(elquale e.b.) eſſer primo al.d.e.adonque (per la uigeſima ottaua del medeſimo)quello che peruien dal.d.e.in ſe ilquale(per la quarta del ſecondo per la.6.delle ſequente) e tanto quanto el composito del.a.& c.et del doppio del.b.ſerà primo al.b. Seguita adonque el composito de.a.& c.eſſer primo al.b.perche egli e neceſſario che ſel composito de duoi termini è primo a uno di quelli dalli quali è compoſto,ſia primo al reſtante,etiam li componenti fra loro e queſto è ſtato demoſtrato ſopra la trigeſima prima del ſettimo. Ma biſogna ſtabilire a fortificatione de queſta demoſtratione el composito del.a.& .b.eſſer produtto dal.d.in el composito del.d.& e.ſopposto che dal.d.in ſe ſia fatto.a.& dal medeſimo in.e.ſia fatto.b.& anchora che dal.d.e.in ſe ſia produtto il composito del.a.& .c.& del doppio del.b.ſopposto quello che per auanti, etiam che dal.e.in ſe ſia fatto.c. Adonque per riſpetto de queſto proponemo da demoſtrare le ſottoſcritte.

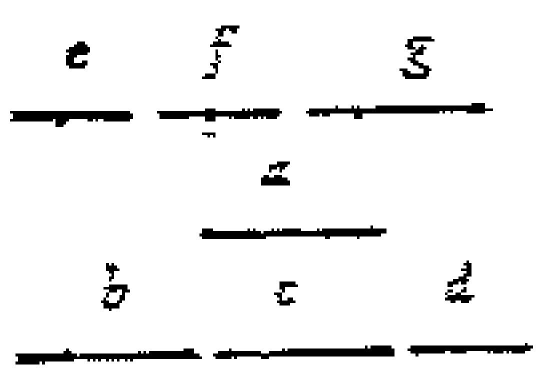
1 Quello che uien fatto dal dutto de uno numero in quanti numeri si uoglia è tanto quanto quello che uiene fatto del medesimo in el composito di quelli.



Il medesimo propone la prima del secondo de linee hor sia che dal .a. in .b. & in .c. & in .d. peruenga .e. & .f. & .g. Dico che dal .a. in el composito de .b. & .c. & .d. peruien il composito de .e. & .f. & .g. perche el seguita (per la conuersione de quello numero, che sia multiplicado) che tal parte sia .b. del .e. & tal .c. del .f. etiam tal .d. del .g. quale è la unità del .a. (per la quarta del settimo) adonque, tal parte anchora serà il composito de .b. & .c. & .d. del composito del .e. et .f. & .g. quale è la unità del .a. adonque (per la diffinitione) dal .a. in el composito de .b. & .c. & .d. uien fatto il composito de .e. & .f. & .g. che è il proposito.

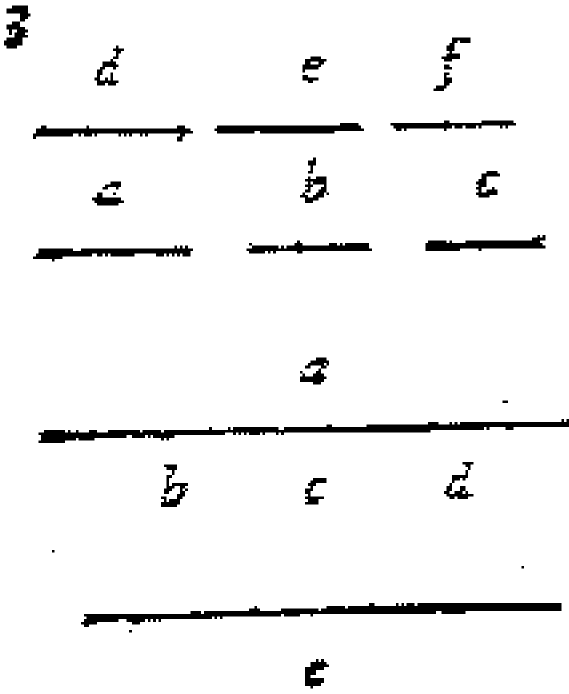
2 Quello che uien fatto dal dutto de quanti numeri si uogliano in uno numero, è equale a quello che uiene fatto dal composito de quelli, in el medesimo.

Questo è il conuerso modo de quello che è stato demostrato.



Come se dal .b. & .c. et .d. in .a. sian fatti .e. et .f. & .g. el composito anchora uien fatto dal composito in quel medesimo laqual cosa (per quello che demostrato dalla decima settima propositione del settimo libro) uien concluso facilmente el proposito.

3 Quel produtto che uien fatto dal dutto de quanti numeri si uoglia in quanti altri si uoglia, è equale a quello che uien fatto dal composito de questi in el composito de quelli.



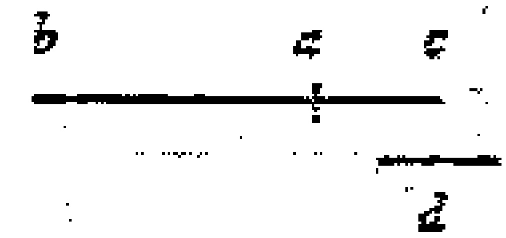
Come se .a. b. c. multiplicarino .d. e. f. cioe cadauno de loro in cadauno de quelli & siano aggionti li produtti insieme dico lo aggregatto dalli produtti, esser equale al produtto del composito de .a. & .b. & .c. in el composito de .d. & .e. & .f. perche (per la precedente) il produtto che uien fatto dal composito de .a. b. c. in .d. è quanto quello che uien fatto a uno per uno in esso .d. & cosi in .e. & in .f. & del composito de questi .a. b. c. in cadauno de quelli .d. e. f. (per auanti la precedente) fa quanto che del composito in el composito. Adonque è manifesto il proposito.

4 Diuiso che sia un numero in quanti parti si uoglia, tanto serà quel pro-

produtto che uien fatto de tutto quello in se medesimo quanto quello che uien fatto de quello in tutte le sue parti.

Il medesimo propone la. 2. del secondo de linee come se. a fusse diuiso in b. & c. & d. dico che tanto uien fatto del. a. in se quanto in tutti quelli b. c. d. perche posto. e. equale al. a. è manifesto (per la prima di queste incidente) tanto esser fatto del. e. in. a. quanto in tutte le parti de. a. Ma (per la concettione) del. e. in. a. uien fatto quanto del. a. in se & del. e. in se parti de. a. quanto del. a. in el medesimo. e. adonque è manifesto esser il uero quello ch'e sta detto.

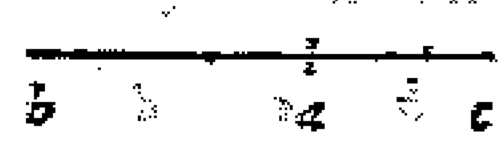
5 D'ogni numero diuiso in duoi quel produtto che uien fatto del tutto, in l'uno di diuidenti, è tanto quanto quello che uien fatto del medesimo diuidenti in se, & in l'altro.



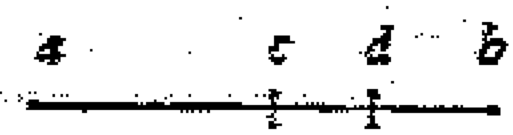
Il medesimo propone de linee la terza del secondo in linee esempli gratia, Sia. a. diuiso in. b. & c. dico produrse tanto del. a. in. c. quanto che del. c. in se. & in. b. perche quello che uien fatto del. a. in. c. e quanto quello che uien fatto del. c. in. a. (per la decima settima del settimo) adonque tolto. d. equal al. c. serà tanto del. a. in. c. quanto del. d. in. a. Ma (per la prima di queste) tanto è del. d. in. a. quanto che in. b. & c. perche adonque. d. in. a. & in. b. & in. c. è quanto. c. in. a. & in. b. & in se per la equalità del. c. & de. d. è manifesto il proposito.

6 D'ogni numero in duoi diuiso lo produtto che uien fatto del dutto del tutto in se è quanto quello che uien fatto del dutto dell'uno e l'altro di diuidenti in se, & dell'uno de quelli, due uolte in l'altro.

Il medemo in linee propone la quarta del secondo, come se. a. sia diuiso in. b. & c. dico tanto essere fatto del. a. in se quanto del. b. in se & del. c. in se & del. b. due uolte in. c. perche (per la quarta de queste) quello che uien fatto del. a. in se è quanto quello che uien fatto de quel medesimo in. b. & in. c. ma quello che è fatto di quello in. b. (per la precedente) è quanto quello del. b. in se & in. c. & del. a. in. c. (per la medesima) e quanto del. c. in se & in. b. & perche del. c. in. b. e tanto quanto del. b. in. c. (per la decima settima del settimo) le chiaro esser el uero quello che se propone.



7 D'ogni numero diuiso in due parti equale, & in due inequale lo produtto che uien fatto della maggiore delle inequale in la minor, con lo quadrato dello intermedio è equale al quadrato della mitade del tutto.



Questo medesimo de linee propone la quinta del secondo, come se. a. b. sia diuiso in dui numeri equali liquali siano. a. c. & c. b. & anchora in dui inequali diquali il mag-

il maggiore sia, a, d, & minore, d, b. dico che quel produtto che vien fatto de tutto, a, d, in, d, b, cō il quadrato de, c, d, è equale al quadrato de, c, b. Perche (per la precedente) il quadrato de, c, b, è equale al quadrato de, c, d, e al quadrato de, d, b, & a quello che vien fatto del, b, d, in, c, d, due volte. Ma il dutto del, b, d, in se medesimo, e in, c, d, (per la prima propositione de queste) fa tanto quanto il dutto di quello medesimo in, c, b, e pero quanto che in, a, c, adonque del, b, d, in se & in, c, d, due volte fa tanto quāto del medesimo, b, d, in, a, d. (per la medesima) adonque il quadrato de, c, b, supera quello che vien fatto del b, d, in, a, d, in el quadrato de, c, d, per ilche è manifesto il proposito.

8 Quando serà un numero diuiso in due parti equali, & che a quello serà aggiunto uno altro numero, lo produtto che vien fatto dello dutto de tutto il composito, in lo numero aggiunto, con il quadrato della mitade, equale al quadrato della mità, dello aggionto insieme.

Questo medesimo de linee propone la sesta del secondo libro sia il numero, a, b, diuiso in duoi numeri equali liquali siano, a, c, & c, b, & sia aggiunto a quello il numero, b, d, dico quello produtto che vien fatto de tutto, a, d, in, d, b, cō il quadrato de, c, b, esser equale al quadrato de, c, d, (per la sesta propositione de queste) el quadrato di, c, d, è equale al quadrato de, d, b, & al quadrato de, b, c, & a quello che vien fatto de, b, d, due volte in, b, c, ma (per la prima de queste) del, b, d, in se & in, b, c, due volte è quanto del, b, d, in, d, a, (perche, a, c, & c, b, sono equali) adonque il quadrato de, c, d, supera quel produtto che vien fatto del, b, d, in, d, a, in el quadrato de, c, b, che è il proposito.

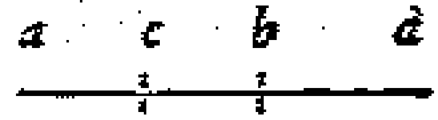
9 Quando uno numero sia diuiso in duoi numeri quel produtto che vien fatto, del tutto in se insieme con quello che vien fatto dell'uno di diuidenti se è equale a quello che vien fatto del tutto in el medesimo due volte insieme, con quello che vien fatto dall'altro diuidenti in se.

El medesimo propone la settima del secondo de linee, perche se sia il numero diuiso in, b, & in, d. Dico lo quadrato de, a, con lo quadrato del, d, esser tanto quanto quello che vien fatto dal, a, in, d, due volte con lo quadrato del, b, perche egli è manifesto (per la sesta propositione de queste) che'l quadrato de, a, e, tanto quanto il quadrato de, d, & il quadrato de, b, & quello che vien fatto del, d, due volte in, b. Adonque il quadrato de, a, con il quadrato de, d, e tanto quanto quel che vien fatto del, d, due volte in se & due volte in, b, con il quadrato de, b. Ma quello che vien fatto del, d, due volte in se & due volte in, b, e quanto quello del, d, due volte in, a, (per la prima de queste) adonque quello che vien fatto del, d, due volte in, a, con il quadrato de, b, e quanto il quadrato de, a, con il quadrato de, d, per laqual cosa è manifesto il proposito.

Quando

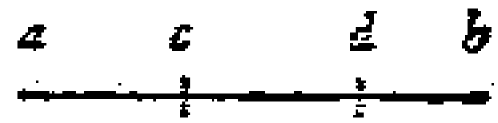
10 Quando uno numero serà diuiso in duoi parti, & a quello sia aggiunto un numero equale a uno di diuidenti, el quadrato de tutto il composito è equale al quadruplo de quello che uien fatto del primo in lo aggiunto con il quadrato dell'altro.

Questo medesimo propone la ottaua del secondo de linee hor sia il numero, a, b, diuiso in, a, c, & , c, b, al qual sia aggionto, b, d, el qual sia posto equale al, c, b, dico il quadrato de, a, d, esser tanto quanto è quello che uien fatto dal, a, b, in, b, d, quattro uolte gionto con il quadrato de. a. c. impero che (per la sesta propositione de queste) il quadrato de. a. d. è equale al quadrato de. a. b. & al quadrato de, b, d, & a quello che uien fatto del. a. b. in b. d. due uolte, et perche il quadrato de. b. d. è equale al quadrato de. b. c. serà il quadrato de. a. d. equale al quadrato de. a. b, & al quadrato de. c. b. & a quello che uiē fatto dal, a, b, in, b, d, due uolte, ma (per la precedente) il quadrato de, a, b, con il quadrato de, c, b, è tanto quanto il quadrato de, a, c, con quello che uien fatto dal. a. b. due uolte. in. b. c. adonque il quadrato de. a. d. è tanto quanto quello che uien fatto del, a. b, in, b, d, due uolte & dal, a, b, in, b, c, due uolte con il quadrato de, a, c, et perche del, a, b, in, b, c, fa tanto quanto in, b, d, è manifesto esser il uero quello che stato proposto.



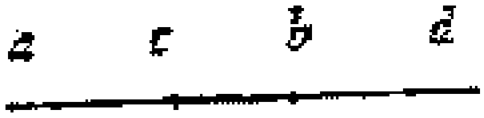
11 Quando un numero serà diuiso in due parti equali & in due inequale, li quadrati de ambedue le inequale tolti insieme sono il doppio del quadrato della mità, & del quadrato de quello che se intende dalla parte inequale alla equale tolti insieme,

Questo medesimo propone la nona del secondo de linee hor sia il numero. a. b. diuiso in duoi numeri equali (li quali siano, a, c, & , c, b,) & in duoi inequali, li quali siano, a, d, & , d, b, dico che li quadrati di duoi numeri, a, d, & , b, d, tolti insieme, sono el doppio delli duoi quadrati delli duoi numeri. a. c. & . c. d. tolti insieme, perche (per la sesta di questo) il quadrato de, a, d, e quanto il quadrato de, a, c, & il quadrato de. c. d. & il doppio de quello che uien fatto de, a, c, in, c. d. ma perche. a. c. è equale al. c. b. serà il quadrato de. a. d. quanto il quadrato de. b. c. & il quadrato de. c. d. & il doppio de quello che uien fatto dal. b. c. in. c. d. Adonque il quadrato de. a. d. con il quadrato de. b. d. sono quanto il quadrato de. b. c. & il quadrato de. c. d. & il doppio de quello che fatto dal. b. c. in. c. d. & il quadrato de. b. d. Ma il doppio di quello che uiē fatto dal. b. c. in. c. d. con il quadrato de. b. d. è equale al quadrato de. b. c. & al quadrato de. c. d. (per la nona de queste) adonque li quadrati delli duoi numeri. a. d. & . d. b. sono quanto li quadrati delli duoi numeri. b. c. & . c. d. duplicati, & perche. b. c. & . c. a. sono equali è manifesto il proposito.



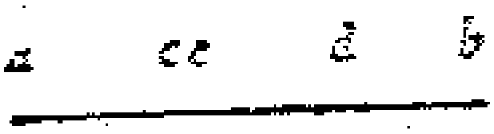
12 Quando un numero serà diuiso in due parti equali & che a quello ne sia aggiunto un altro, El quadrato de tutto il composito cō il quadrato del-

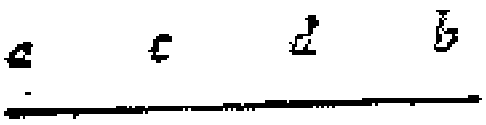
to dello aggionto, sono doppij al quadrato della mità de quello, con il quadrato del composito, della mità, & dello aggionto.



El medesimo propone la decima del secondo de linee. Hor sia il numero.a.b. diuiso in le due parti equale.a.c. & .c.b. & sia aggiunto a quello il numero.b.d. Dico il quadrato de.a.d. con il quadrato de.b.d. esser doppio al quadrato de.a.c. insieme con il quadrato de.c.d. perche essendo il numero.c.d. diuiso in due parti & a quel e aggiunto.a.c. equal a uno de diuidenti, (per la decima de questo) serà il quadrato de.a.d. quanto quello che vien fatto del.c.d. in.c.a. quattro volte & poi aggionto con il quadrato de.b.d. & perche.a.c. è equale al.c.b. il quadrato de.a.d. serà quanto quello che vien fatto del.d.c. in.c.b. quattro volte gionto con il quadrato del.b.d. adonque il quadrato de.a.d. con il quadrato de.d.b. serà quanto quello che vien fatto del.d.c. in.c.b. quattro volte insieme con il doppio del quadrato de.b.d. & questo (per la nona propositione de queste) è doppio al quadrato de.c.d. insieme con il quadrato de.c.b. adonque conciosia che il quadrato de.c.b. sia equale al quadrato de.a.c. è manifesto il proposito.

13 Eglie impossibile a diuidere alcun numero talmente che quello che vien contenuto sotto dil tutto, & una delle parti di quello sia equale al quadrato di l'altra parte.



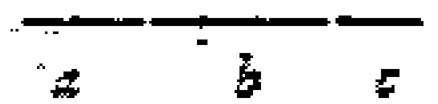


Quello che propone la undecima del secondo de far in linee, l'Auttor demostra questo esser impossibile in numeri, hor sia.a.b. qual si voglia numero. Dico esser impossibile quello esser diuiso cosi come se propone, perche essendo cosi seria diuiso secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, come è manifesto per la diffinitione, & per la trigesima propositione del sesto. Et se questo po esser (per l'aduersario) sia diuiso in.c. & sia del.a.b. al.b.c. si come del.b.c. al.c.a. adonque.a.c. serà minore del.c.b. sia adonque detratto da quello uno equale a lui, elquale sia.c.d. adonque perche la proportione del tutto.a.b. a tutto il.b.c. è si come del.b.c. (detratto dal.a.b.) al.c.d. (detratto dal.b.c.) la medesima serà per la.19. del.a.c. (residuo del.a.b.) al.b.d. (residuo del.b.c.) per laqual cosa del.b.c. al.c.d. serà si come del.c.d. al.d.b. adonque.c.d. serà maggior del.b.d. Adonque detratto.d.e. de.c.d. (cioe che.d.e. sia equale al.d.b.) serà etiam la proportione de.b.c. al.c.d. si come del,c,d, al,d,e, per laqual cosa cosi serà de,d,b, (residuo de.c.b.) al,e,c, (residuo del,c,d,) adonque tu poi detraher,c,e, dal e,d,e per tanto ei non si trouarà il fine di questa detrattione laqual cosa è impossibile. Hora ritornamo al nostro proposito.

Theorema.17. Propositione.17.

17/16 Se seranno duoi numeri contra se primi quanto che è il primo de quelli al secondo, è impossibile esser tanto il secondo ad alcuno terzo.

Siano.a. & .b.contra se primi. Dico essere impossibile di aggiongere a quelli alcuno altro numero in continua proportionalità. Perche se questo fusse possibile (per l'aduersario) sia.c.perche adonque.a.al.b.e si come del.b.al.c. & .a. & .b. sono minimi in la sua proportione (per la uigesima quinta propositione del settimo) seguita (per la uigesima seconda propositione del medesimo) che.a.numeri.b.ilquale conciosia, anchora che'l numeri se medemo.a. & .b. non seranno contra se primi laqualcosa è il contrario di quello che è stato supposto.



Theorema.18. Propositione.18.

18 Se li duoi estremi de quanti si uoglian numeri continuamente pro-
17 portionali, seranno contra se primi, e impossibile esser tanto l'ultimo ad alcun altro quanto è il primo al secondo.

Siano.a.b.c.continuamente proportionali, & siano.a. & .c.contra se primi, dico che non li puo essere aggiunto, a quelli un'altro numero in quella medesima proportione, perche se questo potesse esser (per l'aduersario) sia.d. perche adonque del.a.al.b. e si come del.c.al.d. permutatamente del.a.al.c. serà si come del.b.al.d. Ma.a. & .c.sono in la sua proportione minimi (per la uigesima quinta del settimo) adonque per la uigesima seconda del medesimo.a. numera.b.per laqualcosa etiam numera.c.perche di numeri continuamente proportionali, se'l primo numera il secondo, quel medesimo li numera tutti, & simplicemente qual si uoglia precedente numera qual si uoglia sequente, ma perche etiam numera se medemo, non seranno.a. & .c.contra se primi laqualcosa è inconueniente.

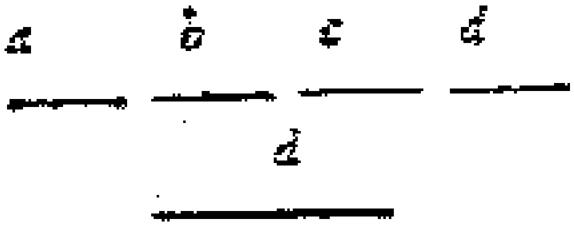
Theorema.19. Propositione.19.

19 Proposti duoi numeri puotemo considerare se possibile a quelli sia
18 trouarui un terzo continuamente proportionale.

Siano.a. & .b.li duoi numeri proposti, uoglio cercar se a quelli pol esser aggiunto un terzo sotto continua proportionalità. Adonque se essi sono contra se primi e impossibile (per la decima settima.) Ma se sono composti sia dutto.b.in se medesimo & peruenga.c.ilquale,a.lo numera sarà gli un terzo continuamente proportionale. Ma sel non lo numera non gli serà un terzo continuamente proportionale.perche numerãno quello secondo.d.serà quello che cercamo (per la seconda parte della uigesima del settimo) sia adonque che'l non numeri quello e che tamen (per l'aduersario) sia del.a.al.b.si come del.b.al.d. Adonque perche dal.b.in se uien fatto.c.seguita (per la prima parte della uigesima del settimo) che dal.a.in.d.sia fatto il medesimo.c.adonque.a.numera.c.secondo.d. & era posto che'l non lo numeraua per laqual cosa seguita lo impossibile.

Theorema.20. Propositione.20.

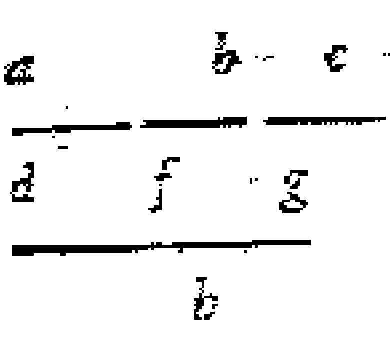
20/19 Dati tre numeri continuamente proportionali, puotemo cercare se gli sia alcun quarto a quelli continuamente proportionale.



Siano.a.b.c.continuamente proportionali uoglio cercare se un'altro puol esser aggiunto, a quelli sotto continua proportionalità. adonque se.a.&.c.sono contra se primi, e inpossibile (per la decimaotti ana propositione) se sono composti, sia.d.quello che peruiene dal, b, in, c, elquale, d, se, a, lo numera serà possibile esserui aggiunto un quarto, ma se'l non lo numera non serà possibile, perche numeranno quello secondo, e, elqual, e, serà quello elqual cercamo (per la seconda parte della uigesima del settimo) sia adonque che'l non numeri quello è niente di manco (per l'aduersario) che dal, a, al, b, sia si come dal, c, al, e. Adonque perche dal b, in c, uien fatto, d, seguita (per la prima parte della uigesima del settimo) che dal, a, in, e, sia fatto il medesimo, d, adonque, a, numera, d, secondo, e, & era posto che'l non lo numeraua, el medesimo tu puoi inuestigare in quanti proposti numeri si uoglia continuamente proportionali, perche se li duoi estremi siano contra se primi la intentione ha fine (per la decima ottaua) ma se siano composti se'l primo numera el produtto del dutto del secondo in el ultimo. quel numero secondo elqual lui lo numera è quello che cercamo (per la seconda parte della uigesima del settimo) ma se'l primo non numera il detto produtto niun serà che possa esser posto perche posto qual si uoglia (per la prima parte del medesimo) secondo esso posto el primo numerarà el produtto equal era posto che'l non lo numeraua che è inconueniente.

Theorema.21. Propositione.21.

21/20 Dati quanti numeri primi si uoglia, è necessario esser alcuno numero primo da quelli diuerso.

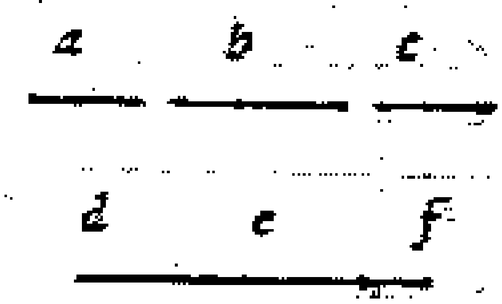


Niente altro se intède de demostrare saluo che li numeri primi siano infiniti, perche se siano, a, b, c, numeri primi, dico esser alcuno altro numero primo diuerso da quelli, perche se sia, d, f, el minimo numero che numerano li predetti numeri primi, al qual aggionta la unità sia fatto, d, g, elqual, d, g, o che egliè numero primo, ouer composito, se egliè primo è manifesto el proposito, se egliè composito alcun numero primo numera quello elqual sia.b.elqual.b. non è possibile esser alcun di primi proposti, perche se quello fusse alcun de quelli conciosia che qual si uoglia de essi numera, d, f, esso anchora numeraria el medesimo, & perche lui numera, d, g, bisognaria esso numerare, f, g, elqual è la unità laqual cosa è impossibile, el medesimo seguita posto, d, f, qual numero si uoglia che sia numerato da, a, b, c, per laqual cosa è manifesto il proposito.

Theo-

Theorema. 22. Propositione. 22.

22 / 21 Se seranno congregati insieme quanti numeri pari si voglia, anchora tutto lo aggregato da quelli serà paro.



Sia cadauno di tre numeri. a. b. c. paro dico el composito da quelli esser paro perche (per la conversione della diffinition) ciascaduno da quelli ha la mitade, Siano adonque le mitade de quelli, d, e, f, perche adonque si come del, a, al, d, cosi serà del, b, al, e, & del, c, al, f, adonque (per la terziadecima del settimo) si come del, a, al, d, cosi serà tutto el composito de, a, b, c, a tutto el composito de, d, e, f, adonque, d, e, f, e la mità de, a, b, c, adonque, a, b, c, (per la diffinitione) e paro che è il proposito.

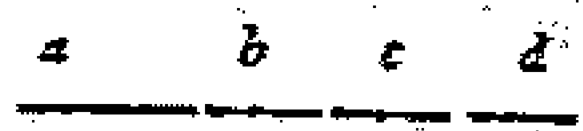
Theorema. 23. Propositione. 23.

23 / 22 Se numeri dispari, pari di moltitudine, seranno congregati insieme anchora tutto lo aggregato da quelli serà paro.

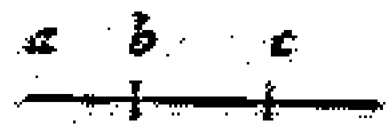
Sia cadauno di numeri, a, b, c, d, disparo, dico el composito de quegli essere numero paro, perche levando uia a cadauno la unità è manifesto li residui esser pari, & perche quelle unitade levate uia componeno numero paro (conciosia che sian de numero pare) è manifesto il proposito per la precedente.

Theorema. 24. Propositione. 24.

24 / 23 Se seranno congregati insieme numeri dispari, de moltitudine dispara, Anchora tutto lo aggregato da quelli è necessario essere disparo.

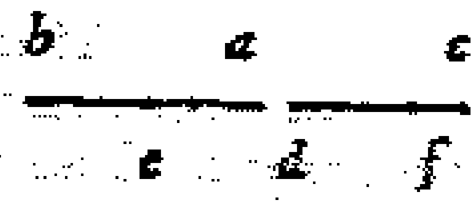


Sia cadauno di numeri. a. b. c. disparo. dico tutto il composito da questi esser disparo, perche el composito de, a, & b, (per la precedente serà) paro & perche, c, levata uia la unità è paro (per la avanti della precedente) tutto, a, b, c, levata uia la unità serà paro, adonque (per la diffinition) è manifesto el tutto esser disparo.



Theorema. 25. Propositione. 25.

25 / 24 Se da un numero paro, sia detratto uno numero paro, lo rimanente serà paro.



Sia, a, numero paro, dal quale sia detratto, b, el qual anchora sia paro, & lo residuo sia, c, dico, c, necessariamente esser paro, perche essendo, d, la mità de, a, & ancora, e, la mità de, b, & detratto, e, de, d, sia el rimanē-

te.f.(per la duodecima del settimo) serà del.c.al.f.si come del.a.al.d. perlaqual coſa,f,e la mità de.c.adonque,c,e paro che è il propoſito.

Theorema. 26. Propoſitione. 26.

26 / 26 Se da un numero diſparo ſia detratto un numero diſparo, lo rimanente ſerà paro.

Sia.a.b.numero diſparo dal qual ſia detratto.b.c. elqual anchora ſia diſparo; dico lo rimanente (elqual e.a.c.) eſſer paro perche eſſendo detratto dall'uno e l'altro di duoi numeri.a.b.& .b.c,la unità,laqual ſia.d.b.& l'uno e l'altro di duoi reſidui (liquali ſono.c,d,& ,d,c,) ſerà paro adonque (per la precedente) e manifeſto,a,c,eſſer paro,che è el propoſito.

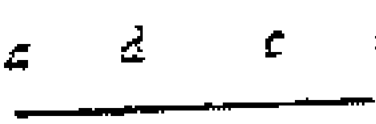
Theorema. 27. Propoſitione. 27.

27 / 27 Se da un numero diſparo ſerà ſottratto un numero paro, quello che rimanerà ſerà diſparo.

Sia,a,b,diſparo,dalqual ſia detratto,a,c,elqual ſia paro,dico el reſiduo,c,b,eſſer diſparo,& per dimoſtrar queſto ſia detratta la unità,b,d,perche,a,d,reſtarà paro,et perche,a,c,è paro (per la uigeſimaquinta) c,d,ſerà paro adonque eſſendo,d,b, la unità ſerà.c.b.diſparo che è il propoſito.

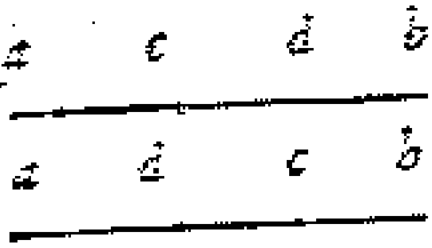
Theorema. 28. Propoſitione. 28.

28 / o Se da un numero paro tu cauarai un numero diſparo quello che rimanerà ſerà diſparo.



Sia,a,b,numero paro, dalquale ſia tolto.a.c, elquale ſia numero diſparo dico lo reſiduo,c,b,eſſer diſparo & per dimoſtrar queſto ſia ſottratta la unità de.a.c,(laqual ſia, c,d,) & ,a,d,ſerà paro adonque (per la uigeſima quinta) anchora d,b, ſerà paro, adonque perche,d,c,e la unità ſeguita,c,b,eſſer diſparo che è il propoſito.

Theorema. 29. Propoſitione. 29.

29 / 28 

Se ſerà multiplicato uno numero diſparo in un numero paro quel che ſe produrà da quelli ſerà paro.

Per la uigeſima terza è manifeſto quello che ſe dice in queſta propoſitione.

Theorema. 30. Propoſitione. 30.

30 / 29 Se ſerà multiplicato un numero diſparo in un numero diſparo quello che produrà ſerà diſparo.

Anchora queſta (per la uigeſimaquarta è manifeſta.

Theo-

Theorema.31. Propositione.31.

31/0 Se un numero disparo, numerarà un numero paro, numerarà quello per numero paro.

Perche se'l numerasse quello per numero disparo del dutto del numero disparo in lo numero disparo se produria paro laqual cosa è inconueniente per la precedente.

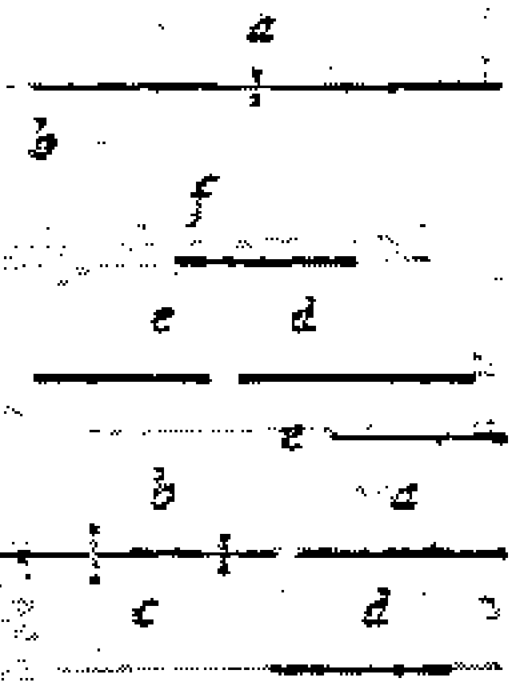
Theorema.32. Propositione.32.

32/0 Se un numero disparo numerarà un numero disparo lui numerarà quello disparmente.

Perche se'l lo numerasse parimente seguiria che del numero disparo in numero paro fosse fatto disparo, laqual cosa è inconueniente per la.29.

Theorema.33. Propositione.33.

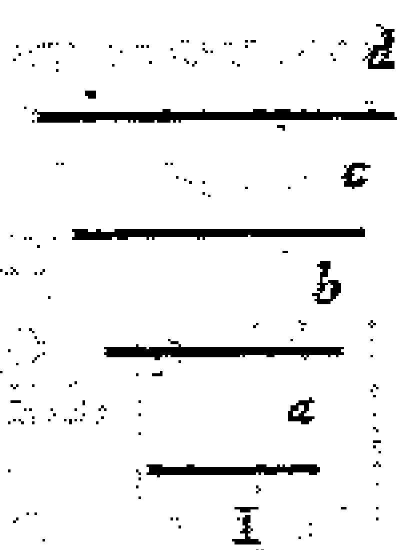
33/30 Se un numero disparo misurerà un numero paro, le necessario quel misurare anchora la mitade del medesimo.



Sia.a. numero paro, la mità del quale sia,b,& sia c.un numero disparo, elqual numeri,a,dico che,c,numerarà.b. Hor ponemo che lui numeri.a. secondo.d. & (per la trigesima prima),d,serà numero paro adonque sia,e,la mità di quello & sia dutto,c,in,e,& peruenga,f,& (per la decima ottaua del settimo) del,a, al,f,serà si come del,d,al,e,et perche anchora del,a,al b,e si come del,d,al,e,seguita esser,b,& f,equali adonque conciosia che,c,numeri,f,el medesimo numerarà,b,che è il proposito.

Theorema.34. Propositione.34.

34/31 Se un numero disparo, serà primo ad alcun numero, el medesimo disparo serà primo al doppio del medesimo numero.



Sia,a,numero disparo primo al.b.el doppio del quale sia.c.dico che.a.e primo al,c,ma essendo altramente (per l'aduersario) ponimo che,d,numeri quelli et conciosia che,a,sia disparo seguita,d,esser disparo (perche alcuno numero elqual numera un numero disparo è disparo) per la precedente adonque d. numerarà el,b.adonque.a.& b.non son contra se primi laqual cosa è contra el presupposito.

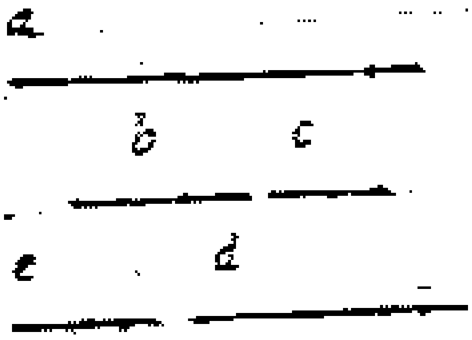
Theorema.35. Propositione.35.

35/32 **Solamente li numeri dal binario doppii sono parimente pari.**

Siano li numeri, a, b, c, d, dalla unità continuamente proportionali, & sia, a, el numero binario. dico tutti li detti numeri esser parimente pari, & niun altro puol esser parimente paro eccetto quelli che pono crescere in infinito secondo questa proportione. che questi siano parimente pari, egliè manifesto (per la diffinitione) conciosia che (per la duodecima) qualunque precedente numera qualunque sequente per alcun de quelli liquali tutti bisogna esser pari & niun altro numera alcun de loro (per la terciadecima) imperoche, a, elqual è el binario che seguita la unità e primo. Ma che niun altro for de quelli sia parimente paro se manifesta in questo modo, perche supponiamo alcuno (per l'aduersario) sia diuiso in due mità, & la mità di quello in due altre mità, & questo sia fatto per fina a tanto che un numero, ouero la unità impedisca la diuisione laqual cosa è necessario uenire (per la ultima petitione) ma se un numero prohibira questa diuision esso serà disparo elqual conciosia che lui numeraria el numero posto parimente paro. Adonque lo numero supposito parimente paro non seria parimente paro che è inconueniente. Ma se serà la unità che prohibisca la diuisione (per la. 13. ouer. 15.) non serà altro fora delli continuamente doppii dalla unità.

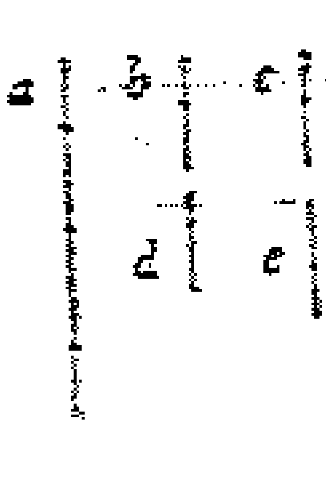
Theorema.36. Propositione.36.

36/33 **Lo numero, del quale la mitade è disparo è parimente disparo.**



Sia, a, un numero la mitade del quale (laqual sia, b,) sia disparo. dico, a, esser numero parimente disparo, & per dimostrar questo sia, c, el numero binario, adonque è manifesto che dal, c, in, b, uien fatto, a. Hor sia, d, qual si uoglia numero paro numerante, a, elqual numeri quello secondo, e, & (per la seconda parte della uigesima del settimo) serà del, e, al, b, si come del, c, al, d, adonque, e, numera, b, perche etiam, c, numera, d, (perche el binario numera tutti numeri pari) serà adonque, e, numero disparo perche etiam, b, era numero disparo adonque per la diffinitione, a, e parimente disparo, che è il proposito.

Theorema.37. Propositione.37.

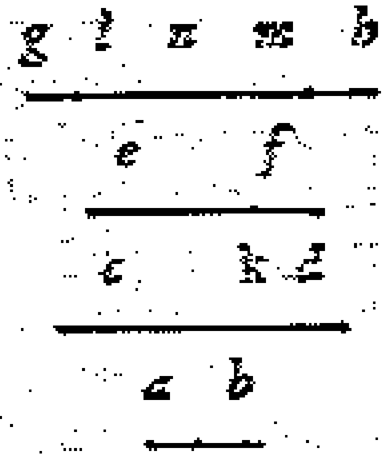
37/34 

Ogni numero non di doppi dal binario, che la mità di quello sia paro e parimente, & disparimēte paro.

Sia el numero, a, non doppio da duoi, del quale la mità (laqual sia, b,) sia posta paro, dico esso esser parimente & disparimente paro. Hor per dimostrar questo, sia, c, el binario del quale è le è manifesto che esso numera, a, secondo, b, & perche a, non è doppio da dui, e necessario se la mità di quello (laqual e, b,) venga divisa in altre due mità, & la mità della mità in altre due che finalmente occorra un numero impediente la divisione, elqual serà disparo (per questo che'l non receue la divisione) & sia quello in equale resta la divisione, d. certamente è necessario la detta divisione restare in numero perche se la pervenisse per fina alla unità seria, a, di numeri doppii dal binario, diquali (per el presupposito) non è ma del, d, e manifesto che esso numerá, a, (per questa scientia, ogni numero numerante un'altro numera. ogn'uno numerato da quello) numeri adonque quel secondo, e, & e, serà paro. Altramente conciosia che, d, sia numero disparo seguita (per la trigesima), a, esser disparo adonque perche, b, (numero paro) numera, a, secondo, c, elquale anchora è paro (perche è el binario) & e numero paro numera el medesimo secondo, d, elqual è disparo è manifesto (per la diffinitione) el numero a. esser parimente & disparmente paro che è el proposito.

Theorema. 38. Propositione. 38.

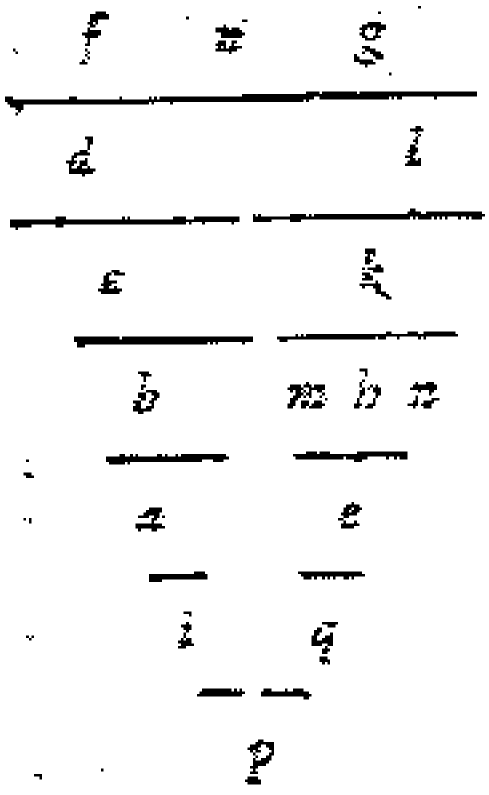
38 / 35 Se del secondo etiam del ultimo di numeri continuamente proportionali sia cavado fora el primo, quanto è el rimanente del secondo al primo el se approua necessariamente esser tanto lo rimanente del ultimo allo aggregato de tutti li precedenti.



Siano continuamente proportionali, a, b, c, d, e, f, g, h, et sia levado dal, c, d, una parte equal al, a, b, laqual sia, c, k, e similmente dal, g, h, laqual sia, g, l. Al presente dico che la proportione del, k, d, al, a, b, e si come de, l, h, al composito de, e, f, c, d, & a, b, & per dimostrar questo sia tolto dal, g, h, una parte equale al, e, f, (laqual sia, g, m,) & similmente una equale al, c, d, (laqual sia, g, n,) onde, l, n, serà equale al, k, d, & è manifesto (per la duodecima, del settimo conciosia cosa che sia del, g, h, al g, m, si come del, g, m, al, g, n,) che el residuo, h, m, al residuo m, n, serà si come, g, h, al, g, m, e pero & si come, e, f, al, c, d, anchora per simel modo lo, m, n, al, l, n, serà si come, c, d, al, a, b, adonque permutatamente del h, m, al, e, f, & del, m, n, al, c, d, serà si come del, n, l, al, a, b, adonque congiontamente (per la terzadecima del settimo) del, l, h, (cōposito del, h, m, m, n, & del, l, n,) al composito de, e, f, c, d, & a, b, serà si come del, l, n, al, a, b, e pero e si come del, k, d, al a, b, che è il proposito.

Theorema. 39. Propositione. 39.

39 / 36 Quando seranno assettati numeri dalla unità continuamente doppii, liquali congiunti facciano numero primo, multiplicato l'ultimo de quelli in lo aggregato de quelli produce numero perfetto.



Siano, a, b, c, dalla unita continuamente doppij. & sia e. lo aggregato de quegli & della unità elquale sia posto esser numero primo in el quale, e, sia multiplicato, d, & peruenga, f.g. dico, f.g. esser numero perfetto sian adonque tolti. h. k. l. continuamente doppij al. e, talmente che tanti termini siano. e. h. k. l. quanti sono li tolti continuamente doppij dalla unità, & (per la equa proportionalità) serà del. l. al. e. si come del. d. al. a. per laqual cosa (per la prima parte della uigesima del settimo) del, a, in, l. peruien, f.g. perche esso, f.g. peruiene del, d, in, e, et perche, a, è el binario, f.g. uien a esser doppio al. l. Adonque. e. h. k. l. & f.g. sono continuamente proportionali, sia adonque leuado uia dal. h. un numero equale al. e. elqual sia. m. h. & lo residuo. h. n. (elquale anchora serà equale al, e,) & similmente dal, f.g. sia leuado uia un numero pur equale al medemo. e. elqual sia. f. n. & (per la precedente), n.g. serà quanto lo aggregato del. e. & del. h. & del. k. & del. l. & conciosia che. f.n. sia equale al. e. è quanto lo aggregato del, a, & b, & c, & d, e della unità. Et similmente tutto f.g. è quanto lo aggregato de tutti questi cioe a. b. c. d. & della unita, & de quelli. e. h. k. l. delli quali tutti è manifesto che numerano el detto. f.g. & che. a. lo numera secondo. h. & b. secondo. k. laqual cosa non conuenta (per la prima parte della uigesima del settimo adiuntate per la equa proportionalità se in alcun luoco serà bisogno) perche come del. d. al. c. cosi è del. b. al. e. & come del, d, al, b, cosi è del. k. al. e. (per la equa proportionalità) per laqual cosa, & dal. c. in. h. & dal. b. in. k. e necessario peruenire. f.g. elqual per el passato fu produtto dal. d. in. e. adonque prouando che niun altro (fuor de quelli) numera, f.g. (per la diffinitione) serà numero perfetto. Ma che niuno altro numeri quello se manifesta in questo modo. perche se questo è possibile (per l'aduersario) sia. p. elqual numeri quello secondo. q. & (per la trigesima quinta propositione del settimo) serà che, e, numeri l'uno de lor duoi, & sia posto che'l numeri, p, & perche (per la seconda parte della uigesima propositione del settimo) del, q, al, d, e si come del, e, al. p. seguita che, q, numeri, d, per laqual cosa conciosia che, a, (elqual seguita la unità) sia primo (perche è el binario) per la trigesimaquarta di questo, el, q, serà ouer, a, ouer, b, ouer, c, & essendo el, q, uno de quelli. El. p. serà ouer. l. ouer. k. ouer. h. perche se. q. serà. a. e manifesto che, p, serà. l. & se'l serà. b. el. p. serà. k. & se'l serà. c. anchora. p. serà. h. Adonque el. p. non è diuerso da quelli come era stato posto, rimane adonque, che. f.g. sia numero perfetto come fu proposto da demostrare.

IL FINE DEL NONO LIBRO.

LIBRO DECIMO DI EVCLIDE

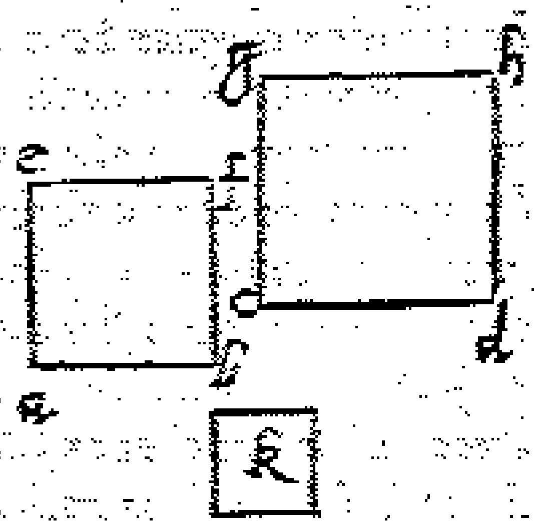
Diffinitione prima.

1/1.2 Quelle quantità, seranno dette communicante, ouero commensurabile, alle quale serà una quantità numerante communamente quelle. Et quelle alle quale non serà una quantità numerante communamente quelle seranno dette incommensurabile.

Il Tradottore.

ESSEMPLI gratia se'l fusse le due linee, a, & b. & che el se trouasse qualche altra linea, ouero misura che numerasse, ouero misurasse cadauna di quelle (poniamo c.) le dette due linee seranno dette communicãte, ouero commensurabile. Ma quando el non si trouasse alcuna sorte de linea che numerasse, ouero misurasse communamente le dette due proposte linee quelle seriano dette incommunicante, ouero incommensurabile, El medesimo si debbe intendere nelle superficie, & corpi.

Diffinitione. 2.



2/3 Le linee rette sono dette in potentia communicante, quando una superficie communa numera le superficie quadrate di quelle.

Il Tradottore.

Essempli gratia se'l fusse le due linee rette, a,b, & c, d, & le superficie quadrate di quelle, a,b,e,f, & c,d,g, h. Et che el si trouasse qualche superficie (poniamo la superficie k) che numerasse ouero misurasse cadauna di quelle, le dette due linee seriano dette communicante, ouero commensurabili in potentia.

Diffinitione. 3.

3/4 Le linee sono dette incommensurabile in potentia quando che non gli serà alcuna communa superficie che numeri le superficie quadrate di quelle.

Il Tradottore.

Questa diffinitione facilmente se apprehende dal conuerso della precedente, cioe, che quando non serà alcuna superficie communa, che numeri, ouero misuri

*le superficie quadrate de due proposte linee, quelle tal linee se diranno incommen-
surabile in potentia. Lequal cose essendo come è sta esposto egliè manifesto che a
ogni proposta linea retta (cioe a quella con laquale pigliamo le misure di cubiti,
palmi, & dedi, ouero pedi,) sono infinita moltitudine de linee rette a quella com-
mensurabile & incommensurabile, altre in longhezza, & in potentia, & altre so
lamente in potentia.*

Diffinitione. 4

4/4 Ma ogni proposta retta linea con laquale raciocinamo, serà detta
rationale.

Il Tradottore.

*In questa diffinitione l'Auttore ne aduertisse come che quella misura materia-
le laquale operaremo nelle nostre commensurationi (o sia pertica, ouer, passo, ouero
piede, ouer brazzo, ouer altra misura formata a nostro piacere) serà detta rationi-
nale, per esser una quantità a noi cognita, e familiare.*

Diffinitione. 5.

5/4 Et le linee a quella communicante sono dette rationale.

Il Tradottore.

*Quantunque questa diffinitione sia posta disgionta dalla precedente la si deb-
be intendere congionta con quella successiuamente, perche in questa copulatiuamen
te diffinisse che tutte quelle linee che seranno commensurabile a quella proposta li-
nea (cioe a quella misura con laquale mesuraremo, sia pertica, o passo, o piede, o
brazzo, ouero altra misura formata a nostro piacere) sono detta rationale, essempli
gratia poniamo che la nostra proposta linea (con laquale mesuramo, ouero intende
mo di misurare le nostre cose occurente) sia quella misura materiale che se chiama
passo, diuisa in piedi cinque, & cadauno piede secondo il costume moderno, in onze
dodeci, hor dico che non solamente al detto passo, serà linea rationale (per la prece
dente diffinitione) ma anchora tutte le linee misurate con el detto passo, & con le
sue parti seranno dette rationale per la presente diffinitione perche tutte le dette li-
nee veranno a essere commensurabili con la nostra proposta rationale, cioe con el no
stro passo. Et accioche meglio me intendi poniamo che sia una linea, ouero longhez-
za longa passa sei, piedi quattro, onze sette e mezza, dico la detta linea, ouero lon-
ghezza esser anchor rationale (per la precedente diffinitione) per esser commensu-
rabile con el nostro passo (per la prima diffinitione) & la loro commune misura
ueria a essere la mezza onza cioe che una linea longha mezza onza misurarà la
proposta longhezza precisamente. 831. uolta & misurarà anchora el nostro passo
precisamente. 120. uolte onde per la detta prima diffinitione seranno commensura
bile & per la precedente, & presente diffinitione, l'una e l'altra serà rationale che
è il proposito.*

Ma

Ma bisogna notare che questa medesima diffinitione in la seconda tradottione parla in questa altra forma.

5/4 Et quelle linee che a questa seranno commensurabile in longhezza e in potentia, & anchora solamente in potentia, sono dette rationale.

Il Tradottore.

Laqual diffinitione è assai piu largha & generale di l'altra, perche questa vole che anchora quelle linee che sono commensurabile solamente in potentia con la nostra proposta rationale (cioe con la nostra misura di passo, over pertica overo altra sorte di misura) siano chiamate rationale, perilche seguita che quelle quantità che communamente da prattici sono dette radice sorde, & irrationale (come seria la radice quadrata di diece overo di dodeci & di ogni altro numero non quadrato) l'Auttore vole che essendo tal quantità linee siano dette rationale (per esser el suo quadrato rationale) & se cosi non fusse seguiria gran discordantia nelle diffinitioni de binomi, & residui, & in altre propositioni di questo decimo, come procedendo se potrà facilmente conoscere, vero è che se tal quantità seranno superficie seranno puoi dette irrationale è mediale come nella terza decima propositione di questo si potrà vedere.

Diffinitione. 6.

6/4 Et quelle linee che seranno alla medesima incommunicante sono dette irrationale, overo sorde.

Il Tradottore.

Anchora questa diffinitione si debbe intendere congionta successivamente alla precedente della prima tradottione perche in questa lui diffinisse che tutte quelle linee che non seranno communicante alla medema nostra proposta retta linea (cioe alla nostra proposta misura materiale) sono dette linee irrationale, overo sorde, tamen questa medesima diffinitione in la seconda tradottione parla in questo altro modo videlicet.

Et quelle linee che seranno a quella incommensurabile per l'uno & l'altro modo, cioe in longhezza, & in potentia sono chiamate irrationale.

Laquale diffinitione intendendola congionta successivamente con la precedente (pur della seconda tradottione) viene a conformarsi con il converso di quella, cioe che una linea incommensurabile solamente in longhezza con la nostra misura non se debbe chiamare ne intender irrationale (come sopra la precedente fu detto) anci lui vole che la se intenda rationale per esser il suo quadrato rationale e pero bisogna notare che il vulgo di prattici fin al presente (seguendo la tradottione dil Campano) le radici de tutti li numeri non quadrati (si essendo linee come essendo superficie) li *chiamano irrationale & sorde. nientedimeno le si debbeno intendere rationale essendo linee come parla la seconda tradottione altramente seguiria (come di sopra dissi) grande discordantia nelle cose che seguitano in questo decimo ideo &c.*

Diffinitione. 7.

7 Ma ogni quadrata superficie con laquale per el presupposito ratiocinamo è detta rationale.

Il Tradottore.

Per maggiore intelligentia di questa diffinitione bisogna notare che quando noi desideramo di saper la quantità di alcuna superficie investigamo in che proportione la sia con el quadrato di qualche nostra famosa, & cognita misura come seria a dire quanti passi quadri è, ouero piedi, pertiche, o altra misura formata a nostro piacere (il che si troua multiplicando le misure di la larghezza di detta superficie, fia le misure della sua longhezza (come fu detto nel principio del secondo libro) & lo produtto di tal multiplicatione serà la quantità de quante superficiette quadrate (di la misura gia operata,) serà la detta superficie, & per superficietta quadrata si debbe intendere uno quadretto d'una misura per faccia, cioe di quella che gia hauemo operata a misurare, o sia passo, o pie, o pertica, o altra misura formata a nostro piacere, hor ritornando al nostro proposito l'Auttore diffinisse che ogni superficie quadrata cõ laquale per el presupposito ratiocinamo (o sia d'un passo, ouero d'un piede, ouero di qual si voglia altra misura granda, ouer piccola) è detta rationale per esser una superficie a noi cognita e familiare.

Diffinitione. 8.

8 Et le superficie a quella communicante sono dette rationale.

Il Tradottore.

Cioe che tutte quelle superficie che seranno communicante, ouero commensurabile a quella nostra superficie quadrata (detta di sopra) son dette rationale, ma bisogna notare che se la nostra quadrata superficie serà d'un passo non solamente serà detta rationale ogni altra superficie de piu passi integri superficiali (come seria de passi.450.) ma anchora de passi pie e once, e mezze once serà pur detto rationale (si come delle linee sopra la quinta diffinitione fu detto) per esser commensurabile con la detta nostra superficie quadrata d'uno passo & la lor communa misura sempre serà la minima parte del passo che si trouarà esser denominata in detta superficie, & accio meglio me intendi ponimo che una misurata superficie sia passi vintacinque è uno terzo superficiali dico la detta superficie essere commensurabile con la nostra superficie d'un passo & la lor communa misura serà un terzo de passo superficiale similmente se la detta misurata superficie fusse passi trenta sei piedi cinque once sette tre quarte de onza superficiale la lor communa misura serà infa-

lante

lante un quarto de onza superficiale, e pero l'una & l'altra serà rationale, el medesimo si trouarà in ogni altra specie di rotto & nota che un passo superficiale è pie di.25. superficiali & un piede superficiale è once.144. superficiale et con queste euidentie potrai sapere in ogni altra sorte di misura (diuisa come si voglia) quante superficiette de una delle sue parti andarà a formare il tutto perche molti si credeno che si come un passo lineale e cinque piedi lineali che similmente un passo superficiale sia medesimamente cinque piedi superficiali anci e il quadrato de cinque, cioe uenticinque come detto di sopra & similmente perche un piede lineale è diuiso in once. 12 credono che similmente once.12. superficiale facciano un piede superficiale per il che non poco errano nelle sue resolutioni per che come di sopra è detto un piede superficiale e once.144. superficiale, & tutto questo (per le ragioni adutte sopra la prima diffinitione, ouer suppositione del secondo serà manifesto, & non solamente nelle parti del passo: & del piede ma anchora nelle parti della pertica & della cana, & del cauezzo, ouer d'una misura formata a nostro piacere, perche quello che è detto del passo, & pie, con la medesima euidentia se procederà nelle parti di qual si voglia misura diuisa come se voglia, perche ogni famosa città forma & diuide, & da il nome alle sue famose misure secondo il loro parere ideo auerte.

Diffinitione. 9.

9 Et le superficie a quella medesima incommunicante sono dette irrationale, ouero sorde.

Il Tradottore.

Hauendo l'Auttore nella precedente diffinito quale siano le superficie dette rationale, hora in questa copulatiuamente ne diffinisse il conuerso, cioe che tutte quelle superficie che non seranno commensurabile a quella medesima nostra quadrata superficie (detta di sopra) seranno dette irrationale, ouero sorde.

Diffinitione. 10.

Et quelle che ad alcuna di quelle (irrationale seranno communican
5 te seranno dette irrationale.

Il Tradottore.

Questa diffinitione ne aduertisse come tutte quelle superficie che sono ouero seranno communicante ad alcuna superficie irrationale, seranno medesimamente dette irrationale.

Diffinitione. 11.

10 Et li lati potenti in quelle superficie, quadrate sono detti irratio-
4 nali.

Il Tra-

Il Tradottore.

Cioe che li lati potenti in quelle tal superficie irrationale, quadrate similmente sono dette irrationali, lo lato potente in una superficie (essendo quella tal superficie quadrata) se intende lo proprio lato di quella tal superficie, ma se la non fusse quadrata se intende pur per el lato de una superficie quadrata equale a quella, ouero di quella istessa redutta in quadro che è il medesimo.

Suppositione, ouero petitione prima.

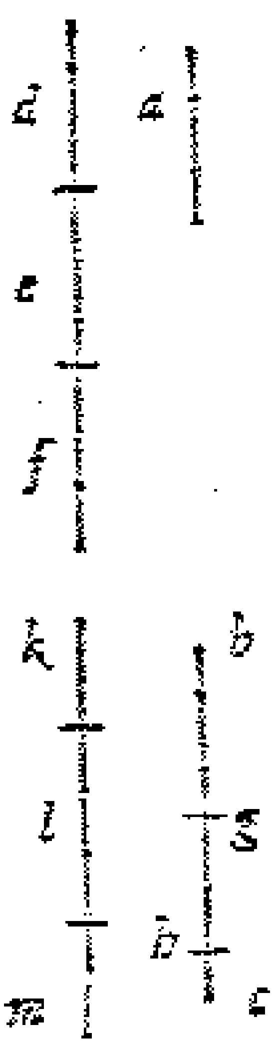
11/0 Qualunque quantità tante uolte puo essere multiplicata che la ecce da qualunque proposta quantità del medesimo genere.

Il Tradottore.

Questa suppositione, ouero petitione se ritroua solamente in la prima tradottione & è connumerata fra le diffinitioni, ma perche secondo il mio giuditio è piu presto suppositione, ouero petitione, che diffinitione e però suppositione, ouero petitione la chiamamo, nellaquale se suppone che date due quantità inequale sempre se puo multiplicare talmente la minore che tal multiplicatione ecceda la quantità maggior.

Theorema. 1. Propositione. 1.

1/1 Se da due proposte quantità inequale, dalla maggiore sia detratto piu della mità, & del rimanente anchora sia leuado uia piu della mità, & da li indietro seguitando per el medesimo modo, finalmente è necessario che rimanga una quantità minore, della proposta minore.



Siano le due quantità inequale, a, & b, c, & sia b, c, la maggiore. Dico che tante uolte puol essere detratto piu della mità della b. c. (ouero del residuo di quello) che serà necessario che rimăga una quantità minore de a. Et per dimostrare questo sia multiplicato, a, tante uolte cioe per tal numero che quel ecceda, b, c, & sia il multiplice di quello, d, e, f, maggiore de b, c, adonque sia detratto dal, b, c, piu della mità laquale sia, b, g, & anchora del residuo (el quale è g, c,) sia detratto piu della mità laqual sia, g, h, & questo anchora sia fatto tante uolte per fina a tanto che, b, c, sia diuisa in tante parte quante uolte, a, e cõtenuto in d, e, f, hora dico che l'ultimo residuo (che in questo luoco e, h, c,) e minore del, a. Et per chiarire questo sia multiplicato, h, c, per tanto quanto che, a, è contenuto in d, e, f, & sia el multiplice di quella, k, l, m. perche adonque caduna delle parti, ouero quantità de, k, l, m, è equale al h, c, seguita che, k, sia minore de, b, g, & l, minore de, g, h, ma perche m, è equale al, h, c, (per la concettione) k, l, m, serà minore de, b, c, per laqual cosa serà etiam minore de d, e, f, conciosia adonque che, d, e, f, sia al, a, si come k, l, m, al h, c, & essendo, d, e, f, maggiore de k, l, m, seguita (per la

decima

decima quarta propositione del quinto libro) che, a, sia maggiore de, b, c, che è il proposito. Et el medesimo seguita se della maggiore sia detratto la mità, & anchora del rimanente la mità, & cosi procedere tãte volte per fina a tanto che la maggiore sia divisa in tante parti quante volte è contenuta la minore in qualunque suo multiplice eccedente quanto si voglia la maggiore delle proposte. Ma bisogna advertire che in questa si vede contradire alla sestadecima propositione del terzo libro laquale propone l'angolo della contingentia esser minore de qualunque proposto angolo contenuto da due linee rette, perche posto qualunque angolo contenuto de linee rette, se da quello levaremo via piu della mità, & similmente del residuo levaremo piu della mità el si vede essere necessario potersi fare questo tante volte, che rimanga un'angolo rettilineo minore dell'angolo della contingentia, della qual cosa la sestadecima propositione del terzo libro conclude lo opposito, ma quelli angoli non sono univoce, perche el curuo el retto non sono simplicemente d'uno medesimo genere, Ne anchora puol occorrere esser tolto tante volte l'angolo della contingentia, che quello ecceda qual si voglia angolo rettilineo, laqualcosa è necessaria, come si manifesta per la demostratione havuta di sopra, adonque a questo eglie anchora chiaro (accioche el consequente sia seguido dal antecedente) qualunque angolo rettilineo esser maggiore de infiniti angoli della contingentia.

Il Tradottore.

A voler dimostrare per uno altro modo piu breve che el residuo, b, c, sia minore della quantità, a, (stante che el multiplice, d, e, f, sia maggiore di la quantità, b, c, tolendo della, b, c, piu della mità (quale sia. b. g.) & della. d. e. f. manco della mità (quale sia semplice. d.) lo residuo. e. f. (per commune sententia) serà maggiore del residuo. g. c. anchora tolendo del detto residuo. g. c. piu della mità) quale sia. g. h.) & del residuo. e. f. tolendo solamente la mità (quale sia. e.) lo residuo. f. (per commune sententia) serà maggiore del residuo. h. c. & perche. f. è equale alla. a. seguita che el residuo. h. c. sia minore della quantità. a. che è il proposito & questa demostratione cavamo della seconda tradottione.

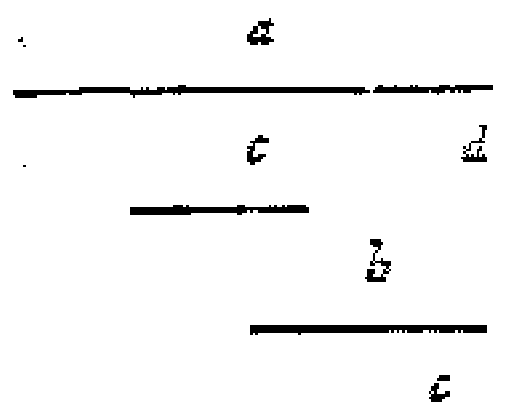
Theorema. 2. Propositione. 2.

2 Se serãno due quantità inequale, & dalla maggiore sia detratto una
2 quantità equale alla minore, per fin a tanto che sopra avanzi una quantità minore de essa minore, & dapoi dalla minore sia detratto una quãtità equale, de esso rimanente, per fina a tanto che rimanga quantità minore di quello rimanente, ancor de nuouo dal rimanente primo sia detratto una quantità equale al rimanente secondo per fina a tanto, che rimanga quantità minore di quello, & che dalla continua detrattione fatta in questo modo non sia truouato alcuno rimanente che numeri lo rimanente restato per avanti, quelle due quantità è necessario esser incommensurabile.

Una simile a questa propose la prima del settimo in numeri.

Siano,

Siano le due quantità inequale .a. & .b. & sia .a. la maggiore dalle quale essendo fatta la reciproca detratione per fin a tanto che si possa, & che la sia fatta per infinite uolte, & che non occorra alcuna quantità che impedisca la detratione (cioe che numeri, ouer misuri, lo rimanente restato per avanti) dico quelle due quantità esser incommensurabile & se possibile è esser altramente (per l'aduersario) sia posto che la communa misura di quelle sia .c. & sia detratto la quantità .b. dalla .a. quante uolte se puol. et sia el residuo .d. ilqual residuo sia detratto dal .b. quante uolte se puol & sia e residuo .e. & sia fatta tante uolte que sta detrattione per fina a tanto che dall'una, o l'altra delle due quantità .a. & .b. rimanga una quantità minora de .c. & questo e necessario esser possibile per la precedente. & sia in questo luoco .e. minore de .c. conciosia adonque che .c. misuri .b. (detratto dal .a.) & anchora .a. (per la concettione) misurarà el residuo .d. e però conciosia che'l misuri .d. (detratto dal .b.) e anchora esso .b. misurarà el residuo .e. Ma .e. era minore de .c. adonque la quantità maggiore misura la minore laqual cosa è impossibile.



Problema .1. Propositione .3.

3 Proposte due quantità inequale, communicante puotemo ritrouare
3 la massima quantità numerante communamente quelle.

La demostratione di questa se non ignori la seconda propositione del settimo libro tu non la poi ignorare, perche el processo dell'una, et dell'altra è uno medesimo.

Correlario.

3 Adonque da questo, eglie manifesto che qualunque quantità, laqua-
3 le misuri due quantità, quella anchora misurarà la massima quantità
misurante communamente quelle.

Il Tradottore.

Lo soprascritto correlario conclude che dal processo & demostratione fatta della propositione soprascritta (procedendo si come fu fatto in la seconda propositione dello settimo libro) esser manifesto che ciascaduna quantità laqual misuri due proposte quantità, quella medesima misurare anchora la massima quantità, che misuri communamente quelle.

Problema .2. Propositione .4.

4 Proposte tre quantità communicante puotemo trouare la massima
4 quantità numerante communamente quelle.

Cosi questa è manifesta dalla terza del settimo si come la precedente dalla seconda del detto settimo.

Correla-

Correlario.

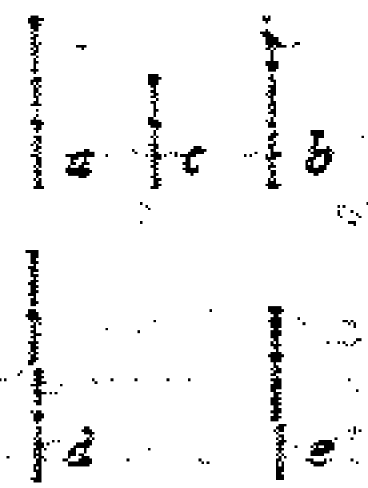
0/4 E pero da questo è manifesto che se una quantità misurarà tre quantità, misurara anchora la massima commune misurarà de quelle & similmente de piu quantità date se trouarà la massima quantità numerante quelle & dapoi succedere el correlario.

Il Tradottore.

Questo correlario se ritroua solamente in la seconda tradottione el qual conclude (si come el precedente) che dal processo seguido nella demostratione della presente propositione (procedendo si come fu fatto in la terza del settimo) esser manifesto che se una quantità misura tre quantità quella misurare anchora la massima misura di quelle, & che per lo medesmo proceder fatto in la presente problema de tre quantità a trouar la lor massima misura che similmente operando si puol trouare la detta massima misura de piu quantità proposte, & dapoi succedere similmente el correlario.

Theorema. 3. Propositione. 5.

5/5 La proportione de ogni due quantità communicante è si come de numero a numero.



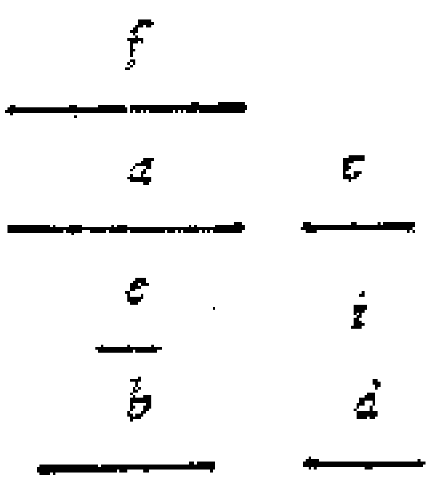
Siano le due quantità communicante, a, & . b. dico che la proportione de quelle è si come de alcun numero a un'altro numero, & per dimostrar questo sia, c, la massima quantità misurante communamente, a, & b, (trouata come insegna la terza propositione de questo) laquale misuri. a. secondo el numero, d, & b, secondo el numero, e, & serà del, a, al, c, come del, d, alla unità imperoche si come, a, è multiplice del, c, cosi el, d, è multiplice della unità, & , c, al, b, è si come la unità al, e, perche si come, c, è sotto multiplice al, b, cosi la unità è sotto multiplice al. e. Adonque per la equa proportionalità del, a, al, b, e come del, d, al, e, che è il proposito.

Theorema. 4. Propositione. 6.

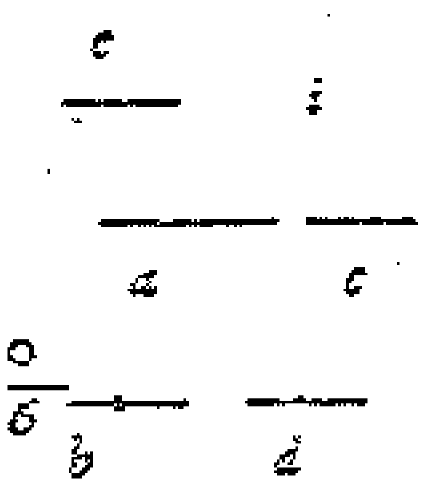
6/6 Se seranno due quantità delle quale la proportione dell'una all'altra sia si come de numero a numero, quelle due quantità è necessario essere communicante.

Questa è il conuerso della precedente, exempli gratia essendo, a, al, b, si come el numero, c, al numero, d, dico le due quantita, a, & , b, esser communicante. Perche essendo tolta, e, misurante tante uolte, b, quãte uolte che la unità è in el, d, & tante uolte misurante, f, quante uolte che la unità e in, c, conciosia adonque che il sia. f. al. e. come el. c. alla unità & . e. al. b. come la unità al. d. per la equa proportionalità serà. f. al. b. come. c. al. d. per laqual cosa etiã come del. a. al. b. Adonque per la

prima

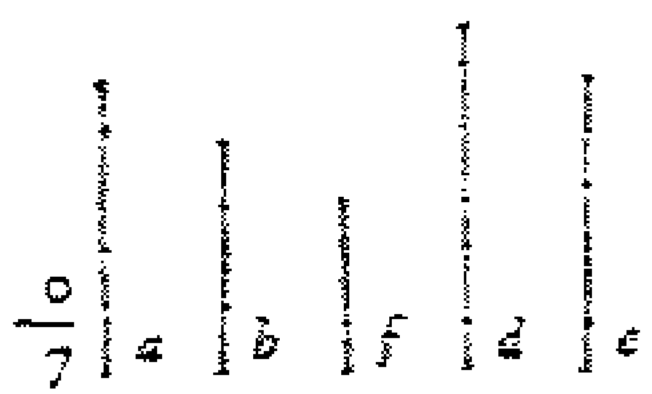


prima parte della nona del quinto) f, è equale al, a, concio sia adunque che .e. misuri .f. (per la concettione) mesurarà. a. adonque, a, & b, sono communicanti perche mesurarà etiam, b, che è il proposito. A demostrare la medesima per un'altro uerso siano le due quantità, a, &, b, che fra loro habbiano la proportione come ha el numero, c, al numero, d, dico che quelle due quantità sono commensurabile et per dimostrar questo sia divisa la quantità, a, in tante parte quante unità è nel .c. & sia tolta la quantita .e. equale a una di quelle parti, & sia, e, la unità adonque si come è la unità al numero, c, cosi è la quantità, e, alla quantità, a, & come è el numero, c, al numero, d, cosi è la quantità, a, alla quantità, b, adonque (per la equa proportionalità, cioe per la uigesimaseconda propositione del quinto libro) si come è la unità al numero, d, cosi è la quantità, e, alla quantità, b, & la unità misura el numero, d, adonque & la quantità, e, misura la quantità b, & misura anchora la quantità, a, (perche la unità misura anchora lo numero, c,) adonque la quantità .e. misura l'una e l'altra delle due quantità, a, & b. E per tanto le dette due quantità .a. & b. sono commensurabile & la quantità, e, è la communa misura di quelle.



Correlario.

Per queste cose dimostrate eglie manifesto che sel serà duoi numeri (poniamo, d,) &, e, & una data retta linea (poniamo la .a.) che si come è il numero al numero eglie possibile cosi essere la detta retta linea a. a un'altra retta linea quala poniamo che quella sia .f. & se serà tolta, ouer trouata la media proportionale fra, a, &, f, (quala poniamo che sia la .b.) serà si come la .a. alla .f. cosi el quadrato della medema a. al quadrato della .b. cioe si come è la, a, alla, f, cosi è la figura rettangola descritta dalla prima linea, alla figura simile & similmente descritta sopra la seconda (per lo correlario della decima ottaua propositione del sesto libro) ma si come la, a, alla, f, cosi è el numero, d, al numero, e. Adonque el uien fatto si come è el numero, d, al numero, e, cosi è el quadrato della linea retta, a, al quadrato della linea retta .b.



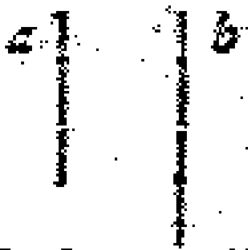
Theorema .5. Propositione. 7.

Le quantità incommensurabile fra loro non hanno proportione come da numero a numero.

Siano le due quantità, a, & .b. incommensurabile, dico che la propor-

tione

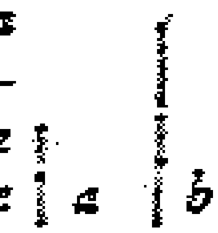
tione della .a. alla .b. nõ è si come da numero a numero, pche se la .a. alla .b. hauesse proportione come da numero a numero seguiria per la sesta che la detta .a. fusse commensurabile con la detta .b. & gia non e (dal presupposito) adonque la .a. alla .b. non ha proportione come da numero a numero, e per tanto le quantità incommensurabile fra loro non hãno proportione come da numero a numero laqualcosa bisognaua dimostrare.



Theorema .6. Propositione. 8.

o
8 Se due quantità non haueranno fra loro proportione, come da numero a numero quelle tal quantità seranno incommensurabile.

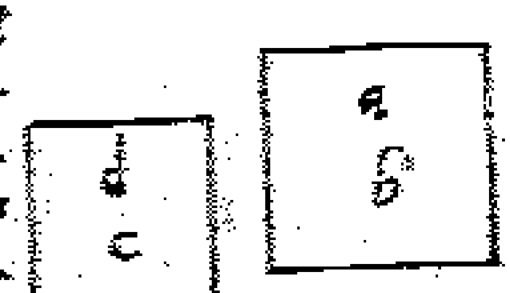
Siano le due quantità .a. & .b. lequale non habbiano proportione insieme come da numero a numero dico che dette quantità sono incommensurabile. perche se le fussero commensurabile (per lo aduersario) la quantità .a. alla quantità .b. haueria proportione come numero a numero (per la quinta di questo) & gia dal presupposito non ha tal proportione, adonque le dette quantità .a. & .b. sono incommensurabile, laqual cosa era da demostrare.



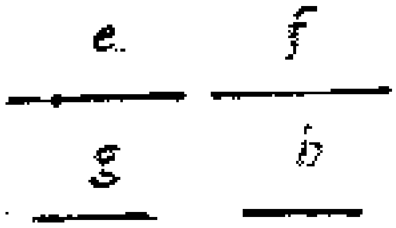
Theorema .7. Propositione. 9.

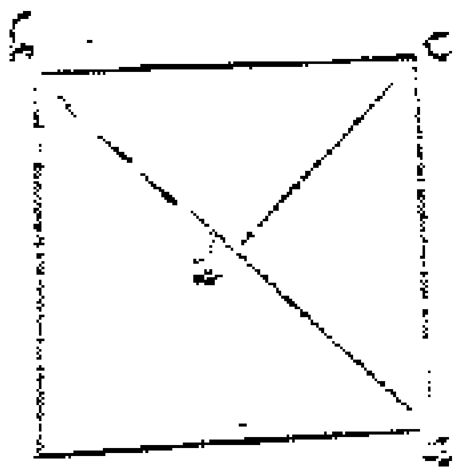
7
9 D'ogni due superficie quadrate delle quale li lati communicano in longhezza, la proportione di l'una all'altra e come di numero quadrato a numero quadrato. Et se la proportion di una superficie quadrata a una superficie quadrata serà si come la proportion d'un numero quadrato a un numero quadrato. Li lati di quelle seranno communicanti in longhezza, & se li lati di due superficie quadrate seranno incommensurabili in longhezza le dette superficie fra loro non haueranno proportione come di numero quadrato a numero quadrato, & se la proportion di una superficie quadrata a una superficie quadrata nõ serà come di numero quadrato a numero quadrato li lati di quelle seranno incommensurabili in longhezza.

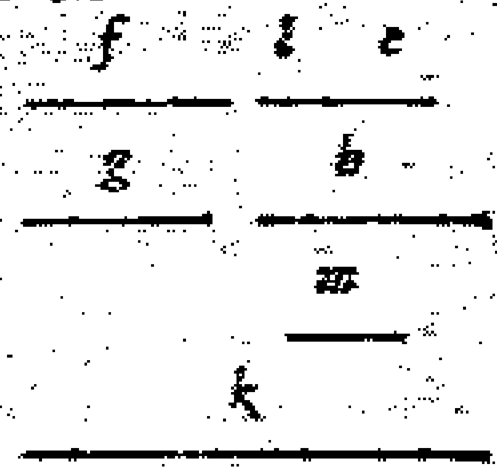
Siano le due linee quadrate .a. & .b. li quadrati delle quale siano .c. & .d. dico che se le linee .a. & .b. communicano in longhezza, la proportiõ della superficie .c. alla superficie .d. serà si come di numero quadrato a numero quadrato, & e conuerso & se li duoi lati .a. & .b. seranno incommensurabili in longhezza la proportione della superficie .c. alla superficie .d. non serà si come di numero quadrato a numero quadrato & è conuerso. El primo argomento se manifesta in questo modo. Se le due linee .a. & .b. communicano in longhezza quelle (per la quinta) seranno in la proportione di duoi numeri, liquali siano .e. & .f. li quadrati delli quali siano .g. & .h.



& . h. adonque perche la proportione della superficie. c. alla superficie. d. è si come quella della linea. a. alla linea. b. duplicata (per la decimaottaua del sesto) seguita anchora che la proportione della superficie. c. alla superficie. d. sia si come quella del numero. e. al numero. f. duplicata, & anchora (per la undecima propositione del ottauo libro) la proportione del. g. al. h. è si come quella del. e. al. f. duplicata. E per tanto la proportione del. c. al. d. è si come del numero quadrato. g. al. numero quadrato. h. che è il primo proposito. El secondo si manifesta in questo modo, essendo la superficie. c. alla superficie. d. si come el numero quadrato. g. al numero quadrato. h. dico che le due linee. a. & . b. seranno commensurabil in longhezza perche conciosia che la proportione del. c. al. d. sia si come quella che è dal. a. al. b. duplicata (per la decima ottaua del sesto) & dal. g. al. h. (per la undecima del ottauo) sia si come quella del. e. al. f. duplicata, per laqual cosa anchora la sempia del. a. al. b. serà si come la sempia del. e. al. f. (per la sesta) adonque le due linee. a. & . b. sono communicante che è il secondo proposito. El terzo se manifesta dal secondo per la destrutione del consequente. Similmente el quarto è manifesto dal primo per dalla destrutione del consequente, & nota che dalla quarta parte di questa è manifesto el diametro di cadaun quadrato esser incommensurabile alla sua costa, perche conciosia che il quadrato del diametro sia doppio al quadrato della sua costa, & la proportione doppia non sia si come de numeri quadrati seguita el diametro esser incommensurabile alla costa in longhezza. Altramente conciosia che el quaternario sia numero quadrato tutti li numeri equalmente pari seriano quadrati & altri infiniti liquali non sono quadrati. Et Aristotile primo prioram duce a questo inconueniente, che se'l diametro sia possibile esser commensurabile alla costa, che'l numero dispari serà equale al paro. laqual cosa cosi è manifesta, perche essendo el diametro. a. b. commensurabile al lato. a. c. (per la quinta) etiam. a. b. al. a. c. serà si come alcun numero a un'altro Sian adonque questi numeri. e. & . f. liquali siano li minimi in la sua proportione, & per questo l'uno di loro serà dispari perche essendo l'uno e l'altro paro non seriano li minimi in la sua proportione anchora sia li quadrati di quelli. g. & . h. adonque se. e. e dispari anchora (per la trigesima del nono). g. serà dispari, sia adonque. k. doppio al. h. & (per la diffinitione). k. serà paro perche adonque. a. b. al. a. c. e come. e. al. f. (per la decima ottaua del sesto & per la undecima del ottauo) el quadrato del. a. b. al quadrato del. a. c. serà come del. g. al. h. adonque. g. e doppio al. h. perche cosi e il quadrato de. a. b. al quadrato de. a. c. (per la penultima del primo) & perche etiam. k. e doppio al. h. seguita (per la nona del quinto) che. g. numero dispari sia equale al. k. numero paro. Ma se. e. sia posto paro & . f. dispari la proportione de. f. alla mità de. e. laqual sia. l. serà si come del. a. c. alla mità de. a. b. laquale sia. a. d. e pero la proportione del quadrato de. a. c. al quadrato de. a. d. serà si come la proportione del numero. h. el-







quale è dispari per la trigesima del nono al quadrato del numero. l. el qual sia. m. el qual. k. sia posto esser el doppio, el qual. k. (per la diffinitione) serà paro, & perche el quadrato di a, c, è doppio al quadrato di a, d. (per la penultima del primo) lo numero. h. serà doppio al numero. m. & conciosia che el numero. k. sia anchora lui doppio al medesimo numero. m. (per la nona del quinto) lo numero. h. numero dispari serà equale al numero K. numero paro che è il proposito.

Il Tradottore.

Questa ultima parte che se dimostra, cioe che'l diametro del quadrato sia incommensurabile alla costa in la seconda tradottione se dimostra in l'ultima di questo decimo come al suo loco si potra uedere.

Correlario.

o Et da queste cose dimostrate egliè manifesto che le linee cõmensu-
9 rabile in longhezza necessariamente sono commensurabile anchora in potentia, & quelle che sono commensurabile in potentia non sono necessariamente commensurabile in longhezza, perche li quadrati delle linee rette commensurabile in longhezza, hanno la proportione come da numero quadrato a numero quadrato, & quelle quātità che hanno la proportione come de numero a numero per la sesta de questo decimo, sono commensurabili, per laqual cosa le linee rette commensurabile, non solamente sono commensurabile in longhezza ma etiam in potentia, Anchora perche tutti li quadrati che fra loro hanno proportione come de numero quadrato a numero quadrato è stato dimostrato come li lati sono commensurabili in longhezza, & in potentia conciosia che li quadrati habbiano quella proportione come di numero quadrato a numero quadrato, adonque ogni duoi quadrati, liquali non hanno proportione come numero quadrato a numero quadrato. ma simplicimente come alcun altro numero a numero, essi quadrati sono commensurabili, cioe essi rette linee (dalle quale sono descritti) son cõmensurabile in potentia ma non in longhezza, per laqual cosa le linee commensurabile in longhezza necessariamente sono etiam commensurabile in potentia, ma quelle che sono commensurabile in potentia non è necessario esser commensurabile in longhezza, saluo se non seranno come numero quadrato a numero quadrato, e per tanto dico, che quelle linee lequale sono incommensurabile in longhezza non è necessario esser quelle incommensurabile in potentia, perche le commensurabile in potentia, pono hauere & non hauere la proportione come numero quadrato a numero quadrato, & per questo quelle che

sono commensurabile in potentia pono esser & non esser commensurabile in longhezza, per laqual cosa quelle che sono incommensurabili in longhezza non è necessario esser in incommensurabili in potentia, ma quelle che sono incommensurabile in longhezza pono etiam in potentia esser incommensurabile, ma quelle che sono incommensurabile in potentia necessariamente sono etiam incommensurabile in longhezza, perche se seranno commensurabile in longhezza (per l'aduersario) seranno anchora in potentia commensurabile, & sono state supposte incommensurabile che è una cosa absorda, adonque quelle linee che son incommensurabile in potentia, necessariamente sono etiam incommensurabile in longhezza.

Lemma.

o Et in le cose Arithmetice (per la uigesima quinta del ottauo) è stato
9 dimostrato, che li numeri superficiali simili fra loro hanno proportione come numero quadrato a numero quadrato, & che se dui numeri fra lor haueranno proportione come numero quadrato a numero quadrato, detti numeri sono superficiali simili, da queste cose è manifesto che li numeri superficiali dissimili cioe quelli che nõ hanno li lati proportionali, non hanno proportione come numero quadrato a numero quadrato, perche se haueràno tal proportione per l'aduersario, quelli seranno superficiali simili, laqual cosa non se suppone, adonque li numeri superficiali dissimili, fra loro non hanno proportione come numero quadrato a numero quadrato.

o
9

Puotèmo dimostrare la precedente nona propositione per questo altro modo. Et perche eglié commensurabile la linea .a. alla linea .b. per la quinta di questo, hãno la proportione come da numero a numero, habbiano adonque quella si come el numero. c. al numero. d. & multiplicando .c. in se medemo poniamo che faccia. e. & multiplicando el detto, c, contra, d, poniamo che faccia, f, & multiplicado, d, in se medesimo poniamo che faccia, g, adonque perche al. c. multiplicado in se ha fatto .e. et multiplicado fra el .d. ha fatto .f, adonque si come è dal .c, al, d, quale si come dal, a, al, b, cosi è dal, e. al. f. ma si come dal, a, al, b, cosi è quello che uien fatto dal. a. in se medesimo a quello che uien fatto del, a, nel b, eglié adonque si come el quadrato del. a. al rettangolo del. a. in. b. cosi è lo, e, al, f. Anchora perche multiplicado el. d. in se medesimo uien fatto el. g. & multiplicado el. c. fra el, d, uien fatto, f, adonque (per la undecima del quinto) si co

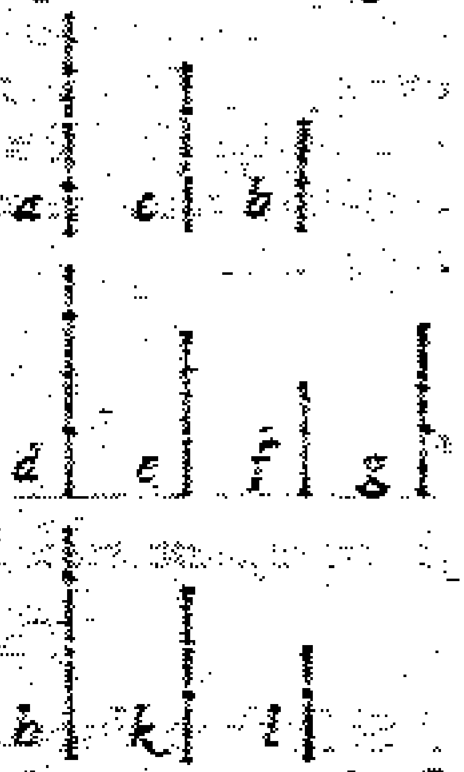
me è

me è il.c.al.d.cioe si come lo.a.al.b.cosi lo,f,al,g,ma si com'è lo,a,al, b, cosi è quello rettangolo che uien fatto, ouero contenuto sotto del.a.&. b,al quadrato del,b,adonque si com'è quello che uien fatto del,a, in,b, a quello che uiē fatto del, b, in se medesimo,cosi è lo,f,al,g, ma si come è el quadrato del a. al rettangolo del, a,in,b, cosi era lo,e,al,f,adonque (per la equa proportionalità, cioe per la uigesima seconda del quinto) si come è il quadrato del,a, al quadrato del,b, cosi è lo,e,al,g, & l'uno e l'altro cioe, e, &, g, e numero quadrato cioe lo,e,è el quadrato de,c,& lo,g,e lo quadrato del, d,adonque el quadrato de,a,al quadrato del,b, hanno la proportione come da numero quadrato a numero quadrato laqual cosa bisognaua dimostrare.

o/9 Hor poniamo che il quadrato del,a,al quadrato del,b,habbia quella proportione che ha el numero quadrato, e, al numero quadrato g. Dico che la linea,a,è commēsurabile alla linea,b,e per dimostrare questo sia,c, el lato del,e,&,d, el lato del,g,& multiplicado,c,contra,d,facciano,f, adonque li tre numeri,e,f,g,son cōtinui proportionali in quella proportione che è el, c, al, d, (per la decima ottaua & decima nona del settimo) & perche el rettangolo del, a,in,b, e medio proportionale fra el quadrato del,a,& el quadrato del,b,& fra li duoi numeri quadrati,e,&,g, el suo medio proportionale,e,f, adonque si come è il quadrato del,a,al rettangolo del,a,in,b,cosi è il numero,e,al numero,f,& cosi è il rettangolo del detto a, in,b,al, quadrato de, b,cosi è lo numero,f,al numero,g,ma si come è il quadrato de,a,al rettangolo del,a,in,b, cosi è la linea,a,alla linea,b,adonque,a,&, b,,sono commensurabili perche hanno proportione si come el numero, e, al numero,f,laqual e si come del,c,al,d,cioè si come del,c,al,d, cosi è del,e,al,f,perche multiplicado c,in se medesimo quel fece,e,& quel medemo multiplicado nel,d,quel fece,f,adonque si come è il,c,al,d,cosi è lo,e,al,f.

Theorema.8. Propositione.10.

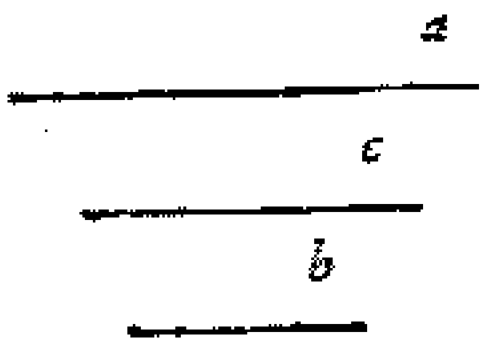
8/12 Se seranno due quantità communicante a una quantità anchora quelle quantità è necessario esser fra loro commensurabile.



Siano l'una e l'altra delle due quantità, a,& ,b, communicante alla quantità c. Dico.a.& .b. esser commensurabile perche la, a, alla,c,(per la quinta) e come numero a numero,similmente anchora (per la medesima) la.c.alla,b,e si come numero a numero , adonque sia il numero, d,al,numero,e,si come la,a,alla,c,& lo numero,f,al numero,g,sia come è la,c,alla,b, & le proportioni che sono *del. d. al. e. & del. f. al. g. sian continuate in tre termini, liquali sian. h. k. l. (come in segna la quarta propositione del ottavo) & (per la equa proportionalità) la. a. alla b. serà si come lo numero. h. al numero. l. adonque (per la sesta di questo.) a. & b. so no communicante che è il proposito.*

Lemma.

0/13 Se seranno due magnitudine, & l'una sia commensurabile & l'altra incommensurabile a una medesima magnitudine, dette magnitudine seranno incommensurabile.



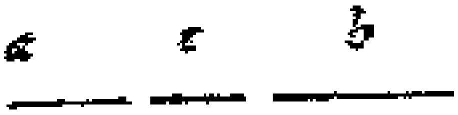
Siano le due magnitudine. a. b. & l'altra. c. & sia la. a. commensurabile alla. c. & la. b. sia in commensurabile alla medesima. c. Dico che. a. & b. sono incommensurabile perche se. a. fusse commensurabile alla. b. per lo converso della precedēte seguiria che. b. fusse commensurabile con. c. laqual cosa non se suppone.

Theorema. 9. Propositione. 11.

0/13 Se seranno due quantità fra loro communicante, a qualunque quantità, che una di quelle communichi, Anchora l'altra gli communicarà, & a qualunque una di quelle non communichi, ne etiam l'altra gli communicarà.

Siano le due quantita. a. & b. communicante, & sia posta qual si voglia quantità (poniamo. c.) con laquale communichi. a. Dico che la. b. communicarà con la medesima, laqual cosa (per la decima di questo) è manifesto cōciosia che l'una e l'altra communica con la quantità. a. ma se un'altra volta sia posto che. a. & b. siano communicante come prima, & sia pur posto una quantità (poniamo. c.) con laquale non communichi. a. Dico che. b. non communicarà con la medesima. c. perche se. c. communicasse con. b. conciosia che, a, communica anchora con el medesimo. b. (dal presupposito) seriano (per la detta decima) . a. & . c. communicante, & era posto, che non erano communicante per laqual cosa è manifesto quello che havemo detto.

Il Tradottore.

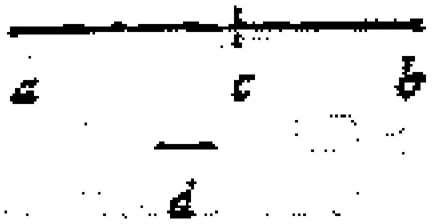


Questa propositione in la prima tradottione se espone mescolatamente con la precedente, ma tale propositione se ritrova solamente in la seconda tradottione &c.

Theorema. 10. Propositione. 12.

9/15 Se seranno due quantità communicante anchora tutto el composito de ambedue all'una e l'altra de quelle serà communicante, & se tutto

tutto el composito serà all'una e l'altra de quelle commensurabile, ambedue seranno commensurabile.



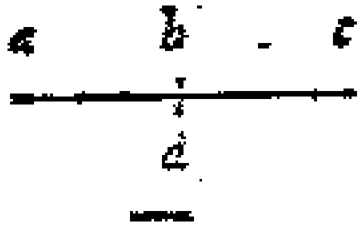
Siano le due quantità, a, & b, commensurabile. Dico che tutto el composito da quelle (elquale sia, c,) esser commensurabile all'una e l'altra di quelle, (& è converso) similmente dico che se tutto el composito da quelle communica a una di quelle che quel medesimo communicarà anchora l'altra, & quelle similmente seranno commensurabile fra loro, il medesimo seguita nel converso cioe che se, a, & b, siam supposti incommensurabili dico che il lato composito (cioe, c,) serà incommunicante all'una e l'altra di quelle, & al contrario se il composito, c, serà incommunicante all'una di quelle. anchora serà communicante all'altra, & quelle anchora seranno incommunicante fra loro. Siano adonque primamente a, & b, communicante & sia la commune misura de quelle, d, laquale conciosia che la numeri l'una e l'altra di quelle (per la cõcettione simile alla antia la penultima del settimo) numerarà etiam, c, per laqualcosa (per la diffinitione) c, communicarà all'una e l'altra di quelle (cioe al, a, & b,) & al contrario anchora se, c, communichi l'una e l'altra de quelle, sia la commune misura de tutte, d, adonque è manifesto per la diffinitione, a, & b, esser communicanti. Ma essendo posto che, c, communichi con l'una di quelle (qual sia, a,) dico che communicarà anchora con, b, etiam, c, & b, communicano insieme, & per dimostrar questo sia, d, la quantità che misura communemente, c, & a, perche adonque, d, misura il tutto etiam el detratto (per la concettione) quella misurarà el residuo cioe, b, adonque per la diffinitione, anchora, c, communica con b, & a, communica anchora con, b, che è il proposito, ma se, a, & b, siano supposti incommunicanti el composito, c, serà incommunicante all'una e l'altra di quelle perche se'l communicasse con l'una & l'altra di quelle, overo con una di quelle, & quelle (per le cose dimostrate di sopra) communicarano fra loro insieme, laqualcosa seria contra il presupposito, similmente per il converso se'l, c, è incommunicante all'una & l'altra di quelle, overo all'una di quelle serà anchora incommunicante all'altra & quelle medesime fra loro laqualcosa è manifesta per le cose dimostrate per la destruttione del consequente.

Il Tradottore.

Il converso della soprascritta propositione nella prima tradottione se dimostra insieme con la soprascritta come di sopra appare niente di meno nella seconda vi è la propositione distinta laquale è la sequente.

Theorema. 11. Propositione. 13.

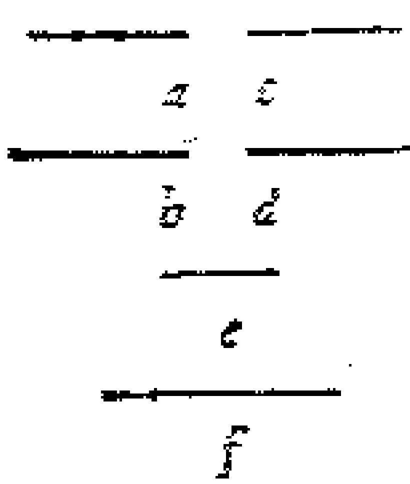
Se due grandezze incommensurabile seranno compositi insieme, el
o 16 tutto serà incommensurabile all'una e l'altra di quelle, & se'l tutto serà incommensurabile a una di quelle, etiam quelle due grandezze poste in principio seranno incommensurabile.



Siano le due grandezze incommensurabile, a, b, & , b, c, fiano composte insieme. Dico che tutta, a, c, serà incommensurabile all'una e l'altra di quelle, perche se la, c, a, & , a, b, non sono incommensurabile (per l'aduersario) adonque (per la diffinitione) alcuna grandezza li misura ambedue, hor se egliè possibile sia che, d, misuri quelle adonque perche, d, misura le dette. c. a. & . a. b. misurarà etiam el rimanente, b, c, & gia misura, a, b, adonque el, d, misura le dette. a. b. & b. c. e per tanto (per la prima diffinitione del. 10.) dette. a. b. et. b. c. sono commensurabile, & sono supposte incommensurabile laqual cosa è impossibile, adonque alcuna grandezza non misurarà le dette. a. b. & . c. a. e per tanto quelle sono incommensurabile. Ma supponendo al presente che la detta. a. c. sia incommensurabile a una delle dette. a. b. & . b. c. similmente demostreremo anchor che le dette due grandezze. a. b. & . b. c. sono incommensurabile, hor sia primamente alla. a. b. Dico che dette, a, b, & , b, c, sono incommensurabile, perche se sono commensurabile (per l'aduersario) alcuna grandezza (per la diffinitione) misurarà quelle, & sia quella tal grandezza (se possibile è). d. adonque perche. d. misura dette. a. b. & b. c. adonque misurarà etiam tutta. a. c. & misura etiam. a. b. adonque. d. misura dette. c. a. & . a. b. e per tanto le dette. c. a. & . a. b. sono commensurabile & sono supposte incommensurabile laqual cosa è impossibile adonque alcuna grandezza non misurarà le dette. a. b. & . b. c. e per tanto dette. a. b. & . b. c. sono incommensurabile, similmente se demostrarà che la, a, c, alla rimanente, b, c, è incommensurabile, adonque se due grandezze & el rimanente che seguita, laquale cosa era da demostrare.

Theorema. 12. Propositione. 14.

10/11 Se la prima (de ogni quattro quantità proportionale) serà commensurabile alla seconda, anchora la terza serà commensurabile alla quarta, & se la prima serà incommensurabile alla seconda, anchora la terza serà incommensurabile alla quarta.



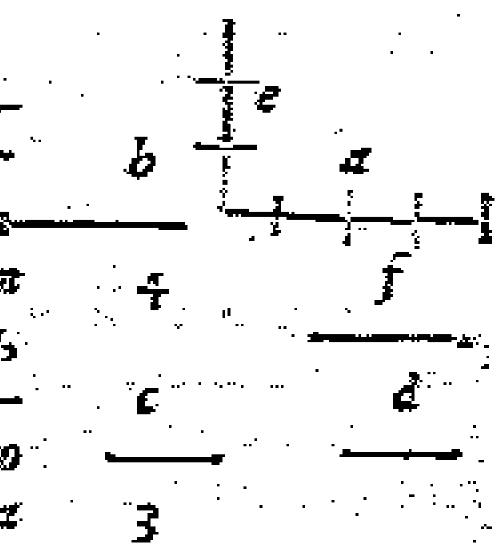
Siano le quattro quantità proportionale. a. b. c. d. Dico che se. a. communica con. b. anchora. c. communicarà cō d, & se, a, e incommensurabile con, b, anchora, c, serà incō mensurabile con, d, & se, a, communica con b, in potentia solamente, anchora. c. communicarà con, d, in potentia solamente niente di manco l'Auttor non propone questo perche facilmente è manifesto per la demostratione delle prime parte, lequale se demostremo in questo modo, se, a, communica con. b. (per la quinta di questo) serà, a, al, b, si come numero, a numero sia adonque si come, e, al, f, ma perche (per el presupposito). a. al. b. e si come, c, al, d, serà c, al, d, si come el numero, e, al numero, f, adonque (per la sesta), c, e, communicante con, d, che è il primo propo-

sito

sito, el secondo è manifesto dal primo dalla destruttione del consequente, perche se, a, è incommensurabile con. b. le necessario. c. esser incommensurabile con. d. perche se'l fusse a quello commensurabile (conciosia che sia come. c. al. d. cosi. a. al. b. (per el presupposito) seria (per la prima parte, a, communicante con. b. & non era communicante, per laqual cosa è manifesto tutto quello che ha proposto l'Auttore ma quella parte che gli havemo aggiunto (cioe che se, a, communica con, b, solamente in potentia. c. communica con, d, solamente in potentia) è manifesto in questo modo cõciosia che, a, non communichi con. b. in longhezza ne el, c, (per la seconda parte de questa) communichi con el d, in longhezza & conciosia che'l quadrato de, a, communichi con el quadrato de, b, (dal presupposito) serà (per la quinta) el quadrato della linea, a, al quadrato della linea, b, si come numero a numero liquali siano, e, & , f, & perche el quadrato de, c, al, quadrato de, d, e si come el quadrato de, a, al quadrato de, b, serà etiam el quadrato de, c, al quadrato de, d, si come el numero, e, al numero, f, adonque (per la sesta), c, &, d, communicano in potentia, e perche non communicano in longhezza, el proposito è manifesto.

Problema. 3. Propositione. 15.

11
10 A qualunque proposta retta linea potemo trouare due rette linee quella incommensurabile, l'una solamente in longhezza, & l'altra in longhezza & in potentia.



Sia la proposta linea. a. voglio ritrouare due linee dellequale una communichi con. a. in potentia solamente: & l'altra sia incommensurabile a quella in longhezza & in potentia: adonque piglio duoi numeri liquali non siano in proportione de alcuni numeri quadrati, & siano questi, b, & c. liquali è facil cosa da trouare, conciosia che qualunque numero quadrato a qualunque numero non quadrato ha quella proportione laqual nõ ha alcuni numeri quadrati (questo conferma la vigesima seconda del ottavo) tolti questi tali numeri trovo la linea. d. al quadrato dellaquale sia el quadrato della linea. a. si come el numero. b. al numero, c, & questa tale linea ritrovo, in questo modo divido la linea. a. in tante parti quante unità sono in el numero, b, laqual cosa facio facilmente, con lo agiuto della undecima ouero duodecima del sesto, & dapoi sopra la estremità della linea. a. erigo la linea. e. perpendicolarmente, in laqual tante volte sia contenuta una delle parti de. a. quante volte è la unità in. c. perche, adonque (per la prima del sesto) la proportione del quadrato della linea. a. alla superficie che vien fatta dal. a. in. e. e si come la linea. a. alla linea. e. e però si come del numero. b. al numero. c. hor sia posta. d. nel luoco di mezzo proportionale fra. a. & e. (si come insegna la nona del sesto all'hora (per la prima parte della decima sesta del medesimo) el quadrato de. d. sarà eguale alla superficie produtto dal. a. in. e. & sarà la proportione del quadrato della linea. a. al quadrato della linea. d. si come del nume-

ro.b. al numero.c. per laqual cosa.a.& .d. sono commensurabili in potentia (per la

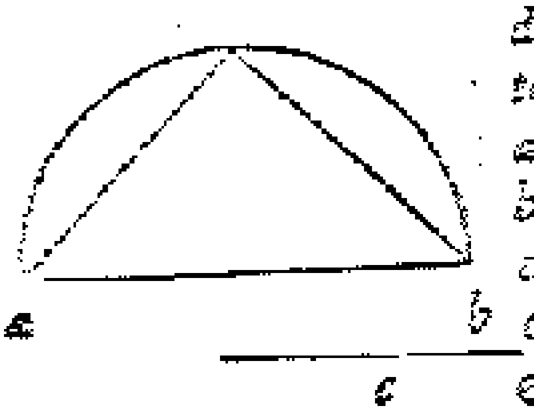
$\frac{a}{6}$

R.4. 3 - 36.

108.

R.27.

sesta di questo) & (per la ultima parte della nona) quelle incommensurabile in longhezza adonque retrouata e la prima linea, d, laqual era el proposito de cercar, l'altra la retrouo in questo modo interpongo (come insegna la nona del sesto) la linea f, nel luoco di mezzo proportionale fra, a, & , d, & (per lo corelario della decima ottaua del sesto) el quadrato de, a, al quadrato de, f, serà si come, a, al, d, adonque (per la seconda parte della nona) el quadrato de, a, e incommensurabile al quadrato de, f, adonque la linea, f, e incommensurabile in potentia alla linea, a, per laqual cosa è etiam incommensurabile in longhezza, e per tanto la linea, f, e la seconda linea, laquale el proposito era de ritrouar, & cosi è manifesto il proposito.



Lemma.

$\frac{6}{14}$ Date due linee rette inequale, puotemo ritrouare quanto piu puo la maggiore della minore.

Volendo saper quanto piu possa. 6. de R. 12.

36

12

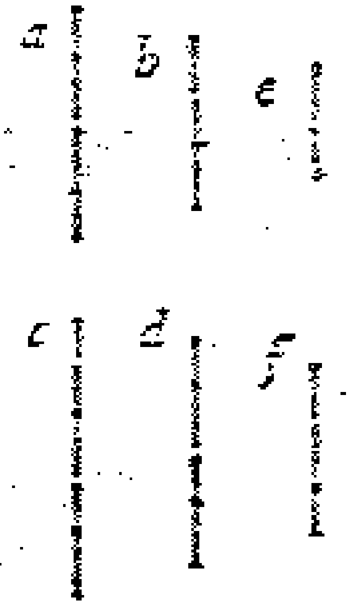
24 tanto puo piu.

Siano le due date linee rette, a, b, & , c, dellequale la maggiore sia la, a, b, hor bisogna trouar quanto puo piu la. a.b. della, c, sia descritto sopra la, a, b, el semicerchio, a, d, b, & in quello (per la prima del quarto) sia coattada la, a, d, eguale alla c, & sia tirata la, d, b. Al presente è manifesto che l'angolo, a, d, b, e retto, & che la a, b, puo piu della, a, d, (che è eguale alla, c,) in el quadrato della, d, b, e similmente, date due linee rette puotemo ritrouar una linea che possa tanto quanto, quelle due, laqual cosa cosi lo ritroua. Siano le due date rette linee, a, d, & , d, b, allequale sia debisogno trouar una linea potente in quelle, sia posto che, a, d, d, b, cōprendano l'angolo retto, e sia tirata la, a, b, et un'altra uolta (per la quadragesima settima del primo) è manifesto quella esser la. a. b.

Theorema. 13. Propositione. 16.

$\frac{12}{14}$ Se la prima, de ogni quattro linee proportionale puo piu della seconda tanto quanto è el quadrato di alcuna linea a se communicante in longhezza, anchora la terza è necessario posser tanto piu della quarta quanto è el quadrato de alcuna linea a se communicante in longhezza & se la prima serà piu potente della seconda in el quadrato de alcuna linea a se incommensurabile in longhezza, anchora la terza serà piu potente della quarta in el quadrato de alcuna linea a se incommensurabile in longhezza.

Hor siano le quattro linee proportionale. a. b. c. d. & sia la. a. maggiore della, b. &

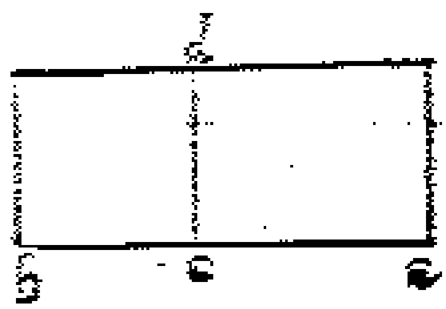


b, & la, c, della, d, & anchora sia la, a, piu potente della, b, in el quadrato della linea, e, & , c, sia piu potente della linea, d, in el quadrato della linea, f, dico che se, a, communicha con, c, in longhezza anchora, e, communicarà con, f, in longhezza & se, a, non communica con, c, in longhezza ne etiam la, e, communicarà con, f, in longhezza & se, a, communica con, c, solamente in potentia, anchora, e, communicarà con, f, solamente in potentia, niente di manco l'Autore non propone questo ultimo perche facilmente è manifesto dalla demostratione di primi perche concio sia che la proportione de, a, al, b, sia si come del, c, al, d, del quadrato de, a, al quadrato de, b, serà si come del quadrato de, c, al quadrato de, d, & perche el quadrato de, a, e equale alli quadrati delle due linee, b & , e, similmente al quadrato de, c, è equale alli quadrati delle due linee, d, & , f, la proportione di quadrati delle due linee, b, & , e, al quadrato de, e, serà si come di quadrati delle due linee, d, & , f, al quadrato de, f, adonque disgiontamente el quadrato de, b, al quadrato de, e, serà si come el quadrato de, d, al quadrato de, f, adonque del, b, al, e, serà si come del, d, al, f, anchora per la equa proportionalità serà del a, al, e, si come del, c, al, f, adonque (per la prima parte della decima quarta) è manifesta la prima parte de questa e (per la seconda) la seconda e (per la terza in quel luoco aggiunta) questa parte aggiunta.

Il Tradottore.

Che la proportione di quadrati delle due linee, b, & , e, al quadrato della, e, sia si come quella di quadrati delle due linee, d, & , f, al quadrato della, f, è manifesto per la decima nona del quinto.

Lemma.



0 Se sopra ad alcuna linea retta serà posto, ouero descritto uno paralellogrammo alquale (a compire la detta linea) manchi uno quadrato, el detto paralellogrammo descritto, serà equale a quello che uien fatto sotto alla positione di fragmenti di detta linea.

17

Sia posto sopra ad alcuna retta linea (poniamo alla, a, b,) lo paralellogrammo a, d, alquale manchi a compire la detta linea la superficie, d, b, quadrata dico che'l paralellogrammo, a, d, è equale a quello che uien contenuto sotto de, a, c, & , c, b, & questo per se istesso è manifesto, perche la superficie, d, b, e quadrata el lato, d, c, è equale al, c, b, & lo paralellogrammo, a, d, e quello che fatto ouero contenuto sotto di, a, c, & , c, d, & questo è quello che fatto ouer contenuto sotto di, a, c, & , c, b, perilche seguita el proposito.

Il Tra-

Il Tradottore.

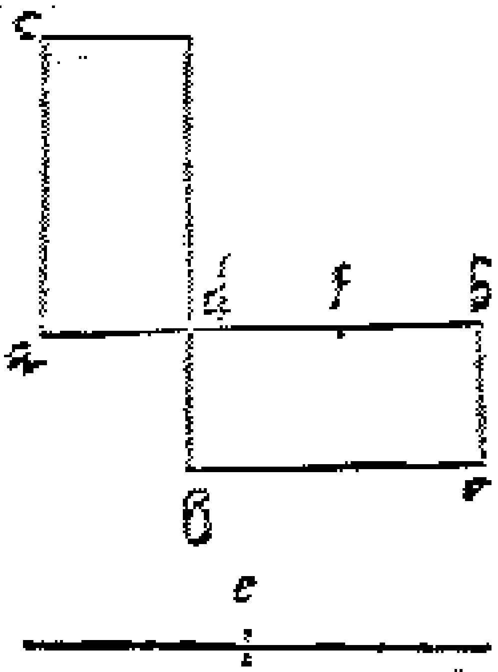
Il sopraseritto lemma se ritruova solamente nella seconda tradottione, elquale e molto al proposito per le due propositioni che seguitano, & la demostratione di quello e assai facile, ma il modo di costruere lo paralellogrammo.a.d. sopra la data linea.b. con la sopradetta conditione, cioe che manchi a compir la detta linea.a.b. un quadrato cioe el quadrato.d.b. Et che sia equale a qualche data superficie (come occorre nelle due sequente propositioni,) non e molto facile massime per quelli che non hanno molto familiare la vigesima ottaua propositione dil sesto libro, ma a che hauera ben in memoria il procedere generale della detta vigesima ottaua dil detto sesto, no te hauera alcuna difficulta nelle due sequente propositioni, adonque se per caso, la te fusse uscita di memoria di nouo a lei reccorri che ti sera di utile. ma aduertisse che se bene la detta vigesima ottaua del sesto non dice precisamente quello che si suppone nel soprascritto lemma, ouero quello che nelle due sequente propositioni occorrera di fare, cioe de aggiungere ouero dessignare sopra una data retta linea una superficie equale alla quarta parte del quadrato d'un'altra linea (minore di lei) talmente che manchi al compimento della data linea, una superficie quadratamente dimeno se tu ben considererai il procedere generale di quella tu non hauerai alcuna difficulta in questo particulare, perche la maggiore differentia che sia da quella a questa e che in luoco dil triangolo.c. (in quel loco adutto) in questa tu hai la quarta parte del quadrato della minore linea, laquale quarta parte (uolendo) tu la puoi retirare in uno triangolo (come sopra la uigesima nona dil ditto sesto fu mostrato) abenche senza retirarla in triangolo potrai essequire il tuo intento se ben considerarai quella parte adduta sopra la detta uigesima ottaua dil detto sesto. Della superficie.d. in la detta uigesima ottaua adutta, puo essere quadrata e non quadrata e pero quella non te altera (nelle sequente) il tuo operare. Anchora un'altro piu efficatio modo da essequir tal effetto senza agiutto della detta uigesima ottaua del sesto, se aduce dal comentatore nella prima tradottione come in fine della sequente appare.

Theorema. 14. Propositione. 17.

13/17 Se seranno due rette linee inequale delle quale la superficie equale alla quarta parte del quadrato della minor, aggionta, ouero posta sopra alla maggiore talmente che manchi a compire tutta la linea una superficie, quadrata, diuida la piu longa in due parti communicante, eglie necessario detta linea piu longa poter tanto piu della linea piu corta quanto e el quadrato de alcuna linea communicante in longhezza a detta linea piu longha, & se la piu longha sera piu potente della piu corta per accresimento del quadrato d'una linea a lei medesima communicante in longhezza, & che a quella sia aggiunta una superficie equale alla quarta parte del quadrato della piu corta linea alla qual manchi una superficie quadrata, la superficie sopra a quella aggiunta e necessario diuidere la medesima linea piu longha in due parti cōmensurabile.

Se siano

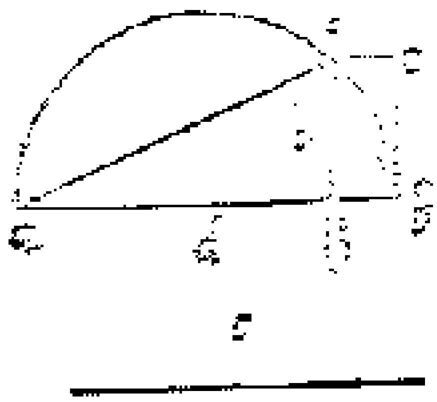
Se siano le due linee, a, b, & c, & sia, a, b, maggiore & sia aggiunta alla linea, a, b, una superficie equale alla quarta parte del quadrato della linea, c, talmente che manchi a compire la linea, a, b, una superficie quadrata, perche questo e possibile a fare per la vigesima ottaua del sesto laqual cosa facilmente vien fatta in questo modo, sia diuisa, a, b, in le due linee, a, d, & , d, b, talmente che fra queste cada la mità della linea, c, continuamente proportionale (& qualmente se debbia far questo lo insegnaremo in fine della demostratione di questa) & (per la decima settima del sesto) la superficie de, a, d, in, d, b, (laquale sia, d, e,) serà equale al quadrato della mità della linea, c, per laqual cosa (per la quarta del secondo) la medesima serà subquadrupla al quadrato della linea, c, anchora mancha a compire la linea, a, b, una superficie quadrata, conciosia cosa che et a, d, sia equale al, d, g, & , d, b, sia equale al, g, e, e per tanto dico che se la superficie, d, e, diuide la linea, a, b, in due parti communicanti la linea, a, b, serà piu potente della linea, c, inel quadrato de alcuna linea communicante con lei in longhezza



& e conuerso, & conciosia che la linea, a, b, sia maggiore della linea, c, la parte, a, d, nõ serà equale alla parte, d, b, perche se la fusse equale la superficie, d, e, seria quadrata, & perche essa superficie è equale al quadrato della mità della linea, c, seria, a, d, equale alla mità de, c, & tutta, a, b, seria equale a tutta la, c, laqualcosa seria contra el presupposto: adonque la, a, d, non è equale alla, d, b, adonque della maggiore de quelle (laqual sia, d, b,) sia tagliato la parte, d, f, equale alla, a, d, & (per la ottaua propositione del secondo) el quadrato de tutta la, a, b, serà equale a quelli rettangoli fatti de, d, b, in, d, a, quattro uolte & al quadrato de, f, b, per laqual cosa la linea, a, b, serà piu potente della linea, c, inel quadrato della linea, f, b, laquale è necessario communicare a tutta la, a, b, se la linea, a, d, e communicante alla linea, d, b, perche se questo serà la, d, b, serà communicante alla, d, f, sua equale per laqualcosa (per la duodecima propositione), b, f, communicha con, f, d, è però communica etiam a tutta la, b, d, & per questa causa communica etiam con tutta la, a, f, adonque communica etiam con tutta la, a, b, & cosi è manifesto el primo proposito, el conuerso di questa è manifesto in questo, sia la, a, b, piu potente della, c, inel quadrato della linea, f, b, laqual communichi con lei medesima in longhezza, dico al presente che la superficie equale alla quarta parte del quadrato della linea, c, aggiunta sopra alla linea, a, b, (talmente che manchi una superficie quadrata) diuide la linea, a, b, in due parti communicanti, perche se sia diuisa, f, a, in due parti equali in, d, & sia fatta la superficie, d, e, del, d, b, in, d, a, & mancarà a compire la linea, a, b, la superficie quadrata, & (per la ottaua propositione del secondo libro) el quadrato de. a. b. serà equale al quadruplo della superficie d. e. & al quadrato de, f, b. Adonque el quadruplo della superficie de. d. e. è equale al quadrato della, c, per laqual cosa la superficie. d. e. sie equale alla quarta parte del quadrato della, c, dico

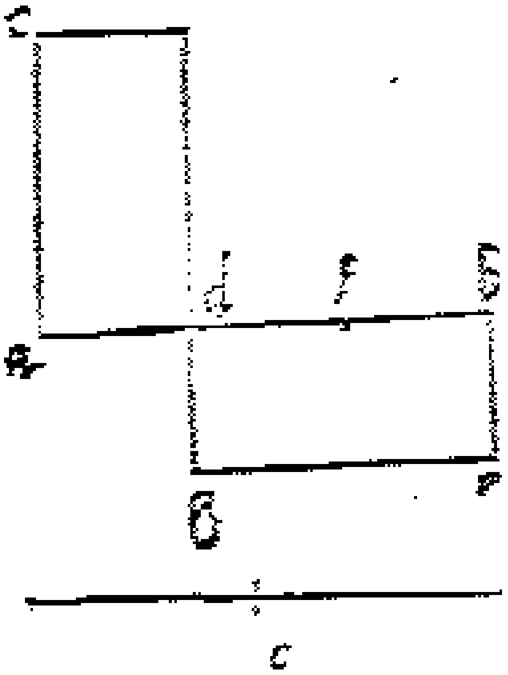
adonque

adonque che la, d, b, è communicante con la, a, d, stante, che, f, b, sia communicante con, a, b, perche se questo serà che, f, b, sia communicante con, a, b, serà anchora communicante con, a, f, (per la duodecima propositione) per laqual cosa serà etiam con, a, d, & con, d, f, a quella equale e per tanto etiam, d, b, serà communicante con, a, d, che è il secondo proposito, ma al presente è da demostrare qualmente la linea, a, b, quando che essa serà posta maggiore della linea, c, possa esser divisa talmente che fra le parti di quella caschi la mità della linea, c, continuamente proportionale, per che quando la serà così divisa, la superficie che serà fatta dall'una parte in l'altra serà equal al quadrato della mità della linea, c, & essa superficie equale alla quarta parte del quadrato della linea, c, aggionta alla linea, a, b, talmente che mancha una superficie quadrata, perche questo serà fatto in questo modo, divisa, a, b, in due parti equali in ponto, d, & sia lineato sopra quella lo semicerchio, a, f, b, & similmente sia lineata la linea, b, e, perpendiculare alla, a, b, laquale sia posta equale alla mità della linea, c, & sia dutta la, e, f, equidistante alla, a, b, per fina a tanto che la seghi la circonferentia del semicerchio in ponto, f, perche è necessario che seghi quella (conciosia che la linea, a, b, sia maggiore della linea, c,) & sia dutta la, f, g, perpendicolare alla, a, b, laquale conciosia cosa che la sia equale alla linea, e, b, (per la trigesima quarta propositione del primo) serà anchora equale alla mità della linea, c, sia adonque dutte le linee, f, a, e (per la prima parte della trigesima prima propositione del terzo) l'angolo a, f, b, serà retto e pero (per la prima parte del corrollario della ottava del sesto) la linea, f, g, serà nel mezzo luoco proportionale fra, a, g, et, g, b, per laqual cosa la mità della linea, c, (laquale è equale a quella) serà etiam media proportionale fra le medesime che è el nostro proposito.



Theorema. 15. Propositione. 18.

14
18



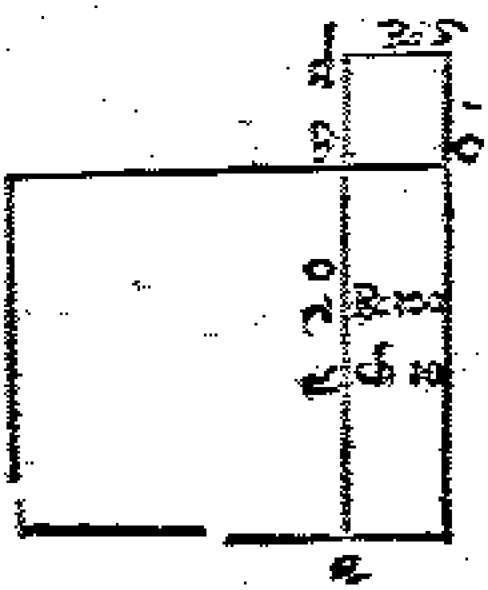
Se seranno due linee inequale delle quale se la superficie equale alla quarta parte del quadrato della piu corta posta sopra alla piu longha talmente che manchi al compimento di quella una superficie quadrata, divida quella in due parti incommensurabile, la piu longha serà piu potente della piu corta in lo augumento del quadrato d'una linea incommensurabile in longhezza a essa linea piu longha & se la piu longha serà piu potente della piu corta in el quadrato d'una linea incommensurabile in longhezza, a essa linea piu longha, & sia posto, over aggiunto sopra a essa una superficie equale alla quarta parte del quadrato della piu corta & manchi a cõpi re la re la piu longha una superficie quadrata, le necessario che essa superficie posta ouero aggiunta sopra essa linea, diuida essa linea piu longha in due parti incommensurabile.

Questa decima ottaua mette el contrario dello antecedente & del consequente della precedente, & la dispositione in questa non differisse dalla dispositione di quella, e el modo de argumentare dell'una & dell'altra e uno medesimo, perche, se a,d, non communica con,d,b, ne etiam,d,f,(a lei equale) communicarà con la medesima,d,b, adonque (per la 13. propositione) d.f non communicarà con f,b, per laqual cosa manco con,a,f, perche a.f. & ,d,f, sono communicanti si come el numerante & el numerato, e pero ne etiam a,b, communicarà con la linea,f,b, ma se questo serà (per la seconda parte) cioe se,a,b, non communica con,f,b, non communicarà con,a,f, per laqual cosa non communicarà etiam con, a, d, ouero con, d,f, adonque ne, d, b, communicarà con, d,a, anchora tu puoi demostrare questa decima ottaua propositione per la premessa la prima parte de questa per la seconda de quella & la seconda per la prima per la destruttione nel consequente, perche se,a,d,& ,d,b, non communicano ne etiam, a,b,& ,f,b, communicaranno, perche se,a,b,& ,b,f, communicassono bisognaria (per la secõda parte della premessa) che,a,d, communicasse con,d,b,& era posto che'l non communicasse, per lo medesimo modo se procederà della seconda parte perche se, b,a,& ,b,f, nõ communicano ne etiam,a,d,& ,d,b, communicaranno, perche communicando seguiria per la prima parte della premessa che,a,b, & ,b,f, communicassono liquali non communicano per laqual cosa è manifesto el proposito.

Theorema. 16. Propositione. 19.

15 Ogni superficie rettangola che contengono due linee
19 rationale in longhezza se proua esser rationale.

Siano le due linee.a.b.& .b.c.(lequale contengano la superficie rettangola.a.c.) rationale in longhezza: dico la superficie.a.c. essere rationale: perche descritto il quadrato de quale si voglia di quelle come il quadrato.c.d. della linea.b.c. sarà (per la prima del sesto) la proportione del quadrato.c.d. alla superficie.a.c. come la linea.b.d. alla linea.a.b. perche adonque.b.d. communica in longhezza con.a.b.(dal presupposito) però che la.b.c.(sua equale) communica con essa (per la prima parte della decimaquarta).c.d. sarà communicante con.a.c. adonque conciosia che.c.d. sia rationale (per la diffinitione) etiam.a.c. sarà rationale: che è il proposito.



Il Tra-

Il Tradottore.

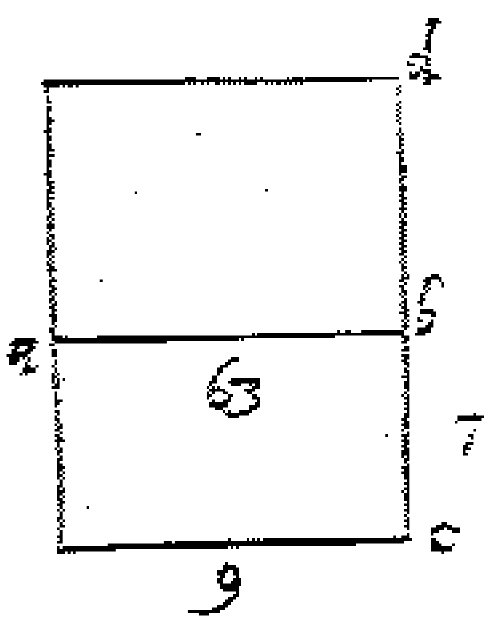
El testo di questa decimanona propositione in la seconda tradottione dice in questa forma.

15/19 Ogni rettangolo compreso sotto di due linee rationale (secondo alcuno di predeti modi) commensurabile in longhezza è rationale.

Laqual propositione non astringe che le dette due linee siano rationale in longhezza: ma ponno esser rationale etiam solamente in potentia, pur che siano commensurabile in longhezza. laqual cosa se dimostra per li medesimi modi e uie di sopra adduute, perche el quadrato di qual si uoglia di quelle sarà rationale (essendo caduna di quelle rationale in potentia) onde seguitando se concluderà el proposito come in altro modo: & questa è molto piu generale dell' altra.

Theorema. 17. Propositione. 20.

16/20 Quando che sopra a una linea rationale in longhezza sarà posta una superficie rationale rettangola, lo secondo lato di quella sarà rationale in longhezza & commensurabile co'l primo in longhezza.



Questa è quasi el conuerso della precedente, come se la superficie, a,c, (aggionta ouero posta sopra alla linea, a,b rationale in longhezza) sarà rationale: dico che il secondo lato di quella (elquale e,b,c,) sarà ancho ra rationale in longhezza & communicante al primo lato: perche se sia, a,d, el quadrato de, a,b, & sarà rationale (per la diffinitione) & per questa causa serà communicante con la superficie, a,c, rationale, perche adonque (per la prima del sesto) si come è la superficie, a,d, alla superficie, a,c, cosi è anchora la linea, b,d, alla linea, b,c, & la superficie, a,d, communica con la, a,c, sarà (per la prima parte della decimaquarta) d,b, communicante con, b,c, adonque sarà etiam communicante con la, b,a, (sua eguale) & b,a, è rationale (dal presupposito) per laqual cosa (per la diffinitione) etiam, b,c, sarà rationale; adonque è manifesto il proposito.

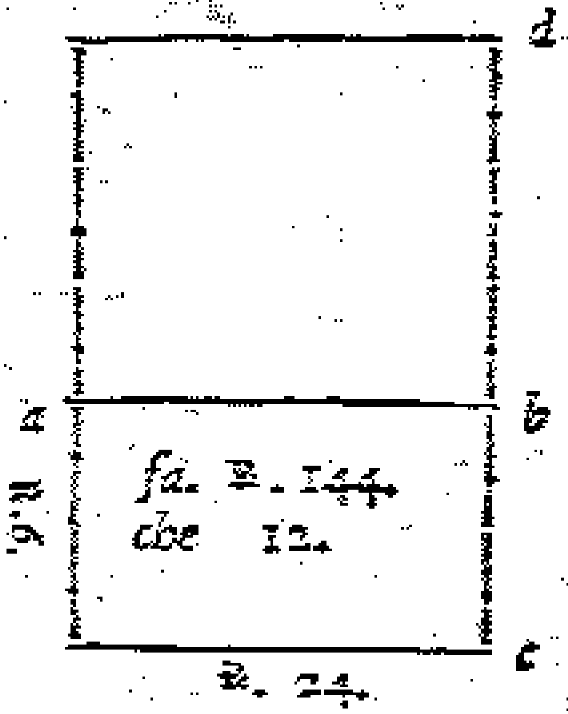
Il Tradottore.

El testo di questa sopra scritta propositione in la seconda tradottione dice in questa forma.

16/20 Se una superficie rationale serà posta sopra una linea rationale sarà la larghezza rationale, commensurabile in longhezza all'altra cioè a quella sopra laquale fu posta la superficie.

Onde

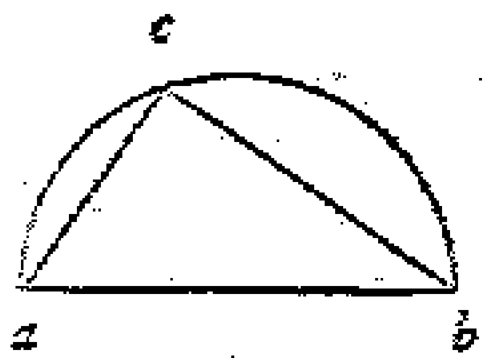
Onde questa è assai piu generale di quella posta di sopra, perche questa non astringe che la data linea sia rationale in longhezza ma basta che sia rationale onde tal linea puol esser etiam rationale solamente in potentia, perche una linea rationale solamente in potentia e detta rationale (per la diffinitione) & tutto questo lo uerifica per le medesime argumentationi usate di sopra, perche ponendo che la superficie. a. e. rationale, sia posta sopra la linea. a. b. rationale solamente in potentia, dico che il medesimo secondo lato cioe. b. c. sera rationale solamente in potentia, & commensurabile in longhezza con la. a. b. per le medesime ragioni nell'altra demostratione addutte perche el medesimo quadrato de, a, b, sera rationale (per esser la, a, b, rationale. abenche sia solamente in potentia) non resta che il detto quadrato non sia rationale & commensurabile alla superficie, a, e, & cetera.

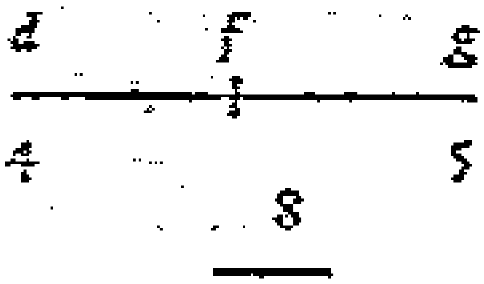


Problema. 4. Propositione. 21.

17 Proponemo trouare due linee rationale solamente in potentia commu
29 nicante, delle quale la piu longha possa piu della piu corta in el quadrato d'una linea a se commensurabile in longhezza.

El proposito è di trouare due linee rationale in potentia solamente communicante delle quale la piu longha sia piu potente della corta in el quadrato d'una linea a se commensurabile in longhezza, e per tanto toglio alcuna linea rationale, laqual sia, a, b, sopra laquale descriuo lo mezzo cerchio, a, c, b, & tolto alcun numero (come. d. e.) diuido quello in li duoi numeri, d, f, et f, e, talmente che la proportione de. d. e. al. d. f. sia come de numero quadrato a numero quadrato, & che la proportione del. d. e. al. f. e. non sia come de numero quadrato a numero quadrato, & tal numero e qualunque numero quadrato diuisibile in un numero quadrato & in uno che non sia quadrato come. e. 9. elquale se diuide in. 4. e. 5. & tutti li equalmente multiplici de questi. & truouo una linea al quadrato della quale el quadrato della linea. a. b. sia si come el numero. d. e. al numero. d. f. (& qualmente essa se ritroui è stato detto in la demostratione della decimaquinta de questo) truouata questa linea (laquale necessariamente è minore de. a. b.) la accomodo (per la prima del quarto) dentro del





Se 9. me da 5. che me dara poniamo 16. 256

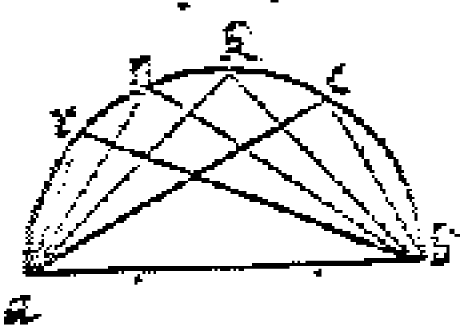
5

Se la 1280

16 ℘ R. 142. $\frac{2}{9}$.

Anchora
Se 9. 5. R. 12
12
60
6 $\frac{6}{9}$
R 12. p̃ R 6 $\frac{2}{3}$

mezzo cerchio.a.c.b.& sia.a.c.& subtenderò la linea.c.b.dico le due linee.a.b.& .c.b.essere quelle che cercamo, perche (per la trigesima prima propositione del terzo) lo angolo,c,serà retto,e pero (per la penultima del primo) lo quadrato de.a.b.è equale alli quadrati delle due linee, a, c, &,c,b,& perche la proportione del quadrato della linea.a.b.al quadrato della linea.a.c.è si come del.d.e.al.d.f.(per el presupposito) (per la euersa proportionalità) la proportione del quadrato della linea.a.b.al quadrato della linea,c,b,serà si come del.d.e.al.f.e.adoque el quadrato de.a.b.comunica con el quadrato de,a,b,(p la.6.propositione di questo) adonque el quadrato de.c.b.serà rationale (per la diffinitione) conciosia che'l communica con una superficie rationale, & perche.c.b.& .a.b.sono incommensurabile (per la ultima parte della nona propositione) è manifesto le due linee.a.b.& .c.b.esser rationale in potentia solamente communicante, ma perche la linea.a.b.e piu potente della linea.c.b.inel quadrato della linea.a.c.laquale (per la seconda parte della nona) communica con seco in longhezza è manifesto essere satisfatto el proposito, Ma se tu desideri de ritrouarne piu de due rationale in potentia solamente communicante delle quale una sia piu potente de quale si voglia delle altre inel quadrato de alcuna linea communicante con seco in longhezza, sia come per auanti la linea.a.b.rationale in longhezza, sopra laquale sia descritto el mezzo cerchio.a.c.b.& sia tolto lo numero.d.quadrato quale sia diuisibile in molti quadrati & non quadrati, di quali non quadrati. la proportione non sia si come de alcuni di numeri quadrati, & tali numeri che oltra se dano come el.36.elquale è diuisibile in.25.e.11.e anchora in.16.e.20.& similmente in.9.e.27.e anchora in.4.e.32.& de questi nõ quadrati liquali sono.11.20.27.32.fra loro non e proportione si come de alcuno numero quadrato a un'altro sia adonque che'l numero.d.quadrato sia diuiso in.e.quadrato e in.f.non quadrato & sia el quadrato della linea,a,b,al quadrato della linea,a,c,si come el numero.d.al numero.e.& sia dutta la linea.c.b.& è manifesto el proposito, come per auanti è stato dimostrato.a.b.& .b.c.esser le due tal linee, che cercamo, similmente anchora diuiderò.d.in.g.quadrato & in.h.non quadrato, & sia el quadrato della linea.c.b.al quadrato della linea.a.k.si come del.d.al.g.& sia dutta la linea.k.b.& seranno come prima le due linee.a.b.& .b.k.quelle che cercamo per lo medemo modo se sia diuiso un'altra uolta.d.in.l.quadrato & in.m.non quadrato, & sia posto la proportione del quadrato della linea.a.b.al quadrato della linea.a.n.si come del.d.al.l.& sia produtta la.n.b.seranno le due linee,a.b.& .b.n.quale cercamo



25 d.11.

e 16 d.20. f

g 9 d 27. h

l m

4 d 32.

p q

tanto & se un'altra volta sia diviso .d. in .p. quadrato & in .q. non quadrato, & la proportione del quadrato della linea, a, b, al quadrato della linea, c, r, sarà si come del, d, al, p, & sia protratta la linea, r, b, servamo anchora le due linee, a, b, & b, r, quale cercamo, e per tanto le linee, a, b, b, c, b, k, b, n, b, r, sono rationale in potentia solamente communicante una delle quale (cioe, a, b,) e piu potente de quale si voglia delle altre in el quadrato d'una linea commensurabile con seco in longhezza: se adunque niuna delle quattro linee, b, c, b, k, b, n, b, r, communica con le altre in longhezza è manifesto el proposito & questo se approua in questo modo, perche le manifesto dalle precedente che'l quadrato della linea, b, c, al quadrato della linea, a, b, e si come el numero, f, al numero, d, & lo quadrato della linea, a, b, al quadrato della linea, b, k, e si come el numero, d, al numero, h, adonque per la equa proportionalità el quadrato della linea, b, c, al quadrato della linea. b. k. è si come el numero, f, al numero, h, & niun di quattro numeri, f, h, m, q, sono (dal presupposito) si come numero quadrato a numero quadrato, per laqual cosa (per la quarta parte della nona) le due linee b c b. K. sono incommensurabile in longhezza, & per la medesima ragione, due quale si voglia di quelle quattro sono incommensurabile in longhezza adonque è manifesto quello che volemo.

Nota che a trovar praticamente l'antecedente a ogni numero rationale formato un binomio. 1. 2. & 3. lo puoi trovar con ogni num. □ divisibile in un nume. □ & in uno non □, come 9. come qui appare, & è regola generale & s'el 3. numero sarà □ ne venirà binomio primo, & s'el sarà num. non □ ne porrà venir binomio terzo, ma volendo trovar el secondo, alla prima voltarai 9 & 5. digando se 5 me da 9 che me darà el □ de quello num. che voglio che sia consequente, pongo che voglia 6. per consequente dirò se 5 me da 9 che me darà 36. opera che ne venirà [illegible] et la R [illegible] p R 36 che 6. & cosi R 64 [illegible] p 6 sarà binomio 3. Vero è che l'Auttor procede digando se 36. da 25. che me darà lo □ della, a, b. (rationale largo modo) e da, c, a, et la, c, b, sarà poi il secondo nome.

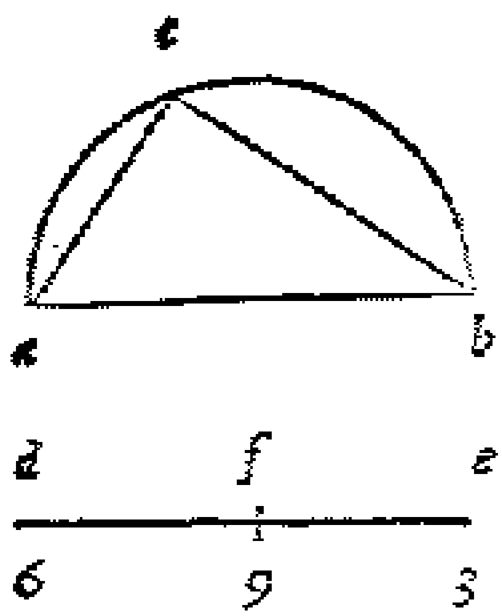
9	5	36.
		5
		180
		R 36 p R 20

Il Tradottore.

Bisogna notare che la linea, a, b, se puol tore rationale in longhezza & anchora solamente rationali in potentia, perche in l'uno e l'altro modo se intende rationale per la quinta diffinitione (secondo la seconda tradottione) & per tanto le dette due linee ponno essere ambedue rationale solamente in potentia, overo l'una rationale in longhezza & l'altra solamente in potentia, vero è che non possono esser ambedue rationale in longhezza perche seriano commensurabile in detta longhezza che seria contra il presupposito, ideo &c.

Problema.5. Propositione.14.

$\frac{18}{30}$ Puotemo trovare due linee rationale solamente in potentia communicante, dellequale la piu longha possi piu della piu corta quanto è il quadrato d'una linea a se incommensurabile in longhezza.



In questa anchor a rimanga la medesima dispositione & li medesimi presuppositi che sono in la precedente, mutato solamente questo che la proportione del numero. d. e. a niuno di duoi numeri. d. f. & f. e. sia si come de numero quadrato a numero quadrato, & questo uië fatto facilmente posto, d, e, qual si uoglia numero quadrato diuiso in duoi numeri non quadrati come se, d, e, sia noue & d. f. sei, et f, e, tre argumentando come per auanti eccetto solamente questo che, a, b, & a, c, sono incommensurabili in longhezza (per la ultima parte della nona propositione) & è da saper che le due linee, che insegnano di trouare questa & la premessa componeno el binomio, & la minore de quelle, tagliata dalla maggiore quella che rimane è detta residuo, anchora nota che le linee rationale solamente in potentia cõmunicante ponno esser una rationale & l'altra irrationale, si come li lati tetragonici de due superficie delle quale una sia uinticinque piedi & l'altra uintiquattro sono rationali in potentia solamente communicante, perche el lato della prima superficie è cinque & el lato della seconda non uien numerato. Et ponno esser ambedue irrationale come li lati tetragonici delle due superficie delle quale una sia uinti quattro piedi & l'altra 23. perche el lato ne dell'una ne dell'altra uien numerato & sono incommensurabile in longhezza (per la ultima parte della nona) & se tu desideraße anchora de trouare piu de due linee rationale in potentia solamente cõmunicante delle quale una sia piu potente de quala si uoglia delle altre in el quadrato d'una linea non communicante con seco in longhezza sia tolto tal numero el quale possa esser cosi diuiso in piu parti, che la proportione de quello a niuna delle sue parti ne d'alcuna parte a alcuna delle altre, sia come de numero quadrato a numero quadrato come uinticinque elqual tu'l poi diuidere in duoi e uintitre, anchora in cinque & uinti & similmente in sette e deciotto & el processo sia el medesimo che è stato fatto in la premessa.

Per trouar el. 4. binomio, ponendo per suo antecedente. 6. dirai se. 9. me da. 6. (ouer. 3.) che me darà. 36. opera che uenirà p̃ ℞ 24. e per el. 3. daria. 6. p̃ ℞ 12.

Et per trouar el quinto dato per suo consequente 8. dirai, se 3. me da 9. che me darà 64. opera che te darà ℞ 192 p̃ 8. tu poteui anchor dire se 6. me da. 9. che me darà 64. opera che te darà. ℞ 96. p̃ 8.

Per trouar el. 6. binomio a. ℞ 18. per antecedente dirai, se 9. me da. 6. che me darà ℞ 18. opera con il □ de ℞ 18 ch'è 18. & te uenirà ℞ 18 p̃ ℞ 12. & cosi discorrendo.

Lemma, ouero assumptione.

$\frac{0}{21}$ La linea potente in una area irrationale è irrationale.

Perche se la linea, a, puol in una area irrationale cioe che quel quadrato qual

tion fatto della linea, a, sia equale a una area ouer superficie irrationale, dico che la linea, a, è irrationale, perche se possibil fusse (per l'aduersario) che la ditta linea. a. fusse rationale, anchora el quadrato che fusse fatto della linea. a. seria per la diffinitione rationale, & (dal presupposito) e irrationale, adonque la linea, a, è irrationale seguita adonque il proposito.

Il Tradottore.

Questo lemma ouero assumptione se ritroua solamente in la seconda tradottione, elqual lemma dimostra quello che se diffinisse in la ultima diffinitione di questo decimo libro, cioe che la linea potente in una superficie irrationale è irrationale per laqual cosa seguiria la detta ultima diffinitione essere superflua.

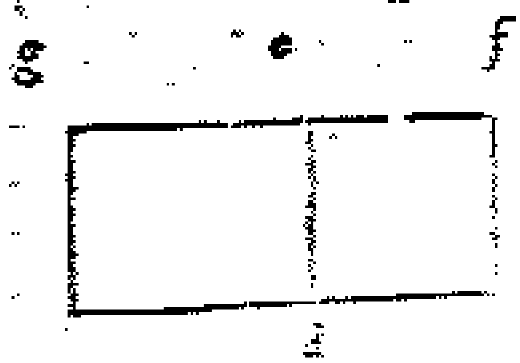
Theorema. 18. Propositione. 23.

19 Ogni superficie che contégano due linee rationale solamente potentialmente communicante, è irrationale, è detta superficie mediale, &
21 lo suo lato tetragonico, cioe quello lato che puol in quella, è irrationale & è detto linea mediale.

Siano le due linee. a. b. b. c. (continente la superficie a. c.) rationali solamente in potentia communicante, lequale qualmente se trouano della premessa & dalla quarti la premessa è manifesto. Dico la superficie. a. c. esser irrationale. Et per dimostrar questo sia. c. d. quadrato de. b. c. & sera rationale (per el presupposito) imperche la linea. b. c. è rationale in potentia, et perche (per la prima del sesto) la proportione del. a. c. al. c. d. è si come della. a. b. alla. b. d. & la. a. b. non communica con la. b. d. perche (dal presupposito) la non communica con la sua equale (laquale. e. b. c.) seguita (per la seconda parte della decimaquarta) che etiam, a, c, non communichi con. c. d. per laqualcosa (per la diffinitione) la superficie. a. c. è irrationale adonque el suo lato tetragonico (per lo soprascritto lemma) e irrationale, & questa superficie è chiamata superficie mediale perche è nel mezzo loco proportionale fra le due superficie rationale, cioe fra li quadrati delle due linee che contengono essa superficie, & la linea potente in essa superficie è detta linea mediale perche anchora lei è nel mezzo loco proportionale fra due linee rationale communicanti solamente in potentia, & queste due linee sono li lati della detta superficie & questo è quello che uoleuo.

Lemma.

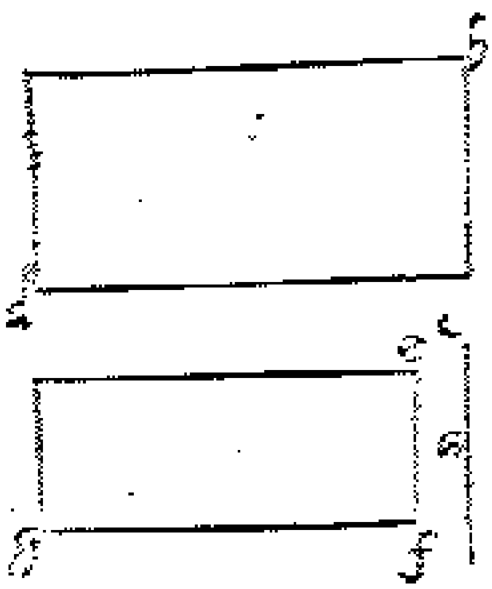
0 Se seranno due linee rette, si come la prima alla seconda, cosi è quel-
22 lo che uien fatto della prima a quello che contenuto sotto alle due rette linee.



Siano le due rette linee .f. e. g. Dico che si come .e.f. al .e.g. cosi è il quadrato de .f. e. alla superficie contenuta sotto da .f.e. & .e.g. & per dimostrare questo sia descritto per la quadragesima sesta del primo el quadrato, d, f, & sia compito, d, g, adonque perche si come e, f, al, e, g, cosi e, f, d, al, d, g, & , d, g, e quella superficie contenuta dal, f, e, & , e, g, adonque si come e, f, e, al, e, g, cosi e quello che vien fatto del, f, e, a quello che contenuto sotto dal, f, e, et, e, g, similmente anchora si come quello che contenuto sotto de, g, e, & , e, f, a quello che vien fatto dal, e, f, cioe si come, g, f al, d, f, cosi è, e, g, al, e, f,

Theorema. 19. Propositione. 24.

20/22 Quando che sopra a una linea rationale in longhezza serà posta una superficie equale al quadrato d'una linea mediale, el secondo lato di quela serà rationale solamente potentialmente & incommensurabile al primo lato in longhezza.



Questa è quasi il conuerso della premessa. Sia, a, una linea mediale & sia la linea, b, c, rationale in longhezza sopra alla quale sia posta ouero aggiunta la superficie, b, d, equale al quadrato della linea, a, laqual cosa se fa in questo modo, sia sotto aggiunto alle due linee, b, c, & , a, la linea, c, d, in continua proportionalità come insegna la decima del sesto, & la superficie della, b, c, in, c, d, serà equale al quadrato della linea. a. (per la sestadecima del medesimo) dico el secondo lato de quella el quale c, d, c, esser rationale solamente in potentia & incommensurabile in longhezza al lato, b, c, & serà (per la precedēte) (per la diffinitione della linea mediale) che la linea, a, possi in alcuna superficie contenuta da due linee rationale solamente in potentia communicanti, laqual sia la superficie, e, g, li lati dellaquale siano, e, f, & , f, g, & le due superficie, b, d, & , e, g, (per la prima parte della decima quarta del sesto) seranno de lati mutui, per questo che esse sono equale, & rettangole adonque la proportione de, b, c, al, e, f, e si come del. f, g, al, c, d, per laqualcosa conciosia che, b, c, communichi in potentia con, e, f, (imperoche li quadrati dell'una & dell'altra de quelle sono rationali (dal presupposito,) f, g, (per la decimaquarta) communicarà in potentia con, c, d, conciosia adonque che'l quadrato de, f, g, sia rationale (per el presupposito) anchora el quadrato de, c, d, (per la diffinitione) serà rationale, & perchè la superficie, b, d, è irrationale si come la sua equale, e, g, (per la premessa) seguita che'l quadrato della linea, c, d, non communichi con la superficie, b, d, & perche el quadrato della linea, c, d, alla superficie, b, d, (per la prima del sesto) e si come lo lato, c, d, allo lato, c, b, (per la seconda parte della decima quarta) serà che, c, d, non communichi

con, b, c,

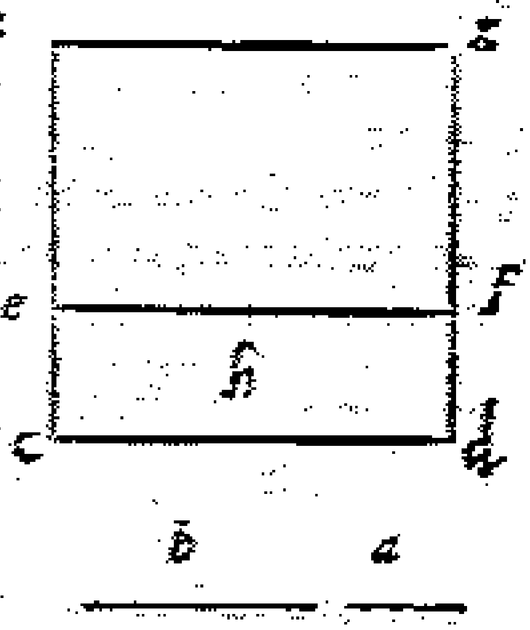
con,b,c, per laqualcosa conciosia che la,b,c, sia rationale in longhezza (dal presupposito) la c.d. serà irrationale in longhezza cioè rationale solamente in potentia, adonque è manifesto la proposta conclusione.

Il Tradottore.

Il testo della soprascritta propositione in la seconda tradottione parla in questa forma videlicet.

20/22 Il quadrato de una linea media, posto sopra a una linea rationale fa la larghezza rationale & incommensurabile in lõghezza a quella linea alla quale fu sopraposto.

Laqual propositione e piu generale che la sopraposta perche questa non astringe che la linea,b,c, sia rationale in longhezza, ma basta che sia rationale o in longhezza o in potentia solamente & per li medesimi argumentationi se trouarà seguire il proposito & quello, che di sopra se conclude per la prima del sesto nella seconda tradottione se conclude per la soprascritta lèma, cioe che il quadrato della linea.c.d. alla superficie.b.d.e si come lo lato.c.d. allo lato.c.b.

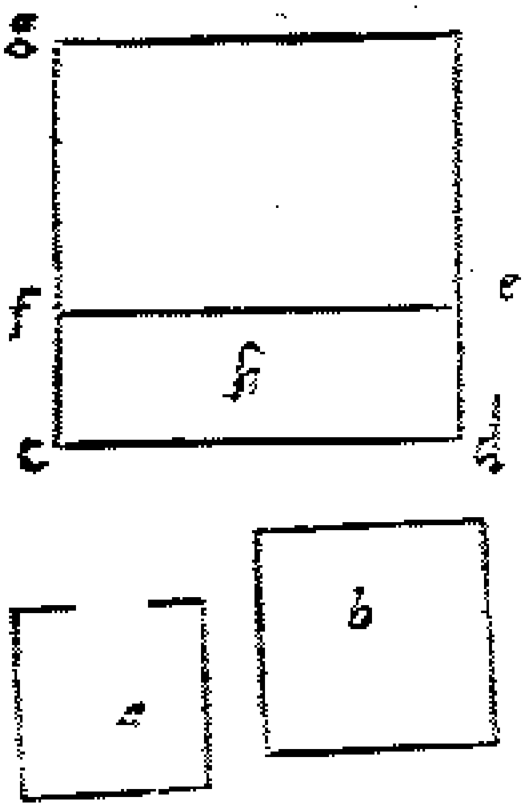


Questa propositione 25. non se conuertisse, cioe che ogni linea, che non sia communicante a una linea mediale in longhezza ouer in potentia non seguita, che quella tale non posse esser mediale, perche ui son alcune linee mediale, che tra loro non sono communicante ne in longhezza, ne in potentia, come R R 7 a R R 5 & di queste niente ha parlato Euclide. Et però le specie delle mediale comparatiuamente sono 6. Primo, comensurabile in longhezza, quale conteneno sempre superficie mediale. Quarto, comensurabile solamente in potentia cioe, due continente superficie mediale, & due continente superficie rationale. La 6. quella pretermessa da Euclide, e però son 6. specie de binomij mediali.

Theorema.20. Propositione.25.

21/23 Ogni linea communicante a una mediale è mediale.

Sia la linea,a, mediale alla quale sia posto la linea,b, esser communicante ouero in longhezza, ouero solamente in potentia. dico che etiam la linea.b. è mediale, & per dimostrare questo sia la linea, c,d, rationale in longhezza sopra laquale sia posta la superficie, c, f, equale al quadrato della linea, a, & anchora la superficie,e,g, equale al quadrato della linea, b, (& a qual modo questo si debba far è stato detto in la premessa demostratione) & (per la precedente) la linea,d,f, serà rationale solamente in potentia & incommensurabile alla linea,c,d, & perche (per la prima del sesto) del,e,g, al,c,f, e si come del,f,g, al,d,f, & la superficie, e, g, communica con la, c, f, imperoche el quadrato de, b, communica con lo quadrato de.a.



to de, a, (per el presupposito) alli quai quadrati le dette superficie sono poste equale, seguita (per la prima parte della decima quarta) che la linea, f, g, communichi con la linea, d, f, per laqual cosa, f, g, e rationale solamente in potentia, si come è, d, f, & incommensurabile in longhezza alla linea, e, f, concosia che la linea d, f, (a se communicante) sia incommensurabile al medesimo, e, f, impero che è incommensurabile alla sua equale, perche questo fu prouato in la undecima che se li serà due quantità communicante a qualunque quantità una di quelle non communica ne etiam l'altra gli communicarà, adonque (per la uigesima terza) la superficie, e, g, serà mediale, & lo lato tetragonico di quella el quale è, b, serà mediale che è il proposito, similmente anchora ogni superficie communicante a una superficie mediale è necessario esser mediale, perche se sia la superficie, a, mediale alla quale sia posta la superficie, b, esser communicāte. dico la superficie, b, esser mediale laqual cosa in questo modo serà manifesta, sia la linea, c, d, rationale in longhezza & sopra a quella sia aggionta, ouero posta la superficie, c, e, laquale sia equale alla superficie, a, laqual cosa se fa in questo modo, sia trouata la linea, c, f, alla quale sia proportionale uno di lati della superficie, a, si come sia la linea, c, d, all'altro lato (et come questa linea se ritroua e stato detto in la decima del sesto) & (per la quinta decima del medesimo) la superficie, d, f, serà equale al, a, & anchora per el medesimo modo sopra alla linea, e, f, sia aggionto, ouero posto la superficie, e, g, laquale sia equale alla, b, adonque (per la uigesima quarta) la linea, e, f, serà rationale solamente in potentia & anchora serà incommensurabile in longhezza alla linea, c, d, & perche, a, & , b, erano communicanti (dal presupposito) seranno anchora, c, e, & , e, g, (a quelle equale) communicante, adonque (per la prima del sesto) & (per la prima parte della decima quarta) de questo seranno le due linee, e, f, & f, g, communicante in longhezza, adonque la linea, f, g, è rationale solamente in potentia & incommensurabile in longhezza alla linea, e, f, per laqual cosa (per la uigesima terza) la superficie, e, g, serà mediale, concosia che la linea, e, f, sia rationale in longhezza si come, c, d, a lei equale (concosia adonque che, b, sia equale al, e, g, anchora, b, serà mediale che è il proposito. Et nota che tutte le superficie mediale communicanti componeno superficie mediale, onde tutta la superficie, d, g, è mediale, perche concosia che le due linee, e, f, & f, g, sian rationale in potentia solamente, & non communicante in longhezza seguita che tutta la, e, g, sia rationale solamente in potentia & non communicante con la, c, d, in longhezza, adonque (per la uigesima terza), d, g, è mediale e per lo medesimo modo se procederia essendo piu.

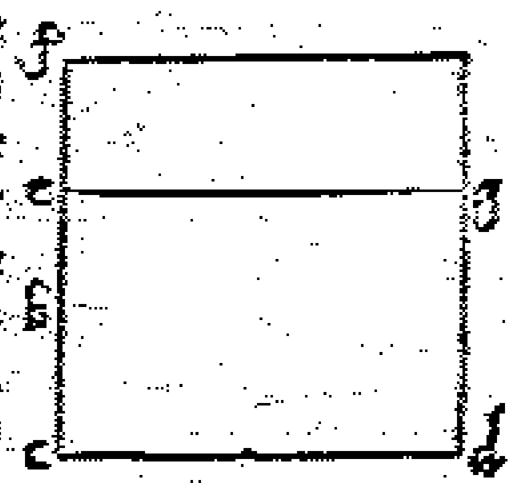
Il Tradottore.

Questa ultima parte prouata di sopra, cioe che ogni superficie communicante a te a una superficie mediale e mediale, nella seconda tradottione se ne fa uno correlario ma per esser assai piu chiara questa del ditto correlario bauemo posposto el detto correlario.

Theorema 21. Propositione 26.

22
26 **Ogni differentia in laquale habondi una mediale da una mediale se proua essere irrationale.**

Sia l'una & l'altra delle due superficie, a, b, & , a, mediale, Dico che la superficie b, (laquale è la differentia di quelle) è irrationale, e per dimostrar questo sia la linea, c, d, rationale in longhezza sopra alla quale sia posta ouer agionta la superficie, d, e, equale alla superficie a. & la superficie, d, f, equale alla total superficie, a, b, & come questo se debbia fare lo hauemo insegnato in la precedente, adonque perche, d, f, è equale al, a, b, & , d, e, è equale al, a, (per la cõcettione) g, f, serà equale al, b, se adonque la superficie, b, non è irrationale ma rationale (per l'aduersario) serà etiam la, f, g, (sua equale) rationale & conciosia che la linea, e, g, sia rationale in longhezza si come la sua equale, c, d, (per la 20.) la linea. e. f. serà rationale in longhezza è communicãte con la linea, e, g, & (per la 24.) l'una e l'altra delle due linee, c, e, & , c, f, è solamente potentialmente rationale & incommensurabile in longhezza alla linea, c, d, adonque la linea, e, f, è incommensurabile alla linea, c, e, in longhezza & perche (per la prima del. 6.) el quadrato della linea, e, f, alla superficie che uien fatta della, e, f, in la, c, e, e si come la, e, f, alla, c, e, seguita (per la secõda parte della. 14.) che el quadrato della linea, e, f, sia incommensurabile alla superficie fatta del, e, f, in, c, e, per laqual cosa & esso quadrato serà incommensurabile al doppio della superficie del, e, f, in, c, e, & lo quadrato de, c, e, conciosia che l sia rationale è communicante al quadrato de. e, f, adõque tutto el composito de ambidui (per la. 12.) serà communicante al quadrato de, e, f, e pero serà incommensurabile al doppio della superficie del, e, f, in, c, e, & perche (per la quarta del secondo) el quadrato della linea, c, f, e equale alli dui quadrati delle due linee. c, e, & , e, f, & al doppio della superficie de, c, e, in, e, f, & lo doppio della superficie de, c, e, in, e, f. e incomensurabile allo aggregato delli dui quadrati delle due linee. c. e. & . e. f. seguita per la. 13. che el quadrato de. c. f. sia incommensurabile allo aggregato di dui quadrati delle due linee. c. e. & e. f. & conciosia che lo aggregato de questi quadrati sia rationale, seguita el quadrato della linea. c. f. non esser rationale e pero la linea. c. f. non è rationale in potentia & per questo la superficie. d. f. non serà mediale ne etiam la superficie. a. b. a lei equale laqual cosa è inconueniente per



te per esser il contrario di quello che stato posto, rimane adonque che la superficie, b, e irrationale che è il proposito.

Il Tradottore.

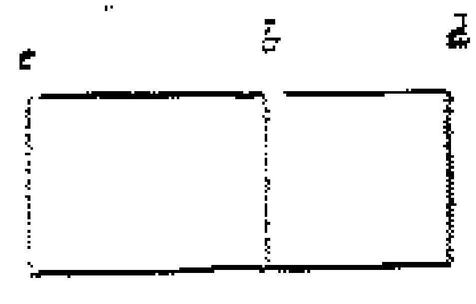
Il medesimo seguiria che volesse la linea. c. d. rationale solamente in potētia, cioe che'l non è necessario che la sia rationale in longhezza come propone il commentatore anci puol esser anchor come detto rationale solamente in potentia et supponendo poi per (l'aduersario) che la superficie, g, f, sia rationale seguirà (per la uigesima di questo tolta dalla seconda tradottione) che la, e, f, sia rationale (largo modo) è commensurabile in longhezza con la, e, g, seguendo poi come segue se concluderà il proposito.

Theorema. 22. Propositione. 27.

0 Il rettangolo compreso sotto a due linee mediale commensurabile
24 in longhezza mediale.

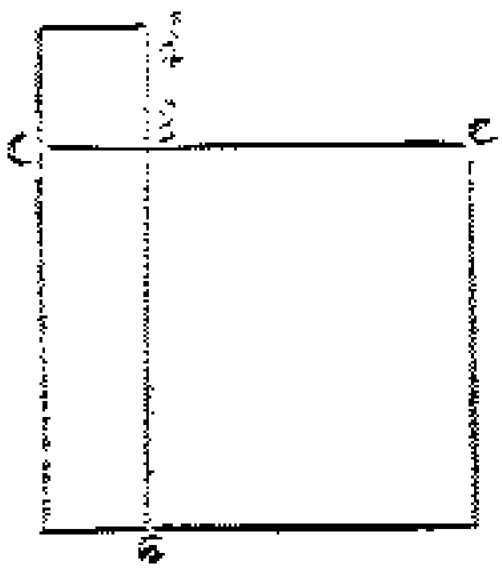
Dico se sotto alle due rette linee mediale, a, b, & , b, c, commensurabili in longhezza serà compreso il rettangolo. a. c. Dico che'l detto rettangolo. a. c. e mediale, e per dimostrar questo sia descritto (per la quadragesima sesta del primo) lo quadrato. a. d. dalla linea, a, b, adonque lo quadrato, a, d, e mediale & perche la, a, b, è commensurabile alla, b, c, in longhezza & la, a, b, è equale alla, d, b, adonque la, d, b, è commensurabile alla, b, c, in longhezza per laqual cosa & lo quadrato, a, d, serà commensurabile alla superficie. a. c. adonque (per la uigesima quarta) la superficie, a, c, è mediale cioe per la parte aggionta sopra la detta. 25.

23
25



Theorema. 24. Propositione. 28.

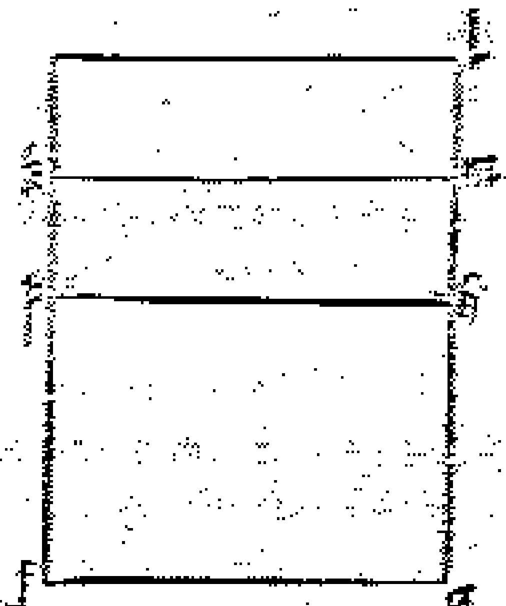
Ogni superficie che sia contenuta da due linee mediale solamente communicante potentialmēte, ouer che la è rationale, ouer mediale.



Siano le due linee, a, b, & , b, c, mediale solamente in potentia communicante, dico che la superficie. a. c. (da quelle contenuta) ouer che la è rationale ouer mediale, & per dimostrare questo siano. d. c. el quadrato della linea. b. c. & . a. e. el quadrato della linea. a. b. & (dal presupposito) questi dui quadrati seranno communicanti & la superficie. a. c. (per la prima del 6.) serà mediale in el mezzo loco proportionale fra essi quadrati, sia tolto adonque la linea. f. g. laqual sia rationale in longhezza sopra alla quale sia agionto

ouer

ouer posta la superficie. f.h. equal al quadrato a.e. & k.h equale alla superficie a.c. & k.l. equale al quadrato. d.c. & queste tre superficie. f.h. h.k. & k.l. seranno continuamente proportionali, si come sono le sue equale a.e. a.c. & d.c. per laqual cosa (per la prima del.6.) etiam le tre linee. g.h. h.m. & m.l. (lequale sono base de queste) seranno continuamente proportionale, & conciosia che le superficie. f.h. & k.l. siano communicante, si come li duoi quadrati. a.e. & c.d. a quelle equali seguira (per la prima del.6.) & (per la.14. di questo) che la linea.g.h. sia communicante con la. m.l. & l'una & l'altra de quelle è rationale in potentia (per la.24. de questo) adonque la superficie dell'una di quelle in l'altra è rationale perche ogni superficie laqual che contenuta da due linee rationale in potentia, communicante in longhezza necessariamente è rationale (come è manifesto) (per la prima del.6.) & (per la prima parte della. 14. de questo) & per la diffinitione delle superficie rationale, et perche (per la prima parte della.17.del.6.) lo quadrato della linea.h.m. e equale alla superficie della.g.h. in.m.l. el quadrato della linea.h.m. serà rationale, adonque se la linea h.m. è rationale in longhezza, ouer communicante alla linea. k.m. laquale è equale alla linea.f.g. (per la.29.) la superficie.h.k. serà rationale, e pero etiam la sua equale, a.c, ma se la linea h.m. sia irrationale in longhezza. ouer incommensurabile alla linea k.m. laqual è equale alla linea.f.g. conciosia che essa sia rationale al manco in potentia imperoche el suo quadrato è rationale la superficie.h.k. (per la.23.) serà mediale, per laqual cosa etiam la sua equale a.c. adonque è manifesto el proposito. & nota che se le due linee.a.b. & b.c. fussèno mediale communicante in longhezza la superficie.a.c. seria solamente mediale perche la superficie. a.c. seria communicante all'uno e l'altro di duoi quadrati a.e. & c.d. (per la 1. del.6.) & per lo presente presupposito, e per la.14. di questo la linea.h.m. seria cõmunicante all'una e l'altra delle due linee.g.h. & l.m. & perche ambedue queste sono rationale solamẽte in potẽtia non cõmunicante in longhezza alla linea.f.g. anchora la.h.m. seria rationale in potentia solamente non communicãte in longhezza alla linea f.g. & pero ne communicãte alla linea.h.p. (per laqual cosa per la.23.) la superficie.h.k. serà solamente mediale e pero etiam la.a.c. a lei equale, serà mediale, ma se le due linee.a.b. & b.c. fussèno mediale ne in longhezza ne in potentia communicante la superficie.a.c. non seria rationale ne mediale, perche se fosse cosi, cioe che le due linee.a.b. & b.c. fussèno mediale ne in longhezza ne in potentia communicante li dui quadrati. a.e. & c.d. seriano incommunicanti, adõque & le due superficie.f.h. & k.l. a quelle equale anchor seriano incõmunicanti per laqual cosa & le due linee.g.h. & m.l. seranno incõmensurabile (per la prima del.6.) e per la seconda parte della.14. de questo e perche l'una e l'altra de q̃lle è rationale solamẽte in potẽtia (per la.24.) la superficie dell'una in l'altra seria medial (per la.23.) conciosia adonque che'l quadrato della linea.h.m. sia equal alla detta



super-

superficie che vien fatta del.g.h. in.m.l.(per la prima parte della.16.del.6.)seria per la.23.de questo la linea.h.m.linea mediale, adonque(per la.19.)la superficie. h.k.non seria rationale ne etiam mediale (per la uigesima quarta)per laqualcosa, ne etiam la sua equale serà rationale ne mediale.

Il Tradottore.

In questa sopra ascritta ispositione doue se conclude(per la prima del.6.& per la prima parte della.24. di questo & per la diffinitione delle superficie rationale) che la superficie della linea.g.h. in la.l.m.e rationali, il medemo se uerifica per la sola. 19.de questo (della seconda tradottione)cioè che ogni rettangolo ouer superficie cōtenuta da due linee rationale (o siano in longhezza, ouer solamente in potentia) commensurabile in longhezza è rationale, anchora bisogna notare che non è necessario (per demostrar questa propositione)a tor la linea.g.f.rationale in longhezza, perche il medesimo se concluderà pigliandola rationale solamente in potentia & arguire come di sopra se fatto.

Problema.6. Propositione.29.

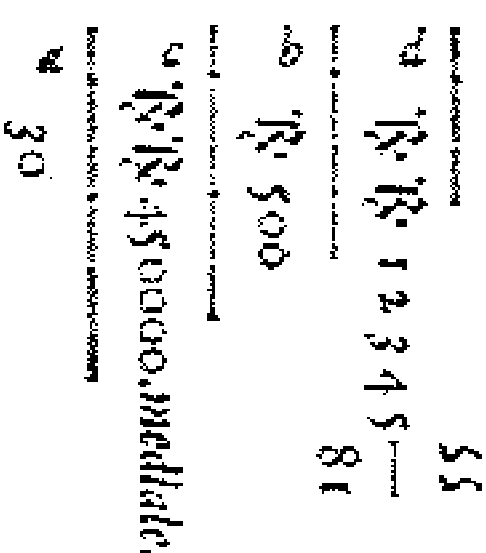
24 ℞ ℞
31 ℞ ℞ 135 p ℞ ℞ 5
℞ ℞ 27 p ℞ ℞ 3

38 Bimedial 1.
℞ ℞ 432 p ℞ ℞ 48

Bimedial 2.
℞ ℞ 200 p ℞ ℞ 18.

Puotemo trouar due linee mediale communicanti solamente in potentia lequale contengano superficie rationale, delle quale la piu longa sia piu potente della piu corta, per acressimento, d'un quadrato d'una linea communicante, alla medesima piu longha in longhezza.

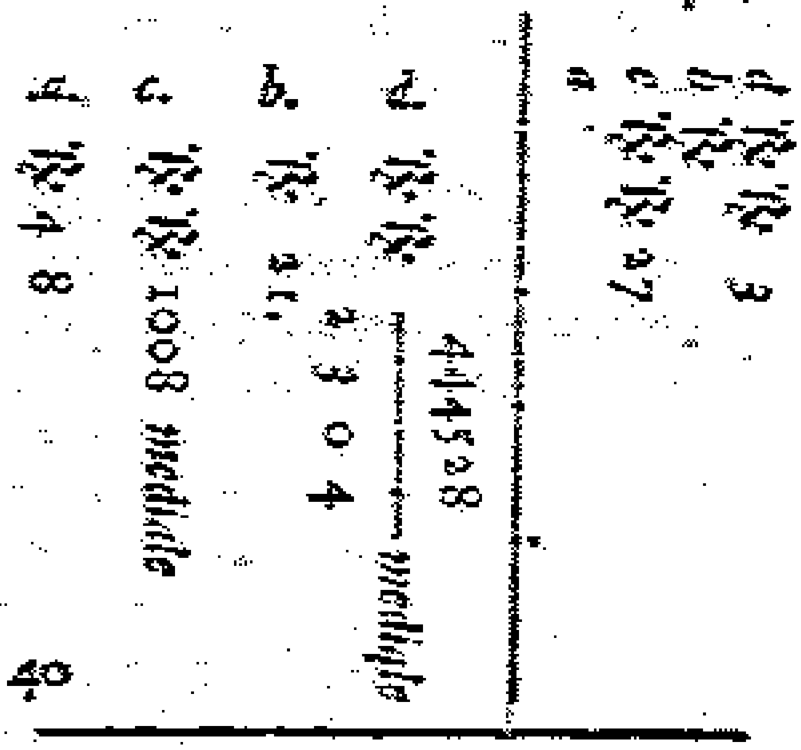
Conciosia che ogni due linee medial communicante solamente in potentia contengano superficie rationale, ouer mediale, come è manifesto per la precedente, hor consequentemente insegna a trouar quelle due lequale contengano superficie rationale & poi quelle che contengono superficie mediale, onde el proposito è di trouare due linee mediale solamente in potentia communicante, delle quale la piu longa possi piu della piu breue inel quadrato de alcuna linea communicante in longhezza a essa linea piu longa lequale contengano superficie rationale, a questo secondo la dottrina del.31. toglio le due linee.a, & .b.solamente in potentia rational communicante delle quale la piu longa (laqual sia.a.) possi piu della piu breue (laquale sia.b.)inel quadrato de alcuna linea communicante con seco in longhezza, & mettarò la linea.c.(secōdo la dottrina della.9.del.6.) inel mezzo loco proportionale fra.a. & .b. & ponerò che la proportione del.a.al.b.sia si come del.c.al.d. & come questo se faccia è detto nella.10.del 6.al presente



dico le due linee, c, & d.esser quelle che cercamo, perche le manifesto(per la.23.)

che

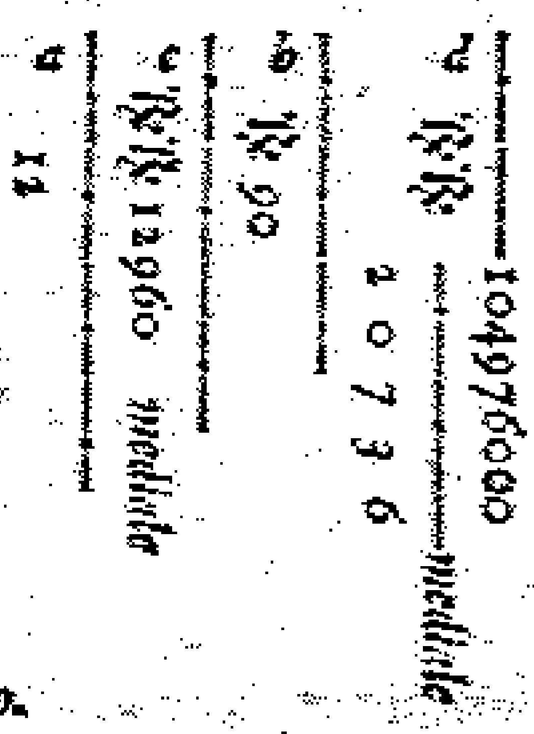
che la superficie, che contengono le due linee .a. & .b. è mediale, & perche (per la prima parte della 17. del 6.) el quadrato della linea .c. e equale alla detta superficie adonque (per la 23.) la linea .c. serà mediale, & conciosia che'l sia del .a. al .b. si come del .c. al .d. & .b. communica con .a. in potentia solamente (per el presupposito) perche sia .a. quanto .b. è rationale in potentia seguita (per la 14.) che .c. ancor communichi con .d. in potentia solamente adonque (per la 25.) conciosia che .c. sia linea mediale etiam .d. serà mediale & (per la prima parte della .16.) la linea .c. sera piu potente della linea .d. inel quadrato d'una linea communicante con seco in longezza, adonque se le due linee .c. & .d. contégono superficie rationale esse sono quelle che cercamo, ma che quelle contenghino superficie rationale tu l'hauerai in questo modo, conciosia che sia del, a, al, b, si come del, c, al, d, permutatamente del, a, al, c, serà si come del, b, al, d, ma del, a, al, c, era si come del, c, al, b, adonque del, c, al, b, e si come del, b, al, d, adonque (per la prima parte della 17. del sesto) la superficie che conteneno le due linee, c, & d, è equale al quadrato de, b, et lo quadrato del, b, e rationale (per el presupposito) conciosia che essa sia rationale in potentia, adonque le superficie che conteneno le due linee, c, &, d, e rationale per laqual cosa è manifesto el proposito.



Problema 7. Propositione 3.

25 Prouemo trouare due linee mediale solamente in potentia commu-
27 nicanti, lequale contengano superficie rationale, delle quale la piu longa sia piu potente della piu breue in el quadrato d'una linea incommensurabile in longhezza alla medesima linea piu longha.

Poste le due linee, a, & b, rationale solamente in potentia communicante, delle quale la piu longha possi piu della piu breue in el quadrato d'una linea non communicante con seco in longhezza, lequale se ritrouamo secondo la dottrina della uigesima seconda & stante tutte le altre positioni si come in la precedente argumentando con simel modo, se manifestarà le due linee, c, & d, esser quelle che cercamo, & nota che le due linee che insegnano questa è la precedente de trouare componeno lo bimediale primo, & la menore de quelle tagliata della maggior quella che rimane uien detta residuo medial primo.



Lemma.

Lemma.

o Puotemo trouare duoi numeri quadrati, che el composito de que
29 gli sia quadrato.

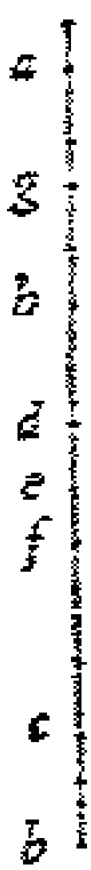
Siano posti fora duoi numeri, a.b, & , b, c, & siano ouer pari, ouer dispari & per che (per la. 25. del nono) se dal numero paro sia sottratto numero paro, & se dal numero disparo sia sottratto numero disparo (per la. 26. del nono) lo rimanente serà paro adonque lo rimanente, a, c, serà paro, sia segato, a, c, in due parti equale (p la decima del 1.) in põto, d, e siano essi numeri, a, b, & b, c, ouer superficiali simi

li, ouer quadrati, e se sono superficiali simili adonque el produtto de, a, b, in, b, c, gionto con el quadrato del, c, d, è equale al quadrato de, b, d, & lo produtto de, a, b, in, b, c, e quadrato, perche le manifesto (per la prima del nono) che se duoi numeri superficiali simili el dutto dell'uno in l'altro è numero quadrato adonque sono trouati li dui numeri quadrati cioe quello che è produtto de, a, b, in, b, c, & lo quadrato de, d, c, liquali gionti ouer cõposti insieme fano el quadrato de. b. d.

Correlario.

o Et per questo è manifesto che similmente sono trouati duoi nume-
29 ri quadrati (l'uno di quali è el quadrato de. b. d. l'altro è el quadrato de. c. d.) lo eccesso di quali e quadrato che è el dutto de. a. b. in. b. c. Quando che essi. a. b. & . b. c. seranno superficiali simili, ma quando non serano superficiali simili sono trouati duoi numeri quadrati l'uno di quali è el quadrato de. b. d. l'altro è el quadrato de. d. c. lo eccesso di quali (el quale è quel che contenuto sotto de. a. b. & . b. c.) non è quadrato.

Il Tradottore.



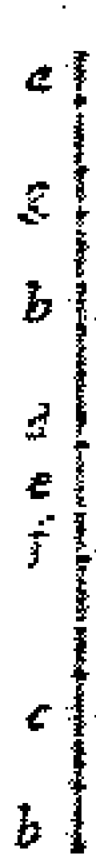
Questo correlario se ritroua solamente in la seconda tradottione, elqual cõclude che per le cose dimostrate nel soprascritto lemma uien etiam a esser manifesto el medemo di trouare dui numeri quadrati la differentia dell'uno all'altro sia numero quadrato, et similmente de trouarne dui che la detta differentia non sia numero quadrato, cioe che quando li dui numeri. a. b. & . b. c. (prima tolti pari ouero dispari) se seranno superficiali simili la differentia del quadrato de, b, d, al quadrato de, d, c, (laqual differẽtia serà la multiplicatione del, a, b, in, b, c,) serà numero quadrato ma se li detti dui numeri, a, b, & , b, c, non seranno superficiali simili la detta differentia nõ serà numero quadrato, perche el dutto de, a, b, in, b, c, (qual serà la detta differentia) nõ serà numero quadrato, per conuerso della prima del nono.

Lemma, opposito del precedente.

o Puotemo trouare duoi numeri quadrati che'l composito de
29 quelli non sia quadrato.

Anchora

Anchora sia il produtto de, a, b, in, b, c. (come hauemo detto) quadrato & . a, numero paro & sia segato, c, a, per la. 10. del primo, in due parti equali in ponto. d. al presente è manifesto che el quadrato che vien fatto del, a, b. in, b, c, insieme con el quadrato de, c, d, è equale al quadrato de, b, d, sia cauato del, c. d, la unità qual sia, d, e, adonque quello che vien fatto del, a, b, in, b, c, insieme con el quadrato de, c, e, è minor del quadrato che vien fatto del, b, d. Dico adonque che quello quadrato che vien fatto del, a, b, in, b, c, insieme con el quadrato che vien fatto del. c. e non è quadrato, perche sel è quadrato (per l'aduersario) ouer che le equale a quello che vien fatto dal, b, e, ouer che è menore, ma maggiore non è accio che quello non seghi la unità, ne anchora che quello che fatto del, a, b, in, b, c, insieme con el quadrato che vien fatto del, c, d, (che è equal al quadrato che vien fatto del, b, d,) sia equale a quello che vien fatto del, a, b, in, b, c, insieme con el quadrato che vien fatto dal, c, e, ma se possibile è (per l'aduersario) sia prima che quello che vien fatto del, a, b, in, b, c, insieme con el quadrato che vien fatto dal, c, e, equal a quello che vien fatto del, b, e, & sia, g, a, el doppio di essa unità, d, e. perche adonque tutto, a, c, de tutto el, c, d, e doppio, & , a, g, e doppio de esso, d, e, adonque & lo rimanente, g, c, (per la settima del. 7.) al rimanente, e, c, e doppio, adonque il detto ponto, e, diuide esso, g, c, in due parti equale adonque quello che vien fatto del, g. b, in, b, c, insieme con el quadrato che vien fatto dal, c, e, è equale al quadrato che vien fatto dal, b, e, & quello produtto che vien fatto dal, b, in, b, c, insieme con el quadrato che vien fatto dal, c, e, el se suppone essere equale al quadrato del, b, e, adonque quello che vien fatto del, g, b, in, b, c, insieme con el quadrato che vien fatto dal, c, e, è equale a quello che, vien fatto del, a, b, in, b, c, insieme con el quadrato del, c, e, leuado via communamente da l'una banda & l'altra el quadrato del, c, e, seguita per commune scientia, che quello che vien fatto del, a, b, in, b, c, sia equale a quello che vië fatto del, g, b, in, b, c, adonque, a, b, seria equale al, g, b, laqual cosa è impossibile, adonque quello che vië fatto del, a, b, in, b, c, insieme con el quadrato de, c, e, non è equale al quadrato del, b, e, anchor dico che'l non po esser minor del detto quadrato de, b, e, perche se questo fosse possibile sia el quadrato del, b, f, equale a quello & sia, a, b. el doppio de esso, d, f, & sia condutto un'altra uolta l'aduersario che, b, c, (per la settima del. 7.) è el doppio de, c, f, et che, f, seghi il detto b. c. in due parti equali e per questo quello che vië fatto del. h. b. in. b. c. insieme con el quadrato de. f. c. (per la sesta del. 2.) è equal al quadrato del. b. f. ma el se suppone che quello che vië fatto del. a. b. in. b. c. insieme cõ el quadrato del, c, e, sia equale al quadrato de. b. f. sia adonque condutto l'aduersario che quello che vië fatto del. a. b. in. b. c. insieme cõ el quadrato de, c, e, è equal a quello che vien fatto del, b, b, in, b, c, insieme cõ el quadrato de. c, f, che è una cosa absurda adonque quello che vien fatto del, a, b, in, b, c, insieme con el quadrato del, c, e, nõ è minore del quadrato del, b, e, & è stato prouato che'l non è equale a quello ne etiam maggiore di quello adonque quello che vien fatto del, a, b, in, b, c, insieme con



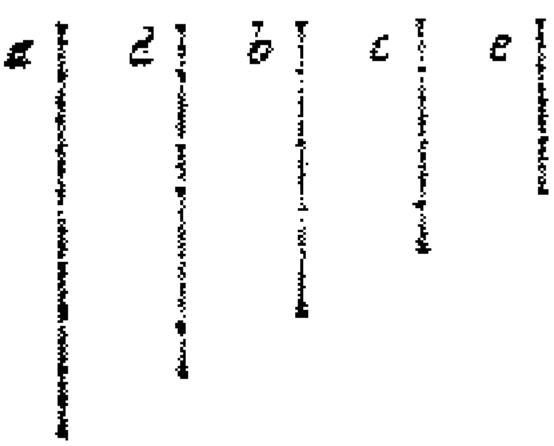
el qua-

el quadrato de.c.e.non è numero quadrato, et conciosia che'l sia possibile dimostrar la predetta propositione per piu modi tamen li predetti seranno sufficienti a noi accio che la materia da se longa non sia piu longamente protratta.

Problema.8. Propositione.31.

26 Puotemo trouare due linee mediale solamente in potentia commu
28 nicante lequale contengano superficie mediale delle quale la piu lon-
32 ga possa tanto piu della piu breue, quanto è il quadrato de alcuna linea incommensurabile in longhezza a detta linea piu longa.

Conciosia che l' Auttore habbia insignato a trouar due linee mediale solamente in potentia communicanti lequale contengano superficie rationale dellequale la piu longha possa piu della piu breue in el quadrato d'una linea communicante con seco in longhezza etiam incommensurabile con seco in longhezza. Al presente insegna a trouar due linee mediale solamente in potentia communicante contenente superficie mediale, delle quale la piu longha sia piu potente della piu breue non in el quadrato d'una linea communicante con seco in longhezza, ma solamente la incommensurabile in longhezza perche quella se ha facilmente per questa, adonque siano le tre linee (tolte secondo la dottrina della uigesima seconda.) a. b. c. in potentia solamente rationale & in quella solamente communicante & sia. a. piu potente della. b. & . c. in el quadrato d'una linea se incommensurabile in longhezza & sia posto. d. nel mezzo loco proportionale fra, a. & . b. (come insegna la nona del sesto) & sia del. d. al. e. si come del. a. al. c. dico le due linee. d. & . e. esser quelle che cercamo laqual cosa se demostra in questo modo conciosia che'l quadrato della linea. d. sia equale alla superficie che è contenuta sotto de. a. & . b. (per la prima parte della decima settima del sesto) & la superficie contenuta sotto de. a. & . b. è mediale (per la uigesima terza) conciosia che a. & . b. sono in potentia solamente rationale communicante (per la medesima) la linea. d. serà mediale

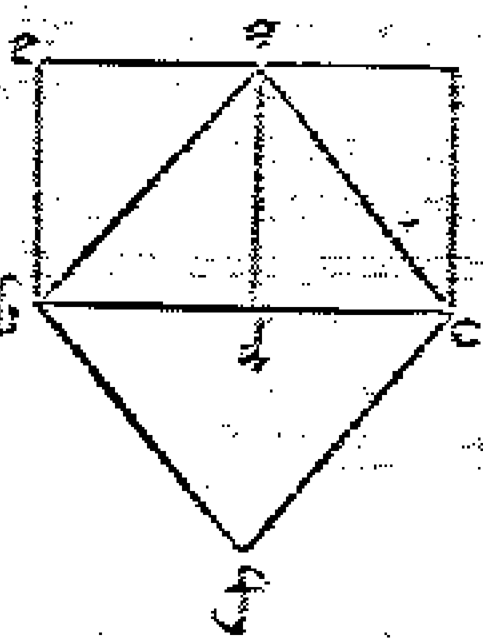


& perche del. a. al. c. è si come del. d. al. e. & . a. communica con. c. in potentia solamente (dal presupposito) seguita (per la decima quarta) che. e. anchora communicha con. d. solamente in potentia, adonque per la uigesima quinta la linea. e. serà linea mediale & etiam perche. a. è piu potente della. c. in el quadrato d'una linea a se incommensurabile in longhezza, anchora la, d, (per la sestadecima) serà piu potente della. e. in el quadrato d'una linea a se incommensurabile in longhezza, adonque se le due linee. d. & . e. conteneno superficie mediale le manifesto quelle esser quelle che cercamo, ma quelle contener superficie mediale se hauerà in questo modo, conciosia (per el presupposito) che del. a. al. c. sia si come del. d. al. e. permutatamente del. a. al. d. serà si come del. c. al. e. ma del. a. al. d. e si come del. d. al. b. (per el presupposito) adonque

del

del. d. al. b. e ſi come del. c. al. e. adonque (per la prima parte della decima ſeſta del ſeſto) la ſuperficie che conteneno, d, & , e, è equale a quella che conteneno, c, & , b, Ma. b. & . c. conteneno ſuperficie mediale (per la uigeſima terza) conciofia che eſſe ſiano rationale in potentia ſolamente communicante (per el preſuppoſito) adonque, d, & , e, conteneno ſuperficie mediale che è el propoſito. Et ſe tu haueſſe cura di trouare due linee mediale ſolamente in potentia communicante contenente ſuperficie mediale delle quale la piu longa ſia piu potente della piu breue in el quadrato d'una linea communicante con ſeco in longhezza, toremo tre linee (ſecondo la dottrina della uigeſima prima) a. b. c. in potentia ſolamente rationale et in quella ſolamente communicante, & poteremo la linea, a, eſſer piu potente della linea. c. in el quadrato de alcuna linea a ſe communicante in longhezza, & tutte le altre poſitioni remaneranno come per auanti & con ſimil argumentationi concluderemo le due linee, d, & , e, eſſer quelle che ſe propone de trouare, & nota che le due linee che queſta trigeſima inſegna di trouare componeno la bimediale ſeconda, & la minore de quelle tagliata dalla maggiore quella parte che rimane è detta reſiduo mediale ſecondo.

Il Tradottore.



Queſta ultima parte aggionta de trouare le dette due linee mediale che la piu longha ſia piu potēte della piu breue in el quadrato d'una linea a ſe commenſurabile in longhezza, nella ſeconda tradottione ſe da la propoſitione & è la trigeſima ſeconda & nella iſpoſitione nel fine ui ſe aggionge la preſente cioe la ſeconda parte della preſente propoſitione e della prima parte ſe ne fa un'altra propoſitione laqual è la uigeſima ottaua cioe ne fa due propoſitioni.

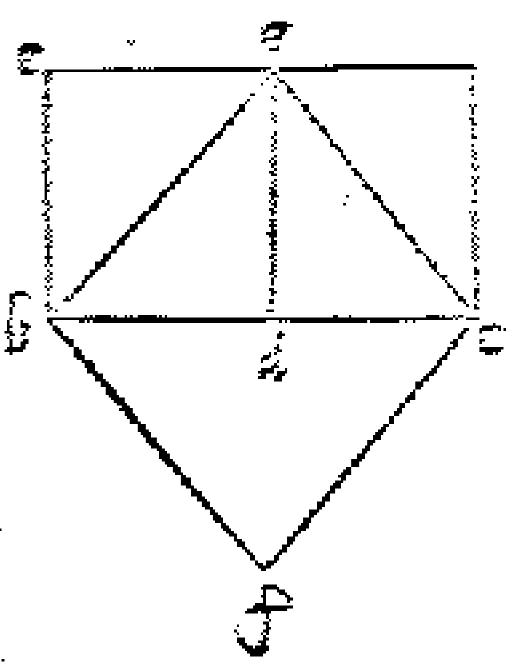
Lemma.

33 Sia lo triangolo rettangolo, a, b, c, elquale habbia l'angolo, b, a, c, retto, & ſia dedutta (per la duodecima del primo) la perpendicolare a, d, dico che quello rettangolo che è contenuto ſotto de, c, b, & , d, b, è equale al quadrato de, b, a, & quello che contenuto ſotto de, b, c, & , c, d, è equale al quadrato del, a, c, & quello che contenuto ſotto de, d, b, & , d, c, è equale al quadrato che fatto del, a, d, oltra di queſto quello che uien contenuto ſotto, de, b, c, et, a, d, è equal a quello che uien fatto ſotto del, b, a, & , a, c, hora in le prime che quello che cōtenuto ſotto del, c, b, & , b, d, ſia equale al quadrato del, a, b, perche in el triangolo rettangolo dall'angolo retto in la baſa è dutta la perpendicolare, a, d, adonque (per la ottaua del ſeſto) li triangoli, a, b, d, & , a, d, c, ſono ſimili al tutto etiam fra loro, & perche (per la conuerſione della diffinitione del ſeſto) lo triāgolo, a, b, c, e ſimile al triangolo, a, d, b, adō

que

que si come è del, c b.al, b, a, cosi è del, a, b, al. b, d, adonque quello rettã golo che contenuto sotto del, c, b, &, b, d, è equale al quadrato del, a, b, per laqual cosa anchora quello che contenuto sotto del, b, c, &, c, d, è equale al quadrato de, a, c, & perche se in el triangolo rettangolo dal angolo retto in la basa sia dutta la perpendicolare la detta perpendicolare è media proportionale fra li duoi secmenti della basa (per el correlario della ottaua del sesto) adonque si come, b, d, al, d, a, cosi è, a, d, al, d, c, adonque (per la decima settima del sesto) quello che contenuto sotto del, b, d, &, d, c, è equal al quadrato de, a, d, anchora dico che quello che contenuto sotto de, b, c, &, a, d, è equale a quello che è contenuto sotto del, b, a, &, a, c, perche come hauemo detto lo triangolo. a, b, c, e simile al triangolo, a, c, d, adonque si come è el, b, c, al, c, a, cosi è el, b, a, al, a, d, & se seranno quattro linee rette proportionale quello che è contenuto sotto alli estremi per la sestadecima del sesto, e equale a quello che è cõtenuto sotto alli medij adonque quello che contenuto sotto de, b, c, &, a, d. è equale a quello che contenuto sotto de, b, a, &, a, c, ouer quando anchora circonscriuemo lo parallelogrammo rettangolo, e, c, & che cõpiemo lo, a, f, anchora lo, e, c. per la quadragesima prima del primo, serà equale a esso, a, f, perche l'uno e l'altro de quelli è doppio de esso triangolo, a, b, c, & lo, e, c, è quello che uiẽ fatto del, a, d, in, b, c, & lo, a, f, e quello che contenuto sotto del, b, a, &, a, c, adonque quello che contenuto sotto de, b, c, &, a, d, è equale a quello che contenuto sotto de, b, a, &, a, c, perche, a, d, è equale al, e, b.

Il Tradottore.



27
3

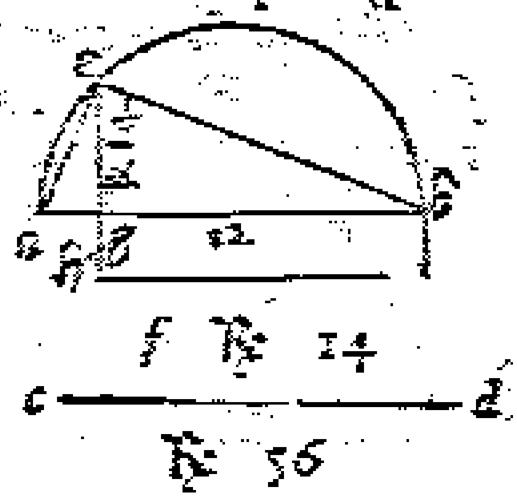
Questo lemma se ritroua solamente nella seconda tradottione & è molto al proposito per dimostrare la propositione che seguita, cioe doue se arguisse per la quarta & sesta decima del sesto se uerifica per lo presente lemma.

Problema. 9. Propositione. 32.

Puotemo trouare due linee potentialmente incommensurabile & che contengano superficie mediale, delle quale li duoi quadrati tolti insieme siano rationale.

El proposito è di trouare due linee incommensurabile si in potentia come in longhezza lequale contengano superficie mediale & li quadrati de ambedue tolti insieme facciano superficie rationale & a questo toglio (per la uigesima seconda) le due linee, a, b, & c, d, rationale solamente in potentia commensurante delle quale la piu longa (qual sia, a, b,) sia piu potente de, c, d, in el quadrato de alcuna linea incommen-

commensurabile con seco in longhezza oportet esse binomium .4. sive .5. sive .6. & sopra la linea, a, b, descrivo el mezzo cerchio, a, e, b, & divido la linea, c, d, in due parti equali in ponto, f, & divido la linea, a, b, al ponto, g, talmente che la linea, c, f, cada nel mezzo luoco, proportionale fra la, a, g, & la, g, b, & qualmente questo si facia e stato detto in la decima settima & pongo che la superficie, b, h, sia fatta del a, g, in, g, b, & (per la prima parte della decima settima del sesto) el quadrato della, c, f, serà equale alla superficie, b, h, & perche el quadrato della, c, f, è equale alla quarta parte del quadrato della, c, d, (per la quarta del secondo) & perche la superficie, b, h, mancha a compir la linea, a, b, una superficie quadrata, conciosia che, a, g, sia equale al, g, b, & perche la linea, a, b, e piu potente della linea, c, d, in el quadrato d'una linea a se incommensurabile in longhezza (dal presupposito) la linea, a, g, (per la seconda parte della decima ottava) serà incommensurabile alla linea, g, b, adonque dal ponto, g, conduco una perpendicolare sopra la linea, a, b, per fina alla circonferentia del mezzo cerchio laqual sia, g, e, & protrago le linee, e, a, et, e, b, lequale dico esser quelle che cercamo, perche la, e, g, serà equale alla, c, f, imperoche l'una & l'altra cade nel mezzo luoco proportionale fra la, a, g, & , g, b. La prima (per la prima parte del correlario della ottava del sesto) & la seconda (per el presupposito) per laqual cosa, el quadrato dell'una & dell'altra de quelle (per la prima parte della decima settima del sesto) è equale al la superficie del, a, g, in, g, b, laquale è, b, h, adonque essi sono equali, ma perche (per la quarta del sesto) la proportione della, a, e, alla, e, b, e si come della, a, g, al, g, e, & , a, g, & g, e, & , g, b, sono continuamente proportionale perilche serà la proportione della, a, g, alla, g, b, si come quella della, a, e, alla, e, b, duplicata, per laqual cosa (per la decima ottava del sesto) el quadrato della linea, a, e, al quadrato della linea, e, b, serà si come la, a, g, alla, g, b, essendo adonque la, a, g, incommunicante alla, g, b, (per la seconda parte della decima quarta) el quadrato della, a. e, serà incommunicante al quadrato della, e, b, per laqual cosa le due linee, a, e, & , e, b, sono incommensurabile in potentia, & perche (p la penultima del primo) el quadrato della, a, b,



a. g. 6. mé ℞ 22
g. b. piu ℞ 22

e. b. ℞ v 72 p̄ ℞ 3168
e. a. ℞ v 72 mé ℞ 3168

è equale alli quadrati delle due linee, a, e, & , e, b, tolti insieme & lo quadrato della, a, b, e rationale, conciosia che la, a, b, e rationale in potentia (per el presupposito) anchora li quadrati delle due linee, a, e, & , e, b, tolti insieme seranno rationale & se queste due linee contenerno superficie mediale haremo havuto el proposito & perche la linea, c, d, era rationale in potentia & in quella solamente communicante alla linea, a, b, per laqual cosa etiam la linea, c, f, (e pero etiam la linea, g, e, a se equale) serà rationale, & solamente in potentia communicante con la, a, b, e per tanto (per la vigesima terza propositione) la superficie della, a, b, in, g, e, e mediale, adonque perche (per la quarta propositione del sesto libro) & (per la *prima parte della sestadecima propositione del medesimo) la superficie della, a, e, in, e, b, e a quella (cioe alla superficie della, a, b, in, g, e,) equale. Le due linee, a, e, & , e, b, è manifesto, esser quelle che uolemo, & nota che le due linee che insegna di trouare questa trigesima seconda propositione componeno la linea maggiore, & la minore de quelle tagliata dalla maggiore quella che rimane se dice linea minore.*

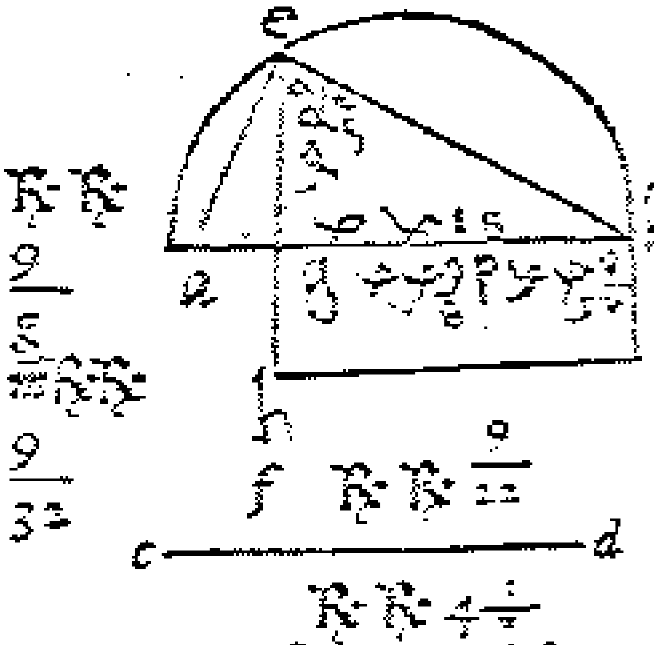
Il Tradottore.

Che la superficie della, a, e, in la, e, b, sia equal alla superficie della, a, b, in la, g, e, è manifesto per lo soprascritto lemma, ma perche il commentatore della prima tradottione non lo trouo fu sforzato a concluder tal cosa (per la quarta del sesto) e per la sestadecima del medesimo come di sopra appare.

Problema. 10. Propositione. 33.

28/34 Puotemo trouare due linee potentialmente incommensurabile & che contenghino superficie rationale delle quale li duoi quadrati tolti insieme siano mediale.

Sia in questo luoco in tutto la medesima dispositione che è in la precedente, & siano le due linee, a, b, & , c, d, quale propone la trigesima & con le sualie argumentationi della precedente le due linee, a, e, & , e, b, seranno quelle che propone questa trigesima terza perche conciosia che la linea, a, b, sia mediale el quadrato de quella (per la uigesima terza) serà mediale e pero li quadrati delle due linee, a, e, & , e, b, sono mediale (per la penultima del primo) & perche, a, b, & , c, d, conteneno superficie rationale, seguita anchora che della, a, b, in, c, f, (e pero etiam in, g, e, a se equal) contenerà superficie rationale, e per tāto etiā la, a, e, in, e, b, adonque è manifesto quello che se cerca, onde le due linee che insegna di trouar questa trigesima terza componeno la linea potente in rationale e mediale, e la minor di quelle tagliata dalla maggiore quella che rimane è detta linea che gionta con rationale compone il tutto mediale.



Problema. 11. Propositione. 34.

29/35 Puotemo ritrouare due linee potentialmente incommensurabile, & che contengano superficie mediale, delle quale li duoi quadrati tolti insieme siano mediale, incommensurabil al doppio delle superficie dell'una in l'altra.

Anchora la dispositione di questa non sia in cosa alcuna diuersa della dispositione delle due precedente, & siano le due linee, a, b, & , c, d, (della figura della precedente)

dente) quale propone la.31. & per la precedente argumentatione le due linee, a, e, & , e, b, seranno quelle che cercamo, perche conciosia che la, a, b, sia linea mediale li quadrati delle due linee, a, e, & , e, b, tolti insieme seranno mediale, & conciosia che la, a, b, & , c, d, contengano superficie mediale, seguita che la, a, b, in, c, f, (e pero etiã in, e, g, a quella equale) conteneno superficie mediale, perche ogni superficie communicante una mediale è necessario esser mediale come è stato dimostrato in la uigesima quinta adonque la superficie de, a, e, in, e, b, e mediale conciosia che essa sia equale alla superficie de, a, b, in, g, e, & perche la linea, a, b, e incommensurabile alla linea, c, d, serà etiam incommensurabile alla linea, c, f, per laqual cosa etiam alla linea, e, g, per laqual cosa (per la prima del sesto & per la seconda parte della decima quarta de questo) la superficie de, a, b, in, e, g, (laquale è equale alla superficie della, a, e, in, e, b,) serà incommensurabile al quadrato della linea, a, b, adonque etiam alli quadrati delle due linee, a, e, & , e, b, tolti insieme, laqual cosa essendo cosi seguita anchora che el doppio della superficie de, a, e, in, e, b, sia incommensurabile alli quadrati delle predette due linee, a, e, & , e, b, tolti insieme & questo era da demostrar. Le due linee lequale insegna de trouare questa trigesima quarta componeno la linea potente in due mediale & la minore di quelle tagliata dalla maggiore quella che rimane è detta la linea laquale gionta con mediale fa el tutto mediale.

Theorema.24. Propositione.35.

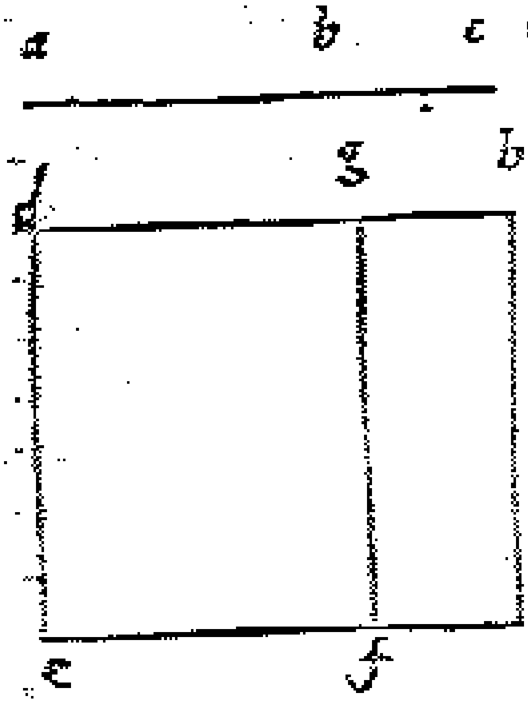
30 Se seranno due linee rationale solamente potentialmente commu-
36 nicante, & siano congiunte direttamente in longo, tutta la linea composta da quelle serà irrationale, & è detta binomio.

Siano le due linee, a, b, & , b, c, rationale solamente in potentia communicante congionte in continuo & diretto (lequale tu le trouerai (per la.21. & uigesima.2.) dico che tutta la linea, a, c, composta da quelle essere irrationale & essa e detta binomio, perche (per la quarta del secondo) el quadrato de, a, c, è equale alli quadrati delle due linee, a, b, & , b, c, & el doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra, & li quadrati de ambedue fanno superficie rationale (per el presupposito) & el doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra fa superficie mediale (per la uigesima terza) adonque li quadrati de ambedue tolti insieme fanno superficie, incommensurabile alla superficie de una di quelle in l'altra, adonque (per la terzadecima) el quadrato de, a, c, e incommensurabile alli duoi quadrati delle due linee, a, b, & , b, c, tolti insieme per laqual cosa è irrationale (per la diffinitione) conciosia che quelli doi quadrati fanno superficie rationale, e pero el suo lato tetragonico (el quale è, a, c,) e anchora irrationale (per la diffinitione) adonque è manifesto el proposito.

Theorema.25. Propositione.36.

31
37 Se due linee mediale solamente in potentia communicante, & con-

tinēti superficie rationale, siano congiunte direttamente, tutta la linea composta da queste serà irrationale, & serà detta bimedial primo.



Siano le due linee, a, b, & b, c, congiunte in continuo & direttamente (quale vien proposto) lequal trouarai (per la uigesima nona & trigesima) dico tutta la linea, a, c, esser irrationale, & è chiamata bimedial primo, perche el doppio della superficie de, a, b, in, b, c, e rationale (per el presupposito) & li duoi quadrati delle due linee. a. b. & b. c. tolti insieme sono mediale, conciosia che l'uno & l'altro quadrato sia mediale (per el presupposito) & uno de quelli communicante all'altro, adonque el doppio della superficie de una di quelle in l'altra e incommunicante alli duoi quadrati tolti insieme adonque tutto lo aggregato del doppio della superficie e di duoi quadrati (e questo è il quadrato de tutta la, a, c, per la quarta del secondo) è incommensurabile al doppio della superficie de una di quelle in l'altra (per la terzadecima di questo) conciosia adonque che il doppio della superficie sia rationale, lo quadrato della, a, c, serà irrationale & pero etiam la linea a, c, che è el proposito.

A demostrare el medesimo altramente, sia la linea, d, e, rationale in longhezza sopra alla quale sia aggionto ouer posto la superficie, d, f, equale alli duoi quadrati delle due linee. a. b. & b. c. & questa superficie. d. f. serà mediale conciosia che l'uno & l'altro di duoi quadrati sia mediale (per el presupposito) & l'uno di quelli è communicante all'altro per laqual cosa (per la uigesima quarta) la linea. d. g. e rationale solamente in potentia, non communicante in longhezza alla linea, d, e, un' altra uolta sopra alla linea. f. g. (laquale è equale alla. d. e.) sia aggionto ouer posto la superficie, f, h, equale al doppio della superficie della. a. b. in. b. c. & la detta superficie. f. h. serà rationale (per el presupposito) per laqual cosa (per la uigesima) la linea. g. h. serà rationale in longhezza adonque le due linee. d. g. & g. h. sono potentialmente rationale & in quella solamente communicante, adonque (per la trigesima quinta) tutta la linea da quelle composta, laquale è. d. h. e binomio & (per la trigesima per destruttion del consequente,) la superficie. e. h. e irrationale, & perche (per la quarta del secondo) lo lato tetragonico di quella e la linea. a. c. laquale serà irrationale (per la diffinitione laqual cosa bisognaua dimostrare.

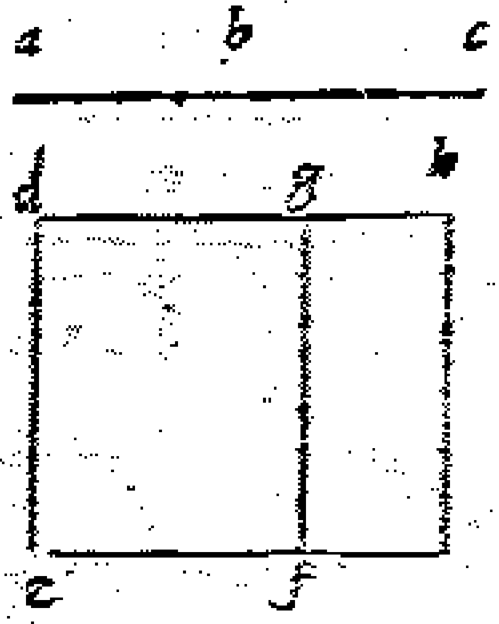
Il Tradottore.

Il medesimo seguiria tolendo la linea, d, e, rationale solamente in potentia, cioe che'l non necessita a torla rationale in longhezza perche argumentando come nel l'altra se trouerà la linea. d. h. esser medesimamente binomio.

Theorema. 26. Propositione. 37.

37/38 Se due linee mediali solamente potentialmente communicante & conti-

continente superficie mediale sian congionte direttamente, tutta la linea serà irrationale & serà detta bimedial secondo.



Siano le due linee .a.b. & .b.c. mediale congionte in continuo et diretto come se propone lequale (per la .31.) accade esser trovate, dico tutta la linea .a.c. da quelle composta esser irrationale, & quella e chiamata bimedial secondo, e per dimostrar questo sia la linea .d.e. rational in longhezza sopra alla quale sia posta over agionta la superficie .d.f. equale alli dui quadrati delle due linee .a.b. & .b.c. tolti insieme, & perche (dal presupposito) quelli dui quadrati sono communicanti (che l'una e l'altro e mediale) la superficie .d.f. serà mediale, per laqual cosa (per la .24.) la linea .d.g. (laquale e el secondo lato di quella) e rationale solamente in potentia & incommensurabile in longhezza alla linea .d.e. poi altra volta sia agionto alla linea .g.f. (laquale e equale alla linea .d.e.) la superficie .f.h. equal al doppio della superficie de .a.b. in .b.c. & serà etiam la superficie .f.h. mediale, perche (per el presupposito) la superficie de .a.b. in .b.c. era mediale, adonque el doppio di quella (al quale e equale la .f.h.) serà mediale (per la .24.) adonque la linea .g.h. e rationale in potentia solamente & incommensurabile in longhezza alla linea .g.f. & perche .a.b. & .b.c. son solamente in potentia communicante (per la prima del .6. & per la seconda parte della .14. de questo) la superficie dell'una in l'altra serà incommensurabile al quadrato dell'una & dell'altra, ma perche li quadrati de quelle communicano (per el presupposito) serà la detta superficie (per laqual cosa) & el doppio di quella serà incommunicante alli dui quadrati de quelle tolti insieme, adonque le due superficie .d.f. & .f.h. sono incommensurabili, adonque (per la prima del .6. & per la seconda parte della .14. de questo) la linea .d.g. serà incommensurabile alla linea .g.h. laquale concios'sia che la sia rationale in potentia (per la trigesima quinta) tutta la linea .d.h. serà binomio et irrationale adonque (per la vigesima dalla destructione del consequente) la superficie .e.h. serà irrationale, & perche lo lato tetragonico di quella (per la quarta del secondo) e la linea .a.c. seguita (per la diffinitione) che la linea .a.c. sia irrationale che era el proposito da demostrare.

Il Tradottore.

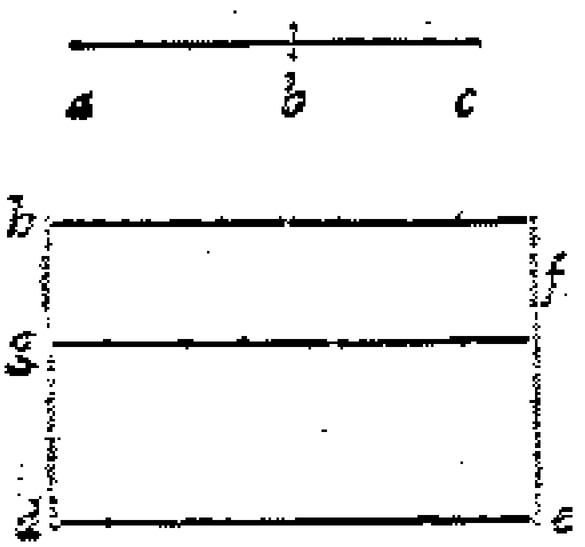
Similmente in questa come fu detto sopra la precedente el non e necessario a tor la linea .d.e. rationale in longhezza ma basta a torla (largo modo) rationale & arguendo come di sopra seguirà medemamente la linea .d.h. esser binomio.

Theorema .27. Propositione .38.

33 Quando seranno congiunte due linee potentialmente incommensurabile, & che contengano superficie mediale, delle quale ambidui
39

li quadrati tolti insieme siano rationale, tutta la linea serà irrationale, & quella serà detta linea maggiore.

Siano le due linee.a.b. & b.c. congiunte in continuo et direttosi come se propone, lequale se trouano (per la trigesima seconda) dico la.a.c. de quelle composta esser linea irrationale & esser chiamata linea maggiore, perche conciosia, che ambi li quadrati tolti insieme siano rationale, & la superficie dell'una in l'altra superficie mediale (per el presupposito) per laqual cosa etiam el doppio di quella serà mediale, el tutto di dui quadrati tolti insieme serà incommunicante, al doppio della superficie dell'una in l'altra, adonque tutto lo aggregato dalli dui quadrati & dal doppio della superficie) & questo è equale al quadrato de,a,c, (per la quarta del secondo) serà (per la 13. de questo) incommensurabile alli dui quadrati delle due linee, a,b, et b,c, tolti insieme, adonque (per la diffinitione) el quadrato della linea,a,c, è irrationale etiam la linea,a,c, irrationale, che è il proposito, a demostrare el medesimo altramente si come in la precedente, alla linea,d,e, (laquale sia rationale solamente in longhezza (sia aggiunta la superficie,d,f, laqual sia equale al li dui quadrati delle due linee.a.b. & b.c. tolti insieme, et serà rationale (per el presupposito) per laqual cosa (per la.20.) el secondo lato di quella, elqual,e,d,g, serà anchora rationale in longhezza, & communicante alla linea.d.e. anchor sopra al la linea.f.g. sia aggiunta la superficie.f.h. equale al doppio della superficie de.a.b. in b.c. & serà mediale (per el presupposito) per laqual cosa (per la 24.) la linea.g.h. laquale è el secondo lato di quella è rationale solamente in potentia adonque (per la 35.) la linea.d.h. è binomio & irrationale, e però (per la 20. dalla destrutione del consequente) la superficie.e.h. è irrationale per laqual cosa lo lato tetragonico di quella, elqual (per la 4. del.2. è la linea.a.c.) e irrationale (per la diffinitione,) laqualcosa voleuamo dimostrare.



Il Tradottore.

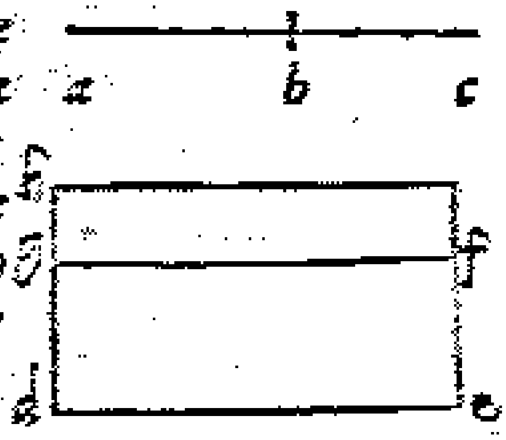
Medemamente come nelle altre è stato detto el non è necessario in questa a tor la linea.d.e. rationale in longhezza, ma basta che sia rationale & concluderasse il medemo.

Theorema.28. Propositione.39.

34/40 Quando seranno congiunte due linee potentialmente incommensurabile, & continenti superficie rationale delle quale ambi li quadrati tolti insieme siano mediale tutta la linea serà irrationale & serà detta potente in rationale e mediale.

Siano come in la precedente le due linee.a.b. & b.c. in continuo & diretto congiunte

giunte come se propone & queste sono da esser trouate (per la.33.) Dico che tutta la linea.a.c.(da quelle composta) serà irrationale & quella è chiamata linea potente in rationale e mediale, perche conciosia che la superficie de.a.b.in.b.c.sia rationale (per el presupposito) e però etiam el doppio de quella, & ambi li quadrati tolti insieme sono mediale seguita (per la.4.del secondo & per la terza decima de questo si come in la precedẽte) che'l quadrato di tutta la.a.c.sia incommunicante al doppio della superficie de.a.in.b.c.adonque (per la diffinitione) quello è irrationale & la linea.a.c.irrationale che è el proposito, a demostrar el medemo per un'altro modo, sia come in la precedente la linea.d.e.rationale in longhezza, & a quella sia agionta la superficie.d.f.equale alli dui quadrati delle due linee.a.b.& b.c.tolti insieme & serà mediale (dal presupposito) adonque per la.24.la linea.d.g.serà rationale solamente in potentia, non communicante in longhezza alla linea d,e, Et sia la superficie,f,h, agionta alla linea,g,f,equal al doppio della superficie del.a.b.in.b.c.& serà rationale (per el presupposito) & però (per la.20.) lo secondo lato di quella (el quale e.g.h.) serà rationale in longhezza per laqual cosa (per la.34.) la linea,d,h,e binomio & irrationale, & la superficie,e,h,(per la.20.della diffinitione del conseguente) e irrationale adonque conciosia che la linea,a,c,sia il lato tetragonico di quella per la.4.del.2.seguita che la.a.c.sia irrationale per la diffinitione adonque è manifesto il proposito.



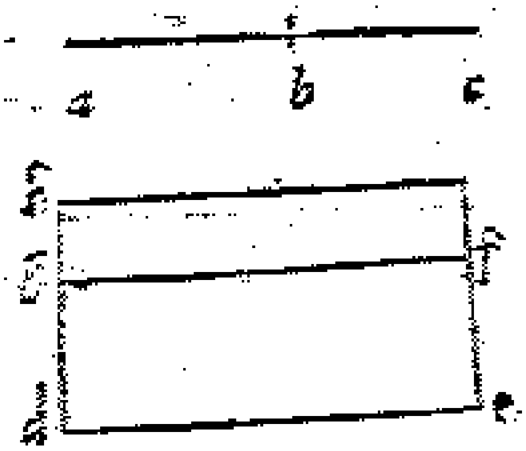
Il Tradottore.

Quel medesimo che è detto della linea,d,e,sopra le passate il medesimo si debbe intendere in questa & nella seguente.

Theorema.29. Propositione.40.

35/41 Quando seranno congionte due linee potentialmente incommensurabili & continente superficie mediale delle quale ambi li quadrati tolti insieme sia mediale, incommensurabile al doppio della superficie dell'una in l'altra, tutta la linea serà irrationale & serà detta potente in due mediale.

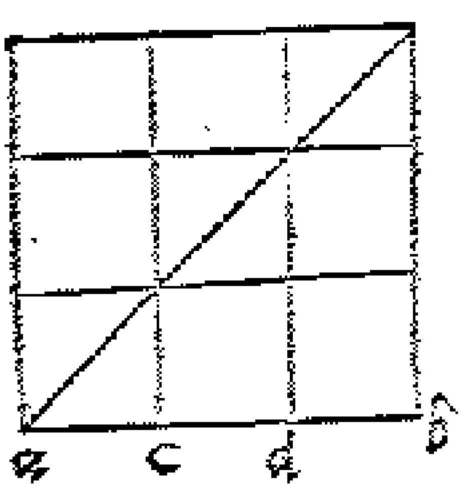
Sian anchor le due linee.a.b.& b.c.in continuo & direttamente congiunte, come se propone (lequale sono da esser tolte per la.34.) dico che la linea,a,c,composta da quelle, è irrationale & quella è detta potente in due mediale & per dimostrar questo sia aggionto alla linea, d,e,(laqual sia rationale in longhezza) la superficie,d,f,equale alli dui quadrati delle due linee.a.b.& b.c.tolti insieme & se serà mediale (per el presupposito) per laqual cosa per la.24.la linea,d,g,serà rationale in potẽtia solamente, & incommensurabile alla linea,d,e,rationale in longhezza, un'altra volta alla linea,g,f,laquale è equale alla,d,e,sia aggionto la superfi-



cie. f. h. laqual sia equale al doppio della superficie del l'una in l'altra, serà anchor dal presupposito, mediale per laqual cosa (per la. 24.) la linea. g. h. serà rationale solamente in potentia, ma perche per el presupposito, ambidui li quadrati tolti insieme sono incommensurabili al doppio della superficie dell'una in l'altra el seguita che d. f. sia incommensurabile al. f. h. per laqual cosa (per la prima del. 6. & per la seconda parte della. 14. de questo) la linea. d. g. è incommensurabile alla, g, h, adonque (per la. 35.) la linea, d, h, e binomio & irrationale, adonque la superficie, e, h, e irrationale & similmente lo lato tetragonico di quella elquale a. c. come in la precedente per laqual cosa è manifesto el proposito, ma se il doppio della superficie della, a, b, in, b, c, non fusse incommensurabile a ambidui li quadrati tolti insieme, seria la linea. a. c. mediale, perche la superficie. d. f. seria commensurabile alla. f. h. e pero & la linea. d. g. alla linea. g. h. adonque tutta la. d. h. seria rationale solamente in potentia & incommensurabile in longhezza alla linea. d. e. adonque per la. 24. la superficie. e. h. seria mediale lo lato tetragonico di quella elqual è la. a. c. seria linea mediale che è il proposito e accioche la dottrina delle cose che seguitano si faccia piu facile hauemo pensato de demostrare prima duoi antecedenti delli quali el primo è questo.

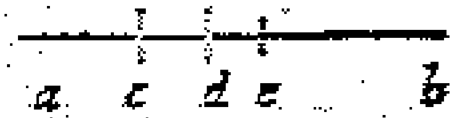
Antecedente primo.

36 Se alcuna linea sia diuisa in due parti inequali li quadrati de ambe le settioni, tolti insieme, sono tanto piu del doppio della superficie del l'una in laltra quãto è il quadrato de quella linea in laqual la maggior eccede la minore.



Hor sia la linea. a. b. diuisa in due parti equali in in ponto. c. & sia la parte maggiore. c. b. dalla qual sia tolto la. c. d. equale alla. a. c. Dico che li quadrati delle due linee. a. c. & c. b. sono piu del doppio della superficie dell'una in l'altra in el quadrato della linea d. b. perche quello che uien fatto dalla. a. c. in la. c. b. due uolte, con li quadrati delle due linee. a. c. & c. b. è equale a quello che uien fatto dal. a. c. in. c. b. quattro uolte, con el quadrato della. d. b. imperoche l'una e l'altra de questi sume sono equale al quadrato della linea. a. b. el primo (per la. 4. del secondo) e lo secondo (per la ottaua del medesimo) adõque leuado uia dall'una e dall'altra suma cose equale, cioe quello che uien fatto dal, a, c, in, c, b, due uolte li residui liquali sono del primo, li quadrati delle due linee. a. c. & c. b. e del secondo quello che uien fatto dal, a, c, in, c, b, due uolte con el quadrato della, d, b, seranno equali per laqual cosa è manifesto el proposito, adonque da questo è manifesto *ſeſto che ſe alcuna linea ſerà diuiſa in due parti inequali li quadrati d'ambe le parti tolti inſieme ſeranno piu del doppio della ſuperficie dell'una di quelle in l'altra, & per queſta cauſa lo hauemo propoſto.*

36
42 Se alcuna linea ha diuiſa in due parti inequali, & anchora in altre due parti inequali li duoi quadrati delle due parti piu inequali tolti inſieme ſon tanto piu delli dui quadrati delle due parti men inequali tolti inſieme quanto è el doppio del quadrato de quella linea, laquale e fra l'una & l'altra ſettione, & lo quadruppio de quello che uien fatto dalla medeſima linea in quella che è fra'l ponto della ſettion delle parti men inequali è il ponto che diuide tutta la linea in due parti equali.



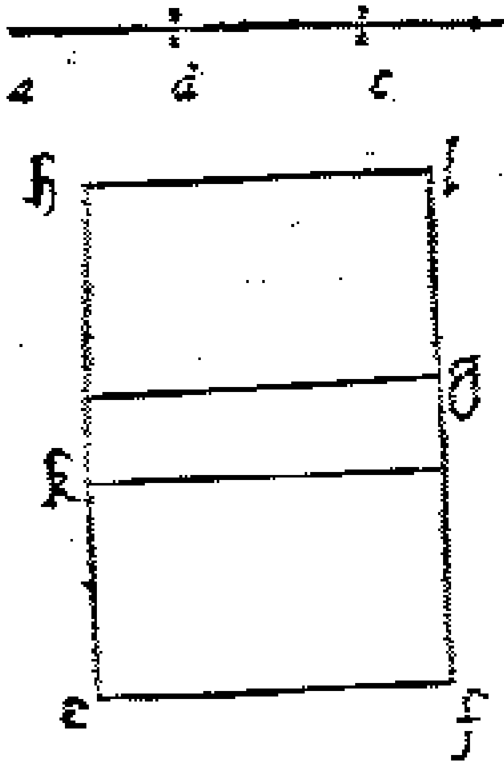
Sia la linea. a b. diuiſa in due parti inequali in ponto. c. e anchora in altre due parti inequali in ponto, d, e un'altra uolta in due parti equali in ponto. e. dico che li quadrati delle due parti piu inequale (lequal ſon. a c. & c b.) ſon tanto piu delli duoi quadrati delle due linee meno inequal (lequal ſon. a d. & d b.) quanto è il doppio del quadrato della linea. c d. e lo quadruppio de quello che uiē fatto dalla. c d. in la. d e. perche (per la. 9. del ſecondo) li quadrati delle due linee. a c. & c b. tolti inſieme ſono doppij alli quadrati delle due linee b e. & e c tolti inſieme, e (p̄ la medeſima. 9. del ſecōdo) li quadrati delle due linee. a d. & d b. tolti inſieme, ſono doppij alli quadrati delle due linee b e. et e d. tolti inſieme, adonque li quadrati delle due linee. a c. & c b. tolti inſieme, eccedeno li quadrati delle due linee. a d. & d b. tolti inſieme in quello che il doppio del quadrato della linea. c e. eccede el doppio del quadrato della linea. d e. e queſto (per la quarta del ſecondo) è tanto quanto che è il doppio del quadrato della linea. c d. & lo quadruplo de quello che uien fatto dalla, c, d, in la, d, e, per laqual coſa è manifeſto il propoſito, per queſto è manifeſto che quanto piu ſeranno le ſettione de alcuna linea inequale, tanto piu ſeranno maggiori li quadrati di quelle tolti inſieme & queſto è quello per ilquale hauemo premeſſo queſto.

Il Tradottore.

Che la differentia del doppio del quadrato della, c, e al doppio del quadrato della, d, e, ſia tanto quanto il doppio del quadrato della, c, d, & il quadruplo del dutto della, c, d, in la, d, e, (per la. 4. del. 2.) le manifeſta in queſto modo perche un ſol quadrato della, c, e, è maggiore d'un ſol quadrato della, d, e, in un quadrato dell'altra parte. d c. & in el doppio della ſuperficie della, c, d, in le, d, e, adonque duplicando l'un & l'altro quadrato ſe duplicarà la lor differentia, cioe che li duoi quadrati della, c, e, eccederāno li dui quadrati della. d e. nel doppio del quadrato dell'altra parte. c d. & nel quadruplo della ſuperficie della. c d. in la. d e. come di ſopra ſi conclude che è il propoſito.

Theorema. 30. Propoſitione. 41.

36
42 Eglie impoſsibile eſſer diuiſo un binomio in altre due linee ſotto el termine, di quelle, dalle quale è congionto, & nominato.



Sia la linea.a.b.binomio & (per la.35.) serà composta da due linee in potentia solamente rationale communicante, lequale siano.a.c.& .c.b.dico che egliè impossibile quella esser diuisa in altre due linee sotto questa diffinitione, cioe che esse siano rationale & in potentia solamente communicante, perche s'egliè possibile (per l'aduersario) sia diuisa in.a.d.& .d.b.lequale siano rationale solamente in potentia communicante sia anchora la linea.e.f.rationale in longhezza alla quale sia agiunta la superficie.e.g.laqual sia equale alli quadrati delle due linee.a.c.& c.b.tolte insieme, & la superficie.f.h.laqual sia equale al quadrato della linea.a.b.& la superficie.e.g.serà rationale imperoche l'uno e l'altro di quadrati delle linee.a.c.& .c.b.tolti insieme è rationale (p el presupposito) et la superficie g.h.serà mediale (per la.23.) perche essa è equale al doppio della superficie della.a.c.in la.c.b.(per la.4.del.2.) adonque sia un'altra uolta la superficie.f.k.equal alli quadrati delle due linee.a.d.& .d.b.tolti insieme, liquali conciosia che siano diuerse dalle due linee.a.c.& .c.b.(per lo.2.di antecedenti auanti demostrati) la superficie,f,k,serà diuersa dalla superficie,e,g,adonque la differentia de quelle sia la k,g.& (per la quarta del secondo) lo eccesso della superficie,f,h,sopra la,f,k,(laqual sia.k.l.) serà equale al doppio de quello che uien fatto dalla,a,d,in,d,b,& per questo etiam la superficie,f,k,serà rationale, e la superficie.k.l.serà mediale, adonque la superficie,k,g,(conciosia che la sia la differentia delle due superficie rationali) lequale sono,e,g,& ,f,k,serà rationale perche la rationale non è differente dal rationale se nõ in quantità rationale, & questo dico dalla diffinitione & dalla duodecima di questo, lequale confermano questo, anchora la medesima, conciosia che quella sia la differentia delle due superficie mediale, lequale sono,g,h,& ,k,l,(per la uigesima sesta) serà irrationale, laqual cosa è impossibile.

Theorema.31. Propositione.42.

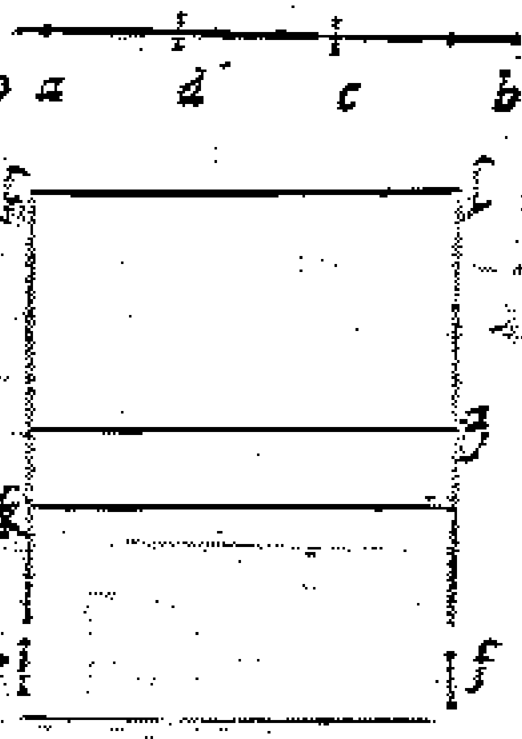
37 La bimediale prima, diuisa (secondo el suo termine) in due linee me-
43 diale, l'è impossibile a diuidere la medesima in altre due mediale, sotto el termine di quelle.

Sia anchora in questo luoco la linea,a,b,bimedial prima diuisa in due linee mediale solamente in potentia communicante, & che contengano superficie rationale (dalle quale la trigesima sesta afferma quella esser composto) lequale siano,a,c,& ,c,b. Dico che è impossibile quella esser diuisa in altre due linee, sotto la diffinitione di quelle, laqual cosa, se serà possibile (per l'aduersario) diuiderò quella in ponto.d.e tolsa la linea,e,f,rationale & sia aggionto a quella la superficie,e,g,equale alli doi quadrati delle due linee,a,c,& ,c,b,& la superficie,f,h,equale al quadrato della, a,b.&

a,b, & la superficie,f,k, equale alli quadrati delle due linee,a,d,& d,b,et (per la quarta del secondo) la superficie,g,h, serà equale al doppio della superficie della,a,c,in,c,b,e (per la medesima) la superficie,k,l, serà equale al doppio della superficie della,a,d,in la,d,b, (per el presupposito) anchora l'una e l'altra delle due superficie,e,g,& k,f, serà mediale e l'una e l'altra delle due,g,h,& k,l, serà rationale, e questo è impossibile, perche per el primo la superficie,k,g, seria irrationale (per la uigesima sesta) e per el secondo, la medesima seria rationale (per la diffinition e per la duodecima) laqual cosa è inconueniente.

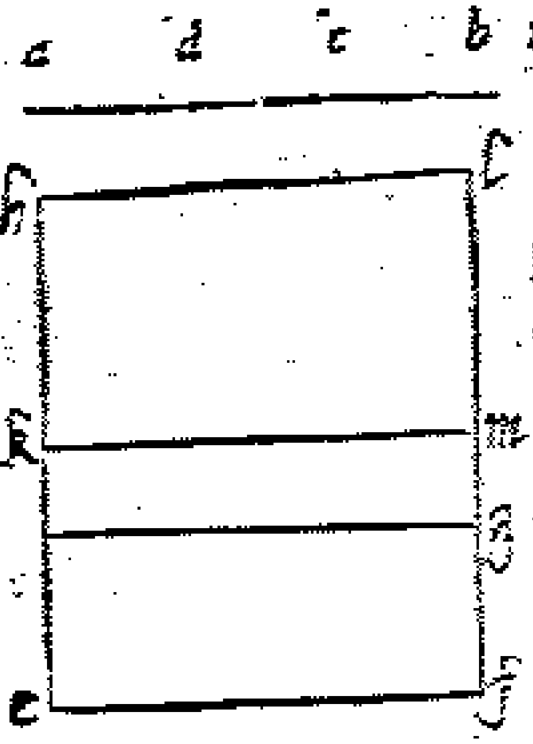
Theorema.32. Propositione.43.

38 44 El bimedial secondo, non puol esser diuiso se non solamẽte in le due linee sotto el suo termine.



Sia come per auanti la linea,a,b, bimedial secondo diuisa in le due linee,a,c,& c,b, mediale, solamente in potentia communicante, & continenti superficie mediale, delle quale (la trigesima settima propone quella esser composta) Dico che eglie impossibile quella esser diuisa in altre due linee sotto la diffinitione di quelle, & essendo altramente, sia diuisa in,d, & siano come per auanti la superficie,e,g,f,h,& f,k, aggionte alle linee,e,f, rationale & (per lo presente presupposito) le superficie,e,g,& g,h, l'una & l'altra serà mediale, per laqual cosa (per la uigesima quarta) l'una & l'altra delle due linee,f,g,& g,l, serà rationale in potentia solamente non communicante in longhezza alla linea,e,f, ma perche le due linee,a,c,& c,b, erano incommensurabile in longhezza seguita (per la prima del sesto) & per la seconda parte della decima quarta de questo che l'uno & l'altro di quadrati delle linee,a,c,& c,b, sia incommensurabile alla superficie dell'una in l'altra conciosia che li detti quadrati communicano (dal presupposito) seguita che ambidui li quadrati tolti insieme sian incommensurabile alla superficie dell'una in l'altra e però etiam al doppio de quella per laqual cosa la superficie,e,g,e incommensurabile alla superficie,g,h,& la linea,g,f, alla linea,g,l, (per la prima del sesto & per la seconda parte della decima quarta) adonque per la trigesima quinta la linea,f,l,e binomio diuisa secondo el suo termine in ponto,g, & per el medesimo modo se approuerà quella esser binomio (per mezzo delle superficie,e,m,& m,h,) diuisa secondo el suo termine in ponto,m, laqual cosa è impossibile (per la quadragesima prima) perche el non puo esser detto che la linea,f,l, sia diuisa alli duoi ponti,g,& m, in parti cõsimili, perche essendo cosi seria la linea,f,m, equale alla,g,l, ma quella è maggiore della linea,m,l, come è manifesto dal primo di premessi antecedenti de queste (& per la prima del sesto) conciosia che la superficie,e,m, sia maggiore della superficie,h,m. & il modo della demostratione di questa par esser

esser commune alla quadragesima seconda & alle altre che seguitano quella.



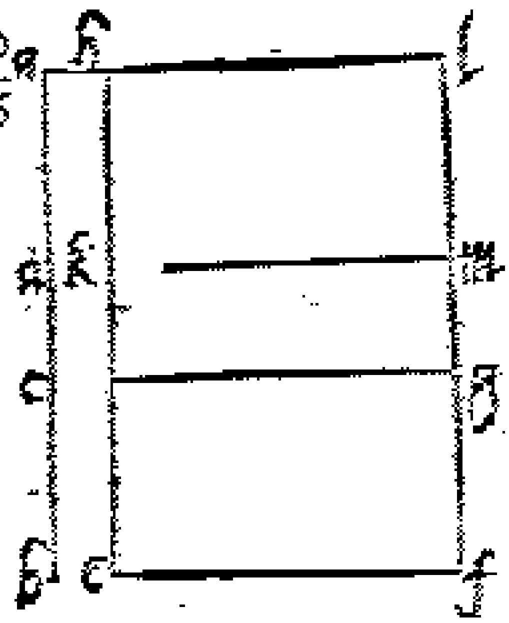
Theorema. 33. Propositione. 44.

39/45 La linea maggiore se nõ solamente in le due linee dalle quale è composta sotto al termine di quelle, non puo esser diuisa.

Sia anchora questa linea maggiore. a. b. diuisa in põto. c. in due linee potentialmente incommensurabili cõtinenti superficie mediale delle quale ambidui li quadrati tolti insieme siano rationale, perche da tale linee è composta come afferma la trigesima ottaua, dico che egliè impossibile ad altro ponto essere diuisa quella in altre due linee sotto quella diffinitione & se questo è possibile, sia diuisa al ponto. d. rimangano sotto a questa la medesima figura et li medesimi presupposti come per auanti et arguisse (come in la quadragesima prima) la superficie. g. K. esser rationale & irrationale laqual cosa è impossibile.

Theorema. 34. Propositione. 45.

40/46 La linea potente in rationale & mediale, nõ se diuide sotto el suo termine, se non solamente in le sue due linee.



Anchora questa quadragesima quinta stãte la prima figura & positiõ eccetto che detta linea. a. b. sia diuisa in ponto. c. in quelle due linee dalle quale la trigesima noua dice quella esser cõposta, se approua si come in la quadragesima seconda, & essendo altramente di quello che'l propone, serà la superficie. k. g. rationale & irrationale, laqual cosa non puol esser.

Theorema. 35. Propositione. 46.

41/47 La linea potente in due mediale non puol esser diuisa in altre due linee sotto el termine di quelle dalle quale è congiunta, ma solamente è diuisibile in le sue due dalle qualle è composta.

Perche questa quadragesima sesta diuisa linea. a. b. al ponto. c. quelle linee dalle quale la quadragesima dimostra quella esser composta, & stante tutte le altre cose come di sopra, si la figura come le positioni se approua si come la quadragesima terza, perche dato el contrario del proposito, seguita il contrario della quadragesima prima laqual cosa è impossibile.

Secon-

Seconde diffinitioni.

Se la parte piu longa del binomio, serà piu potente della piu breve per accrescimēto del quadrato d'una linea communicante in longhezza alla medesima parte piu longa, & se dapoi la medesima parte piu longa, serà communicante a una linea posta rationale, quello se chiamarà binomio primo, Ma se serà la parte piu corta che communichi con la detta linea posta rationale se dirà binomio secondo & se ne l'una ne l'altra delle dette parti di quello communicharà con la detta linea posta rationale se chiamarà binomio terzo.

Il Tradottore.

In le sopra ascritte diffinitioni & in quelle che seguitano l'Auttore ne da a cognoscere le specie di binomij lequale sono sei & in questa prima parte sotto brevità ne diffinisse il primo secondo & terzo, & perche le due linee che componeno el binomio in genere (per la trigesima quinta) sono rationale & solamente in potentia communicante. onde seguita che cadauna di quelle (per lo converso della quinta diffinitione della seconda tradottione) a fortiore serà commensurabile in potentia con la nostra proposta rationale (cioe con la nostra pertica, over piede, o passo, o onza, over altra misura formata a nostro piacere con laquale ratiocinamo) perche se quelle non communicasseno ne in longhezza ne in potentia con la nostra proposta rationale, le non seriano rationale (che seria contra al presupposito) vero è che ambedue non possono esser commensurabile in longhezza con detta nostra proposta rationale, perche (per la decima) seriano fra loro commensurabile in longhezza che seria contra la trigesima quinta, ma solamente una, over niuna serà commensurabile in lōghezza cō la detta nostra proposta rationale, anchor dico che la dette due linee che cōponeno el binomio in genere, over che la piu longha e piu potente della piu breve nel quadrato d'una linea commensurabile in longhezza con la medesima linea piu longha, over incōmēsurabile. Tornando adonque al proposito quando la parte piu lōga del binomio serà piu potēte della piu breve in el quadrato d'una linea commensurabile in longhezza con la detta parte piu longa quel tal binomio serà over il primo, over il secondo over il terzo, perche over che una delle dette parti (over linee) serà communicante in longhezza con la nostra proposta misura rationale, over niuna, segli ne serà una over che serà la piu longa, over la piu corta, se la serà la piu longa serà detto binomio primo, se la serà la piu corta serà chiamato binomio secondo & se niune di quelle serà communicante in longhezza alla detta nostra misura serà nominato binomio terzo, ma bisogna notare che quella parte che serà cōmunicāte in longhezza con la nostra misura serà numerabile in lōghezza, cioe, che la serà un numero di quella misura che operaremo o sia passo, o pie o altra misura formata a nostro piacere. Et quella parte che non serà cōmunicante in longhezza cō la detta nostra misura nō serà numerabile in longhezza, cioe che la sua longhezza non si potrà dar ne assegnare per numero, ma solamente la sua poten-

tia

tia cioe il suo quadrato serà rationale, & queste tale da prattici sono dette radice sorde (come fu detto sopra la quinta diffinitione tratta dalla seconda tradottione) niente di meno tali quantita essendo linee, come piu volte e stato detto, sono chiamate rationale per esser la sua possanza rationale, vero e che se tai radice, over quantità seranno superficie ben seranno dette irrationale per la vigesima terza & chiamase superficie mediale & questo credo serà bastante per la dechiaratione del primo, secondo, & terzo binomio, hor veniamo alla seconda parte.

Diffinitioni successiue alle precedente.

Anchora se la parte piu longa puol tanto piu della piu breue quanto e il quadrato de alcuna linea incommensurabile in longhezza alla detta parte piu longa. & se la piu longa poi delle dette parti serà communicante in longhezza a una posta rationale quella se chiamara binomio quarto. Ma se serà la piu breue che communichi in longhezza con detta posta rationale se nominare binomio quinto, & se serà che ne l'una ne l'altra delle dette portion di quello communichi con la detta posta rationale serà detto binomio sesto.

Il Tradottore.

Questa seconda parte de diffinitioni quantunque la sia posta disgiunta dalla precedente tu l'hauerai a intendere congionta con la prima successiuamente, nella qual seconda parte se manifesta quando che la maggiore (delle due linee componenti el binomio in genere) serà piu potente della piu breue inel quadrato de alcuna linea incommensurabile in longhezza a detta linea piu longa quel tal binomio serà, over el quarto, over il quinto, over il sesto, perche overo una delle due linee componente quello serà communicante in longhezza con la nostra presupposta misura, over niuna se gli ne serà una, over che la serà la piu longa, over che la serà piu breue, se la serà la piu longa serà detto binomio quarto, se la serà la piu corta serà chiamato binomio quinto, & se niuna serà detto binomio sesto, si vede adonque che el primo binomio non è differente dal quarto, ne el secondo dal quinto, ne el terzo dal sesto, saluo che la linea piu longa (delle due componente quello) e piu potente della piu corta inel quadrato de alcuna linea communicante in longhezza a detta linea piu longa & questo credo sia bastante a delucidatione delle soprascritte diffinitioni.

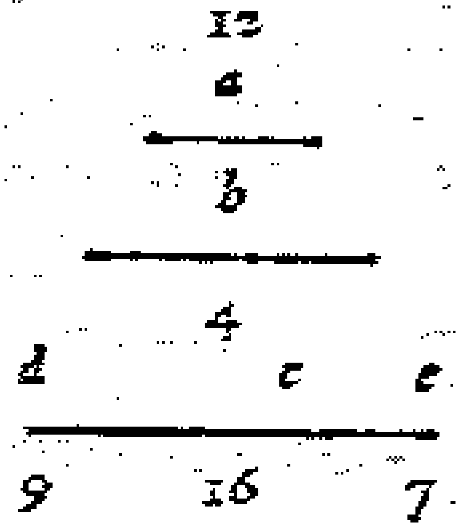
Problema. 12. Propositione. 47.

42/48 Puotemo trouare el primo binomio. Nella tradution seconda è piu breue & ne pone il b.

Sia la linea .a. la posta rationale, et sia tolti duoi numeri quadrati, b, & c, di quali .c. sia diuisibile in un numero quadrato (qual sia .d.) & in uno non quadrato (qual sia .e.) & sia posto la proportione del quadrato della linea .a. al quadrato della linea .f g. si come del numero. b. al numero .c. & (per la seconda parte della nona)

La linea

la linea .f.g. serà communicante alla linea .a. (posta rationale) in longhezza sopra a quella adonque sia lineato el mezzo cerchio .f.g.h. & sia la proportione del quadrato della linea .f.g. al quadrato della linea .f.h. si come del .c. al .d. & sia dutta la linea .g.h. dico adonque le due linee .f.g. & .g.h. congionte direttamente (componere el binomio primo perche la linea .f.g. laquale è la piu longa) e piu potente della linea .g.h. (laquale è la piu corta) in el quadrato della linea .f.h. (per la trigesima prima del terzo & per la penultima del primo) & la linea .f.h. communica alla linea .f.g. in longhezza (per la seconda parte della nona) conciosia che la proportion di quadrati de dette, f,g, & ,f,h, sia si come di duoi numeri quadrati liquali sono, c, & ,d, & la linea ,g,h, se convence esser rationale in potentia solamente non communicante alla linea ,f,g, in longhezza e pero ne etiam alla linea, a, posta rationale, perche conciosia che el quadrato della linea, f,g, al quadrato della linea, f,h, sia si come el numero, c, al numero, d, (per la eversa proportionalita) el quadrato della linea, f,g, al quadrato della linea, g,h, serà si come el numero, c, al numero, e, conciosia adonque che, c, sia numero quadrato & ,e, non quadrato, seguita per la ultima parte della nona) che la linea, g,h, sia incommensurabile alla linea, f,g, in longhezza rimane adonque essa linea, g,h, esser rationale solamente in potentia & (per la diffinitione) le linee f,g, & ,g,h, componere binomio primo che era da trovare.



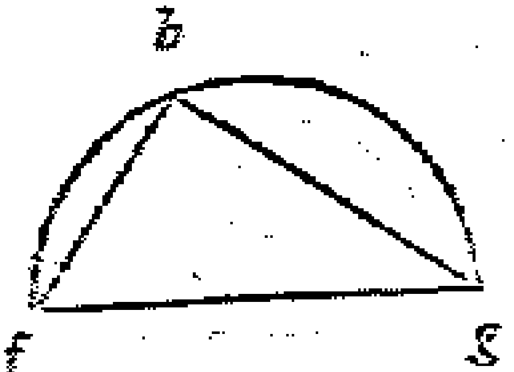
Per trovarlo praticalmente piglia la .a. per una misura. Onde lo quadrato della .f.g. in tal supposito saria .4. poi perseguirai come di sotto vedi. Se .16. mi da 9. che darà □ f.g. 4. opera che in tal supposito te daria 2 $\frac{1}{4}$ per il □ della .f. h. qual tratto del □ f.g. che 4 restaria 1 $\frac{3}{4}$ per il □ della .h. g. onde con tal positione tal binomio saria 2. p̃ ℞ 1 $\frac{3}{4}$. Ma supponendo la misura .a. piedi .6. il □ della .f.g. veneria a esser piedi 144. superficiali & il □ della .f.h. saria 81. & il □ della .h.g. 63. & la simplice .h.g. saria ℞ 63. & la .f.g. 12. el binomio saria 12. p̃ ℞ 63.

Supponédo la .a. per una misura semplice r3 p. 1.
la .b. — 4 nu. quadrato.
la .c. per 16.
la .d. per 9.
la .e. per .7.

Il Tradottore.

Se per caso la nostra misura, a, fusse quella che se chiama pertica divisa in piedi sei et che il numero, b, fusse quattro & il numero, c, sedeci diviso in, d, & ,e, & ,d, sia nove & ,e, sette la linea ,f,g, veria a esser piedi dudeci & la linea ,f,h, piedi nove & la linea, h,g, veria a esser la radice quadrata de sesanta tre piedi superficiali cioe che il quadrato della detta, h, g, seria sesanta tre piedi superficiali cioe sesanta tre quadretti d'un pie per fazza come fu detto sopra la prima diffinitione del seco-

do

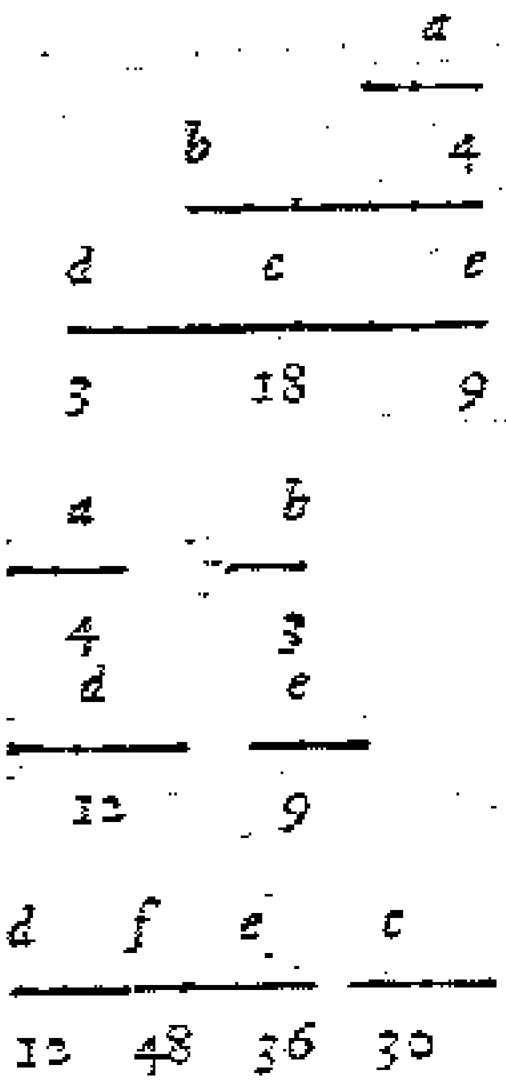


do adonque la linea.f.g.gionta con la.g.h.da prattici se descriuera in questa forma.12.piu R.63.& questo composto serà binomio primo per la diffinitione del binomio primo. Et questo essempio lo ho posto per aprirti li occhi al redur queste cose alla prattica si in questa come nelle sequente si che notala bene perche per l'aduenire piu non adurò essempio in numeri per non confondere lo intelletto ma per te medesimo supponendo la linea.a.diuisa secondo che ti parerà per schiuar rotti. & bisogna notare che si potea senza trouare la linea.f.h. trouar prima la.h.g.cioe che il quadrato della.f.g.al quadrato dalla.h.g.sia si come il numero.c.al numero e.

Problema.13. Propositione.48.

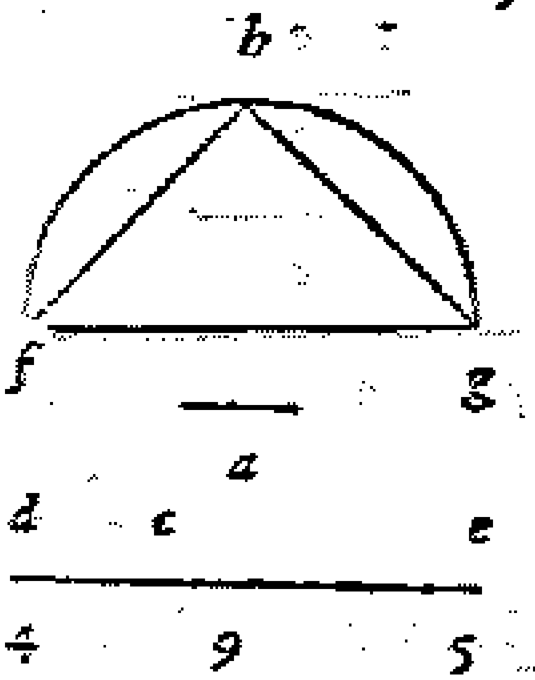
43 Proponemo inuestigare il secondo binomio.

49 *Questa operatione è molto longa, ma quella di Theō e assai piu breue e chiara.*



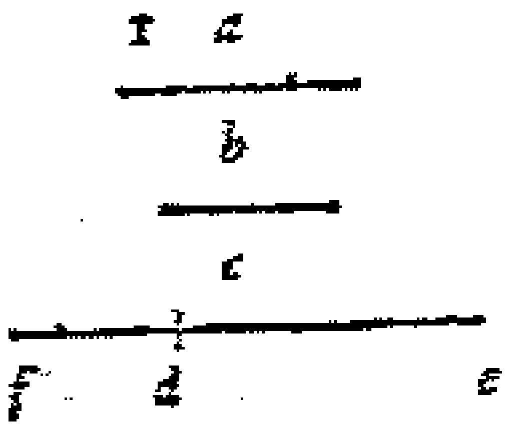
Sia come per auanti la linea posta rationale,a,& lo numero.b.quadrato & .c.sia numero non quadrato diuisibile in.d.non quadrato & in.e.quadrato, tamen in tal modo che la proportione de tutto el.c.(elquale è numero non quadrato) al.d.(elqual e anchora numero non quadrato) sia si come de duoi numeri quadrati, & tal numero e.12.&.48.perche el.12.e diuisibile in.9.(numero quadrato) & in.3.numero non quadrato & la proportione de.12.a.3.e si come.16.a.4.di quali l'uno e l'altro e numero quadrato (per lo medesimo modo.48.e diuisibile in.36.e.12.& tai numeri cosi li trouerai. Sia.a.numero quadrato & sia anchor.b.minore de una unità del ditto.a.el quadrato del quale sia.c.& del.b.in.a.peruenga.d.& (per la prima delli incidenti la sesta decima del nono) el numero b.serà la differentia del.d.al.c.sia dutto el medesimo,a,in,c,& peruenga.e.& (per la prima parte del correlario della seconda del nono.) e.serà quadrato impero che l'uno e l'altro di numeri.a.& .c.e quadrato (per el presupposto) sia fatto una altra uolta.f.dal.a.in.d.et.f.serà quello el qual cercamo perche (per la ultima parte del detto correlario) lo numero.f.serà non quadrato impero che'l numero.d.si è non quadrato, perche se'l numero.d.fusse quadrato anchora el.b.seria quadrato (per la seconda parte del medesimo correlario della seconda del nono & per la uigesimaterza del ottauo) & perche.a.e numero quadrato cascaria (per la decima settima del medesimo) un terzo cōtinuamente proportionale fra.a.& .b.laqual cosa è impossibile conciosia che sono distanti per

ti per



ti per una sola unità adonque el, d, non è quadrato per-laqualcosa ne etiam, f, è quadrato, & f, è equale al, d, & al, e, perche conciosia che, b, sia la differentia del, d, al, c, (come è manifesto per le cose precedente) serà (per la prima delli incidenti sopra la sestadecima del nono) quello che vien fatto del, a, in, d, è equale a quelli duoi produtti che vengano fatti dal, a, in, b, & in, c, & perche dal, a, in, b, vien fatto el, d, & in c, vien fatto, c, se-guita che, d, sia la differentia del, f, al, e, & perche (per la decima ottava del settimo) del, f, al, e, e si come del, d, al, c, permutatamente del, f, al, d, serà si come del, e, al, c, & conciosia che l'uno e l'altro di duoi numeri, e, & c, sia quadrato è manifesto lo numero, f, esser tal qual volemo, perche è numero non quadrato divisibile in d. non quadrato et in e. quadrato, la proportione de quello al, d, e si come de quadrato a quadrato cioe come del, e, al, c, tutte le altre cose siano come per avanti. Dico che le linee, f, g, & g, h, componeno el secondo binomio perche conciosia che el quadrato de, a, al quadrato de, f, g, sia si come del, b, al, c, & un'altra volta lo quadrato de, f, g, al quadrato, de, g, h, sia si come del, c, al, e, (per la equa proportionalità) el quadrato del, a, al quadrato de, g, h, serà si come el, b, al, e, adonque conciosia che l'uno e l'altro di duoi numeri, b, & e, sia quadrato (per la seconda parte della nona) & la linea, g, h, serà communicante in longhezza alla linea, a, posta rationale, & della linea, f, g, è manifesto che essa sia rationale solamente in potentia non communicante alla linea, a, posta rationale in longhezza, (per la ultima parte della nona) laquale conciosia che la sia piu potente della linea, g, h, nel quadrato della linea, f, h, (per la trigesima prima del terzo & per la penultima del primo) & la linea, f, h, communichi alla linea, f, g, in longhezza (per la seconda parte della nona) imperoche li loro quadrati sono in la proportione delli numeri, c, & d, la proportione di quali è si come de duoi numeri quadrati (per el presupposito) e manifesto il proposito. A demostrare el medesimo altramente, sia la linea, g, h, communicante alla linea, a, (posta rationale in longhezza) laqual è facile de trovare & sia, c, numero quadrato divisibile in d. quadrato, & in e. non quadrato, & sia la proportione del quadrato della linea, g, h, al quadrato della linea, f, g, si come el numero, e, al numero, c, & la, f, g, serà incommensurabile alla linea, g, h, in longhezza (per la ultima parte della nona) & piu potente di quella in el quadrato della linea, f, h, (alla qual communica in longhezza primamente per la conversa dapoi per la eversa proportionalità, & per la seconda parte della nona) adonque (per la diffinitione) le linee, f, g, & g, h, componeno el secondo binomio.

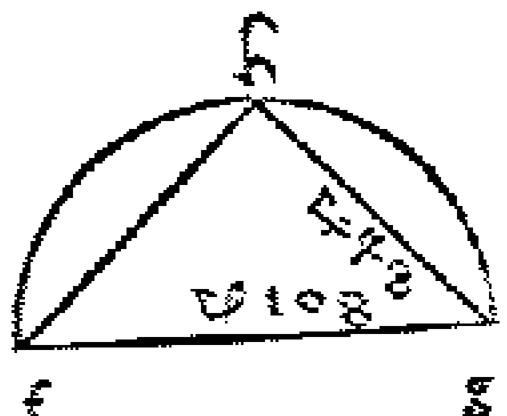
Piu facilmente se trova il detto numero non quadrato divisibile in un numero □ & in un'altro non □, & che il non □ habbia propartion al tutto come de nume. □ a nu. □ per quest'altro modo piglia qual si voglia nu. □ qual pongo sia, a,

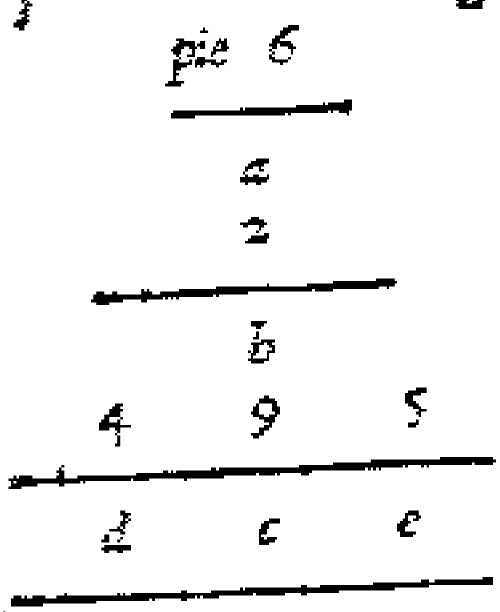


cauane sempre .1. & resti.b.fatto questo multiplica.a. fia.b. & facia.c. dico.c.esser il numero ricercato, cioe non □ (per . . . del . .) & il datto del .b. in se sia,d,e, & il datto de b.nella .1.facia.f.d.il qual.f.d. non sarà □ & ,d,e.sarà □ & la proportion de.f.d. al.c.sarà come la unità al.a, (nume. □) adonque la proportion de.c.al.f.d.sarà come de nu.□ a num.□ (per esser come del.a.alla.1.)

Problema. 14. Propositione.49.

44/50 Puotemo inuestigare,el terzo binomio.





Stante li suppositi sopra notati dirai se R 9 me da R 4 che me darà R 108

432
R 48
3. bino. R 108 p̃ R 48

Anchora el terzo binomio cosi se ritroua, posta (come per auanti) la linea, a, rationale in longhezza sia el,b,numero primo, & ,c, numero quadrato diuisione in d,quadrato & in,e, non quadrato tutte le altre cose stano come per auanti. Dico che le due linee,f,g,& g,h,compone el terzo binomio, perche ne l'una ne l'altra di quelle è commensurabile in longhezza alla linea,a, posta rationale, ma l'una e l'altra gli è incommensurabile in longhezza la,f,g,(per la ultima parte della nona propositione) & la,h,g,(per la equa proportionalità, & per la ultima parte della nona) perche (per la equa proportionalità) el quadrato della linea,a,al quadrato della linea,g,h, e si come lo numero,b,al numero,e, l'una per mezzo del quadrato della linea,f,g,& l'altro per mezzo del numero,c,& li numeri,b,& ,e, non sono in proportione de alcuni numeri quadrati conciosia che,b,sia numero primo, perche se i fusseno in la proportione de numeri quadrati seria necessario (per la decima settima del 8.) et per la ottaua del medemo fra quelli star uno terzo in continua proportionalità adonque (per la 18.del medesimo) el numero,b,seria superficiale laqualcosa è impossibile, conciosia che quel sia primo (dal presupposito) adonque la linea,g,h,e incommensurabile alla linea,a,posta rationale (per la ultima parte della nona) adonque perche la linea,f,g,e piu potente della linea,g,h,in el quadrato della linea,f,h,(per la trigesima prima del terzo, & per la penultima del primo) laqual communica a quella in longhezza (per la conuersa proportionalità, & per la seconda parte della nona propositione) & per la diffinitione del terzo binomio,e manifesto la nostra intentione.

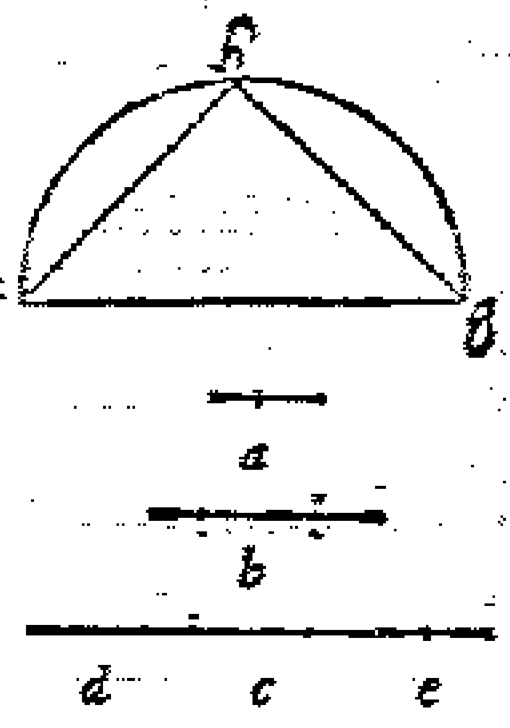
Il Tradottore.

Nella espositione di questa sopra scritta propositione il commentatore se inganna grandemente si nel proceder come nella demostratione perche el non necessita che la proportione, del numero. b. (quantunque sia numero primo) al numero. e. non possi esser come di numero quadrato a numero quadrato & che'l sia il vero per non abbondare in parole addurremo solamente la esperentia per testimonio perche se'l detto numero. b. fusse. 5. (che è numero primo) & lo numero. c. trenta sei & il numero. d. sedeci & lo numero. e. vinti si vede espressamente che la proportione de cinque a vinti esser si come de numero quadrato a numero quadrato cioe quadrupla, per il che si vede che anchora se inganna a dire che li numeri primi non sono superficiali anci sono superficiali (per la decimaottaua del ottauo) ma volendo concludere la sopra scritta propositione senza oppositione bisogna tor il detto numero. b. di tal conditione, prima ch'el non sia quadrato secondario che la proportione di quello al numero. e. non sia come di numero quadrato a numero quadrato (laquale cosa è facile) dapoi arguire come di sopra è fatto.

Problema. 15. Propositione. 50.

45 Puotemo ritrouare il quarto binomio.

51



Nella inuentione del quarto binomio le da procedere per il medesimo modo si come nella inuentione del primo eccetto che el numero quadrato. c. sia diuiso in doi numeri non quadrati, liquali siano. d. & . e. tutte le altre cose in questo luoco sono da esser negotiate, dalla diffinitione del quarto binomio, si come in quel luoco se negotiò dalla diffinition del primo binomio.

Problema. 16. Propositione. 51.

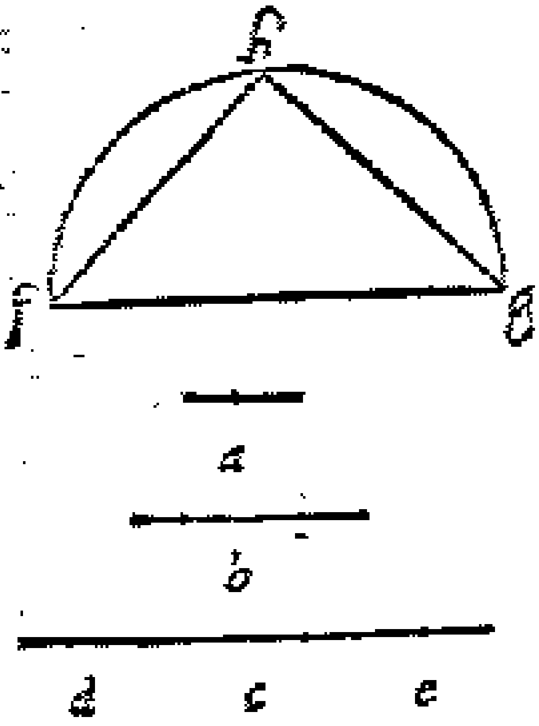
46 Puotemo recercare el quinto binomio.

52

La inuentione di questo è si come quella del secondo binomio eccetto che lo numero. c. (non quadrato) se diuide in. d. non quadrato, et in. e. quadrato tamen in tal modo che la proportione del. c. al. d. non sia si come de numero quadrato a numero quadrato, tutte le altre cose in questo luoco sono da esser cercate secondo le cose dimandante per la diffinitione del quinto binomio, si come in quel luoco sono ricercate secondo le cose adimandate per la diffinitione del secondo binomio, ouero pone che la linea, g, h, sia communicante alla linea, a, posta rationale in longhezza & mette el numero. c. quadrato diuiso in doi numeri non quadrati qual siano, d, & , e, adonque mette la proportione del quadrato della linea, g, h, al quadrato della f, g, si come del numero, e, al, numero, c, dapoi conclude il proposito per la ultima parte della nona & per li presenti presup-

posti, & per la conuersa & euersa proportionalità, & un'altra uolta per la ultima parte della nona & per la diffinitione del quinto binomio.

47
53



Problema. 17. Propositione. 52.

Puoremo finalmente trouare el sesto binomio.

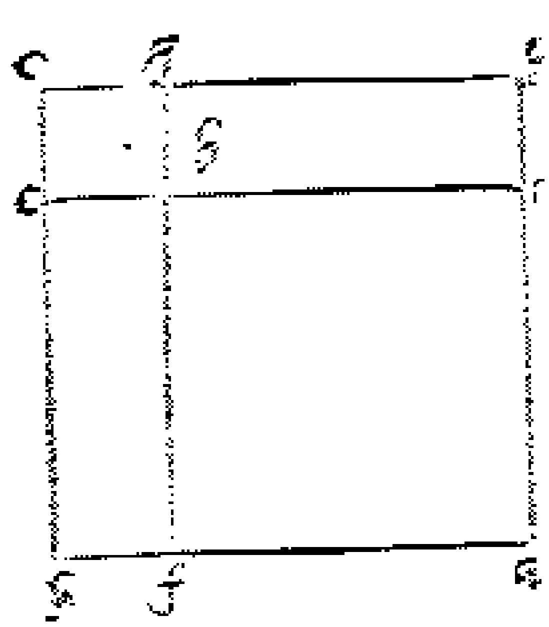
El sesto binomio è da trouar si come el terzo & tamen in questo lo numero. c. quadrato debbe esser diuiso in duoi numeri non quadrati. d. & e. & tutte le altre cose come in quello & per la diffinitione del sesto binomio la linea (che componeno le due linee. f.g. & g.h. cōgionte fra loro direttamente serà binomio sesto che è il proposito de trouare.

Il Tradottore.

Nella inuentione di questo sesto binomio bisogna aduertire di quello che fu detto sopra la inuentione del terzo cioe che'l non bisogna fondarse a tore simplicemente il numero. b. numero primo, perche tal instruttion è falsa. anci bisogna torlo secondo che sopra la inuention del terzo fu detto cioe cosi conditionato che'l non sia quadrato & che la proportion di quello al numero. e. non sia come de numero quadrato a numero quadrato poi seguir come nelle altre se fatto.

Lemma.

Siano li duoi quadrati, a, b, & b, c, & siano assettati, ouer posti (per la decima quarta del primo) talmente che il lato, d, b, al lato, b, e, sia in retta linea, adonque & lo lato, f, b, al lato, b, g, serà in retta linea, & sia compito lo paralellogrammo, a, c, dico che, a, c, è quadrato, & che, d, g, delli detti quadrati, a, b, & b, c, è medio proportionale, & oltra di questo il d, c, delli duoi quadrati, a, c, c, b, è medio proportionale, perche, b, d, è equale al, b, f, & b, e, al, b, g, adonque tutto il d, e, serà equale a tutto lo, f, g, & d, e, è equale all'uno e l'altro delli duoi lati, a, h, k, c, &, g, f, è equale all'uno e l'altro delli duoi lati, a, k, c, h, & l'uno e l'altro adonque delli duoi, a, k, k, c, è equale all'un e l'altro delli duoi lati, a, h, h, c, adonque (per la trigesima terza del primo) lo paralellogrammo, a, c, è equilatero & anchora e rettangolo, adonque lo detto paralellogrammo, a, c, (per la quadragesima sesta del primo) è quadrato & perche si come del, f, b, al, b, g, cosi è del, d, b, al, b, e, & si come del, f, b, al, b, g, (per la prima del sesto) cosi è del, a, b, al, d, g, & si come



si come del.d.b.al.b.c.cosi e del.d.g.al.b.c.adonque & si come del.a.b. al.d.g.cosi è del.d.g.al.b.c.adonque.d.g.è medio proportionale delli duoi quadrati.a.b.b.c.similmente dico che anchora.d.c.è medio proportionale delli duoi quadrati.a.c.c.b. perche si come del.a.d.al.d.k. cosi è del.K.g.al.g.c.perche l'una è equale all'altra adonque componendoli, per la decima ottaua del quinto, si come.a.k.al.K.d.cosi e.K.c.al.c.g.ma si come.a.K.al.K.d.cosi e.a.c.al.c.d.& si come.k.c.al.c.g.per la prima del sesto, cosi e.d.c.al.c.b.adonque.d.c.è medio proportionale fra li duoi quadrati.a.c.c.b.che è il proposito.

Il Tradottore.

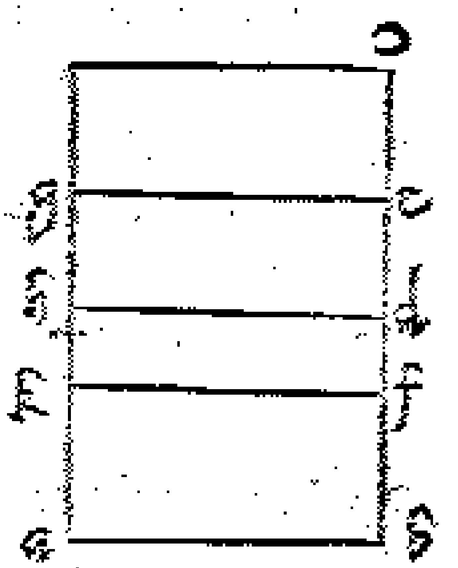
Questo lemma se ritroua solamente in la seconda tradottione ilquale è molto al proposito per le demostratione delle cose sequēte quantunque se dimostrano etiā senza esso lemma come procedēdo uederai, ma tal demostration son piu oscure.

Theorema.36. Propositione.53.

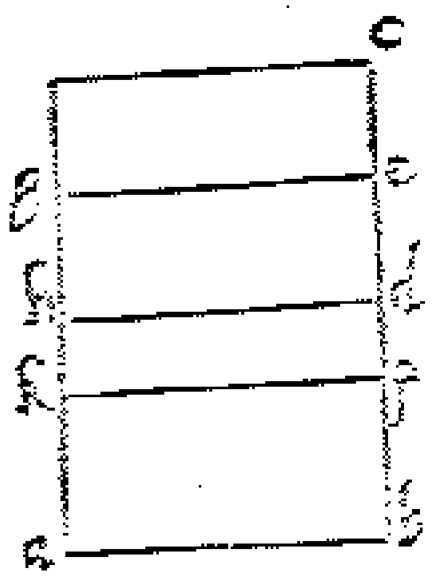
48/54 Se una superficie serà contenuta da un binomio primo, & da una linea rationale, lo lato che puo sopra di ēlla è necessario esser binomio.

Come che la R. del binomio primo è necessario esser binomio.

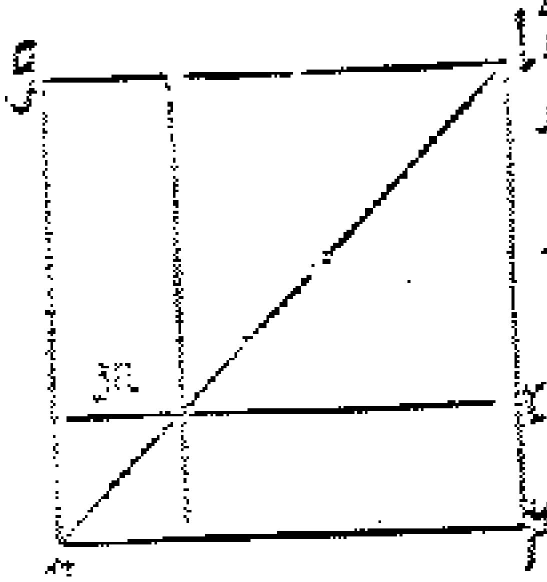
Sia la superficie.a.c.contenuta dalla linea.a.b.rationale & da un binomio primo elqual sia.b.c. Dico che'l lato tetragonico della superficie.a.c.è binomio è per dimostrare questo sia il ponto.d.il commun termine delle due portioni del binomio primo.b.c.delquale la maggior parte sia.b.d.& serà rationale in longhezza (per la diffinitione) et commensurabile alla linea.a.b. posta rationale anchora sia diuisa la minor portione (la qual e.d.c.) in due parte equale al ponto.e.& la linea.d.b.sia diuisa (sotto questa conditione) al ponto.f.che fra le parti di quello (lequal son.b.f.& f.d.) cada.d.e.



nel medio loco proportionale, & come questo si debba far fu detto in la.17.& sian dutte le linee.e.g.d.h.f.k.equidistante alla linea.a.b.& perche (per la diffinitione del primo binomio la linea.d.b.è piu potente della linea.d.c.in el quadrato d'una linea a se communicante in longhezza, seguita anchora (per la seconda parte della decima settima) che le due linee.b.f.f.d.siano communicante adonque (per la duodecima) l'una e l'altra de quelle è communicante a tutta la linea.b.d.per laqual cosa (per la diffinitione) ambedue sono rationale in longhezza e però (per la decimanona) l'una e l'altra delle due superficie.a.f.& f.h.è rationale, adonque sia descritto lo quadrato.l.m. (el lato del quale e.l.r.) equale alla superficie.a.f.al quale sia circōponendo un gnomone protratta la dyagonale.l.m.n.a quella quātita che el quadrato de esso gnomone (qual sia.m.n.) sia equale alla superficie.f.h.et li duoi suppli



menti di quello siano. p.m. & m.q. liquali è necessario esser equali alle due superficie. d.g. & g.c. laqual cosa cosi se apprende, perche conciosia che la linea. d.c. sia nel mezzo loco proportionale fra le linee. b.f. & f.d. (per la prima del sesto) la superficie. d.g. serà nel medio loco proportionale fra la superficie. a.f. & f.h. per laqual cosa etiam fra li duoi quadrati. l.m. & m.n. & perche etiam lo supplemento. p.m. e anchora nel mezzo loco proportionale fra li detti duoi quadrati (per la prima del sesto) seguita che. p.m. sia equale al. d.g. e pero etiam. m.q. al. g.c. adonque la linea. l.p. e el lato tetragonico della superficie. a.c. questa tal linea dico esser binomio. perche li duoi quadrati. l.m. & m.n. rationale due linee. l.r. & r.p. (per la diffinitione) seranno rationale potentialmente, & per la prima del sesto dal. a.f. al. d.g. è si come dal. b.f. al. d.e. ma la. b.f. e incommensurabile alla. d.e. ma perche la. b.f. e simplicemente rationale (come è prouado) & la. d.e. perche la communica con la. d.c. (rationale solamente in potentia) etiam quella serà rationale, solamente in potentia (per la undecima) laqual cosa è manifesta dalli presenti presuppositi, adonque per la seconda parte della decimaquarta) la superficie. a.f. e incommensurabile alla superficie. d.g. adonque & il quadrato. l.m. al supplemento. p.m. per laqual cosa (per la prima del sesto & per la seconda parte della decima quarta de questo) la linea. l.r. e incommensurabile alla linea. r.p. adonque (per la trigesima quarta) e manifesto la linea. l.p. esser binomio che era da demostrare.



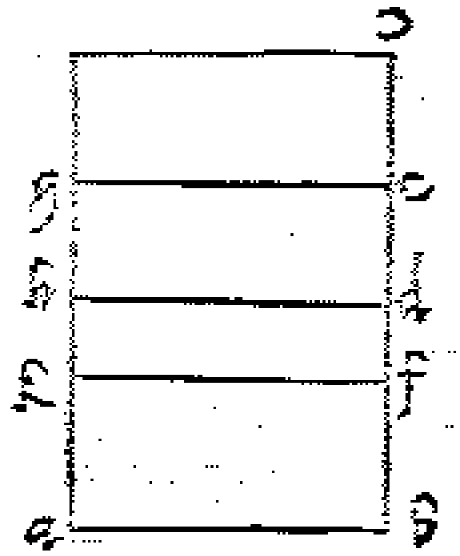
Il Tradottore.

Quelle parte che con facilita si doueuano concludere per lo sopraschritto lemma (per non esser stato trouato da tal commentatore) lui arguisse per la prima del sesto aben che ancho la detta prima del sesto parimente serua tamen è molto piu chiaro a arguire per lo sopraditto lemma e medesimamente nelle sequenti propositioni, similmente per la ultima del secondo si debbe formare un quadrato equale alla superficie. f.h. qual sia m.n. et quello assettarlo nel angolo. m. di l'altro quadrato per le regole adutte nel detto lemma. Anchora bisogna notare qualmente la linea rationale. a.b. bisogna sia rationale in longhezza & questo medesimo si debbe intendere nel cinque sequente.

Theorema. 37. Propositione. 54.

49/55 Se una superficie serà contenuta da una linea rationale & da un binomio secondo. Lo lato tetragonico di quella serà uno bimedial primo.

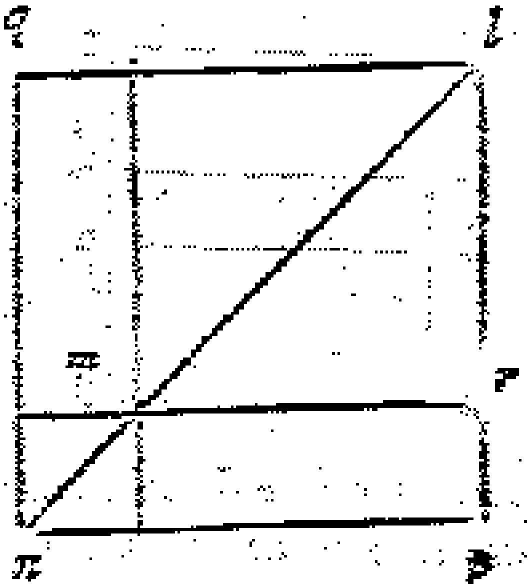
Sia la medesima figura, & li medesimi presupposti, liquali sono in la precedente & (per la diffinitione del secondo binomio) serà la linea, d, c, rationale in longhezza per laqual cosa (per la. 19.) l'una & l'altra delle due superficie, d, g, et, g, c, e però & li duoi supplimenti. p. m. m. q. seranno rationali & la linea, d, serà rationale solamente in potentia, & divisa in le due linee, f, d, & b, f, communicante (per la diffinitione del secondo binomio & per li premessi presupposti & per la seconda parte della decima settima) adonque (per la vigesima terza) l'una & l'altra delle due superficie, a, f, & f, b, e però & l'uno e l'altro di quadrati. l. m. & m. n. serà mediale, adonque ambedue le linee. l. r. & r. p. sono mediale, anchora communicante in potentia, perche conciosia che la linea, b, f, communichi alla linea, f, d, seguita che la, a, f, communichi alla, f, b, per laqual cosa el quadrato, l, m, al quadrato, m, n, & però & la linea, l, r, alla linea, r, p, in potentia, ma non communicano in longhezza, perche da una di quelle all'altra e si come la superficie l. m. alla. m. p. adonque conciosia che la, l, m, non communichi con la. m. p. imperoche l'una è mediale cioe la, l, m, & l'altra è rationale cioe la, m, p, seguita che la. l. r. non communichi in longhezza con la. r. p. adonque perche esse contenено superficie rationale, laqual è la. m. p. e manifesto la linea. l. p. (per la. 36. di questo) esser bimedial primo.



Theorema. 38. Propositione. 55.

50 Se una superficie sia contenuta da un binomio terzo, & da una linea
56 rationale, la linea potente in quella serà bimedial secondo.

Stante la medesima dispositione, & li presupposti come di sopra (& da questi presupposti & dalla diffinitione del terzo binomio & dalla vigesima terza) serà cadauna delle quattro superficie (in lequale è divisa la superficie. a. c.) mediale per laqual cosa l'uno et l'altro di duoi quadrati. l. m. & m. n. & l'uno & l'altro di duoi supplimenti. n. m. & m. q. serà etiam mediale adonque l'una & l'altra delle due linee. l. r. & r. p. serà mediale, & conciosia che le due superficie. a. f. & f. b. siano communicante imperoche le due linee b. f. & f. d. son communicante (per la seconda parte della. 17.) le due linee. l. r. & r. p. seranno communicante in potentia ma non in longhezza; perche la superficie. l. m. non communica con la superficie. m. p. imperoche ne la. a. f. communica con la. d. g. perche la linea. b. f. non communica con la. d. e. conciosia adonque che esse contengano superficie mediale laquale è p. m. e manifesto (per la. 37.) la linea. l. p. esser bimedial secondo che è il proposito.



Theorema.39. Propositione.56.

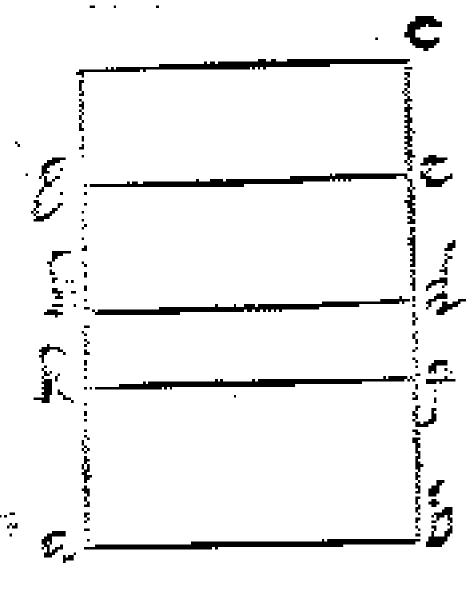
51/57 Se una superficie sia contenuta, da una linea rationale, & dal quarto binomio, la linea che puo in quella superficie e la linea maggiore.

Stante tutte le cose come in la precedente (per el presupposito, & per la diffinitione del quarto binomio & per la.23.) l'una e l'altra delle due superficie.d.g. et g.e. per laqual cosa e l'una e l'altra delle due.p.m.et.m.q. serà mediale e li dui quadrati.l.m.&.m.n. tolti insieme serà rationale imperoche la superficie.a.d. e rationale (per la diffinitione del quarto binomio e per la.19.) et perche la.d.b.e divisa in due parti incommunicanti in ponto.f. (per la seconda parte della decima ottava) la superficie.a.f. serà incommensurabile alla superficie.f.b.e pero e lo quadrato.l.m. al quadrato.m.n. adonque le due linea.l.r.&.r.p. sono incommensurabile in potentia, lequale côciosia che quelle contengano la superficie mediale.p.m.e ambidui li quadrati di quelle tolti insieme siano rationali e manifesto (per la.38.) la linea.l.p. esser la linea maggiore che era il proposito.

Theorema.40. Propositione.57.

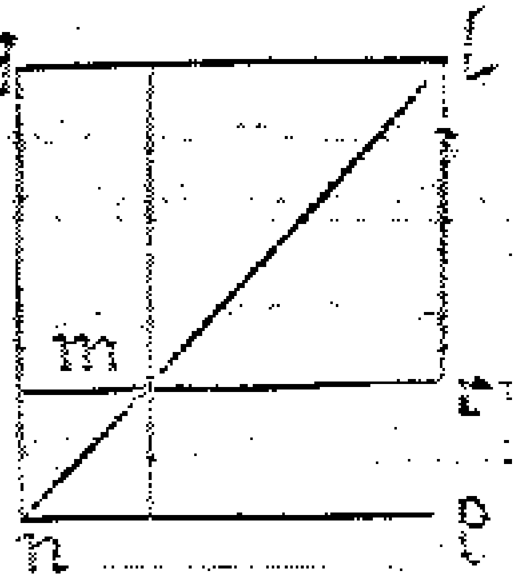
52/58 Se una superficie serà contenuta da una linea rationale, & da uno binomio quinto, la linea laquale puo in quella, el se conuenne de necessità esser la potente in rationale è mediale.

Anchora qua in questa non è da mutar alcuna cosa della dispositione & positione delle prime, perche da quelle stante serà (per quelle cose che sono poste in la diffinitione del quarto binomio e in la.19.) l'una & l'altra delle due superficie d. g.& g.e. onde & l'una e l'altra delle due. p.m.& m. q. rationale & tutta la. a. d. mediale, per laqual cosa & li duoi quadrati. l.m.&.m.n. tolti insieme è mediale (per la. 23.) et conciosia che (per la secôda parte della decima ottava) la linea.f.b. sia incommensurabile alla linea.f.d. e pero & la superficie, a, f, alla superficie, f, b, & lo quadrato, l, m, al quadrato, m, n, serà la linea, l, r, incommensurabile in potentia alla linea.r.p. ma perche esse contengono la superficie rationale.p.m. & ambidui li quadrati de quelle tolti insieme sono mediale se conclude (per la trigesima nona) la linea.l.p. esser la potente in rationale è mediale come è sta promesso da dimostrare.



Theorema.41. Propositione.58.

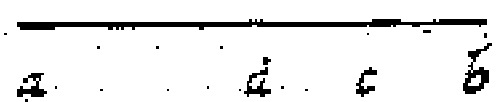
53/59 Se una superficie serà contenuta dal sesto binomio, e da una linea rationale, la linea potente in quella se approua esser la potente in duoi mediali.



In questa .58. non accade star a perdere tempo in depingere le figure. perche el satisfa quelle che se contien in le precedente dispositioni & positioni lequale fiante è necessario (per le dette cose & per la dispositione che per la diffinitione del ultimo binomio, & per la uigesima terza) caduna delle superficie. a.d. & d.g. & g.c. esser mediale perilche & ambidui li quadrati l.m. & m.n. tolti insieme & p.m. & m.q. è necessario esser mediale et conuiensi che la. b.f. & f.d. per laqual cosa & la. a.f. & f.b. e pero & la. l.m. & m.n. siano incommensurabile seranno le due linee. l.r. & r.p. incommensurabile in potentia, ma perche quelle conteneno la superficie mediale. p.m. & ambidui li quadrati tolti insieme sono mediali laqual summa è incommensurabile al doppio della superficie dell'una in l'altra laqual cosa se approua in questo che la superficie. b.h. e incommensurabile alla superficie. h.c. per questa causa che la linea. d.h. incommensurabile alla linea. d.c. perilche seguita (per la .40.) la linea. l.p. esser quella che è detta potente in dui mediali.

Lemma.

0
60 Se una linea retta sia segata in due parti inequali. Li quadrati fatti da dette due parti inequali sono maggiori del rettangolo che è cōpreso due volte sotto le dette parti inequale.



Sia la retta linea, a, b, & sia segata in due parti inequale in ponto, c, & sia la maggior, a, c, dico che li dui quadrati fatti dalle, a, c, & c, b, son maggiori del rettangolo che è contenuto sotto del, a, c, & c, b, due uolte, e per dimostrar questo sia segata (per la .10. del primo) la a, b, in due parti equali in ponto, d, adonque perche la linea retta, a, b, e segata in due parti equali in ponto, d, & in due inequali in ponto, c, adonque (per la .5. del secondo) quello che contenuto sotto della, a, c, & c, b, insieme con el quadrato fatto dalla c, d, è equal al quadrato che uien fatto della, a, d, & per questo el rettangolo contenuto sotto della, a, c, & c, b, e minor del quadrato del, a, d, adonque il doppio del rettangolo che contenuto sotto delle due linee, a, c, & c, b, e minor del doppio del quadrato della, a, d, ma li quadrati delle due parti, a, c, & c, b, sono maggiori di quelli fatti dalle due, a, d, et, d, b, adōq; li quadrati fatti dalle due parti, a, c, et, c, b, son maggiori del rettāgolo cōtenuto sotto delle, a, c, & c, b, due uolte ch'era da demostrar.

Il Tradottore.

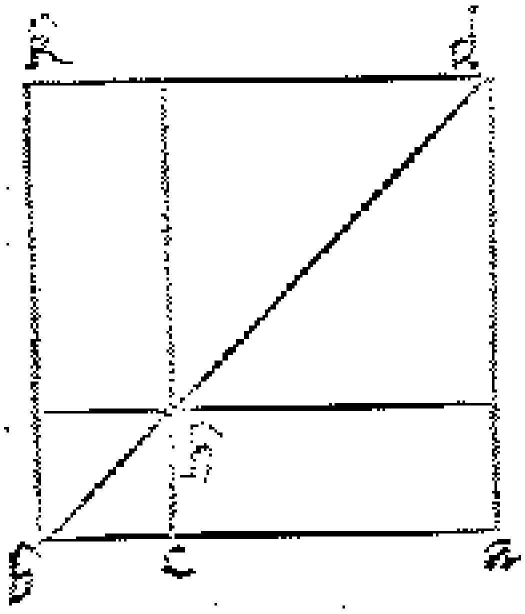
Questo lemma se ritroua solamente in la seconda tradottione elqual (per dimostrar le propositioni sequente) e molto al proposito ma che la summa di quadrati delle due linee, a, c, & c, b, siano maggiori del doppio del quadrato della. a. d. (elqual è tanto che li quadrati delle due linee, a, d, & d, b,) se manifesta per lo secondo delli antecedenti della quadragesima prima.

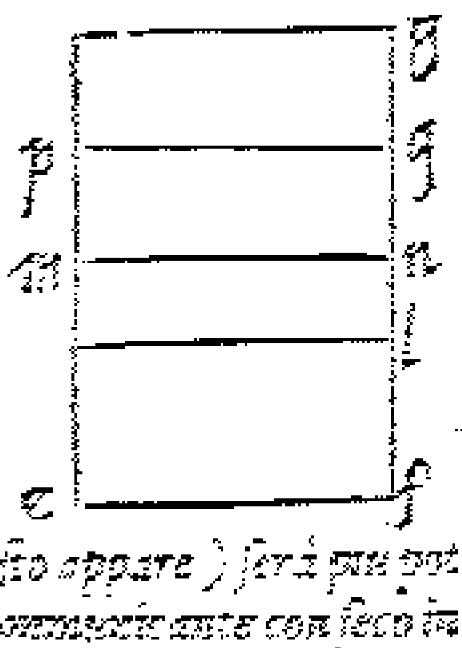
Theo-

Theorema. 42. Propositione. 59.

54 Se a una linea rationale, sia aggionto uno rettãgolo equal al quadra
60 to d'un binomio el secõdo lato di quello cõuien esser binomio primo.

Queste sei sequente propositioni sotto el conuerso delle sei precedente, per ordine, & la intentione de questa, e questa sia la linea. a. b. binomio diuisa al ponto. c. in le due linee. a. c. & c. b. secondo la sua diffinitione ouer termine & lo quadrato della medesima. a. b. sia. b. d. & sia la linea. e. f. rationale in longhezza alla qual sia aggiunta la superficie. e. g. equal al quadrato. b. d. dico che'l secondo lato de questa superficie el qual è la linea. f. g. e binomio primo & questo se dimostra in questo modo sia diuiso el quadrato. b. d. in li duoi quadrati. h. b. & h. d. (liquali sono li quadrati delle due portioni del binomio) & in li duoi supplimenti. a. h. & h. k. di quali l'uno e l'altro è contenuto sotto delle due portioni del binomio & (per la diffinition del binomio laquale se ha per la trigesima quinta) l'uno e l'altro de questi quadrati serà rationale, & (per la. 23.) l'uno e l'altro di duoi supplimenti serà mediale adonque sia tagliato dalla superficie. e. g. la superficie. e. l. equale al quadrato. d. h. & la. l. m. equale al quadrato. h. b. & la. n. p. equal all'uno di duoi supplimenti. a. h. ouer. h. k. & lo residuo. p. g. serà equal all'altro supplemento che resta per laqual cosa (per la prima del sesto) la linea. n. q. è equale alla linea. q. g. & (dalle cose premesse) e manifesto che l'una & l'altra delle due superficie. e. l. & l. m. e pero etiam tutta la superficie. e. m. e rationale, & l'una e l'altra delle due equale. n. p. & p. g. e però tutta la. m. g. è mediale per laqual cosa per la vigesima l'una e l'altra delle due linee. f. l. & l. m. & tutta la linea. f. n. rationale in longhezza & commensurabile alla linea. e. f. posta rationale & (per la. 24.) l'una e l'altra delle due. n. q. & q. g. & tutta la. n. g. è rationale solamente in potentia incommensurabile alla linea. m. n. e pero etiam alla linea. e. f. (a se equale) & per consequente alla linea. f. n. in longhezza, adonque se la linea. f. n. (laqual è maggiore della linea. n. g. (come per lo primo di duoi antecedenti sotto gionti alla demostratione della quadragesima et per la prima del sesto appare) serà piu potente della linea. n. g. (minore) nel quadrato d'una linea commensurabile con seco in longhezza (per la diffinitione del binomio primo serà manifesto la linea. f. g. esser binomio primo) & che questo sia cosi tu l'hauerai in questo modo, conciosia che fra li duoi quadrati. d. h. & h. b. (per la prima del sesto) la superficie. a. h. sia media proportionale el se conuiene (per li primi presupposti) la superficie. m. q. esser nel mezzo loco proportionale fra la superficie. e. l. & l. m. onde





(per

(per la prima del sesto) la linea .n.q. laquale è la mita della linea .n.g. e nel mezzo luoco proportionale fra le due linee .f.l. & l.n. adonque quello che vien fatto dal .f.l. in la .l.n. è quanto quello che vien fatto dal .n.q. in se (per la decima settima del sesto e per tanto (per la quarta del secondo) quanto la quarta parte del quadrato della linea .n.g. adonque (per la prima parte della .17. conciosia che la linea .f.n. sia diuisa dalla superficie a se aggionta equale alla quarta parte della linea .n.g. piu breue talmente che a compir tutta la linea .f.n. mãca una superficie quadrata, in due parti commenicante al ponto .l. serà la .f.n. piu potente della .n.g. nel quadrato d'una linea a se commenicante in longhezza, adonque è manifesto el proposito.

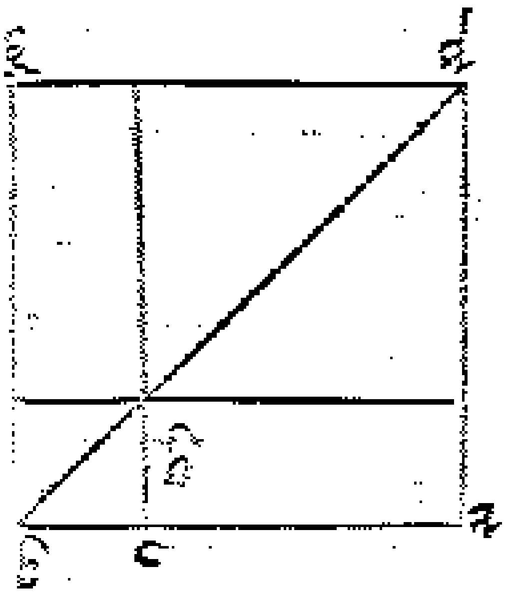
Il Tradottore.

Quella parte che di sopra si conchiude per la prima del sesto piu facilmente se apprende per lo lemma auanti la quadragesima terza il medesimo se debbe aricordare nelle sequente senza che io tel replichi.

Theorema .43. Propositione. 60.

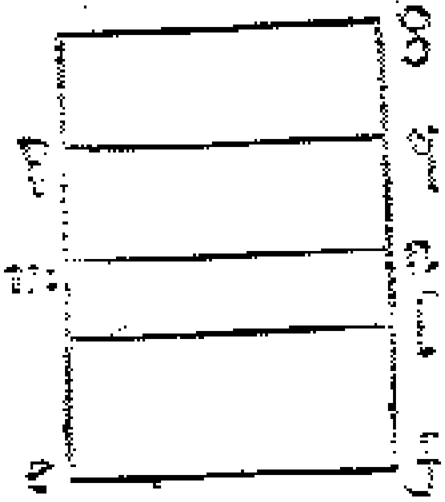
55 Se a una linea rationale serà aggiunto una superficie equal al qua-
61 drato del bimediale primo, l'altro lato di quella bisognarà esser el secondo binomio.

Sia la linea, a, b, la bimedial primo diuisa al ponto, c, secondo el suo termine tutte le altre cose siano come per auanti, Dico la linea, f, g, esser el secondo binomio, perche la superficie .m.g. serà rationale imperoche le parti del bimedial primo contieneno superficie rationale & se le tre superficie .e.l. l.m, & tutta la, e, n, mediale commenicante imperoche le portioni del bimedial primo sono linee mediale solamente in potentia commenicante (per la trigesima sesta) adonque (per la vigesima) la linea .n.g. serà rationale in longhezza commensurabile alla linea, e, f, posta rationale, & (per la vigesima quarta) la linea, f, n, rationale solamente in potentia (laquale conciosia che la sia maggiore della linea, n, g,) per el primo di duoi antecedẽti aggionti alla demostratione della quadragesima (& per la prima del sesto) & piu potente di quella in el quadrato d'una linea commenicante con seco in longhezza (per la prima parte della decima settima) la linea, f, g, (per la diffinitione) serà il secondo binomio che era el proposito.

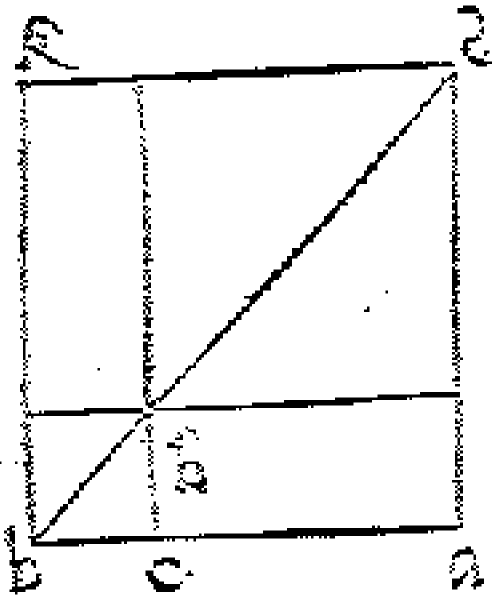


Theorema .44. Propositione .61.

56 Quando che a una linea rationale in longhezza serà aggionta una
62 superficie rettangola equale al quadrato del bimedial secondo, lo secõdo lato di quella è necessario esser el terzo binomio.

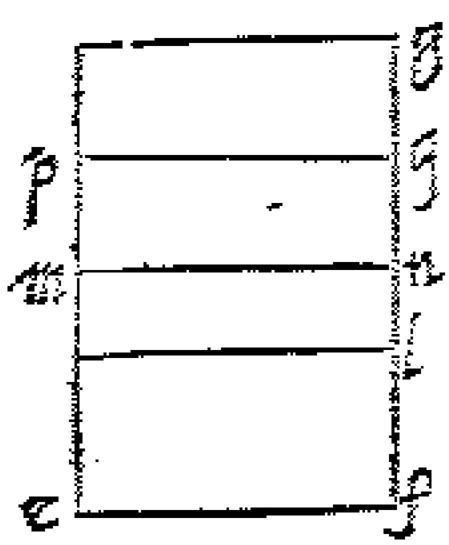


Se la linea.a.b.serà el bimedial secondo diuisa per el suo termine al ponto.c.& tutte le altre cose siano come per auanti, serà la linea, f, g, el terzo binomio perche (per la trigesima settima & per le nostre positioni) l'una e l'altra delle superficie, e, n, & m, g, serà mediale per laqual cosa l'una e l'altra delle linee due, f, n, & n, g. (per la vigesima quarta) serà rationale solamente in potentia & perche le parti del bimediale secondo sono communicante solamente in potentia, la superficie. e, l, serà communicante alla superficie, l, m, e pero etiã la linea, f, l, alla linea, n, l, adonque (per la prima parte della decima settima) la linea, f, n, serà piu potente della, n, g, in el quadrato d'una linea a se communicãte in longhezza, & conciosia che la superficie, a, h, et lo quadrato, h, b, siano incommensurabile, imperoche le linee a, c, & c, b, sono incommensurabile e pero etiam li duoi quadrati tolti insieme, alli duoi supplementi tolti insieme, imperoche li duoi quadrati fra loro insieme communicano (per el presupposito) li supplementi anchora, conciosia che fra loro sono equali seguita che la superficie, e, n, sia incommensurabile alla superficie, m, g, e pero etiam la linea, f, n, alla linea, n, g, adonque (per la diffinitione) la linea, f, g, e binomio terzo che è el proposito.



Theorema. 45. Propositione. 62.

57/63 Se a una linea rationale serà aggionto un rettangolo equale al quadrato della linea maggiore, l'altro lato di q̃llo serà el quarto binomio.

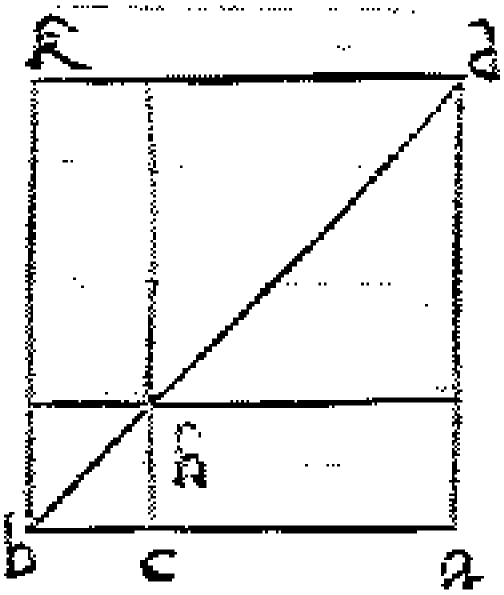


Se anchora questa linea, a, b, serà la linea maggiore diuisa secondo il suo termine al ponto, c, & tutte le restante cose non siano altramente che per auanti serà la linea, f, g, el quarto binomio, perche conciosia che ambiduoi li quadrati delle portioni della linea maggiore tolti insieme siano rationale la superficie, e, n, serà rationale, & pero (per la vigesima) la linea, f, n, serà rationale in longhezza communicante alla linea, e, f, posta rationale, & la superficie, m, g, serà mediale per questo che le portioni della linea maggiore contengono superficie mediale, adonque (per la vigesima quarta) la linea, n, g, e rationale solamente in potentia & perche le portioni della prefatta linea, a, b, sono potentialmente incommensurabile superficie, e, l, serà incommensurabile alla, l, m, e pero etiam la linea, f, l, alla linea, l, n, adonque per la prima parte del-

te della decimaottaua) la linea.f.n.e piu potente della linea.n.g. in el quadrato di una linea a se incommensurabile, adonque (per la diffinitione) la linea.f.g.e binomio quarto, che era il proposito.

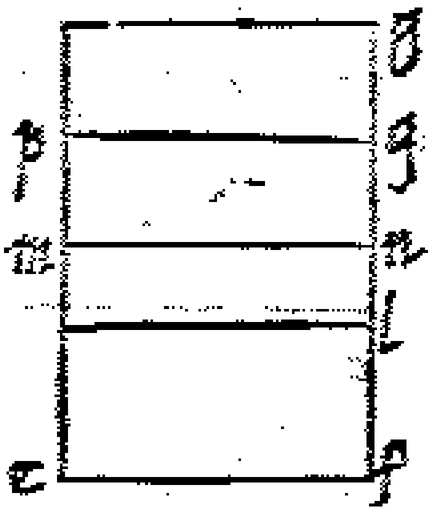
Theorema.46. Propositione.63.

58/64 Se a una linea rationale sia aggionto una forma de una parte piu longa, equale al quadrato della linea potente sopra rationale, et mediale, l'altro lato di quella, e necessario esser el quinto binomio.



Proposta la linea.a.b. quella che puo sopra la mediale & rationale diuisa secondo la diffinitione di quella al ponto.c. & non sia mutato cosa alcuna delle passate, & seguita la linea.f.g. esser binomio quinto, perche conciosia che le parti di questa linea, a.b. contengano superficie rationale, e necessario che la superficie, g, m.e pero etiam (per la vigesima) la linea, n, g, sia rationale & conciosia che ambi li quadrati delle parti de questa linea tolti insieme siano mediale serà la superficie, e, n, mediale et (per la vigesima quarta) la linea, f, n, rationale solamēte in potentia e perche le parti della predetta linea sono incommensurabile in potentia la superficie, e, l, serà incōmensurabile alla superficie.m.l. e pero etiam la linea, f, l, alla linea, n, l, adonque (per la prima parte della decima ottaua) la linea, f, n, e piu potente della linea, n, g, in el quadrato d'una linea a se incommensurabile adōque (per la diffinitione del quinto binomio) conclude il proposito.

Theorema.47. Propositione.64.

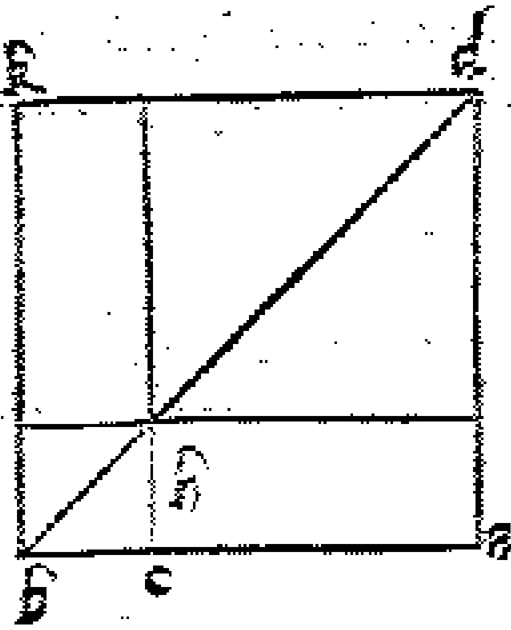


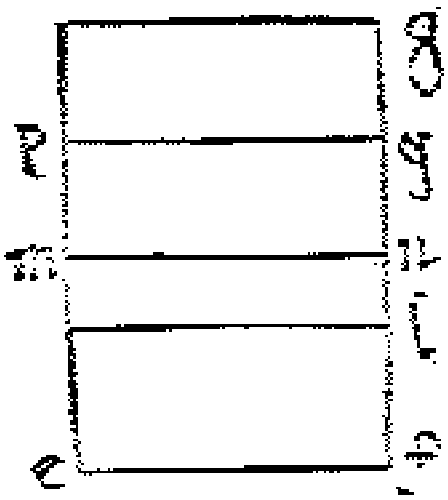
59/65 Ogni uolta che a una linea rationale, serà aggionta una superficie rettangola, equale al quadrato de una linea potēte in doi mediale, el secondo lato della medesima superficie el se conuence esser el sesto binomio.

In questa sexagesima quarta sia la linea, a, b, la linea potente, sopra duoi mediale, & rimangano tutte quelle positione si come nelle altre precedente a questa e al presente serà la linea.f.g. el sesto binomio laqual cosa tu nō la puoi ignorare se tu non serai smenticheuole delle cose premesse & di quello che propone la quadragesima & cosi è manifesto in questa la nostra intentione.

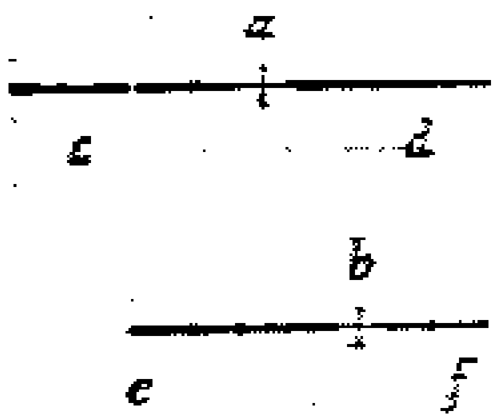
Theorema.48. Propositione.55.

60/66 Ogni linea communicante in longhezza a qual si uoglia di binomii el se approua quella esser binomio, sotto la medesima specie.





Sia la linea .a. un binomio di qual specie si voglia & sia la linea .b. a se communicante in longhezza. Dico la linea .b. esser un binomio di quella medesima specie della quale è .a. & per dimostrar questo siano le parti binomiali della .a. c. & .d. & seranno ambedue rationale & communicanti solamente in potentia per (la trigesima quinta) & la linea .b. sia divisa (per la terzadecima del sesto) in .e. & .f. secondo la proportione della parte .c. alla parte .d. & (per la congionta, et eversa, et permutata proportionalità) della .c. alla .e. & dalla .d. alla .f. serà si come della .a. alla .b. adonque, conciosia che la .a. et .b. siano communicante, etiam (per la prima parte della decima quarta) .c. & .e. & anchora .d. & .f. seranno communicante adonque se la .c. serà rationale solamente in potentia etiam la .e. serà rationale solamente in potentia & se la serà rationale in longhezza, & etiam la .e. serà rationale in longhezza, et per lo medesimo modo se la .d. e rationale solamente in potentia, over etiã in longhezza & la .f. serà ancor similmente & (per la 16.) se la .c. e piu potente della .d. in el quadrato d'una linea a se commensurabile in longhezza, overo anchora incommensurabile, serà etiam & la .c. piu potente della .f. nel quadrato d'una linea a se commensurabile over etiam incommensurabile in longhezza adõque le necessario (per la diffinitione delle sei specie di binomii) che .a. & .b. siano binomii d'una medesima specie. Ma se la linea .b. communica con el binomio .a. solamente in potentia, serà etiam la linea .b. binomio, ma el non è necessario esser de quella medesima specie, ma ben le impossibile che ambidui insieme cadano sotto la prima specie di binomii, over sotto alla seconda, quarta over quinta. Ma egliè ben necessario che ambidui cadano sotto alle prime tre over alli tre ultimi, perche le impossibile uno de quelli esser in alcuna delle tre prime specie, & l'altro in alcuna delle tre ultime. perche conciosia che .a. communichi con .b. solamente in potentia ancora .c. con .e. & .d. con .f. communicarà solamente in potentia (per la decima quarta) adonque se l'una o l'altra delle due linee .c. & .d. seranno rationale in longhezza, la sua comparata delle linee .e. & .f. non serà rationale in longhezza. Adonque nõ è possibile che .a. & .b. cadeno insieme sotto alcuna de quelle specie binomii in le quale l'una delle due portioni del binomio è rationale in longhezza. & queste specie sono la prima e la seconda e la quarta e la quinta & perche (per la decima sesta) le due linee .c. & .e. insieme sono piu potente delle due linee .d. & .f. in li quadrati de due linee a se communicanti over incommunicanti in longhezza è necessario che

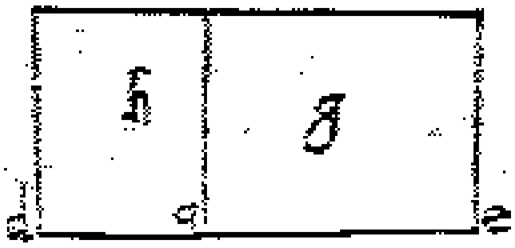


ambidui

ambidui li binomij, a, & , b, insieme cadeno sotto le tre prime specie de binomij ouer insieme sotto le tre ultime (per la diffinitione di esse specie & la linea, b, che tu dubiti esser binomio, perche conuiensi che, c, & , e. siano communicante in potentia solamente, similmente anchora, d, & , f, & , c, & d, siano rational solamente in potentia communicante el se conuenga, e, & f, esser rationali solamente in potentia communicante lequale perche non communicano in longhezza si come nelle due, c, et, d, proportionale a quelle esse indubitatamente componeno binomio (per la trigesima quinta) de questo.

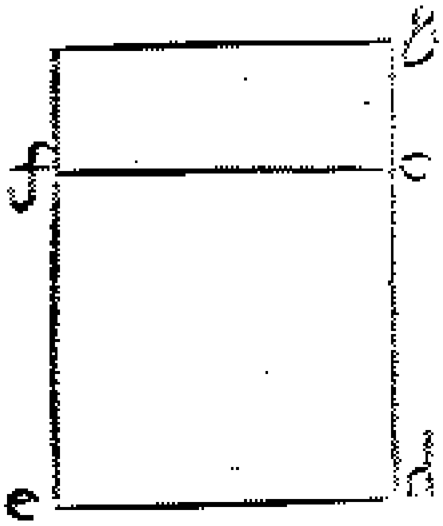
Theorema.49. Propositione.66.

61/67 **Ogni linea commensurabile o all'una o all'altra delle bimediale el cõuence de necessità esser bimedial sotto la medesima specie.**



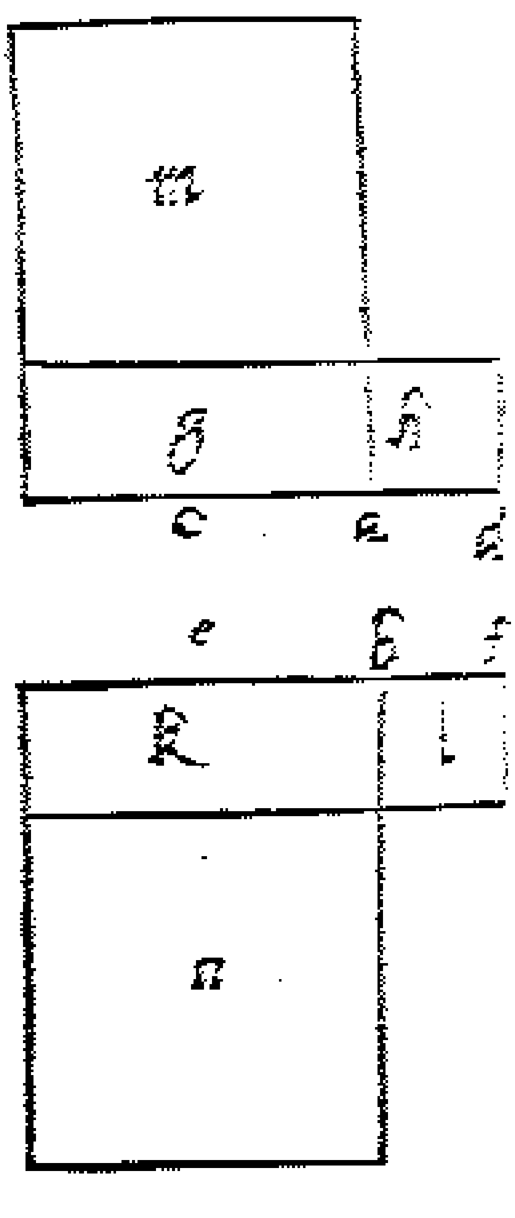
Communicando alcuna linea o all'una o l'altra delle due bimediale ouero in longhezza ouer in potentia, quello che detto ha in se verità. Hor sia le due linee communicante, a, & , b, in qual si uoglia di predetti duoi modi. & sia. a. lo bimedial primo ouero il secondo. Dico che etiam, b, e bimedial primo ouer secondo si come serà, a, perche diuiso lo bimedial, a, in le sue portioni bimediale delle quale è composta (per la trigesima sesta & trigesima settima) lequale siano c, & , d, diuisa anchora la, b, in, e, & , f, secondo la proportione della, c, alla, d, (come insegna la duodecima del sesto) & posta la superficie, g, contenuta sotto della c, & della, d, & la superficie. k contenuta sotto della. e. & f. & posto lo quadrato. h della, d, & l, della, f, (per la congionta & euersa & permutata proportionalità) serà si come in la premessa della, c, alla, e, & della, d, alla, f, si come della, a, alla, b, adonque (per la propositione) si come, a, & , b, sian cõmunicanti o sia questo in longhezza ouer in potẽtia così, c, & , e, e anchor, d, & , f, seranno similmente communicanti perche, c, & d, sono mediale solamente in potentia communicante, seguita (per la. 25.) che. e. & f. sian etiam medial & (per la decimaquarta) solamente in potentia communicanti conciosia che esse siano proportionale (per el presupposito) come, c, al, d, & conciosia che (per la prima del sesto) sia del, g, al, h, si come del, c, al, d, & del. k. al. l. si come del, e, al, f, del, g, al, h, serà si come del. k. al l. & permutatamente del, g, al, K, si come del, h, al, l, adonque perche, h, e, communicãte al, l, imperoche li duoi lati de quelli liquali sono, d, & f, communicano in longhezza ouer in potentia, secondo che, a, & , b, communicano in l'uno ouer in l'altro seguita (per la decima quarta) che anchora, g, & , k, communicano fra loro insieme adonque. k. serà rationale ouer mediale si come serà, g, (per la diffinitione della superficie rationale ouer (per la vigesima quinta) perche solamente in questo è differente el bimedial primo dal bimedial secondo che le portione del bimedial primo (in lequale uien diuiso secondo el suo termine) conteneno superficie

perficie rationale & quelle del bimedial secondo mediale, adonque se, a, serà bimedial primo la superficie. g. serà rationale per laqual cosa etiam la superficie, k, e pero b, serà etiam bimedial primo (per la trigesima sesta) ma se, a, serà bimedial secondo la superficie, g, serà mediale & per questo etiam. k. adonque. b. (per la trigesima settima) serà bimediale secondo per laqual cosa è manifesto el proposito. A demostrare el medesimo altramente, alla linea, c, d, rationale (supposto. a. l'un o l'altro di duoi bimediali & la. b, a se communicante in longhezza, over in potentia) sia aggionta la superficie. c. e. equale al quadrato de. a. & la. f. g. equale al quadrato della. b. & le superficie, c, e, & f, g, seranno communicante, imperoche li quadrati a quelle equali (liquali sono li quadrati delle linee. a. & b.) sono communicanti (dal presupposito) adonque (per la prima del sesto e per la decima quarta di questo) le due linee, d, e, & e, g, e necessario esser communicante, e perche se la. a. serà bimedial primo la linea. d. e. serà el secondo binomio (per la sexagesima) e pero etiã la. e. g. serà secondo binomio (per la precedente) per laqual cosa lo lato tetragonico della superficie. f. g. (elqual è b.) e bimedial primo (per la quinquagesima quarta) ma se. a. serà bimedial secondo la linea, d, e, serà binomio terzo (per la sexagesima prima) e pero e la. e. g. e binomio terzo (per la precedente) per laqual cosa el lato tetragonico della superficie. f. g. (e quello è la linea. b.) serà bimedial secondo, adonque è manifesto esser el uero quello che è proposito.



Theorema. 50. Propositione. 67.

62
68



Ogni linea communicãte alla linea maggiore, e linea maggiore.

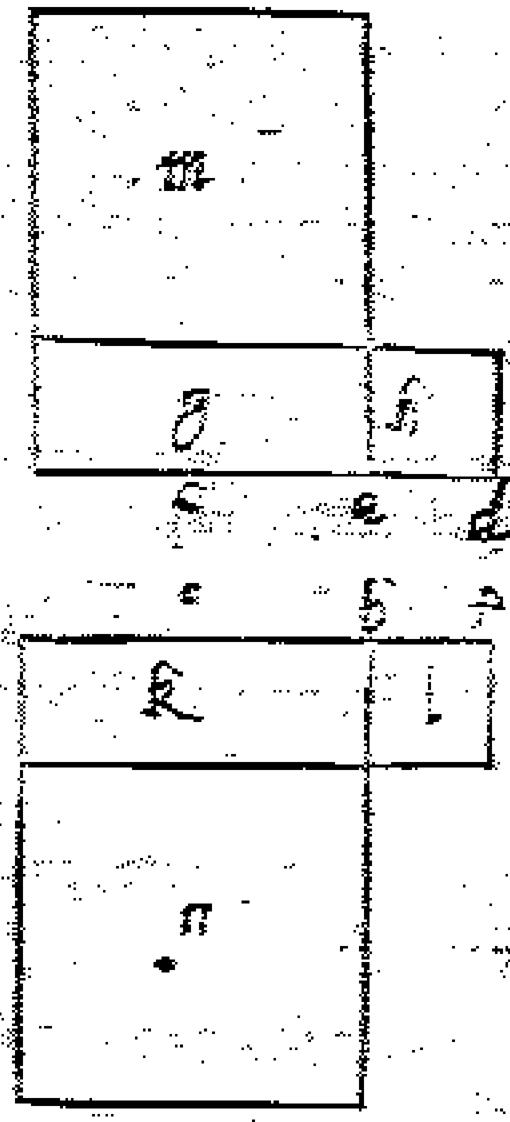
Anchora questa (se alcuna linea serà communicante in qual modo si voglia alla linea maggiore) se verifica, hor sia, a, la linea maggiore, & la linea, b, a quella communicante in qual modo si voglia. Dico che la b. serà linea maggiore, imperoche diuisa, a, in quelle portioni delle quale è composta (per la trigesima ottaua) lequale siano. c. & d. & la. b. (secondo la proportione de quelle) in. e. & f. & posto che la. g. sia la superficie contenuta sotto della. c. & della. d. & la. k. sotto della. e. & f. & m. & h. siano li quadrati della. c. & della. d. & li quadrati. n. & l. della. e. & della. f. serà del quadrato. m. al quadrato. h, si come del quadrato. n. al quadrato. l. (per la seconda parte della decima ottaua del sesto) & congiontamente del. m. & h. al. h. si come del. n. & l. al l. & premutatamente del. m. & h. al. n. & l.

l. serà

l.serà si come del .b. al .l. adonque perche .b. communica con .l. (imperoche che .d. communica con .f. ouer in longhezza ouer in potentia) si come che .a. communica con .b. seguita che ambidui li quadrati .m. & .h. tolti insieme communichino con ambidui li quadrati .n. & .l. tolti insieme, adonque conciosia che dui primi tolti insieme siano rationale (per la trigesima ottaua) etiam li dui ultimi seranno anchora rationale (per la diffinitione) & perche la superficie .k. e necessario esser mediale si come la .g. (per la trigesima quinta) & le linee .e. & .f. esser incommensurabili in potentia si come la .c. & .d. (per la decima quarta) el se conclude (per la trigesima ottaua) la linea .b. esser la linea laquale è detta maggior che'l proposito. A demostrar el medemo altramente, conciosia che .a. sia la linea maggior, alla qual communica la linea .b. ouer essendo questo in longhezza ouer in potentia tolta una linea rationale (laqual sia .c .d.) sia agionto a quella la superficie .c .e. equale al quadrato della linea .a. & dapoi la .f .g. equale al quadrato della linea .b. adonque conciosia che li quadrati delle due linee .a. & .b. siano communicanti (per el presupposito) la superficie .c .e. serà communicante alla superficie .f .g. e pero (per la prima del sesto e per la prima parte della decimaquarta de questo) etiam la linea .d .e. alla linea .e .g. in longhezza, e perche (per la sexagesima seconda) la linea .d .e. e binomio quarto, anchora (per la sexagesima quinta) la linea .e .g. serà binomio quarto, adonque (per la quinquagesima sesta) la linea .b. potente in la superficie .f .g. e la linea maggiore che è el proposito.

Theorema .51. Propositione .68.

63/69 Se alcuna linea communicante alla linea potēte in rationale & mediale el se approua quella esser potente in rationale mediale.

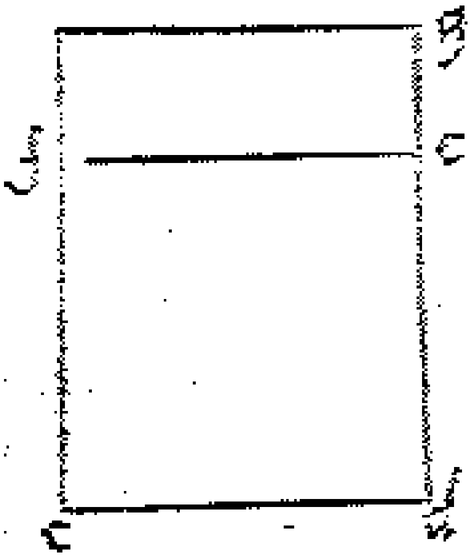


Anchora è il vero che a qualunque modo si voglia, alcuna linea sia communicante alla potente in rationale e mediale o sia in longhezza ouer solamente in potentia, anchora quella è una linea potente in rationale e mediale, laqual cosa si come per avanti, in dui modi se proua, & è necessario in quanto al primo modo che si come le due linee .c. & .d. siano in potentia incommensurabile cosi sian anchora le due linee .e. & .f. (per la decima quarta) & si come la .g. e superficie rationale (perche tal superficie contien le proportioni della linea potente in rationale e mediale) cosi etiam .k. (per la diffinitione) si è rationale, e si come li dui quadrati .m. & .h. tolti insieme sono mediale, cosi anchora (per la trigesima quinta) li dui quadrati .n. & .l. tolti insieme seranno mediale, adonque la linea .b. (per la trigesima nona) è potente in rationale & mediale, ma quanto al secon-

do modo, le necessario (per la sexagesima terza) che la linea .d.e. sia binomio quinto, e pero anchora (per la sexagesima quinta) la linea, e, g, e binomio quinto (per laqual cosa (per la quinquagesima settima) lo lato tetragonico della superficie .f.g. (el quale è .b.) serà una linea potente in rationale e mediale che è el proposito.

Theorema.52. Propositione.69.

64/70 Ogni linea communicante, alla linea potente in due mediale ancor quella è potente in duoi mediale.



Anchora questa (stante le medesime dispositioni & positioni) si come in la precedente in duoi modi se approuerà esser vera o communichi la linea, b, con la linea, a, potente in due mediale in longhezza, ouero in potentia, hor quanto al primo modo della argumentatione (per la quadragesima) la superficie, g, serà mediale & pero etiam .K. (per la vigesima quarta) conciosia che'l communichi a quella anchora li duoi quadrati, m, & , b, tolti insieme (per la medesima quadragesima) seran mediale e pero etiam li duoi, n, & , l, tolti insieme per la vigesima quinta) e goche li duoi quadrati. m. & .b. tolti insieme (per la predetta quadragesima) sia incõmensurabil al doppio della superficie .g. seguita (per la decima quarta e per le nostre positioni) che anchora li duoi .l. & .n. tolti insieme siano incommensurabili al doppio della superficie .K. adonque conciosia che, c, et, f, siano incõmensurabil in potentia si come la, c, & , d, (per la quadragesima) la linea, b, serà potente in duoi mediale, ma quãto el secondo modo della solita argumentatione (per la sexagesima quarta) la, d, e, serà binomio sesto e pero etiã la linea, e, g, (per la sexagesima quinta) serà binomio sesto, per laqual cosa (per la quinquagesima ottaua) lo lato tetragonico della superficie, f.g. el quale, b, serà potente in duoi mediale che è el proposito.

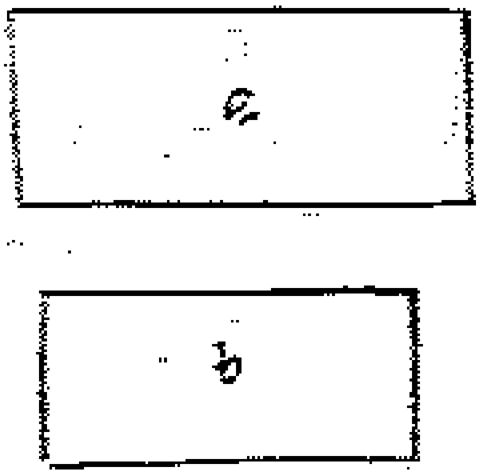
Theorema.53. Propositione.70.

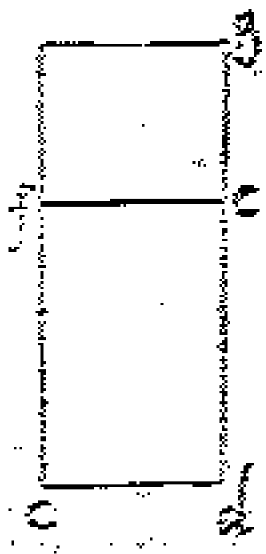
65/71 Se seranno congionte due superficie delle quale l'una sia rationale & l'altra mediale, la linea potente in tutta la superficie da quelle composta, serà una delle quattro linee irrationale, cioè ouero binomio ouero bimedial primo, ouer linea maggiore, ouero potente in rationale e mediale.

Come se la, a, sia superficie rationale & la, b, mediale. La linea potente in tutta la superficie, a, b, serà alcuna delle predette quattro linee, laqual cosa se dimostra in questo modo. Sia la linea, c, d, rationale alla quale sia aggionta la superficie, c, e, equale alla, a, & la, f, g, equale alla, b, & (per la vigesima propositione)

La linea.

la linea. d. e. serà rationale in longhezza communicante alla linea, c, d, posta rationale (per la uigesima quarta propositione) la linea. e. g. serà rationale solamente in potentia, & (per la decima quinta) la linea, d, g, serà binomio del quale conciosia che l'una delle portioni binomiale (lequale è la. d. e.) sia rationale in longhezza communicante alla linea posta rationale (laquale è la, c, d,) quella serà (per la diffinitione delle specie di binomij) ouero binomio primo, ouero secondo ouero quarto, ouer quinto, ma el non serà ne terzo ne sesto (per la diffinitione) adonque (per la quinquagesima terza quinquagesima quarta, quinquagesima sesta, & quinquagesima settima propositione) la linea potente in tutta la, c, g, (laquale è equale alle due, a, & b, insieme) serà, ouero binomio, ouero bimedial primo, ouer linea maggiore ouero potente in rationale è mediale che è el proposito. certamente la non serà bimediale secondo, ouero la potente in duoi mediale, perche se la fusse la bimedial secondo (per la sexagesima prima propositione) la linea, d, g, seria binomio terzo e se la fusse la potente in dui mediale (per la sexagesima quarta) la linea, d, g, seria binomio sesto e non era alcuno di quelli per il che è manifesta la nostra intentione.





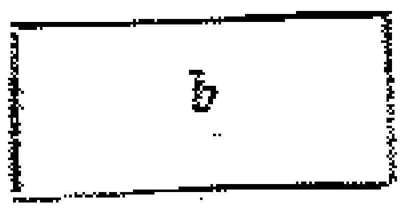
Il Tradottore.

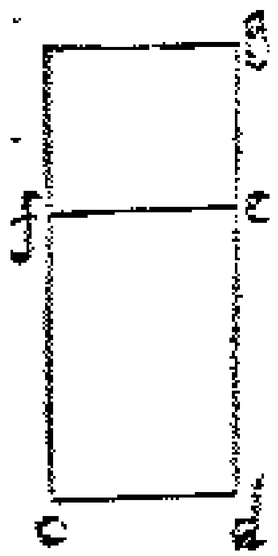
Se la superficie rationale. a. serà maggior della superficie mediale. b. la linea. d. g. serà ouero binomio primo, ouero quarto, & la linea potente nella superficie, c, g, serà (per la quinquagesima terza e quinquagesima sesta propositione) ouero binomio, ouero linea maggiore, ma se la superficie rationale, a, serà minore della superficie mediale. b. la linea. d. g. serà ouero binomio secondo ouero binomio. 5. & la linea potente nella superficie. c. g. serà (per la quinquagesima quarta propositione & quinquagesima settima) ouero la bimedial primo, ouero la potente in rationale & mediale.

Theorema. 54. Propositione. 71.

65/72 Quando seran congionte due superficie mediale incommensurabile, la linea potente in tutta la superficie serà o l'una o l'altra delle due linee irrationale: cioe ouero lo bimedial secondo, ouero la potente in duoi mediale.

Come uerbi gratia se. a. & b. sian due superficie mediale incommensurabile perche se quelle fussero commensurabile la superficie composta da quelle seria mediale (per la duodecima & uigesima quinta) per laqual cosa & la linea potente in quelle seria mediale (per la uigesima terza.) Dico che la linea potente in la

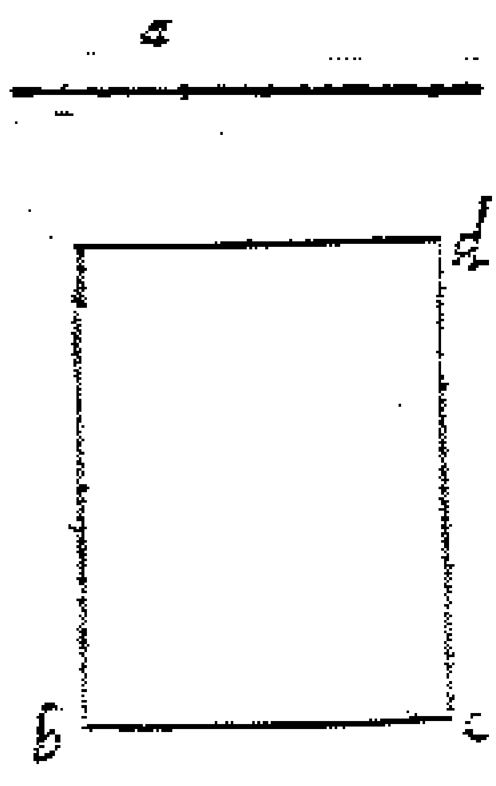




superficie composita da quelle due, serà ouero bimedial secondo, ouero potente in duoi mediale. Sia la linea, c, d, rationale, e la superficie, c, e, gionta a quella sia equale alla, a, & la superficie, f, g, equale alla, b, & (per la trigesima quarta) la linea, d, e, & similmente la linea, e, g, serà rationale solamente in potentia, & conciosia che le superficie, c, e, & f, g, siano incommensurabili si come, a, & b, (a quelle equale) e pero etiam le linee. d. e. & e. g. (per la prima del sesto & per la decima quarta propositione de questo) la linea, d, g, (per la trigesima quinta) serà binomio del quale conciosia che l'una & l'altra delle portioni binomiale (lequale sono, d, e, & e, g, siano incommensurabili alla linea posta rationale (laqual è la, c, d,) (per la diffinitione) esso serà binomio terzo, ouero sesto, adonque la linea potente in tutta la superficie, c, g, (equale al composito della. a. & b.) (per la quinquagesima quinta & quinquagesima ottaua) serà ouero bimedial secondo, ouero potente in duoi mediale che è el proposito.

Theorema.55. Propositione.72.

67/72 Quando serà posta una linea binomiale o altre delle irrationale che seguitano quella alcuna di quelle non serà sotto al termine dell'altra.



El uol che se alcuna linea (uerbi gratia come, a,) serà una delle sei linee irrationale hauute per auanti (le quali sono el binomio, & le cinque compagne di quelle) quella non serà alcuna delle altre, perche se alla linea, b, c, rationale sia aggionta una superficie equale al quadrato di quella laquale sia la, b, d, certamente se, a, serà binomio (per la quinquagesima nona propositione) la linea, c, d, serà binomio primo, & se la serà la bimedial primo la, c, d, (per la sexagesima) serà binomio secondo & se la serà lo bimedial secondo (per la sexagesima prima propositione) la, c, d, serà binomio terzo, & se la serà la linea maggiore la, c, d, (per la sexagesima seconda propositione) serà binomio quarto, et se la serà la potente in rationale e mediale, ouer la potente in duoi mediale (per la sexagesima terza propositione) la, c, d, serà binomio quinto ouer (per la sexagesima quarta propositione) serà binomio sesto, & perche le impossibile esser la, c, d, insieme sotto

le

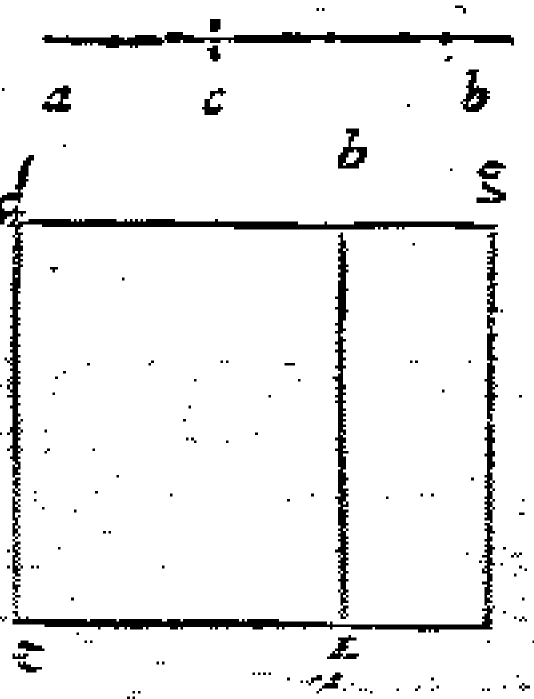
le diverse specie de binomij (per la diffinitione) è impossibile esser la a insieme forro de diverse specie, delle sei linee irrationale bavute per avanti, etiam della linea mediale è manifesto anchora che essa non sia alcuna delle sei sequente cioe ne binomio ne alcuna delle compagne di quello, perche conciosia che essendo aggionto a una linea rationale una superficie equale al quadrato della linea mediale, lo secondo lato di quella è rationale in potentia (per la vigesima quarta) et conciosia che la superficie equale al quadrato del binomio, over de alcuna delle sue compagne lo secondo lato di quella è un binomio over el primo, over el secondo & cosi delle altre (per la quadragesima nona propositione et le cinque sequente) per laqual cosa quello è irrationale è in longhezza & in potentia (per la trigesima quinta) adonque conciosia che le impossibile una medesima linea esser rational in potentia, etiam irrationale si in longhezza come in potentia, pur troppo è impossibile una linea mediale esser binomiale over alcuna delle cinque sue compagne.

Il Tradottore.

Questa propositione nella seconda tradottion non vi è formata propositione, ma bene in fine della settuagesima seconda il medemo in sostantia se conchiude, over dimostra, il che mi fa credere che Euclide sia stato antiquamente desregolato, & trasbalzato come interviene, o per conto di guerre, overo altra simile occasione & che da li a uno tempo sia dalli delletanti stato recercato & reassettato secondo che di lui hanno trovato, & cadauno vi ha aggionto quello che a lui parea che vi se convenisse è però molti propositioni se attribuiscono li commentatori essere da loro aggiunte, che sono pur del medesimo auttore come ogn'uno può considerare si nella soprascritta propositione ma in infiniti altri luochi si della prima come della seconda tradottione.

Theorema.56. Propositione.73.

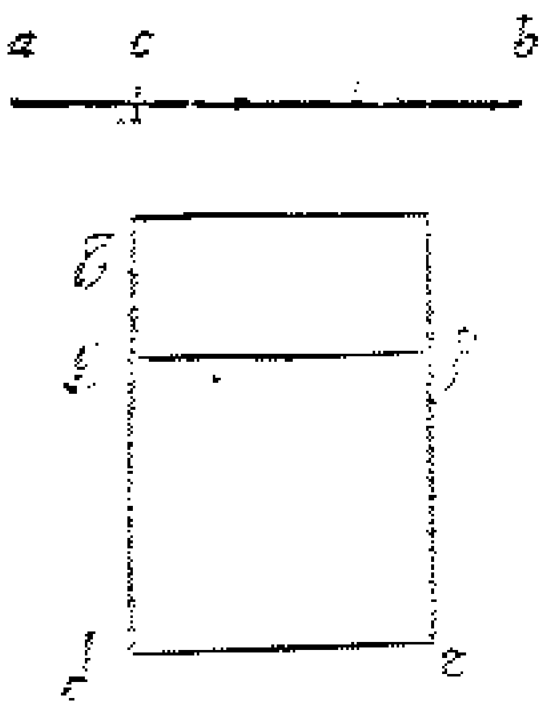
68/73 Se serà tagliata una linea de un'altra linea & seranno ambedue rationale solamente commensurabile potentialmente, la linea rimanente serà irrationale & serà detta residuo.



Sia tagliata la linea b.c. dalla linea, a, b, & siano ambedue rationale solamente in potentia communicante (quale insegna di trovare la vigesimaprima & vigesimaseconda & queste sono quelle che componeno el binomio) dico che la rimanente .a. c. è irrationale, & quella se chiama residuo, perche è manifesto (per la settima del secondo) che li quadrati delle due linee. a. b. & b. c. tolti insieme (li quali componeno superficie rationale dal presupposito) et (per la diffinitione) della superficie rationale & per la duodecima de questo sono tanto quanto el doppio della superficie della, a, b, in la, b, c, con el quadrato della, a, c, & conciosia che (per la uigesima terza) la superficie della .a.b. in la .b.c. sia mediale e pero etiam el doppio di quella è mediale (per la uigesima quinta propositione) e pero è irrationale (per la uigesima terza) seguita che ambidui li quadrati delle due linea .a.b. et .b.c. tolti insieme siano incommensurabili al doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra per laqual cosa (per la terzadecima propositione) & al quadrato della linea .a.c. (per la diffinitione) adonque lo quadrato della linea .a.c. è irrationale conciosia che quello sia incommensurabile a una rationale cioe alli duoi quadrati delle due linee .a.b. & .b.c. tolti insieme (adonque per la diffinitione) etiam la linea, a, c, è irrationale che è il proposito, Essempialmente in figura sia la superficie .e.g. equale alli duoi quadrati delle due linee, a, b, & , b, c, tolti insieme & serà rationale & similmente sia la superficie .d.f. equale al doppio della superficie dell'una in l'altra & (per la uigesimaterza propositione) serà mediale & (per la settima del secondo) la superficie .f.g. serà equale al quadrato della linea, a, c, & conciosia che la superficie, e, g, sia incommensurabile alla superficie, d, f, (per la terzadecima propositione) la medesima serà incommensurabile alla .f.g. per laqual cosa la .f.g. è irrationale & lo lato tetragonico di quella (qual serà la linea, a, c,) serà medesimamente irrationale che è il proposito.

Theorema.57. Propositione.74.

69 Se serà tagliata una linea da un'altra linea & siano ambedue medía-
74 le solamente potentialmente commensurabili & che contengano superficie rationale la linea rimanente serà irrationale, & serà detta residuo bimedial primo.



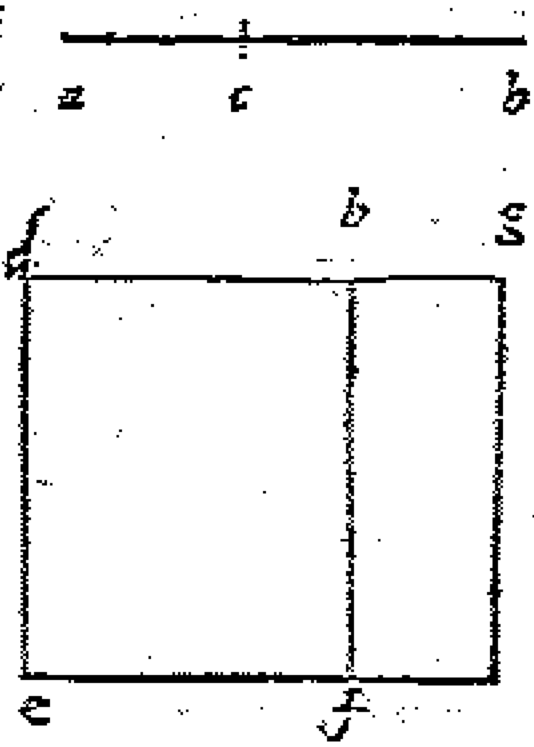
Sia tagliata la linea .b.c. dalla linea .a.b. & siano ambedue come se propone (lequale per la uigesima nona & trigesima) tu le trouerai & queste sono quelle che componeno lo bimedial primo. Dico che la linea, a, c, che rimane serà irrationale et quella è detta residuo bimedial primo, perche ambiduoi li quadrati de quelle tolti insieme seran medial, & el doppio della superficie dell'una in l'altra serà rationale e per tanto ambiduoi li quadrati tolti insieme sono incommensurabili al doppio della superficie dell'una in l'altra: adonque perche ambiduoi li quadrati tolti insieme se componeno dal doppio della superficie dell'una in l'altra & dal quadrato della linea .a.c. seguita (per la 13. propositione) che el quadrato della linea .a.c. sia incommensurabile al doppio della superficie dell'una in l'altra per laqual cosa cosi esso quadrato (come la .a.c. lato di quello) è irrationale (per la diffinitione) adonque el proposito è manifesto, laqual cosa parendoti tu la puoi dechiarare essempialmente in figura si come la precedente. A demostrarla anchora per un'altro modo.

Sia

Sia la linea. d.e. rationale in longhezza alla quale sia aggionta la superficie. d. f. equale al doppio della superficie dell'una in l'altra & la superficie. g. e. equale a ambiduoi li quadrati tolti insieme & (per la settima del secondo) la superficie. f. g. serà equale al quadrato della linea, a, c, conciosia adonque che (per el presupposito) la superficie. e. g. sia mediale (per la vigesima quarta propositione) la linea. d. g. serà rationale solamente in potentia, & conciosia che la detta superficie. e. h. sia rationale (per el presupposito) la linea, d, h, (per la vigesima) serà rationale in longhezza, adunque (per la settuagesima terza) la linea, g, h, e residuo & irrationale e pero (per la vigesima per la destruttione del conseguente) la superficie, f, g, è irrationale & lo lato tetragonico di quella (el qual è, a, c,) e irrationale & così è manifesto il proposito.

Theorema. 58. Propositione. 75.

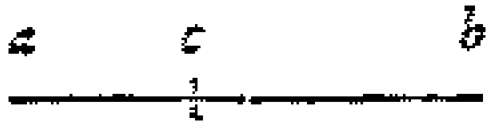
70 / 75 Se una linea serà segata de un'altra linea, & seranno ambedue mediale, communicante solamente potentialmente, & che contengono superficie mediale, la linea restante serà irrationale & serà detta residuo medial secondo.



Sia anchora in questa tagliata la linea, b, c, dalla linea, a, b, & l'una e l'altra delle dette. a. b. & b. c. siano come se propone (& quelle se ritrovano per la trigesima prima) & sono quelle che compone lo bimedial secondo, Dico che la linea restante (laquale è. la. a. c.) e irrationale & quella è detta residuo bimedial secondo perche (dal presupposito & dalla vigesima quinta) ambiduoi li quadrati delle due linee. a. b. & b. c. tolti insieme sono mediale, similmente anchora el doppio della superficie dell'una in l'altra e mediale conciosia adonque che per (la vigesima sesta) una mediale non è differente da un'altra mediale se non in una superficie irrationale, serà lo quadrato della linea, a, c, (in elquale per la settima del secondo) li duoi quadrati delle due linee. a. b. & b. c. tolti insieme eccedeno, el doppio della superficie dell'una in l'altra irrationale, per laqual cosa etiam la linea, a, c, serà irrationale, anchora per essempio figurale tu puoi delucidare questo come per avanti perche se serà la superficie. e. g. equale a ambiduoi li quadrati della, a, b, & , b, c, insieme & la, d, f, al doppio della superficie dell'una in l'altra, la superficie. f. g. (per la settima del secondo) serà equale al quadrato della. a. c. laqual conciosia che la sia la differentia dell'una mediale. e. g. la superficie mediale. d. f. quella è irrationale (per la vigesima sesta) & lo lato tetragonico di quella (elquale è la. a. c.) è irrationale che è il proposito. A demostrare il medesimo altramente, sia la linea. d. e. rationale alla quale sia aggionto la superficie. d. f. equale al doppio della superficie dell'una in l'altra & la. e. g. equale a ambiduoi li *quadrati tolti insieme et (per la settima del secondo) la.f.g. serà equale al quadrato della.a.c. & perche la.e.g. e mediale (per la uigesima quarta) la linea.d.g. serà rationale solamente in potentia, similmente anchora conciosia che la.e.h. sia mediale (per la medesima) la linea.d.h. serà rationale similmente in potentia e perche la.a.b. & la.b.c. sono incommensurabile in longhezza e pero etiam lo quadrato dell'una & dell'altra alla superficie dell'una in l'altra, e per questo ambiduoi li quadrati tolti insieme, liquali (per el presupposito) communicano sono anchora incommensurabile al doppio della superficie dell'una in l'altra seguita che la.e.g. sia incommensurabile alla.h.e. per laquale & la linea.d.g. alla linea.d.h. adonque (per la settuagesima terza) la linea.g.h. e residuo & irrationale però etiam (per la uigesima propositione della destruttione del consequente) la superficie.f.g. e irrational et la.a.c. lato tetragonico di quella è irrationale.*

Theorema.59. Propositione.76.

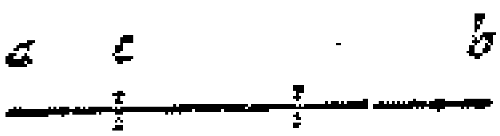
71 76 Se una linea serà detratta da un'altra linea & seranno ambedue potentialmente incommensurabile, & continente superficie mediale, & ambiduoi li quadrati de quelle tolti insieme sian rationale, la restante linea serà irrationale & se chiamarà linea minore.



Se seranno la.a.b. & .b.c. quale se propone, lequale se trouano (per la trigesima seconda) & componeno la linea maggiore dico che la linea.a.c. serà irrationale & lei è quella laquale è detta linea minore, laqual cosa che firmamente tenerà le positioni della precedente, & diligentemente attenderà in duoi modi quella facilmente approuerà si come la antecedente.

Theorema.60. Propositione.77.

72 77 Se una linea serà cauata fora de un'altra linea & serãno ambedue potentialmente incommensurabile, & continente superficie rationale: & ambiduoi li quadrati de quelle tolti insieme seranno mediale la linea che rimanerà serà irrationale & serà detta la gionta con rationale componente el tutto mediale.



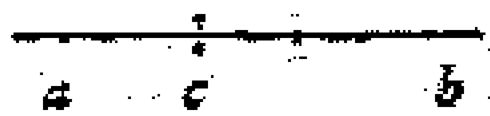
Anchora questa non puoi ignorare imitando le precedenti positioni saluo se non te seranno uscite di memoria, perche poste le due linee.a.b. & .b.c. come se propone (lequale se ritrouano per la trigesima terza) et componeno la linea potente in rationale, & mediale & cosi la rimanente.a.c. serà irrationale, & quella uien detta quella che gionta con rationale compone il tutto mediale.

Theorema. 61. Propositione. 78.

73 78 Se una linea serà detratta de un'altra linea & seranno ambedue potentialmente incommensurabilë, & continente superficie mediale, & ambi-

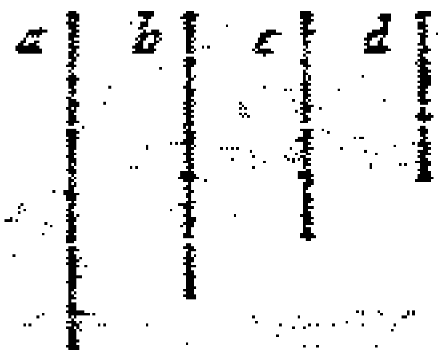
ambidui quadrati di quelle tolti insieme seranno mediale incommensurabile al doppio della superficie de l'una in l'altra, la linea che rimanerà serà irrationale & serà detta la gionta con mediale che fa il tutto mediale.

Siano anchora in questa la .a.b. & .b.c. quale idea proposte lequale (per la trigesima quarta) se trouaranno et quelle sono che componeno la linea potente in duoi mediale & la rimanente .a.c. serà irrationale detta quella che gionta con mediale compone il tutto mediale, laquale acciochè facilmente tu la concludi te ammonisco che tu attendi diligentemente al processo delle due argumentationi della settuagesima quinta, Ma eglie da antiponere in questo luoco uno antecedente alle demostrationi delle sequente necessario che è il proposito.



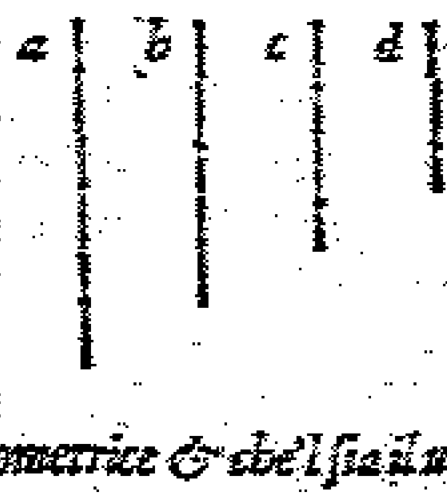
Antecedente.

74 Se seranno quattro quantità delle quale la differentia della prima alla seconda, sia si come della terza alla quarta, serà premutatamente la differentia della prima alla terza si come della seconda alla quarta.



Questo si de intendere delle quantità refferte per un medesimo modo, cioè che quando la prima serà maggiore della seconda così anchora la terza sia maggiore della quarta & quando la serà minore sia etiam minore, essempli gratia sia la differentia del .a. al .b. si come del .c. al .d. dico qual differentia serà del .a. al .c. tale serà del .b. al .d. perche per questa concettion de animo la differentia delli estremi è composta delle differentie de quelli alli termini di mezzo, verbi gratia la differentia del .a. al .c. è composta di quella che è dal .a. al .b. & de quella che è dal .b. al .c. & quella che è dal .b. al .d. (per la medema concettion) è composta de quella che è dal .b. al .c. & de quella che è dal .c. al .d. & perche (per el presupposito) la differentia del .a. al .b. è si come dal .c. al .d. & quella che è dal .b. al .c. è commune seguita (per commune sciẽtia) che è la differentia del .a. al .c. sia si come dal .b. al .d. che è il proposito.

Il Tradottore.

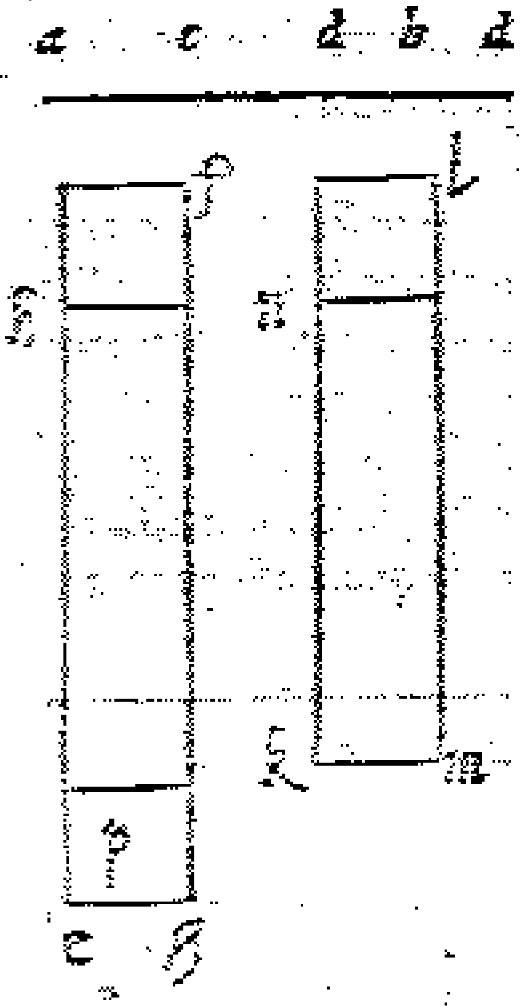


Questo antecedente se ritroua solamente in la tradottione del Campano, et molti hanno applicado alle quattro linee .a.b.c.d. quattro numeri proportionali (cioè al .a. 12. & al .b. 8. al .c. 6. al .d. 4.) & voleno che le dette differentie si intendeno geometrice & questo afferma medesimamente Frate Luca dal Borgo sopra questa medema antecedẽte, & io dico tutto al cõtrario cioè che le dette differẽtie si debbeno intẽdere, arithmetice & nõ geometrice & che'l sia il ve ro(oltra che nelle ispositione del detto antecedente se esplica chiaramente) nelle argumentatione delle sequente propositioni si manifesta, ma questi tali se sono ingannati in questo, che loro non hanno ben appreso la demostratione del detto antecedente laqual se fonda sopra quella commune concettione del animo, laqual in vero non è cosi commune come lo commentatore la fa quantunque el sia la verità, cioe che la differentia delli estremi e composita delle differentie de cadauno delli detti estremi alli termini di mezzo, verbi gratia poniamo che. a. sia quindeci &, b, dodeci (la differentia di quali e tre) &, c, sette &, d, quattro (la differentia di quali e pur tre si come quella del, a, al, b,) hor dico che la differentia del, a, al, c, (qual e otto) e quanto quella che è dal, b, al, d, (laqual è pur otto) & questo le dimostra per la sopradetta commune concettione cioè che la differentia delli duoi estremi, a, &, c, antecedenti (laquale è otto) e composita dalle due differentie de ditti duoi estremi al, b, (lequale differentie l'una è tre e l'altra è cinque che in summa fa pur otto) si come quella sola, similmente la differentia delli duoi estremi, b, & d, consequenti (laquale è pur otto) e pur composita delle due differentie de detti estremi. b. & d. al termine di mezzo (cioe, al, c,) lequal differentie l'una e cinque l'altra e tre che gionte insieme fanno pur otto si come l'altra sola & perche la differentia del, a, al, b, e quanto quella (che è dal, c, al, d, per el presupposito) gionto communamente all'una & l'altra la differentia che è dal, b, al, c, le dette due summe de dette due è due differentie (per commune sententia) seranno equale lequale due summe l'una vien a esser la differentia che è dal, a, al, c, l'altra quella che è dal, b, al, d, che è il proposito.

Theorema. 61. Propositione. 79.

74/79 Niuna linea (saluo una solamente) puo esser congionte al residuo, che siano ambedue sotto al termine di q̃lle che erano anãti la separatione.

Sia la linea, a, c, residuo laquale sia rimasta tagliata la, b, c, dalla, a, b, & a, b, et b, c, seranno rationale solamente communicante in potentia (per la. 73.) Dico che la detta linea, a, c, a niuna altra linea che alla, b, c, (sotto questa diffinitione) po esser composita ne a una maggiore della, b, c, ne a una minore della detta, b, c, & se questo fusse possibile (per l'aduersario) sia composita con la, c, d, indifferentemente maggiore, ouero minore che la, c, b, & per questo ambedue le linee, a, d, &, d, c, seranno rationale communicante solamente in potentia, adunque perche (per la settima del secondo) li quadrati de ambedue le linee, a, b, &, b, c, tolti insieme eccedeno el doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra in lo quadrato della, a, c, similmente anchora li quadrati delle due linee, a, d, &, d, c, tolti insieme eccedeno il doppio della superficie dell'una di quelle in l'altra in el quadrato della medesima a, c, seguita (per lo premesso antecedente) che la differentia, di duoi quadrati delle due linee, a, b, &, b, c, tolti insieme, alli duoi quadrati delle due linee, a, d, &, d, c, tolti insieme, sia si come la differentia del doppio della superficie della, a, b, in la, b, c, al doppio della superficie della, a, d, in la, d, c, & conciosia che li duoi quadrati dell'una



dell'una & dell'altra settione tolti insieme siano rationale (dal presupposito) & el doppio della superficie dell'una delle portioni in l'altra (dell'una & dell'altra settione) siano mediale (per el presupposito & per la vigesima terza) serà una medesima differentia delle due superficie rationale, & delle due mediale et questo è impossibile, perche le superficie rationale non sono differente l'una dall'altra saluo che in superficie rationale come è manifesto per la diffinitione delle superficie rationale (& per la duodecima) & la superficie mediale, non puo esser differente da un'altra mediale (per la vigesima sesta) saluo che in una superficie rationale, & questo se fa piu manifesto in figura cioe in questo modo sia aggionta la superficie,e,f, alla linea,e,g, equale alli duoi quadrati delle due linee,a,b,& ,b,c, tolti insieme, & la,g,h, sia equale al doppio della superficie de l'una in l'altra, e la,f,h, serà equale al quadrato della linea,a,c, (per la settima del secondo) similmente anchora sia aggionta la,k,l, alla linea,k,m, equale alli duoi quadrati delle due linee,a,d,& ,d,c, tolti insieme & la,m,n, sia equale al doppio della superficie dell'una in l'altra, & la superficie,n,l, (per la settima del secondo) serà equale al quadrato della linea,a,c, e pero è etiam equale alla,h,f, adonque la differentia della,e,f, alla,g,h, e si come della,k,l, alla,m,n, per laqual cosa (per la premessa antecedente) premutatamente la differentia della,e,f, alla,k,l, (e qlla sia la,p,) serà si come della,g,h, alla,m,n, & perche l'una e l'altra delle due superfice,e,f,& k,l, e rationale e l'una e l'altra delle due superficie,g,h,& ,m,n, e mediale seguita lo impossibile cioe la superficie,p, esser rationale, & irrationale.

Theorema.63. Propositione.80.

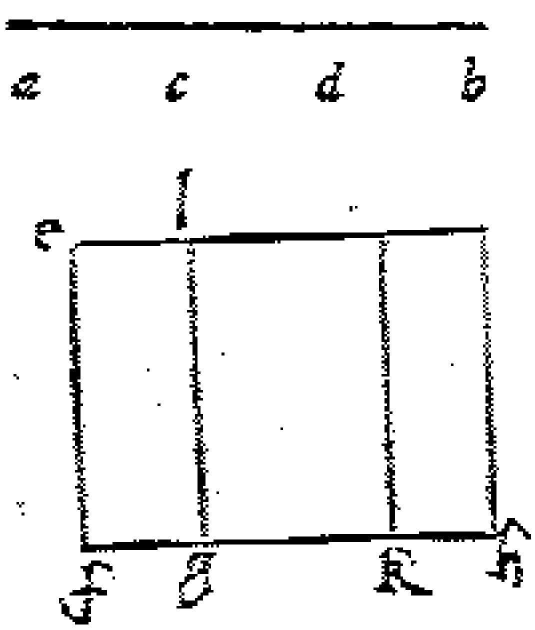
75/80 Niuna linea se non solamente una puo esser congionta al residuo medial primo, che siano ambedue sotto al termine di quello che erano auanti la separatione.

Anchora questa se approuerà per simil modo che fu approuata la passata, perche essendo ambidui li quadrati tolti insieme in l'una & l'altra settione mediale, & il doppio della superficie de l'una in l'altra rationale & perche come prima, la medesima differentia e di quadrati dell'una settione alli quadrati dell'altra, che è del doppio della superficie dell'una al doppio della superficie dell'altra, & la differentia delle due superficie mediale & delle due rationale serà una medesima superficie laqual cosa è impossibile.

Theorema.64. Propositione.81.

76/81 Niuna linea è congiongibile al residuo medial secondo che siano sot to el termine di quelle se non solamente quella dalla quale era separata auanti.

Hor sia la, a,c, el residuo medial secondo (laquale fu el residuo) tagliata la.b.c. dalla, a,b, & (per la settuagesima quinta) le due linee, a,b, & ,b,c, seranno media le solamente in potentia communicante continenti superficie mediale, dico che essa linea, a,c, non puo esser congionta ad alcuna altra linea che alla ,c, b, sotto questa diffinitione, & se questo fusse possibile (per l'aduersario) sia congionta alla linea, c, d, & sia la linea, e,f, rationale in longhezza, alla quale sia congionta la superficie, e,h, equale alli quadrati delle due linee, a,b, & ,b,c, tolti insieme. & la, e,k, equale alli quadrati delle due linee. a.d. & .d. c. tolti insieme dalla quale sia tagliata la.e.g. equale al quadrato del la linea, a,c, & la superficie.l.h. (per la settima del secondo) serà equale al doppio della superficie della, a,b, in la, b,c, & la superficie.l.K. (per la medesima settima del secondo) serà equale al doppio della superficie della.a.d. in la.d.c. perche adonque li quadrati de ambedue le parti della prima settione sono mediale, & etiam el doppio della superficie e mediale incommensurabile alli duoi quadrati tolti insieme) laqual cosa lo diligente geometra elqual seruerà diligentemēte le positioni non potrà ignorare) serà la superficie, e,h, mediale conciosia che essa sia equale alli duoi quadrati tolti insieme, etiam la superficie l.h. serà mediale conciosia che quella sia equale al doppio della superficie dell'una in l'altra (per la vigesima quarta) adonque l'una & l'altra delle due linee. f.h. & g.h. e rationale solamente in potentia, e perche l'una è incommensurabile all'altra imperoche la superficie e.h.e incommensurabile alla superficie h.l. si come li doi quadrati al doppio della superficie (per la settuagesima terza) la linea. f. g. serà residuo, per laqual cosa la linea. f. g. che è residuo se compone alla linea. g. h. acciochè siano ambedue sotto al termine de quelle che erano auanti la separatione similmente anchora tu approuerai la medesima, f,g, componerse con la linea. g. k, con la medesima conditione (per mezzo delle superficie. e. k. et. K. l. delle quale la prima è equale alli quadrati delle due linee. a. d. & . d. c. tolti insieme, & la seconda al doppio della superficie dell'una in l'altra laqual cosa è impossibile (per la settuagesima nona) & questo modo de demostratione puo esser commune alla ottuagesima, et alle altre quattro che seguitano quella.

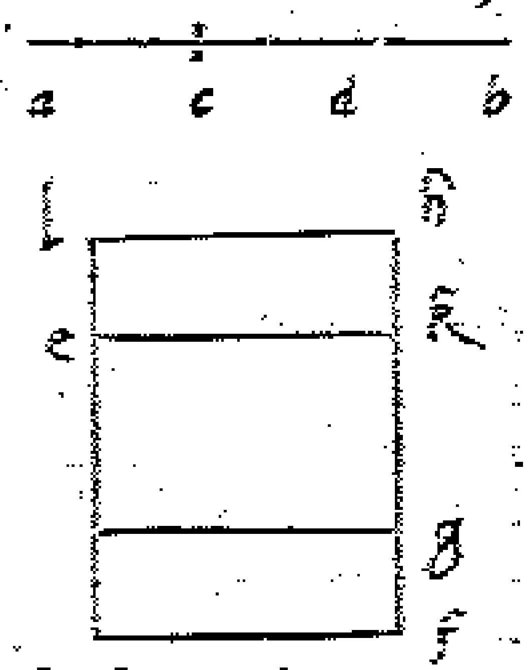


Theorema.64. Propositione.82.

77/82 Niuna linea è congiongibile alla minore che siano sotto al suo termine, se non solamente quella laquale gli era congionta auanti la incisione.

Intendi che cosa sia la linea minore, & se tu te l'hai desmenticato reccori alla settua-

settuagesima sesta, & senza alcuna difficulta tu concluderai el proposito procedendo si come in la settuagesima nona & se te apparerà tu potrai procedere si come in la ottuagesima prima.



Theorema. 66. Propositione. 83.

78/83 La linea che e congionta con rationale fa el tutto mediale, non puo esser congionta se non solamente a una linea, che siano sotto el termine di quelle.

Che cosa sia la linea che se propone tu l'hai hauuto nella settuagesima settima adonque quando de quella uorrai demostrare quello che per questa ottuagesima terza è detto non te desuore in cosa alcuna del processo della ottuagesima ma se tu te delettarai acuir lo ingegno, tu potrai procedere si come in la ottuagesima prima.

Theorema. 67. Propositione. 84.

79/84 Alla linea qual gionta con mediale fa el tutto mediale, non po esser aggionto se non solamente una linea che siano sotto el termine di quelle che erano auanti la separatione.

De questa linea (qual gionta con mediale compone il tutto mediale) la settuagesima ottaua e maistra della quale (quello che questa ottuagesima quarta cosi propone) serai costretto cõcludere si come concludesti del residuo medial secondo el qual per (la ottuagesima prima) è stato enontiato.

Terze diffinitioni.

Poste due linee l'una rationale: & l'altra residuo, & aggionta alcuna linea a esso residuo, secondo il termine di quello, se tutto el composto di tal aggiongimento, serà piu potente della linea aggionta, in el quadrato d'una linea communicãte in longhezza a esso tutto dapoi lo medesimo tutto serà commensurabile in longhezza, alla linea posta rationale quello residuo che era posto, serà detto residuo primo. Ma se'l serà che la linea aggionta communichi in longhezza alla linea posta rationale, serà detto residuo secondo, & se l'una e l'altra serà incommensurabile in longhezza alla posta rationale se chiamarà residuo terzo.

Il Tradottore.

Per le soprascritte tre diffinitione se manifesta in sostantia che quelle due linee congionte compongono el primo, secondo, & terzo binomio, quelle medesime sottrahendo la minore dalla maggiore la parte restante formano el primo, secondo,

& ter-

& terzo residuo, cioe che quelle due che congionte formano el primo binomio, quelle medesime disgionte causano el primo residuo, cioe che la linea restante di tal sottrattione è detta residuo primo cosi seguita nelli altri dui.

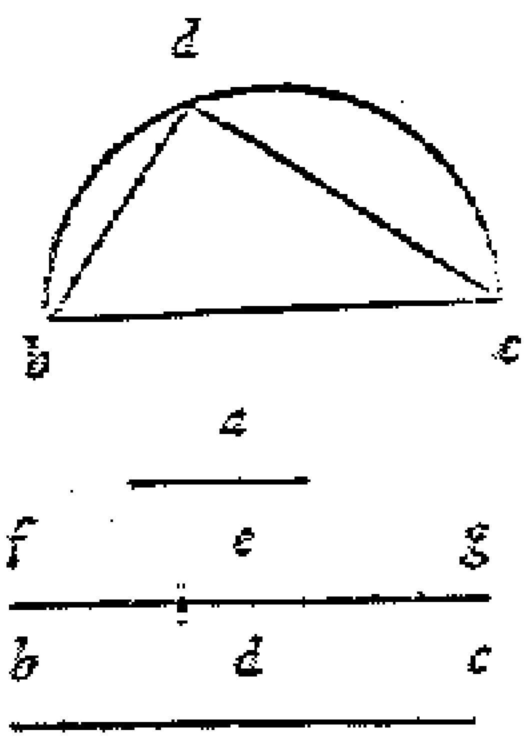
Se tutta la linea serà piu potente della linea aggionta inel quadrato d'una linea incommensurabile in longhezza a essa tutta, & la medesima tuta communichi in longhezza alla linea posta rationale, se chiamarà residuo quarto, & se'l serà che la linea aggionta communichi in longhezza alla linea posta rationale, se chiamarà residuo quinto. Ma se l'una e l'altra serà incommensurabile alla linea posta rationale se adimandarà residuo sesto.

Il Tradottore.

Quantunque queste tre diffinitioni siano poste disgionte dalla tre precedente; le si debbeno intendere a quelle congionte successiuamente, nelle quale similmente se manifesta in sostantia (si come nelle precedente tre) che quelle medesime due linee che congionte formano el quarto, quinto, & sesto binomio, quelle medesime disgionte (cioe sotratta la minore dalla maggiore) causano el quarto, quinto, & sesto residuo, cioe che quella parte de linea che restarà di tal sotramento se chiamarà binomio quarto, ouer quinto ouer sesto cioe stante le conditione dette, se la suma delle due linee, serà communicante in longhezza alla nostra proposta rationale (cioe alla nostra misura) tal residuo serà detto quarto ma se per caso serà che la linea aggionta (e non la summa) sia communicante alla detta misura, serà detto residuo quinto, ma se ne l'una ne l'altra serà detto residuo sesto.

Problema.18. Propositione.85.

80/85 Puotemo inuestigare el primo residuo.



La inuentione per ordine de tutte le specie de binomij ne assolue facilmente dalla inuentione de tutte le specie de residui, perche in qual si uoglia specie de binomij se la minor portione serà tagliata dalla maggiore la linea restante, serà el residuo de simile specie come è manifesto (per le diffinitioni) si di binomij come di residui. tamen non se partendo dalle proprie inuentioni di residui in questo modo inuestigamo el primo, sia la linea, a, posta rationale alla qual sia tolta la b. c. commensurabile in longhezza, & sia, e, numero quadrato diuiso in f. non quadrato & in. g. quadrato & sia la proportione del quadrato della linea. b, c, al quadrato della linea, c, d, si come del, e, al, f, & (per la ultima parte della nona) la, c, d, serà rationale solamente in potentia, adonque conciosia *cioè sia che la,c,b, sia piu potente della,c,d, nel quadrato d'una linea a se commensurabile in longhezza laqualcosa è manifesta si come in la isplanatione del primo binomio (per la diffinitione) se manifesta la linea,b,d, esser residuo primo.*

Il Tradottore.

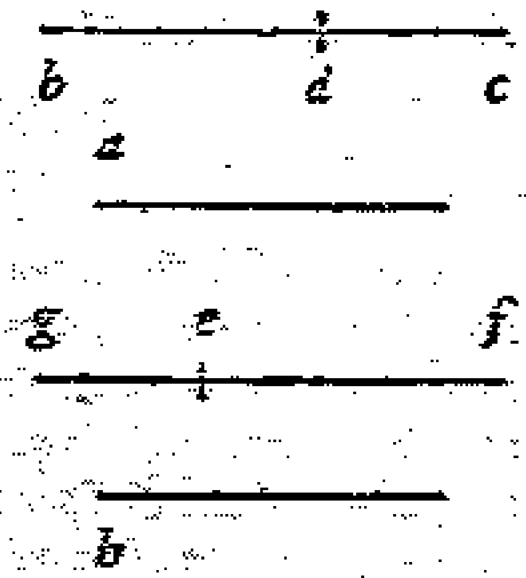
In quanto alla operatione di questo problema (per la linea,b,c, se debbe intendere quella sopra laquale è descritto el mezzo cerchio, si come fu fatto nella inventione del primo binomio, tal che giongendo la linea,d,c, direttamente alla linea,b,c, tutta la linea cosi composta seria binomio primo, ma in quanto alla conclusione si debbe intendere per la linea,c,b, la linea,c,b, inferiore (tamen pero è equale alla prima cioe a quella dove è descritto sopra el mezzo cerchio) & di quella sottrattone la detta,c,d, la parte rimanente cioe la,d,b, (per la diffinitione) serà residuo primo.

Problema. 19. Propositione. 86.

81/86 Egliè possibile a esplicare el secondo residuo.

A voler haver el secondo residuo sia la linea.a. posta rationale & la,c,d, a quella communicante in longhezza, & sia del quadrato della,c,d, al quadrato della,b,c, si come della,f, alla,e, & la,b,d, (per la diffinitione) serà el secondo residuo, se tu dubiti, overo che tu non servi li presupposti posti per avanti, overo che tu hai de bisogno della repetitione del secondo binomio.

Problema. 20. Propositione. 87.



82/87 Puotemo investigare il terzo residuo.

El terzo residuo se trouerà in questo modo, sia posta come prima la linea,a, rationale, & lo numero,e, quadrato diviso in,f, non quadrato & in,g, quadrato & tolto lo,h, numero primo, e lo quadrato della linea.a. al quadrato della linea,b,c, si come del h, al,e, e sia el □ della linea,b,c, al quadrato della linea,c,d, si come del,e, al,f, & (per la diffinitione) la linea,d,b, serà el terzo residuo della qual cosa tu dubiti consigliarati con el terzo binomio.

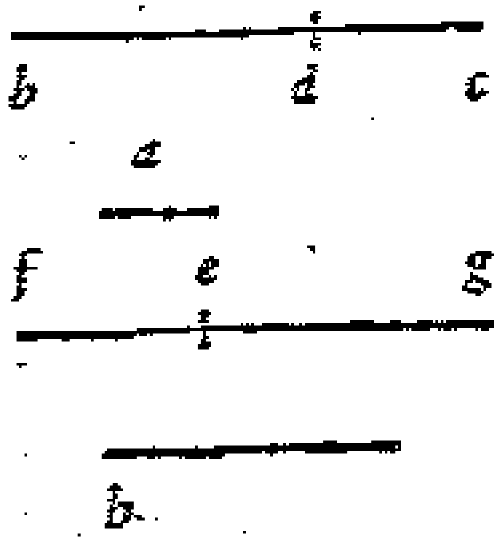
Il Tradottore.

In la inventione di questo terzo residuo bisogna advertirse di quello che fu detto sopra la inventione di terzo binomio cioe che il non satisfa a tor il numero.h. numero primo, anci bisogna torlo con le conditioni dette (del numero h.) sopra la detta inventione del terzo binomio cioe che il non sia quadrato, & che la proportione di quello al numero,f, non sia come di numero quadrato a numero quadrato.

Pro-

Problema.21. Propositione.88.

83/88 Puotemo ritrouare el quarto residuo.



Sia in questa si come in la inuentione del primo residuo la linea.b c.communicante alla linea.a.posta rationale, ma lo numero.e.quadrato sia diuiso in f. & g. di quali l'uno e l'altro non sia quadrato & sia el quadrato della linea. b. c. al quadrato della linea.d.c. si come del.e. al.f. & (per la diffinitione) saperai la linea d. b. esser el quarto residuo, se tu non serai smenticheuole de quelle cose, che tu operasti in la inuentione del quarto binomio.

Problema.22. Propositione.89.

84/89 Puotemo demostrare el quinto residuo.

Quando vorrai trouar el quinto residuo la linea,c,d,serà communicante alla linea,a,posta rationale in longhezza (si come era in la inuentione del secondo) & lo numero quadrato.e.serà diuiso in f. & in.g.di quali ne l'uno ne l'altro serà quadrato (si come in la precedente) & lo quadrato della linea,c,d,al quadrato della linea,b,c,serà si come del numero.f. al numero.e.dalle quale per la diffinitione tu concluderai la linea,d,b,esser el quinto residuo hauendo a memoria la inuentione del quinto binomio.

Problema.23. Propositione.90.

85/90 Finalmente uoglio ritrouare el sesto residuo.

El sesto residuo se ritroua in questo modo, serà come prima la linea.a.posta rationale & lo numero,e,quadrato diuiso in.f.& g.non quadrati,& h.serà numero primo,& lo quadrato della linea,a,al quadrato della linea,c,b,si come lo numero.h. al numero,e,& lo quadrato della,b,c,al quadrato della,c,d,come lo numero.e. al numero.f. & (per la diffinitione) la linea.d.b.serà residuo sesto,alla qual se l'animo tuo non afferrirà plenariamente,te conuiene essercitarte in la inuentione del sesto binomio.

Il Tradottore.

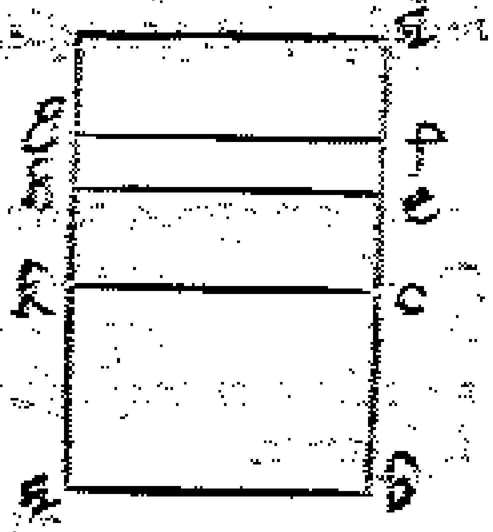
Similmente nella inuentione di questo 6. residuo bisogna aduertire di quello che fu detto sopra la inuentione del sesto binomio cioe che'l non satisfa a tor il numero.h.simplicemente numero primo ma bisogna che habbia le due conditioni dette sopra la inuentione del terzo residuo ideo &c.

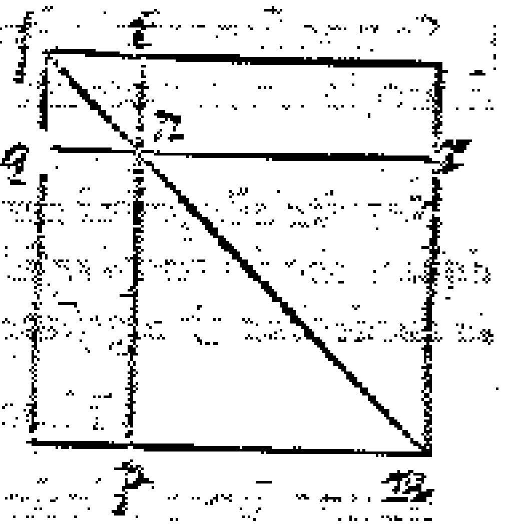
Theorema.68. Propositione.91.

86/91 Se una superficie serà contenuta da una linea rationale, & da un residuo primo,lo lato tetragonico di quella è necessario esser residuo.

Sia

Sia la superficie. a.c. contenuta dalla linea. a.b. rationale & dalla b.c. residuo primo. Dico lo lato tetragonico della superficie. a.c. esser residuo, & per dimostrar questo sia aggionto alla linea. b.c. la linea. c.d. & sia quella per la detrattione della quale la. b.c. fu residuo primo & (per la diffinitione) la b.d. serà rationale in longhezza & la. c. d. solamente in potentia, anchora la. b.d. serà piu potente della. c.d. in el quadrato d'una linea communicante con seco in longhezza, adonque sia divisa la. d.c. in due parti equali in ponto e. & tutta la. b.d. sia divisa in questa conditione in ponto. f. che fra la. b.f. & la. f.d. sia la e.d. nel medio luoco proportionale & (per la seconda parte della decima settima) la b.f. serà communicante in longhezza alla. f. d. adonque (per la duodecima) l'una & l'altra de quelle communica con tutta la linea. b. d. per laqual cosa (per la diffinitione) ambedue sono rationale in longhezza & per tanto sian dutte le linee. f. g. e. h. & c. k. equidistante alla. a.b. & (per la decima nona) l'una & l'altra delle due superficie. a.f. & g.d. serà rationale adonque sia il quadrato. l.m. equale alla superficie. a.f. & serà rationale & lo lato di quello serà rationale in potentia, protratta dentro la linea. l. m. diagonale di quel quadrato, & sia descritto lo quadrato. l. n. equale alla superficie. g. d. & quel serà rationale & lo lato di quello serà rationale in potentia, & sian protratte le due linee. n.p. q.n. equidistantemente alli lati del total quadrato. Dico adonque lo quadrato. p.r. esser equale alla superficie. a.c. & lo lato di quello (el quale è. n.p.) esser residuo, perche conciosia che la linea. d.e. sia (dal presupposito) nel medio luoco proportionale fra la. b.f. & la. f.d. (per la prima del sesto) la superficie. d.h. serà in el luoco medio proportionale, fra le due superficie. a. f. & g. d. & pero etiam & fra li doi quadrati. l. m. & n. l. & conciosia che (per la prima del sesto) la superficie. l. p. sia nel medio luoco proportionale fra li medesimi doi quadrati serà la superficie. l. p. equale alla. d. h. etiam alla. h. c. & perche lo quadrato. l. n. è equale alla. g. d. serà la. t. r. equal alla. g. e. adonque tutto el gnomone circonscritto al quadrato. m. n. è equale alla. c. g. & perche lo quadrato. l. m. era equale alla. a. f. rimanerà lo. m. n. equale alla. a. c. & che la. n. p. (lato del quadrato. m. n.) sia residuo così se apprende, perche l'una e l'altra delle due linee. p. t. & t. n. è rationale in potentia imperoche l'uno e l'altro quadrato. l. m. & n. l. e rationale, e l'una di quelle è incommensurabile all'altra (per la prima del sesto & per la decima quarta di questo) imperoche lo quadrato. l. m. è incommensurabile alla superficie. l. r. si come la superficie. a. f. alla superficie. h. d. delle quale è manifesto che quelli sono incommensurabile, perche (per la prima del sesto) una di quelle all'altra & si come la linea. b. f. (laquale è rationale in longhezza) alla linea. d. e. laquale è rationale





solamente in potentia. Adonque (per la settuagesima terza) la linea p q laqual po in la superficie a e, e residuo & questo è quello che intendemo de dimostrare.

Il Tradottore.

In la maggiore parte doue di sopra se arguisse per la prima del sesto si puo arguire (e con maggiore intelligentia) per lo lemma posto auanti alla quinquagesima terza che cosi si arguisse in la seconda tradottione, ma perche lo espositore non truouò lo detto lemma fu sforzato a arguire come di sopra appare, & similmente nelle sequente.

Theorema. 69. Propositione. 92.

87/92 Se alcuna superficie serà contenuta da una linea rationale, & dal secondo residuo la linea potente in quella medesima superficie serà residuo medial primo.

Anchora in questa arguisse si come in la precedente per la diffinitione del secondo residuo & per la seconda parte della. 17. & 12. & 23. & 19. & 74.

Theorema. 70. Propositione. 93.

88/93 Se una superficie serà contenuta da una linea rationale, e dal terzo residuo, la linea potente sopra di quella serà residuo medial secondo.

Seguita alla prima demostratione, et facilmente concluderai il proposito, per la diffinitione del terzo residuo & per la seconda parte della decima settima & per la duodecima & uigesima terza & settuagesima quinta.

Theorema. 71. Propositione. 94.

89/94 Se una superficie serà contenuta da una linea rationale, & dal quarto residuo, la linea potente sopra di quella serà la linea minore.

Anchora in questo non procedere altramente che prima, perche a te serà facile concludere el proposito, se non t'harai scordato la precedente (per la diffinition del residuo quarto & per la seconda parte della decima ottaua & per la duodecima & per la uigesima terza & per la decima nona & settuagesima sesta, & cosi serà manifesto il proposito.

Theorema. 72. Propositione. 95.

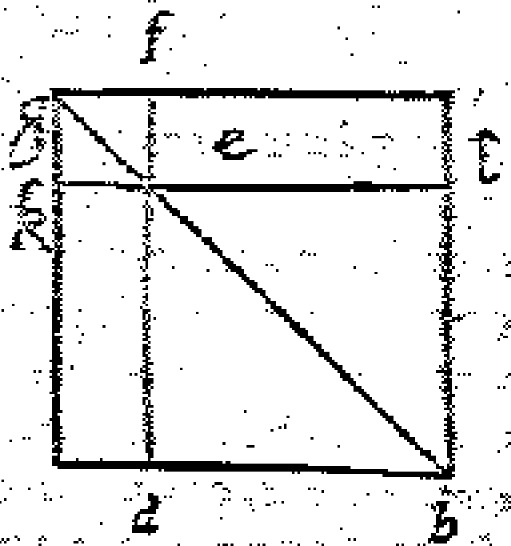
90/95 Se una superficie serà contenuta da una linea rationale, & dal quinto residuo, lo lato tetragonico di quella serà la gionta con rationale cō ponente mediale.

Fermate nella premessa argumentatione (per la diffinitione del quinto residuo e per

per la seconda parte della decima ottaua & per la duodecima & uigesima terza e decima nona & settuagesima settima) che è il proposito da concludere.

Theorema. 73. Propositione. 96.

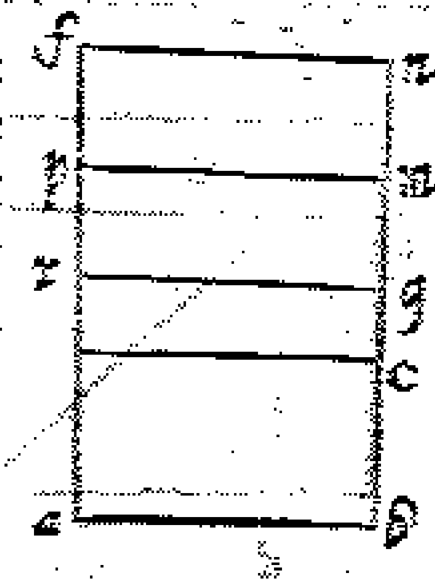
91/96 Se una superficie serà contenuta da una linea rationale & dal sesto residuo, lo lato tetragonico che puo sopra di quella, el se proua esser la linea che gionta con mediale constituisse il tutto mediale.



Al presente ancor quello che ultimamente per questo è detto sia diligente di concludere (per la diffinitione del sesto residuo & per la seconda parte della decima ottaua & per la duodecima & uigesima terza & settuagesima ottaua,) & niuna cosa potrà offendere el tuo processo in tutte queste propositioni, se la prima di queste perfettamente imparerai & in memoria tenerai, & anchora quel che la suppone prudentemente attenderai, e se per caso te occorresse qualche dubbio in el quadrato l.m. a te serà necessario con el tuo ingegno de reccorrere al suo equale in la superficie, a, d, & seranno manifesti.

Theorema. 74. Propositione. 97.

92/97 Se a una linea rationale serà applicada una superficie equale al quadrato d'un residuo, l'altro lato è necessario esser un residuo primo.

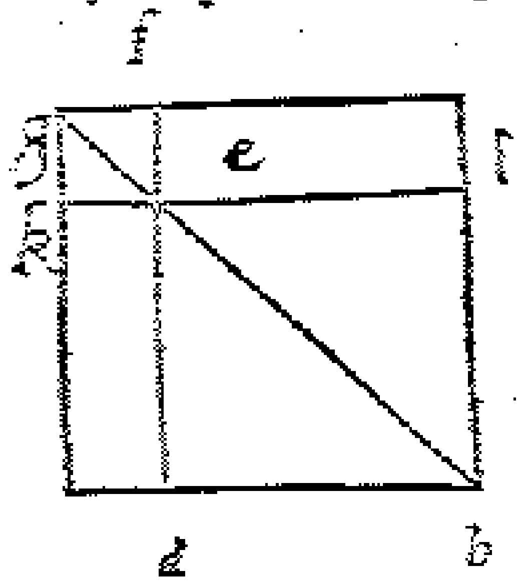


Queste sei sequente propositioni, sono le conuerse delle sei precedente per ordine, et la intentione di questa prima e questa che se la superficie, a, c, aggionta alla linea rationale, a, b, equal al quadrato di un residuo elqual sia la linea d, e, lo secondo lato di quella (elqual è la, b, c,) serà necessariamente residuo primo, perche sia aggionto alla linea, d, e, (laquale se propone esser residuo) la linea per la incisione della quale essa serà residuo e sia la aggionta a quella la, e, f, e (per la settuagesima terza) l'una e l'altra delle due linee, d, f, & f, e, serà rationale in potentia e l'una di quelle incommensurabile all'altra in longhezza, adonque sia descritto lo quadrato della linea, f, e, (elquale sia, e, g,) & lo quadrato della, d, e laqual è posta esser residuo, elqual sia, e, h, & siano aggionti li supplimenti, d, k, & f, l, & lo quadrato, g, h, serà si come lo quadrato della linea, d, f, & lo quadrato, e, h, serà si come la superficie, a, c, etiam l'uno e l'altro di quadrati g. h. & g. e. serà rationale. Sia adonque aggionta la superficie. a. m. alla linea a. b. equale al quadrato. g. h. & per questo serà rationale, per laqual cosa (per la uigesima) la linea m. b. serà rationale in longhezza, & la superficie. p. n. sia equale al quadrato. e. g. la-

quale etiam per questo serà rationale & (per la uigesima) la linea.m.n.serà rationale in longhezza, adonque tutta la linea, b,n, serà rationale (per la duodecima) hor sia diuisa la, c,n, in due parti equale in ponto.q. & sia dutta la.q.r.equidistante alla.a.b.c (per la prima del sesto) la superficie,c,r,serà equale alla,r,n, & e manifesto che quando tutta la superficie, a,n, sia equale alli duoi quadrati,g,h,& ,e, g,tolti insieme (liquali sono li quadrati delle due linee,d,f,& ,f,e,) & la superficie, a,c,sia equale al quadrato della linea,d,e,laquale è,e,h,(per la settima del secondo) la superficie residua della, a, n, (laquale è la, c,s,) serà equale al doppio della superficie della,d, f,in la,f,e,per laqual cosa & la mità di quelle lequale sono, r,n, & , d,g,è necessario esser equale & conciosia adonque che (per la prima del sesto) la superficie, d, g, sia nel medio luoco proportionale fra li duoi quadrati, g,h, & ,g, e, & la superficie,r,n,serà nel medio luoco proportionale fra le due superficie,a,m, & p, n, e pero (per la prima del.6.) etiam la linea, q,n,serà nel luoco medio proportionale fra le due linee, b,m, & m,n, & conciosia che la,q,n,sia la mità della linea,n, c, & la linea,b,n,sia diuisa in ponto,m,in due parti communicante fra lequale cade la, q,n, nel medio luoco proportionale seguita (per la prima parte della decima settima) che la linea,b,n,sia piu potente della linea, n, c, in el quadrato di una linea communicante con seco in longhezza adonque perche la superficie,d,g,e mediale (per la uigesima terza) & la superficie, c,r,a quella equale (dal presupposito) è mediale & la linea, c,q, rationale solamente in potentia (per la uigesima quarta) & pero etiam el doppio di quella (elquale è la linea,n,c,) e rationale solamente in potentia, adonque perche la, b, n, e rationale in longhezza communicante alla linea,a,b,posta rationale & piu potente della,n,c,in el quadrato di una linea a se communicante in longhezza seguita (per la diffinitione) la linea,b,c,esser residuo primo che è el proposito.

Theorema.75. Propositione.98.

92
98



Quando che a una linea rationale serà giõta una superficie equal al quadrato del residuo medial primo l'altro lato di quella serà un residuo secondo.

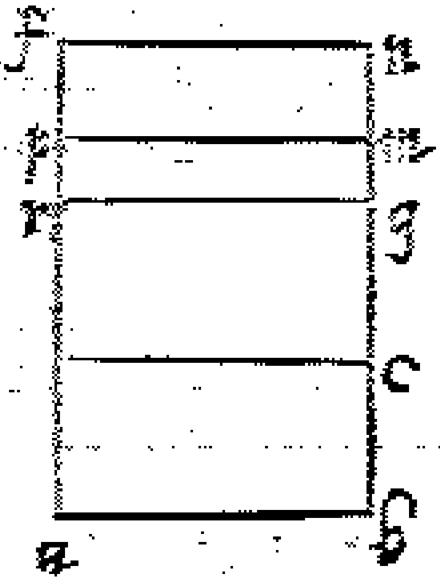
Quiui la linea,d,e,serà residuo medial primo, & la linea,e,f,serà quella per tagliamento della quale la.d,e,era stata residuo medial primo,dico che la b,c,serà residuo secondo laqual cosa non puoi ignorare se tu seguiti e pigli ben in prattica la demostratione della precedente e che uigilantemente tu habbi atteso quale linee bisogni esser la,d,f, & ,f,e,della qual cosa se tu dubitarai in alcuna reuederai la settuagesima quarta.

Theorema.76. Propositione.99.

94
99
Se a una linea rationale serà applicata una superficie equale al quadrato del residuo mediale secondo, lo secondo lato di quella conuien esser residuo terzo.

Quiui

Quini anchora serà la linea, d, e, lo residuo medial secondo & seguitarà che la, c, b, sia uno terzo residuo laqual cosa acciochè facilmente la concludi seguitarai alla demostratione della prima & quale linee convien esser la, d, f, et f, e, recoglielo dalla settuagesimaquinta.



Theorema. 77. Propositione. 100.

95 / 100 Quando che a una linea rationale serà aggionta una superficie equale, al quadrato d'una linea minore lo lato secondo di quella serà uno residuo quarto.

Se la. d. e. serà una linea minore come propone questa centesima. Dico che la. b. c. serà un quarto residuo, & quai linee sia necessario esser la, d, f, & la. f. e. (quando che la, d, e, serà una linea minore) tu lo intenderai dalla settuagesima sesta, & el proposito si debbe dimostrare per lo modo precedente, eccetto che in questa & in le due sequente è necessario dividerse la linea. b. n. al ponto. m. in due parti incommensurabile, lequale in le tre precedente necessariamente se divideva in due commensurabile, perche in le tre precedente le due linee, d, f, &, f, e, erano state communicante in potentia, e pero etiam li quadrati di quelle erano stati communicanti, per laqualcosa & le superficie, a, m, & p, n, equale alli quadrati de quelle erano state communicante, per laqual causa & etiam le due linee. b. m. & m. n. e pero etiam in le tre precedente la linea. b. n. fu piu potente della linea, n, c, nel quadrato d'una linea communicante con seco in longhezza (per la prima parte della decimasettima,) ma in queste & in le due sequente le due linee, d, f, &, f, e, sono incommensurabile in potentia come appare (per la settuagesima sesta settuagesima settima & settuagesima ottava) e pero etiam li quadrati di quelle per laqual cosa etiam le superficie, a, m, & , p, n, sono incommensurabili per laqualcosa etiam le due linee. b. m, &, m, n, sono incommensurabile, e pero (per la prima parte della decima ottava) si in questa come in le due sequente è necessario la linea, b, n, esser piu potente della linea, n, c, nel quadrato d'una linea a se incommensurabile in longhezza, tutte le altre cose serva come per avanti.

Il Tradottore.

Questa & la precedente si servino della figura della nonagesima settima, & nonagesima ottava cioe che nel dire se refferisse a quella, il medesimo fa le altre dui sequente.

Theorema. 78. Propositione. 101.

96 / 101 Se a una linea rationale sia aggionta una superficie equale al quadrato della linea con rationale consiitmente mediale lo lato secondo di quella serà residuo quinto.

Similmente quivi pone la linea, d, e, esser quella che gionta con rationale compone el tutto mediale, & quale linee bisogni esser la. d. f. & la. f. e attende alla settuagesima settima & concluderai senza alcun impedimento la linea. b. a. esser residuo quinto se tu seguiterai le necessarie demostratione havute per avanti.

Theorema. 79. Propositione. 102.

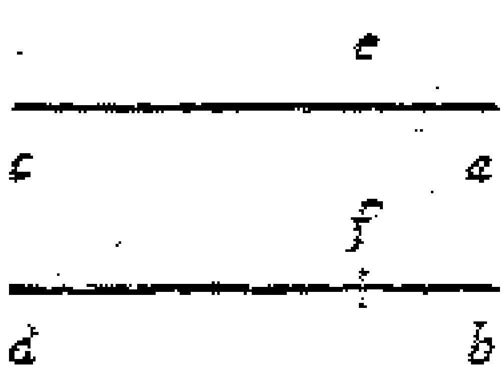
97 / 102 Se a una linea rationale sia aggionto una superficie equale al quadrato della linea con mediale componente mediale, l'altro lato di quella serà residuo sesto.

Hor in ultimo la linea, d, e, convien essere quella laquale gionta con mediale compone el tutto mediale, alla qual giontovi la linea, e, f, (laqual sia quella per il tagliamento della qual la linea, d, e, era stata quella che se propone) e qual linee bisogni esser la, d, f, & , f, e, tu lo intenderai dalla settuagesima ottava se la prima argomentatione firmamente tenerai senza oppositione, similmente potrà concludere la linea, b, e, esser residuo sesto, & se per sorte te occorresse dubitare in cosa alcuna del quadrato, g, h, confrisalo con la superficie, a, n, a lui equale e cosi se manifestarà el proposito nostro.

Theorema. 80. Propositione. 103.

98 / 103 Ogni linea commensurabile a uno residuo anchora quella intermine, & ordine è el medesimo residuo.

Quello che propose la sexagesima quinta & le quattro che seguitano quella del binomio, & delle cinque compagne di quello questa. 103. & le quattro che seguitano propongono esser el vero del residuo & delle sue cinque compagne, che haverà dato opera a quelle per fina che le habbia ben in memoria nõ poterà ignorare queste, veramente ogni cosa che è detto in quelle de communicante in longhezza, & solamente in potentia il medesimo bisogna intendere anchora in queste, perche ogni linea communicante al residuo in longhezza, overo solamente in potentia, essa anchora è residuo & se quella communica in longhezza, non solamente quella è residuo, ma etiam



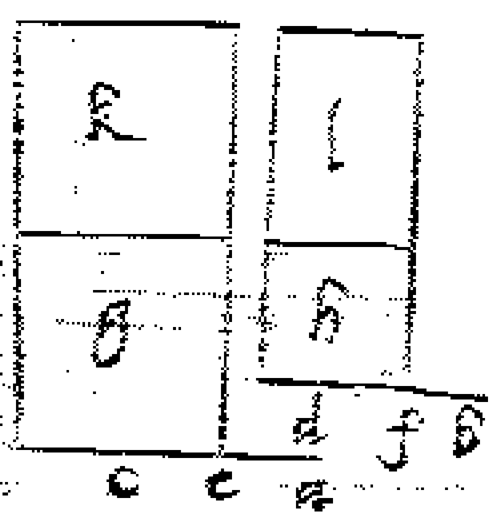
è residuo de quella medesima specie, verbi gratia la linea communicante in lõghezza al residuo primo e residuo primo, & quella che è communicante al secondo e secondo, & cosi anchora delli altri ma quando la linea communicante a uno residuo solamente in potentia quella anchora è necessario esser residuo ma non della medesima specie anci le impossibile che una linea communicante solamente in potentia a un residuo primo, over secondo, over terzo, over quarto over quinto caschi insieme con quello sotto la medesima specie ma ben è necessario che ambe cadano insieme sotto alle tre prime specie over ambedue insieme sotto alle tre ultime. & per tanto

sia

sia la linea, a, residuo alla qual communichi la linea, b, in longhezza, dico che la linea, b, serà residuo de quella medesima specie con la, a, sia aggionta la linea, c, alla linea, a, & sia quella per la abcisione della quale la linea, a. in residuo & alla b, ne sia aggionta un'altra, laquale sia la, d, alla quale cosi gli sia la, b, si come la, a, alla, c, & cosi la composta della, a, & c, sia la, e, & la composta della, b, & d, sia la, f, & (per la premutata proportionalità) la, a, alla, b, serà si come la, c, alla, d, & (per la terzadecima del quinto) la, e, alla, f, serà si come la, a, alla, b, ouer si come la c, alla, d, conciosia adonque che la, a, communichi con la, b. (per la decima quarta) la, c, serà communicante con la, d, & e, anchora serà communicante con la, f, & perche anchora è necessario (per la permutata proportionalità) della, e, alla, c, esser si come della, f, alla, d, seguita (per la sestadecima) che se la, e, serà piu potente della, c, in el quadrato di una linea a se communicante in longhezza, ouero se la fusse per auentura incommensurabile, serà similmente la, f, piu potente della, d, ma perche ogni linea communicante in longhezza, a, una linea rationale, quella similmente rationale, similmente dico, perche ambedue seranno rationale in longhezza, ouero ambedue solamente in potentia, seguita (per le diffinitione di residui) che la, b, sia residuo della medesima specie che è, a, ma se la, b, communica con, a, solamente in potentia: essa anchora serà residuo tamen necessariamente non serà de quella medema specie, ma serà si come è detto la demostratione della quale (per quelle cose che sono state dette in la sexagesima quinta) del binomio è da esser raccolta.

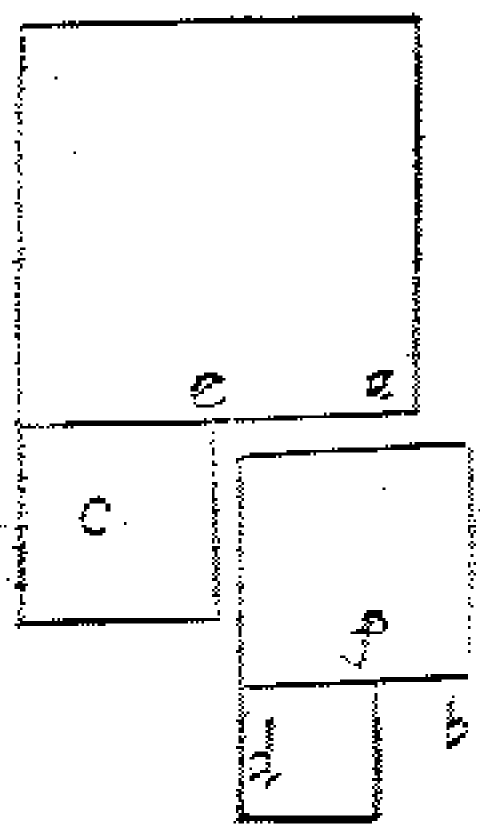
Theorema. 81. Propositione. 104.

99 Ogni linea communicante a qual si uoglia residuo mediale è residuo
104 mediale sotto el termine & ordine di quello.



Vna linea ouer communichi con qual si uoglia residuo mediale in longhezza, ouero in potentia, egliè el uero quello che se dice, hor sia la, a, qual si uoglia residuo mediale alla quale communichi la, b, in longhezza ouer in potentia. Dico che la, b, e etiam residuo mediale tal qual serà la, a, hor sia aggionta la linea, c, alla linea, a, & sia la, c, per la unione della quale la, a, fu residuo mediale & alla, b, ne sia aggionta una altra laqual sia, d, & sia della, b, alla, d, si come della, a, alla, c, & tutta la composta della, a, & c, sia la, e, et della, b, & d, sia la, f, sia descritto adonque li quadrati della, c, & della, d, liquali siano, g, & h, & la superficie del, e, in, c, sia, k, & del, f, in, d, sia, l, & perche egliè come prima del, e, al, f, & del, c, al, d, si come del, a, al, b, & la, e, & c, sono mediale solamente in potentia communicante (per la. 74. & 75.) seguita (per la. 25.) che la, f, & d, (a quelle communicante) siano etiam mediale solamente in potentia communicante & è manifesto (per la prima del sesto) che la, k, alla, g, sia si come

me la.e.alla.c.& la.l. alla.h si come la.f.alla.d.& perche egliè dalla,e,alla,c,si come dalla.f.alla.d.seguita che dalla.K.alla.g. sia si come dalla,l,alla,h,& permutatamente dalla. k,alla,l,si come dalla,g,alla,h,conciosia adonque che la,g,communichi cō la,h,seguita che la,k,communichi con la.l. adonque se la.k.serà rationale (che è el residuo medial primo) etiam la.l.(per la diffinitione) serà rationale,per laqual cosa(per la.74.)etiā la.b.e residuo medial primo, & se la.K.serà mediale(che è in el residuo medial secondo) etiam la.l. per(la.25.)serà mediale, & pero etiam la.b.(per la.75.)serà residuo mediale secondo,per laqual cosa e manifesto il proposito. A demostrar el medemo altramente sia la linea,b,communica con la linea,a,(laqual è qual si voglia residuo mediale) in longhezza over in potentia,sia aggiōta alla linea.c.d.rationale la superficie,c,è,equale al quadrato della,a,& la superficie,f.g,equale al quadrato della,b,& per questo la,c,e,&,f,g,seranno communicante si come etiam li quadrati delle linee.a,& b,a quelle equali, adonque (per la prima del sesto) & per la decima quarta di questo)la,d,e,& e,g,sono communicante in longhezza & perche se la,a,e residuo medial primo, & la linea,d,e,serà el secondo residuo(per la.98.)& se la,a, e residuo mediale secondo la linea,d,e, e residuo terzo (per la.99.)ma quando la linea,d,e,e residuo secondo la linea,e,g,e etiam residuo secondo & quando quella e el terzo similmente & questa è el terzo (per la.103.) seguita adonque (per la. 92.& .93.)che la.b.sia el residuo medial primo over secondo si come serà la,a,che el proposito.



Theorema.81. Propositione.105.

100
105

Se alcuna linea communicharà alla linea minore anchora quella serà linea minore.

Egliè facile a provare questa per doi modi si come la precedente,overo sia che alcuna linea communichi con la linea minore in longhezza over in potentia & posto questo quanto al primo modo che quando sia della,f,alla.e.si come della,e,alla,c,(per la prima parte del la.22.del sesto)lo quadrato della,f,al quadrato del d. serà si come lo quadrato della,e,al quadrato della,c,& congiontamente li quadrati delle due linee,f,& d, al quadrato della,d,serà si come li quadrati delle due linee,e,&,c,al quadrato della,c,& permutatamente li quadrati delle due linee,f,& d, alli quadrati delle,due linee,e,& c,serà si come lo quadrato della,d,al quadrato della,c,& lo quadrato della,d,communica al quadrato della,c,adonque li doi quadrati delle due linee,f,& d,tolti insieme communicano

municano con li duoi quadrati delle due linee, e, & c, tolti insieme & perche (per la. 76.) li quadrati delle due linee, e, & c, tolti insieme sono rationale & (per la diffinitione) etiam li duoi quadrati delle due linee, f, & d, tolti insieme serà rationale, & quando la superficie. K, sia mediale etiam la. l. a quella communicante, serà mediale, adonque (per la. 76.) la. b. e linea minore. ma in quanto al secondo modo (per la. 100.) la linea, d, e, serà residuo quarto & pero etiam (per la. 103.) la linea, e, g, serà etiam residuo quarto & pero etiam (per la nonagesima quarta) la linea, b, e linea minore.

Il Tradottore.

Le superficie. k. & l. se debbe intendere si come nella figura della precedente cioe la superficie. k. se piglia per la superficie della. e. in la. c. et per la superficie l. se intende per la superficie della, f, nella, d. & similmente per il secondo modo se arguisse sopra la seconda figura della precedente ideo aduerte.

Theorema. 83. Propositione. 106.

101/106 Ogni linea communicante alla linea con rationale componente mediale, e con rationale componente mediale.

Anchora questa non è difficile approuare al predetto modo per due uie, ouero sia intesa della communicantia in longhezza, ouer della communicantia in potentia solamente, ma quanto al primo modo li duoi quadrati delle due linee, f, & d, tolti insieme seranno mediale (per la nigesima quinta) si come son li doi quadrati delle due linee, e, & c, tolti insieme (per la settuagesima settima) alle quale esse comunicano & la superficie. l. serà rationale (per la diffinition) si come è la superficie. K. (per la settuagesima settima) communicante con quella, adonque (per la. 77.) la. b, e con rationale componente mediale, quanto al secondo modo la, d, e, serà residuo quinto (per la. 74.) e pero etiam la, e, g, (per la. 105.) per laqual cosa la, b, e, con rationale componente mediale (per la nonagesima quinta.)

Il Tradottore.

La argumentatione di questa se fonda sopra le figure delle due precedente propositione el secondo modo par la ouer se ferma sopra la seconda figura della anciana alla precedente.

Theorema. 84. Propositione. 107.

102/107 Ogni linea commensurabile alla linea con mediale constimente mediale e con mediale constimente mediale.

Anchora in questa suppone alcuna linea communicare con quella che con mediale compone mediale, indifferentemente in longhezza ouero solamente in potentia come nonrai, & con due argumentationi al premesso modo senza difficul-

ta concluderai. anchor quella esser con mediale componere mediale, quanto al primo modo la superficie .l. serà anchora mediale si come etiam la .k. & anchora li dui quadrati delle due linee. f. & . d. tolti insieme seran mediale si come etiam li dui quadrati delle due linee. e. & . c. & perche anchora li dupi delle due linee .e. & .c. al la. k. si come li dui delle due .f. & .d. alla .l. & conciosia che li primi non communicam con el doppio della. k. (per la sessuagesima ottaua) ne li dui secondi communicaranno con el doppio della. l. (per la. 14.) adonque (per la. 78.) la .b. e con mediale componente mediale, ma quanto al secondo modo la. d. e. serà residuo sesto (per la. 102.) e però & etiam la .e.g. (per la. 103.) per laqual cosa la. b. e con mediale componente mediale (per la nonagesima sesta.

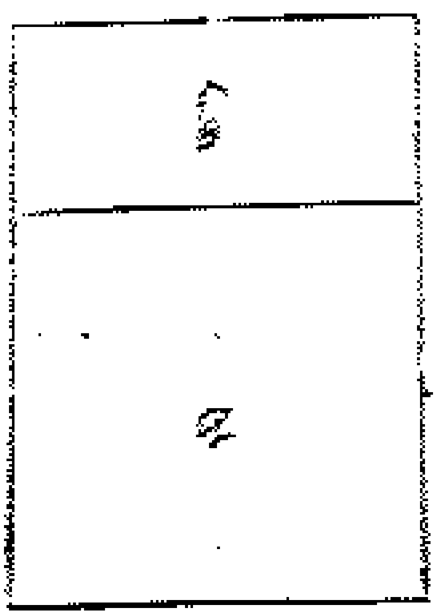
Il Tradottore.

Similmente questa si come le altre due passate se ferma ne'l arguire sopra le figure della propositione. 104. et della. 105. et però a quella recorri p tuo essempio.

Theorema. 84. Propositione. 108.

103/108 Se da una superficie rationale serà tagliata una superficie, mediale, la linea potente in la superficie restante, serà l'una delle due linee irrationale ouero residuo, ouero minore.

Sia tutta la superficie composta della. a. & .b. rationale, della quale sia detratta la. b. laquale sia mediale. Dico che la linea potente in la restante .a. e serà ouero residuo ouero linea minore, sia adonque la linea. c. d. rationale & la superficie .c.e. a quella aggionta sia tanto quanto la. a. & la .f.g. tanto come la .b. et tutta la .c. g. serà si come tutta la. a. b. & la. c.g. serà rationale è però etiam la linea. d.g. (per la uigesima propositione) serà rationale in longhezza & la. f. g. serà mediale e però (per la uigesima quarta propositione) etiam la. e. g. serà rationale solamente in potentia, adonque la linea .d. e. (per la diffinitione) è residuo primo, ouero quarto adonque (per la nonagesima prima & nonagesima quarta) la linea potente in la superficie. c. e. è però etiam in la superficie .a. (a quella equale) e residuo ouer linea minore che è il proposito.

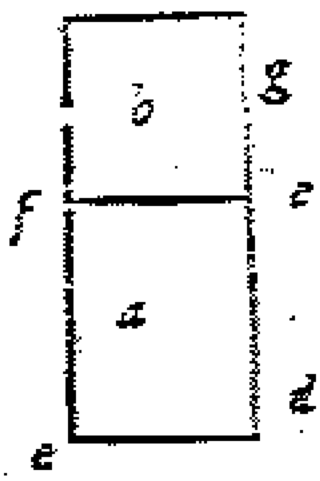


Theorema. 86. Propositione. 109.

104/109 Se da una superficie mediale serà detratta una superficie rationale, la linea potente in la superficie restante serà l'una delle due linee irrationale ouero el residuo mediale primo, ouero la con rationale, componente mediale.

Anchora questa si approua si come la precedente, perche se tutta la, a, b, serà mediale,

mediale, & la.b.rationale. Dico che la linea potente in la restante superficie .a. ouero è residuo mediale primo, ouer con rationale componente mediale, perche conciosia che la.c.g. sia equale alla.a.b. (per la uigesima quarta) la linea.d.g. serà rationale solamente in potentia, & conciosia che la.f.g. sia equale alla.b. per (la uigesima) la linea.e.g. serà rationale in longhezza, adonque (per la diffinitione) la linea.d.e. serà el residuo secondo, ouero el quinto per laqualcosa (per la nonagesima seconda & nonagesimaquinta) lo lato tetragonico della superficie.c.e. & pero etiam della superficie.a. è residuo mediale primo, ouero con rationale componente mediale, che è el proposito nostro.



Il Tradottore.

Questa insieme con la sequente nel arguire se refferisseno alla figura della precedente.

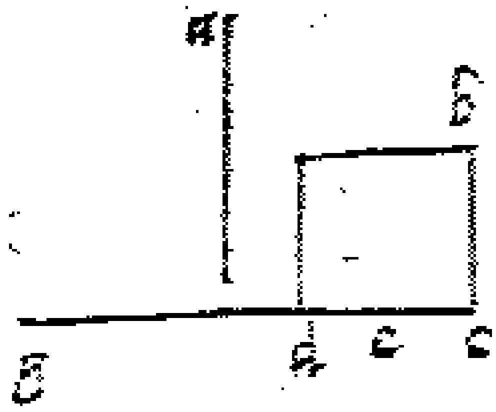
Theorema.87. Propositione.110.

105/109 Se una superficie mediale serà detratta da una superficie mediale, & sia la restante incommensurabile al tutto, la linea potente in la detta restante, serà l'una o l'altra delle due irrationale, cioe ouero el residuo medial secondo, ouer la con mediale componente mediale.

Se tu non te desforzi dalla demostratione delle due precedente senza difficultà concluderai el proposito, hor sia tutta la.a.b. & la.b. mediale & sia la restante .a. incommensurabile al tutto, perche essendo altramente la.a. seria mediale (per la uigesima quinta) & lo lato tetragonico di quella seria mediale (per la uigesima terza) il presente dico che la linea potente in la.a. è residuo medial secondo ouer la con mediale componente mediale, perche conciosia che la.c.g. sia equale alla.a.b. (per la uigesima quarta) la linea.d.g. serà rationale solamente in potentia anchora (per la medesima) conciosia che la.f.g. sia equale alla.b. etiam la.e.g. serà rationale solamente in potentia, & conciosia che la.a. sia incommensurabile a tutta la.a.b. al.f.g. serà incommensurabile alla.c.g. e però (per la prima del sesto et per la decima quarte de questo) la.e.g. serà etiam incommensurabile alla.d.g. adonque (per la diffinitione) la linea.d.e. serà residuo terzo ouero sesto, per laqual cosa (per la nonagesima terza & per la nonagesima sesta) lo lato tetragonico della superficie.c.e. e però della superficie.a. è residuo medial secondo, ouero con mediale componente mediale.

Theorema.88. Propositione.111.

106/111 Delle linee irrationale, lequale sono, el residuo & quelle che seguita dapoi quella, è impossibile alcuna star sotto all'altra in termine e ordine, anchora el termine, ouero ordine del binomio non è possibile conuenire al residuo.



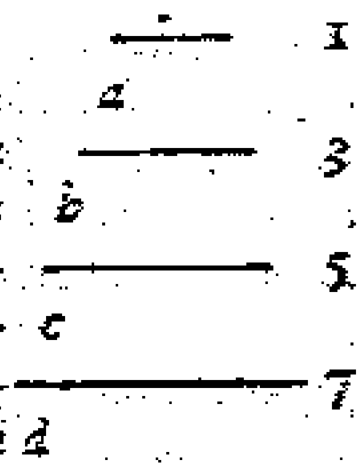
Anchora per questa . 111 . el vole che'l residuo & le altre cinque linee che seguitano quella siano differente fra loro in specie & in diffinitione & in una linea una puol esser sotto a due ouero a piu specie de queste sei linee irrationale, lequal sono el residuo & le cinque compagne di quello , & che tutte le specie del residuo sono differente da tutte le specie de binomio, ne è possibile a una linea esser insieme residuo e binomio , de qualunque specie de residuo, ouero binomio, la prima parte in questo modo è manifesta. perche le superficie equale alli quadrati del residuo & delle sue cinque compagne , quando siano aggionte a una linea rationale hanno li secondi lati necessariamente diuersi fra loro (per la nonagesima settima propositione & le cinque sequente quella) & li secondi lati sono el residuo primo e lo secondo & da qui in drieto fina al sesto , la seconda parte è manifesta in questo modo , se una medesima linea puol esser insieme residuo e binomio sia . a. al quadrato della quale alla linea rationale. b.c. sia aggionta una superficie equale & sia la. b.d. & (per la quinquagesima nona propositione) la linea, c, d, serà binomio primo , & (per la nonagesima settima propositione) residuo primo , adonque inquanto binomio primo sia diuiso in le sue binomial portioni el ponto.e. & sia la.c.e. la sua maggiore portione laquale serà rationale in longhezza (per la diffinitione) ma in quanto che è residuo primo sia aggionto a quello la, d, g, per la incisione della quale quel serà residuo primo & (per la diffinitione) etiam la, c, g, serà rationale in longhezza conciosia adonque che l'una e l'altra delle due linee, c, g, & , c, e, sia rationale in longhezza etiam la linea, e, g, (per la duodecima propositione) serà rationale in longhezza, ma perche la linea, d, e, è rationale in potentia solamente, conciosia che quella (per el presupposito) si è la minore portione del binomio primo , la linea, d, g, (per la settuagesima terza propositione) serà residuo : & perche quella era rationale solamente in potentia conciosia , che per la incisione di quella la linea, c, d, fusse stato residuo primo seguita lo impossibile (per la settuagesima terza propositione) laqualcosa acciochè piu chiaro appara sia aggiunta alla linea, b, c, rationale la superficie, b, d, equale al quadrato della linea, d, g, conciosia adonque che la linea, d, g, sia rationale solamente in potentia (per la uigesima propositione) la linea, c, d, serà rationale in longhezza, & conciosia anchora che la linea , d , g , sia residuo (per la nonagesima settima propositione) la linea. c, d, serà residuo primo laqualcosa non puol essere conciosia che la linea laquale è detta residuo è irrationale , (per la settuagesima terza propositione .

Theorema. 88. Propositione. 112.

107 La linea che se dice residuo ouer alcuna delle irrationale, che sono dapoi quella, non puo star sotto al termine del binomio ouero sotto al termine, & ordine de alcuna delle altre linee irrationale che seguitano drieto al binomio , & conciosia che l'ordine delle linee irrationale sia possibile

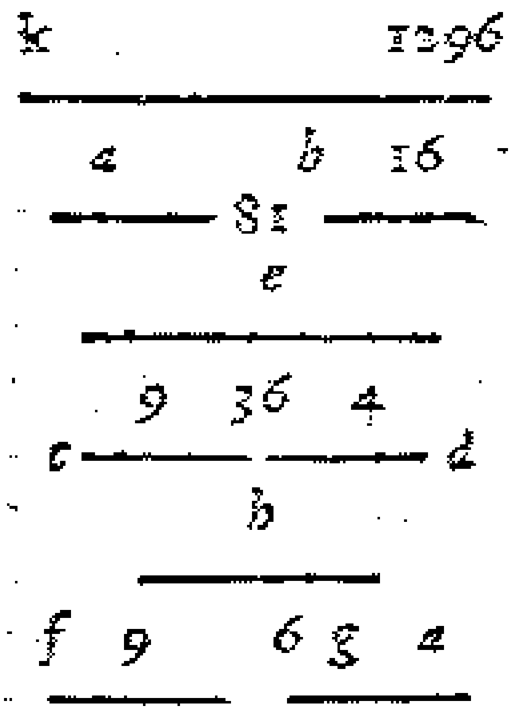
possibile esser produtto in infinito: non è possibile alcuna di quelle cõuenire in termine & ordine con quella che precederà.

El uole per questa propositione che le tredese linee irrationale delle quale in questo decimo e stato dimostrato & queste sono la linea mediale, el binomio, & le sue cinque compagne, el residuo & le cinque compagne di quello, siano fra loro differente a una per una in specie, & che niuna linea, una possi essere insieme sotto a due, ouero a piu specie di quelle, & che le specie delle linee irrationale possono esser produtte in infinito delle quale niuna conuien con l'altra in diffinitione è ordine, & che queste tredese linee (cioe la mediale, el binomio & le cinque compagne di quello, el residuo & le cinque compagne di quello) sian irrationale aricordate che egliè stato dimostrato di sopra della mediale in la uigesima terza & del binomio, & delle cinque compagne di quello in la trigesima quinta & in le cinque che seguitano quella, & del residuo & delle sue. 5. compagne in la settuagesima terza & in le cinque che seguitano quella, ma che niuna di queste tredese linee irrationale possi conuenire in specie con alcuna delle altre linee in questo modo se apprende, poniamo che a una medesima linea rationale in longhezza, siano aggionte le superficie equale alli quadrati delle predette tredese linee irrationale secondo che seguitano fra loro per ordine, & (per la sexagesima quarta) lo lato secondo della prima di queste tredese superficie serà rationale solamente in potentia, & li secondi lati della seconda de queste tredese superficie & delle cinque che seguitano quella, seranno tutte le specie di binomij per ordine cioe el binomio primo, secondo, & da li in dietro per fina al sesto, & questo se ben te aricordi fu dimostrato in la quinquagesima nona, & in le cinque che seguitano dietro a quella, & li secondi lati della terza superficie, & delle cinque che seguitano quella. sono le specie di residui per ordine, cioe el residuo primo, & lo residuo secondo, & da li in dietro per fina al sesto laqual cosa lo hauesti (dalla nonagesimasettima, & delle cinque che seguitano quella) conciosia adonque che detta linea rationale solamente in potentia non conuenga con alcuna specie di binomij ouero con alcuna di residui, perche ogni binomio (per la trigesima quinta) & ogni residuo (per la settuagesima terza) e linea irrationale in longhezza e in potentia, & conciosia che niuna specie di residui conuenga con alcuna specie de binomi (per la seconda parte della precedente) seguita che tutti li secondi lati de queste tredese superficie. siano fra loro diuerse e però (per la prima del sesto) etiam quelle tredese superficie sono diuerse conciosia che la altezza de ogn'una di quelle sia una medesima per laqual cosa etiam esse tredese linee irrationale proposte sono a una per una diuerse, ma le specie di queste tredese linee irrationale possono esser produtte in infinito, perche le specie delle linee mediale sono infinite, anchora infinite quelle di binomij, & cosi de grado in grado laqual cosa si manifesta in questo modo sia la linea. a. mediale & sia tolta la mità & qual si uo



gliа

glia numeri primi come. 3. 5. e. 7. & siano attante le linee. b. c. d. quanto sono li numeri primi tolti & siano li quadrati de queste linee. b. c. d. al quadrato dalla. a. si come li numeri primi alla unità & (per la uigesima quinta) le linee. b. c. d. seranno mediale, perche esse communicano in potentia con la linea. a. mediale, ma tutte seranno diuerse dalla. a. in longhezza etiam fra loro (per la ultima parte della nona) perche la proportione de niuno de questi numeri alla unità, ne de alcuno de quelli all'altro (per la decimasettima & ottaua & per el correlario della seconda del ottauo & per el presente presupposito) è si come de numero quadrato a numero quadrato, adonque la. a. & cadauna a quella communicante in longhezza serà sotto la prima specie delle linee mediale. & la. b. & cadaune a se communicante in longhezza serà sotto alla seconda: & la. c. & tutte le communicante ouero commensurabile a quella medema serà sotto alla terza, anchora la. d. & tutte quelle che sono a lei communicante in longhezza serà sotto alla quarta, & perche li numeri primi sono infiniti (come per la. 21. del. 9. fu dimostrato) è necessario le specie delle linee mediale essere infinite, et quello che è detto della linea mediale intende del binomio et delle sue cinque compagne, et del residuo et delle sue cinque. Perche si come ogni linea communicante alla mediale, è mediale ouero communichi a quella in longhezza ouer in potentia come è prouato (in la uigesima quinta) cosi etiam ogni linea communicante al binomio ouero ad alcuna delle sue cinque compagne ouer etiam al residuo ouer ad alcuna delle sue cinque compagne in longhezza ouer in potentia e sotto la medesima specie con seco (come fu prouado in la sexagesima quinta & in le quattro che seguita drieto a quella & in la. 103. & in le quattro che seguitano quella, adonque le specie di queste tredeci linee irrationale sono infinite delle quale niuna conuiene con la precedente in ordine, ouer in diffinitione, anchora per un'altro modo le specie delle linee irrationale differentemente conuengono esser infinite perche ogni lato tetragonico de una superficie detta da uno numero non quadrato è irrationale (per la ultima parte della nona & per le diffinitione) conciosia adonque che tali numeri siano infiniti, anchora le specie di queste linee irrationale seranno infinite. Terzo modo, puo auenire la seconda parte da questa conclusione esser risposta cosi come se noi dicessimo da cadauna linea rationale solamente in potentia esser produtto infinite specie de linee irrationale delle quale niuna è possibile conuenire in diffinitione & ordine con alcuna de quelle che procederanno quella, uerbi gratia, sia tolta alcuna superficie rationale detta



ouer nominata da uno numero non quadrato (come saria a dir da cinque,) & lo lato tetragonico de quella serà irrationale in longhezza, perche quello è incommensurabile al lato tetragonico de una superficie rationale detta, ouer nominata da uno numero quadrato (per la ultima parte della nona proposizione) dico adonque

che

che el lato de questo lato & similmente lo lato del secondo lato, & un'altra volta el lato di questo terzo lato, & cosi in infinito sono linee irrationale si in longhezza come in potentia, & che niuna di quelle convien in diffinitione over in specie con alcuna che habbia proceduto quella in ordine & lo lato tetragonico de ciascuna precedente superficie laquale serà detta da uno numero non quadrato è si come radice è principio de tutte la altre, & quala si veglia de quelle è principio de tutte quelle che seguitano quella & tutte quelle linee lequale vengono da alcuno lato tetragonico de ciascuna de tale superficie sono diverse in longhezza, & in potentia da tutte quelle che sono generate da alcuno altro lato tetragonico di tal superficie. & questo dico quando la proportione de queste superficie non serà si come de numero quadrato a numero quadrato, & acciochè di questa possiamo recogliere la ferma demostratione el bisogna mandare avanti a quella uno antecedente, & sia questo.

Se alcuna quantità sia produtta da due quantità dutte l'una in l'altra, li lati tetragonici delle dette due quantità dutti in l'uno in l'altro produceranno tutto el lato tetragonico di quel primo produtto.

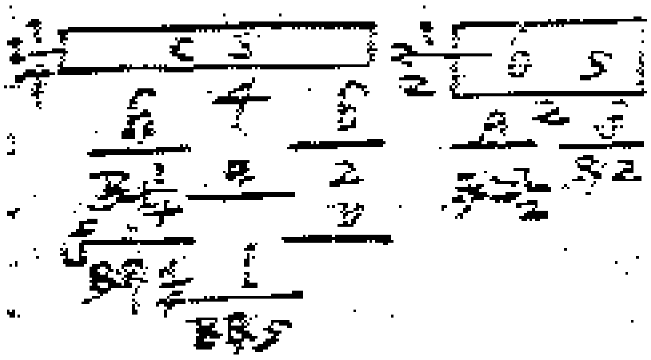
Verbi gratia poniamo che dal .a. in .b. sia produtto .k. & che .c. & .d. siano li lati tetragonici de .a. & .b. & dal .c. in .d. sia fatto .e. & da nuovo .f. & .g. siano li lati tetragonici de .c. & .d. & dal .f. in .g. sia fatto .h. dico che .h. è el lato tetragonico de .e. & similmente .e. è el lato tetragonico de .k. perche conciosia che .c. & .h. siano fatti dal .f. in se medesimo & in .g. serà dal .c. al .h. si come dal .f. .g. & cosi dal .h. al .d. si come dal .f. al .g. imperoche dal .g. in .f. & in se medesimo vien fatti .h. & .d. adonque .c. .h. .d. sono continuamente proportionali, adonque tanto è el produtto del .h. in se medesimo quanto quello del .c. in .d. per laqual cosa .h. è el lato tetragonico de .e. anchora per la medesima ragione conciosia che dal .c. in se medesimo sia fatto .a. et in .d. sia fatto .e. & dal .d. in se sia fatto .b. seranno etiam .a. e .b. continuamente proportionali in la proportione che è dal .c. al .d. conciosia adonque che dal .a. in .b. sia fatto .k. seguita etiam che dal .e. in se medesimo sia fatto .k. per laqual cosa .e. è el lato tetragonico de .k. adonque è manifesto el proposito. Resta adonque a dimostrare quello che fu proposto, sia adonque la superficie .a. rationale detta da uno numero che non sia quadrato (come .5.) & sia la linea .a. el lato tetragonico di quella & siano tolte quante linee si voglian rationale in longhezza lequale siano .b. .c. .d. .e. et siano dette da numeri di qualli ciascun precedente sia el lato tetragonico del prossimo seguente, come se .b. sia, duoi el .c. sia quattro el .d. sedeci & lo .e. ducento cinquanta sei & a queste linee rationale in longhezza sia aggionto una superficie equale alla .a. & li secondi lati di caduna seranno rationali in longhezza (per la vigesima) come lo secondo lato della .b. è duoi e mezzo lo secondo della .c. è uno & uno quarto. & lo secondo della .d. è uno e uno quarto & uno sedecesimo (cioè un è cinque sedecesimi) & lo secondo lato della .e.

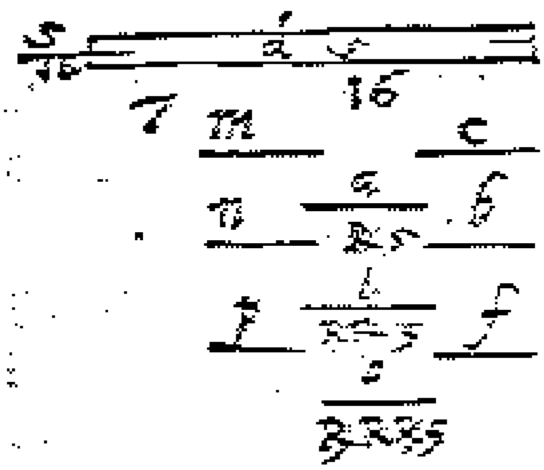
la .g. ℞ 2 ½ utrobiq;
la .f. ℞ 2

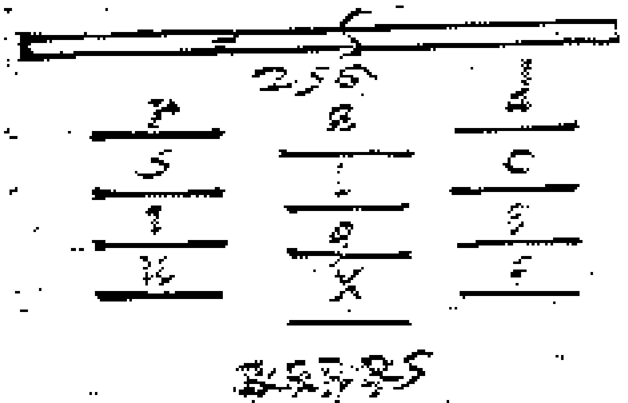
la linea .a. ℞ 5
la linea .l. ℞ ℞ 5
la linea .q. ℞ ℞ ℞ 5
la linea .x. ℞ ℞ ℞ ℞ 5.

la se-

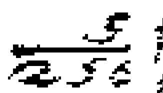
La superficie.e. serà uno.64.esimo & uno.256.esimo. (cioe in summa cinque.256.esimi) sia adonque.f. lo lato tetragonico della.b. & la.g. sia el lato tetragonico del secondo lato della detta superficie.b. & (per lo premesso antecedente) serà che dal.f.in.g. sia fatto.a. linea cioe R 5. un'altra uolta sia la.h. lo lato tetragonico del secondo lato della superficie.c. & sia anchora.k. el lato tetragonico de.h. & per lo predetto antecedente serà che dal.b.in.h. sia fatto.a. & dal.f.in.k. sia fatto el lato tetragonico de.a. qual sia.l. sia ancora.m. lo lato tetragonico del secondo lato della superficie.d. & quando che.n. sia el lato tetragonico de.m. & p. el lato tetragonico de.n. & (per lo predetto antecedente) serà che dal.c.in.m. sia fatto.a. & dal.h.in.n. sia fatto.l. & dal.f.in.p. sia fatto el lato tetragonico de.l. (qual sia.q.) ma piu sia.r. el lato tetragonico del secondo lato della superficie.e. anchora sia.s. lo lato tetragonico de.r. & t. lo lato tetragonico de.s. & u. sia lo lato tetragonico de.t. & seguira (per lo detto antecedente) che dal.d.in.r. sia fatto.a. & dal.c.in.s. sia fatto.l. & dal.h.in.t. sia fatto.q. & etiã dal.f.in.u. sia fatto el lato tetragonico de.q. (qual sia.x.)







& cosi in infinito. Dico adonque queste linee.a.l.q.x. (delle qual la.a. è come radical principio) esser irrationale la.a. solamente in longhezza, tutte le altre in longhezza & in potentia, & dico che niuna di quelle conuien con alcun'altra in diffinitione, ouer in ordine, perche conciosia che dal.f.in.g. & k. uengono fatti.a. & l. serà dal.a.al.l. si come dal.g.al.k. & perche (come è manifesto delli detti



presupposti) g. & k. sono incommensurabili in longhezza & in potentia, seguita etiam che.a. & l. siano incommensurabili in longhezza & in potẽtia & per la medesima ragione etiam.a. & q. perche dal.a.al.q. e si come dal.g.al.p. & per la medesima causa etiam.a. & x. conciosia che siano si come.g. & u. & per questa uia anchora è necessario che l. & q. siano similmente incommensurabili si in potentia quanto in longhezza, perche conciosia che dal.f. in k. & p. siano fatti.l. & q. serà del.l.al.q. come del.k.al.p. ma.k.e.p. non sono commensurabili in longhezza ne in potentia. perche essendo commensurabili.h. & n. seriano commensurabili. & non sono, anchora, l, &, x, è necessario esser incommensurabili in l'uno e l'altro modo perche dal, l, al, x, e si come dal, k. al.u. imperoche dal.f.in k. & u. sono fatti, l, & x, &, k. &, u, sono incommensurabile in l'uno & l'altro modo, perche ponendo che fussino per l'aduersario seguiria, t, &, b, esser commensurabili che è inconueniente.

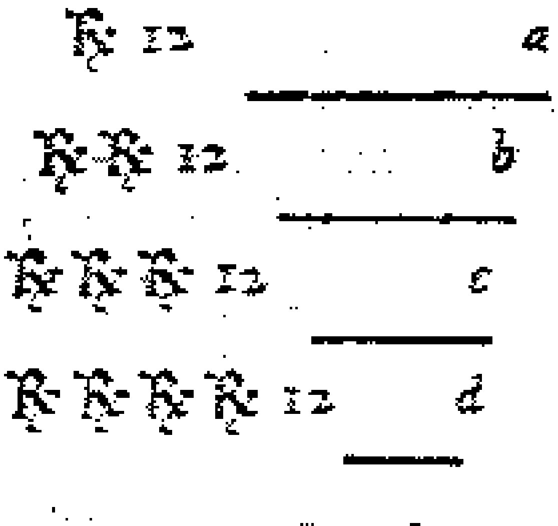
Ma che, q, & x, siano anchora incommensurabili in potentia & in longhezza da questo è manifesto che dal q, al x, e si come dal p, al u, et è manifesto che, p, et u, sono incommensurabile, perche se non sono, u, & s, seriamo commensurabili e pero etiam, u, & s, & non sono, adonque è manifesto dalla linea a rationale solamente in potentia esser producte infinite linee irrationale, incommensurabile in longhezza & in potentia e pero etiam differente in diffinitione e in specie, ma al presente ne resta a dimostrare che tutte le linee irrationale che siano generate per questa via da alcuna linea rationale solamente in potentia sono diverse si in longhezza, come in potentia da tutte quelle lequale siano generate per questa via medesima da qualunque altra linea rationale, solamente in potentia, el quadrato della quale al quadrato della prima non sia si come de numero quadrato a numero quadrato, questo anchora cosi si manifesta, siano, a, & b, rationale solamente in potentia communicanti, overo siano li lati tetragonici de due superficie detti da numeri non quadrati & sia che quelli numeri non siano in la proportione de alcuni numeri quadrati, anchora le linee che procedeno per questa via dalla, a, siano, c, d, e, et quelle che procedeno dalla, b, siano, f, g, h, dico che niuna delle linee, c, d, e, communica in longhezza over in potentia con alcuna delle linee, f, g, h, perche conciosia che, c, & f, siano li lati tetragonici de, a, & b, & d, & g siano li lati tetragonici de, c, & f, & e, & h, siano li lati tetragonici de, d, & g, nõ è possibile che alcuna de queste, c, d, e, communichi con la sua comparata delle, f, g, h, over in longhezza, over in potentia, perche posto che, e, communichi o in l'uno o l'altro modo con, h, seguita che, d, communichi con, g, & c, con, f, per laqual cosa e etiam, a, con, b, in longhezza che contra al presupposito, et è universalmente vero dire qual se voglia de queste esser incommensurabile in l'uno e l'altro modo a quala si voglia de queste imperoche data che, d, communichi cõ h, etiam in potẽtia solamente, seguita che anchor e communichi con, g, & a, con, f, laqual cosa non è possibile ma bisogna advertir che quãdo dico el lato del lato nõ intendo altro che'l lato d'una superficie denominata dal primo lato onde lo lato tetragonico della linea, a, chiamo quella linea che po in la superficie detta over denominata dalla linea, a, e tal superficie e quella laquale è contenuta dalla linea, a, e da una linea rationale in longhezza detta over denominata da uno, adonque sel te pare de trovar el lato tetragonico de qual linea te piace sia la linea, a, della qual voglio trovar el lato tetragonico e sia b una linea rationale in longhezza denominata dalla unita (e quella e la minima de tutte le linee rational numerate da intreghi e la, c, sia nel medio luoco proportionale fra quelle adonque, c, (per la 16 del sesto) e el lato tetragonico de, a, perche dal, a, in, b, e dal, c, in se vien fatto una medesima superficie e la superficie fatta dal, a, in, b, e detta dal, a, perche ciascuna quãtità laqual sia producta da qual si voglia quãtità detta in uno e denominata da qlla che multiplica uno, e nota che quando, c, serà el lato tetragonico della linea, a, indefferẽtemente

a —— b
℞ —— —— 256
c —— f
℞℞ —— —— 16
d —— g
℞℞℞ —— —— 4
e —— h
℞℞℞℞ —— —— 2

tementte

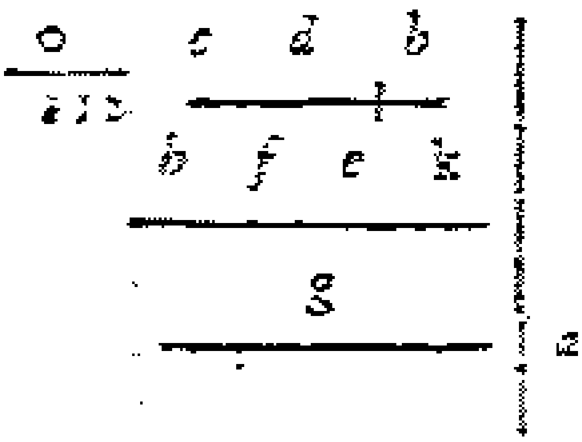
tramente la linea, c, accade esser maggiore & minore della linea, a, si come serà etiã b. maggiore ouer minore.

Il Tradottore.



Questa soprascritta propositione in la prima tradottione e la ultima di questo decimo libro & tutte le propositioni che seguitano per fin in ultimo de questo decimo (lequale sono sette) se ritrouano solamente in la seconda tradottione. anchora bisogna notare che lo ispositore sopra la seconda parte con parole assai oscuramente isprime il suo concetto ma in sostantia non uol inferire altro saluo che se'l serà una linea rationale solamente in potentia (che da pratti ci se chiamano radice sorde) poniamo, a, laqual sia radice quadra di duodeci piedi superficiali & di questa, a, essendo trouato il lato tetragonico (cioe della superficie contenuta sotto della linea. a. & di un' altra linea longa un pie) laqual superficie uerra a esser pur la radice di duodeci cioe torne un' altra uolta la radice quala sia, b, el qual. b. (parlando praticamente) serà la radice della radice di duodeci aqual ueria a esser una linea mediale incommensurabile alla, a, in longhezza e in potentia, & diuersa da quella in diffinition, hor tolendo un' altra uolta la radice del. b. (per il detto modo) qual sia, c, elqual serà detto ℞ ℞ ℞ duodeci e questo. c. serà differente in diffinitione dal. a. & dal. b. e cosi procedendo cioe tolendo la ℞ del, c, quala sia, d, & cosi le potrà procedere in infinito il medesimo seguiria tolendo la, a, una delle. 13 linee irrationale e procedere come di sopra è detto.

Theorema. 89. Propositione. 113.

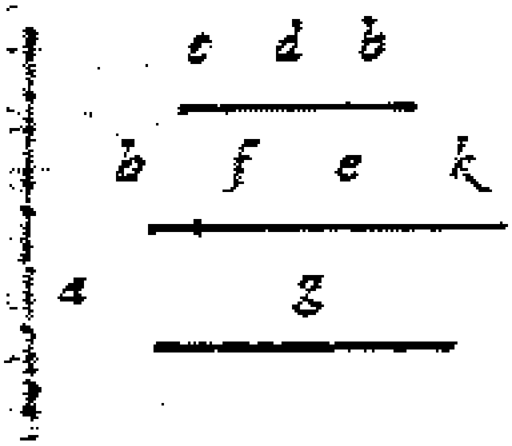


Posta una superficie rationale sopra a uno binomio la larghezza di quella serà un residuo, li nomi del quale seranno commensurabil alli nomi di quel binomio & in una medesima proportione, & oltra di questo quello che uien produtto dal detto residuo hauer un medemo ordine, a quello che uien produtto dal detto binomio.

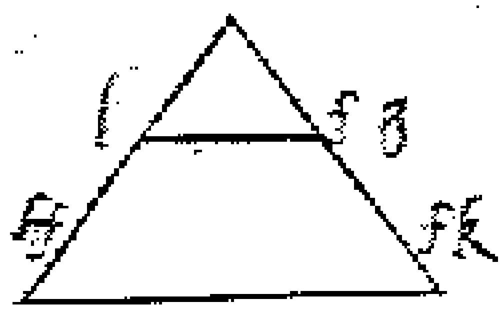
Di quà si caua nella pratica di numeri che a multiplicar qual si uoglia binomio quadrato fia il suo reciso ouer a quello commensurabile, produce numero rationale.

Sia la linea. a. rationale & la. b. c. sia uno binomio, el nome maggiore del quale sia, d, c, & lo rettangolo che se contiene sotto delle due linee, b, c, e, f, sia equale al quadrato della. a. hor dico che la detta, e, f, e uno residuo li nomi del quale sono commensurabili a quelli del binomio cioe alli detti. c. d. & . d. b. & in una medesima proportione, & oltra di questo la, e, f, ha una medesima proportione alla detta, b, c, per dimostrar questo sia un' altra uolta quello che è contenuto sotto della, d, b, & della. g. equale g, equale al quadrato della, a, adonque quello che contenuto sotto delle, b, c, & e, f, equale a quello che contenuto sotto delle, b, d, & g, adonque (per la seconda parte della sestadecima del sesto) si come è la, c, b, alla, b, d, cosi è la, g, alla, e, f, & la, c, b, è maggior della, b, d, adonque (per la decima quarta del quinto) & la, g, è maggiore della, e, f, sia la, e, h, equale alla, g, adonque (per la settima & undecima del quinto) si come è la, c, b, alla, b, d, cosi è la, h, e, alla, e, f, adonque (per la decima settima del quinto) è manifesto che si come la, c, d, alla, d, b, cosi è la, h, f, alla, f, e, & si come la, h, f, alla, f, e, cosi sia fatta la, f, k, alla, k, e, adonque tutta la, h, k, (per la terzadecima del quinto) a tutta la, k, f, e si come la, f, k, alla, k, e, perche si come uno de antecedenti a uno di consequenti, cosi è tutti li antecedenti a tutti li consequenti & (per la undecima del quinto) si come la, f, k, alla, k, e, cosi è la, c, d, alla, d, b, adonque per la detta undecima del quinto) & si come la, h, k, alla, k, f, cosi è la, c, d, alla, d, b, & lo quadrato della, c, d, è commensurabile a quello della, b, d, adonque (per la decima quarta de questo) & lo quadrato della, h, k, è commensurabile a quello della, f, k, & (per la decima ottava del sesto) si come è lo quadrato della, h, k, a quello della, k, f, cosi è la, h, k, alla, k, e, perche quelle tre linee, h, k, k, f, & k, e, sono continuamente proportionale, adonque (per la decima quarta de questo) la, h, k, e commensurabile in longhezza alla, k, e, per laqual cosa (per la duodecima di questo) & la, h, e, è commensurabile alla, e, k, in longhezza, & perche (dal presupposito) lo quadrato de, a, è equale a quello che contenuto sotto delle due linee, c, b, b, d, & lo quadrato de, a, e rationale adonque etiam quello che contenuto sotto delle due linee, c, b, b, d, è rationale & è posto sopra a quella, b, d, rationale, adonque etiam la, c, b, e rationale et commensurabile in longhezza, alla detta, b, d, per laqual cosa la, e, x, (a quella commensurabile) e rationale è commensurabile alla medesima, b, d, in longhezza, adonque perche si come è la, c, d, alla, d, b, cosi è la, f, k, alla, k, e, & le dette, c, d, d, b, sono commensurabile solamente in potentia adonque etiam le dette, f, k, k, e, (per la decima quarta de questo) sono commensurabile solamente in potentia, etiam la, k, e, è rationale & commensurabile in longhezza al la, b, d, adonque la, k, f, e rationale & alla, c, d, commensurabile in longhezza, adonque le due, f, k, k, e, sono rationale commensurabile solamente in potentia (per la decima quarta di questo) adonque la, f, e, è uno residuo & e certo che la, c, d, e piu potente del, a, d, b, ouer in el quadrato d'una linea a se commensurabile ouero a se incommensurabile, certamente se la, c, d, puo piu della, d, b, in el quadrato di una linea a se commensurabile etiam la, f, k, (per la sestadecima de questo) puo piu della, k, e, in e quadrato di una linea a se commensurabile, & se la, c, d, serà commensurabile al una posta rationale in longhezza etiam la, f, k, & se la serà la, d, b, etiam la, k, e, & se ne l'una ne l'altra delle dette, c, d, & d, b, etiam ne l'una ne l'altra delle dette, f, k, k, e, ma se la, c, d, puo piu de essa, b, d, in el quadrato di una linea a se incommensurabile etiam la, f, k, puo piu de essa, k, e, in el quadrato di una linea a se incommensurabile & se la, c, d, e commensurabile in longhezza a una proposta rationale & similmente la, f, k, & se la, b, d, & la, k, e, & se ne l'una ne l'altra delle c, d, d, b, etiam ne l'una ne l'altra delle, f, k, k, e per laqual cosa la detta, f, e, e residuo della quale li nomi, f, k, k, e, sono commensurabili a quelli nomi che sono del binomio cioe a essi. c. d. d. b. & in la medesima proportione, & ha el medesimo ordine a esso. b. c. che era da demostrare.

Il Tradottore.



Per trouar la linea. f. k. che sia in proportione al. e. k. come e la. b. f. al. f. e. cauarai la. f. e. dalla. b. f. (perche la. b. f. è maggiore della. f. e. perche etiam la. c. d. è maggiore della. d. b. per el presupposito) & torai la differentia de ditti. b. f. & f. e. qual poniamo sia. l. poi si come la. l. alla. b. f. trouerai la quarta in quella proportione al. f. e. qual pongo sia. f. K. dalqual ne cauaremo la. f. e. restarà. e. k. per suo consequente come uedi in figura.



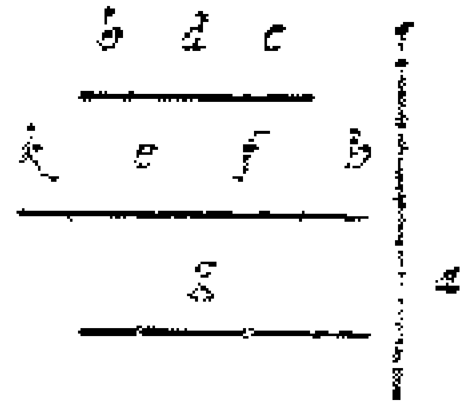
Anchora bisogna notare che il commentatore non dimostra la seconda parte della propositione cioe il producto del residuo in se hauere uno medesimo ordine al produtto del binomio in se laqual cosa facilmente demostrarai in questo modo ponendo li detti duoi quadrati sopra a una linea rationale & lo secondo lato di l'un (per la quinquagesima nona) serà binomio primo & di l'altro (per la nonagesimasettima) serà residuo primo, & perche li nomi del binomio & del residuo hauerano uno medesimo ordine fra loro per ilche (per la prima del sesto) le loro superficie hauerano il medesimo ordine che è il proposito.

Theorema. 91. Propositione. 114.

113. Mettendo una superficie rationale sopra uno residuo, la larghezza forma uno binomio, li nomi dilquale sono commensurabili alli nomi di esso residuo & in una medesima proportione & oltra di questo quello che è generato dal binomio, ottiene uno medesimo ordine a quello che generato dal residuo.

Di qua si caua nella prattica che a dure ogni residuo nel suo binomio (ouer a quel commensurabile) produce numero rationale.

Sia la rationale. a. & lo residuo sia la. b. d. & al quadrato della. a. sia equale a quello che se contiene sotto delle. b. d. & k. h. acciochè quella superficie rationale fatta dalla. a. posta sopra a essa. b. d. (residuo) la larghezza di quella faccia la detta. k. h. Dico che la. k. h. è uno binomio li nomi dil quale sono commensurabili alli nomi del detto. b. d. & in una medesima proportione. & che la medesima. k. h. hauerà uno medesimo ordine alla. b. d. sia la. d. c. la linea continente alla



alla.b.d,(per la settuagesima nona di questo) adonque le due linee,b,c,c.d, (per la settuagesima terza di questo) sono rationale commensurabili solamente in potentia & a quella superficie fatta dalla.a. in se sia equale a quella che contenuta sotto delle due linee, b,c,& g,& posta sopra alla,b,c, rationale adonque (per la vigesima de questo) la,g, è rationale & commensurabile in longhezza alla detta, b, c, adonque perche quello che è contenuto sotto delle due linee,b,c,& g, è equale a quello che contenuto sotto delle due.b,d.& k.h.(per la sestadecima del sesto) sono proportionale cioe si come la.b.c.alla.b.d.cosi è la.k.h.alla.g.& la.b.c.è maggiore della.b.d. adonque etiam la k.h.è maggiore della.g.sia tolta ouero tagliata la.h.e.equale alla.g.adonque la.k.e.è commensurabile, alla.b.c.in longhezza,et perche si come è la,c,b,alla,b,d,cosi è la.h.k.alla.k.e.conuertendo adonque(per lo correlario della decima nona del 5.) si com'è la.b.c.alla.c.d.cosi è la.k.h.alla.h.e.hor si come la.k.h.alla.h.e.cosi sia fatta la.h.f.alla.f.e.adonque & la rimanente.k.f.alla.h.f.e si come la.k.h.alla.h.e.et questo è si come la.b.c.alla.c.d.& le dette.b.c.& c.d.sono commensurabile solamente in potentia, adonque (per la decima quarta de questo) le dette due.k.f.& f.h. sono commensurabile solamente in potentia,& perche si come la.k.h.alla.h.e cosi è la.k.f.alla.h.f.ma si come la.k.h.alla.h.e.cosi è la.h.f.alla.f.e,adonque(per la undecima del quinto)etiam si come la.k.f.alla.f.h.cosi è la.h.f.alla.f.e.per laqualcosa (per el correlario della decima nona del sesto) si come la prima alla terza & cosi è el quadrato della prima al quadrato della seconda. adonque (per la undecima del quinto) & si come la.k.f.alla.f.h.& la.h.f.alla.f.e.cosi è el quadrato della.k.f.al quadrato della.f.h.& lo quadrato della.k.f.è commensurabile al quadrato della.f.h.perche le dette.k.f.& f.h.sono commensurabile in potentia, adonque (per la decima quarta de questo) la.k.f.e commensurabile alla.f.e.in longhezza,per laqualcosa etiam la.e.k.(per la duodecima di questo)e commensurabile in longhezza alla.f.e.& (per la decima di questo) la.k.f.è rationale & commensurabile in longhezza alla.b.c.& perche si come la.b.c.alla.c.d.cosi è la.k.f.alla.f.h. anchora permutatamente (per la sestadecima del quinto) si come è la.b.c.alla.k.f.cosi e la d.c.alla.f.h.& la.b.c.è commensurabile alla.k.f.adonque etiam la.f.h.è commensurabile alla.c.d.& esse.b.c.c.d.sono rationale commensurabile solamente in potentia,adonque etiam esse.k.f.& f.h.sono rationale commensurabile solamente in potentia, adonque la.k.h.e uno binomio, adonque (per la sestadecima di questo) se la.b.c.e piu potente della.b.d.in el quadrato d'una linea a se commensurabile etiam la.k.f.serà piu potente della.f.h.in el quadrato d'una linea a se commensurabile & se la.b.c.e commensurabile in longhezza a una posta rationale, & la.f.h.anchora, ma se ne l'una ne l'altra delle due,b,c,& c,d, etiam ne l'una ne l'altra delle due.k.f.& f.h.ma se la.b.c.è piu potente della.c.d.nel quadrato de una linea a se incommensurabile,similmente la.k.f.serà piu potente della.f.h.nel quadrato d'una linea a se incommensurabile, & se la.b.c.è commensurabile in longhezza una posta rationale, similmente etiam la. K.f. & se la.c.d. etiam la.f.b. et se ne l'una ne l'altra delle due, b,c,c,d, similmente ne l'una ne l'altra delle due k.f. f.b. adonque la.k.b. e uno binomio del quale li nomi. K.f. f.b. sono commensurabili alle due. b.c. c.d. nomi del detto residuo & in una medesima proportion e oltra di questo la.k.b. alla.b.c. hauerà un medemo ordine che era da mostrar.

Il Tradottore.

Doue che di sopra dice (per la undecima del quinto) & si come la. k.f. alla.f.b. & la, f,b, alla, f, e, cosi è il quadrato della, k, f, al quadrato della, f, b, uol inferir, che quelle due pportioni che giaceno fra quelle tre linee cõtinue proportional, in summa sono quanto che quella sola proportione che e del quadrato della, k, f al quadrato della, b, f, (per la undecima del quinto.) Anchora doue che di sopra cõclude che (per la decima di questo) la, K, f, e rationale e cõmensurabile alla, b, c, in longhezza tal conclusione se uerifica in questo modo, perche di sopra fu demostrato che la, k, e, era rationale (per esser equale alla, g,) e commensurabile alla, b, c, in longhezza et la, k, f, uiè a esser commẽsurabile alla medesima, K, e, (per la duodecima di questo) adonque (per la decima di questo) le due linee, b, c, &, k, f, uengono a esser commensurabili e perche la, b, c, e rationale (largo modo) etiam la, K, f, serà rationale (pur largo modo) cioe in longhezza, ouer solamente in potentia.

Anchora bisogna notare che a uoler trouare la, b, f, alla, f, e si come la, b, K, alla b, e, bisogna (per la terzadecima del sesto) far della, b, e, due tal parti proportionali come è anchora la, b, K, alla, b, e, laqual se pone che la sia le, e, f, & f, b, et la, f, b, al la, f, e, serà si come la, k, b, alla, b, e, poste in longo l'una drieto all'altra.

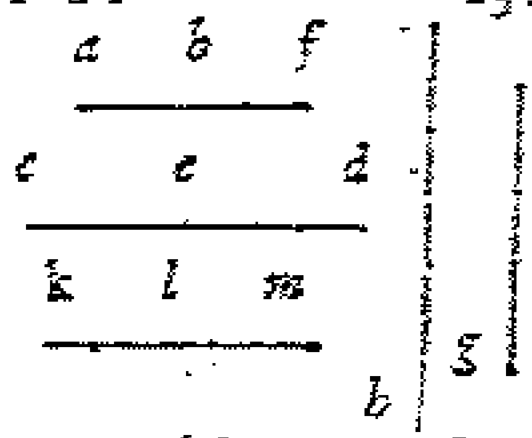
Anchora bisogna notare che'l pare che la speositione non dimostri cosa alcuna a proposito, ne che si conuenga a quella seconda parte della propositione (come fu detto anchora nella precedente) cioe doue che'l dice che quello che uien generado, ouero produtto dal binomio, ottiene uno medesimo ordine a quello che uien generado, ouer produtto dal residuo laqual cosa se dimostra si come fu detto sopra la precedente perche l'uno di tali produtti è denominato secondo la denominatione è ordine del binomio primo, & l'altro secondo la denominatione & ordine del residuo primo li quali ordini sono simili ideo, &c.

Theorema.92. Propositione.115.

$\frac{o}{114}$ Se una area serà compresa sotto a uno residuo & a uno binomio, del quale li nomi siano commensurabili alli nomi del detto residuo, & in una medesima proportione, la linea potente in detta superficie serà rationale.

Sia compresa una area sotto al residuo, a, b, & al binomio, c, d, & siano li nomi de quel binomio, c, e, e, d, (per la. 113. di questo) cõmensurabile alli nomi. a. f. f. b. de quel residuo & in una medesima proportione et sia la, g, la linea potente in quel la superficie contenuta sotto della, a, b, c, d, dico che la detta linea, g, e rationale

per-



perche essendo posta fora la linea, b, rationale et sia posto sopra la linea, c, d, una superficie equale al quadrato della, h, laqual faccia la larghezza k.l. adonque. k.l. e uno residuo (per la 113. di questo) li nomi dil quale (siano. k.m.m.l.) commensurabili alli nomi di quel binomio liquali sono le, c, e, & e, d, & in una medesima proportione per laqual cosa & le medesime. k, m. l. m. (per la decima di questo) sono commensurabili alle medesime, a, f, f. b, & in una medesima proportione, adonque si come è la, a, f, alla, f, b, cosi è la, k, m, alla, m, l, l'una & l'altra adonque (per la sestadecima del quinto) e si come la, a, f. alla, k, m, cosi è la, b, f, alla, l, m, adonque etiam la restante, a, b, (per la decima nona del quinto) alla restante. k. l. e si come la, a, f, alla, k, m, & la, a, f, e commensurabile alla, k, m, adonque (per la decima quarta de questo) etiam la, a, b, e commensurabile alla, K, l, & per la construttione si come è la, a, b, alla, K, l, cosi è quello che è contenuto sotto delle, c, d, & a, b, a quello che contenuto sotto delle, c, d, &, k, l, adonque etiam quello che contenuto sotto delle, c, d, &, a, b, è commensurabile a quello che contenuto sotto delle, c, d, &, K, l, ma quello che contenuto sotto delle, c, d, & k, l, è equale al quadrato de, h, adonque quello che contenuto sotto delle, c, d, &, a, b, è commensurabile al quadrato de, h, ma quello che contenuto sotto delle, c, d, a, b, è equale al quadrato della, g, adonque etiam lo quadrato della, g, è commensurabile al quadrato de, h, & lo quadrato de, h, è rationale, adonque etiam lo quadrato de, g, adonque (per la diffinitione de questo) la linea, g, e rationale & quella è la potente in la area contenuta sotto delle due linee, c, d, &, a, b, adonque le una area serà compresa sotto a uno residuo, & lo restante che seguita che era da demostrare.

Il Tradottore.

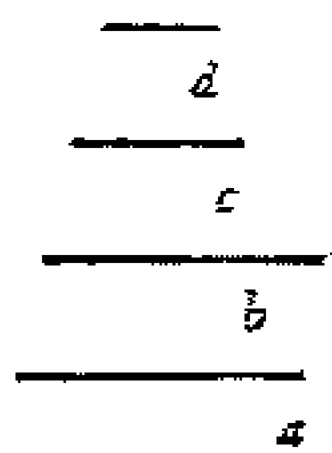
Che la superficie contenuta sotto delle due linee, a, b, & c, d, alla superficie contenuta sotto delle due. k. l. & c. d. sia si come la linea, a, b, alla linea, K, l, facilmente se uerifica (per la prima del sesto) perche tale superficie hanno una medesima altezza laquale è la linea c. d.

Correlario.

o
114 Per laqual cosa a noi è fatto manifesto che egliè possibile una area rationale esser cōtenuta sotto de linee rette irrationale.

Theorema. 93. Propositione. 116.

o
115 Infinite linee irrationale, uengono fatte dalla mediale delle quale niuna di quelle simile ouer medesima a niuna di quelle che erano per auanti.

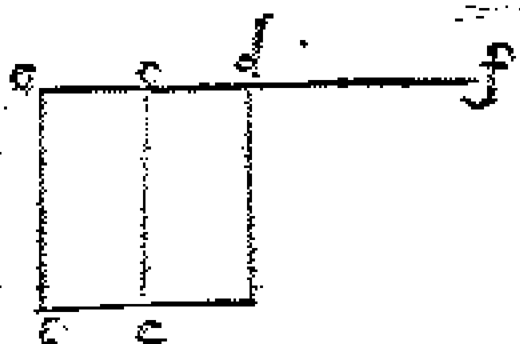


Sia la, a, una linea mediale, Dico che dalla, a. uengono fatte infinite irrationale & niuna è simile ad alcuna delle prime, sia posta fora la linea, b, rationale & a quello che è contenuto sotto delle due. a. b. (per la decima quarta del secondo) sia equale al quadrato della, c, adonque la linea. c. è irrationale & quello che contenuto sotto a una linea irrationale & a una rationale (per la lemma della vigesima terza de questo) è irrationale & non è simile ad alcuna di quelle prime perche posto el quadrato de alcuna di quelle prime a una rationale la larghezza sarà una mediale, hor sia un'altra volta quello che cõtenuto sotto delle due. b, c, equale al quadrato della, d, adonque el quadrato della, d, e irrationale et similmente la, d, & non è simile a niuna di quelle prime perche posto el quadrato de alcuna simile sopra a una rationale la larghezza di quella serà simile alla. c. similmente ancora seguitarà questo ordine, procedendo in infinito: adonque è manifesto che dalla mediale vengono fatte infinite irrationale & niuna di quelle è simile ad alcune delle prime.

Il Tradottore.

Il procedere di questa ispositione overo propositione è simile a quello per noi posto sopra la. 112. propositione & è un procedere schietto e chiaro el qual si puo applicare a cadauna altra delle. 13 irrationale.

A demostrare il medesimo altramente.



Sia la linea. a. c. mediale. Dico che dalla. a. c. vengono fatte infinite linee irrationale & niuna è simile ad alcuna delle prime, sia estratta la linea. a. b. a angoli retti (per la undecima del primo) sopra alla, a, c, & la. a. b. sia rationale & sia compito lo rettangolo. b. c. adonque il detto rettangolo. b. c. (per la vigesima terza di questo) e irrationale & la linea potente in quello è irrationale, ancora per lo lemma avanti (la vigesima terza di questo) la potente in quello sia la, c, d, adonque la, c, d, è irrationale & non è simile ad alcuna delle prime perche posto el quadrato de alcuna di quelle ad alcuna linea rational farà per larghezza una linea mediale un'altra volta sia compito la rettangolo. e. d. adonque lo detto rettangolo. e. d. è irrationale & la linea potente in quello è irrationale & sia la detta potente in quello la. d. f. adonque la. d. f. irrationale, e non è simile ad alcuna delle prime perche essendo posto el quadrato de alcuna di quelle: cioe d'una simile sopra una rationale farà la larghezza una simile alla. c. d. adonque da una linea mediale vengono fatte infinite irrationale & lo restante che seguita che era da demostrare.

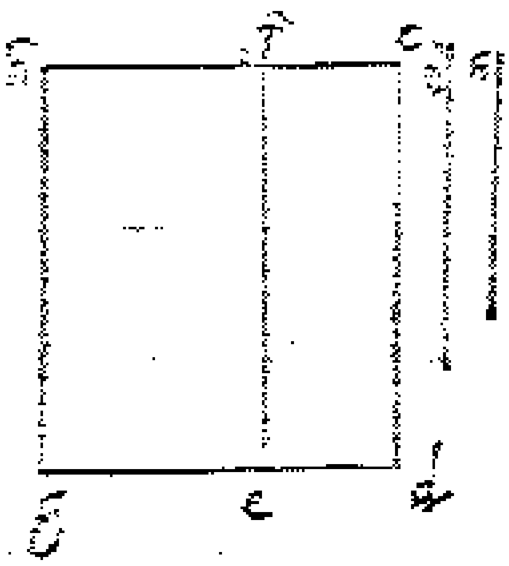
Il Tradottore.

Con questo medesimo procedere (come di sopra dissi) si puol demostrare che dal binomio vengono fatte infinite altre linee irrationale delle quale niuna di quelle serà simile ad alcuna delle anciane il medesimo se approuerà de residuo e di cadauna altra delle sue compagne.

Theo-

Theorema. 94. Propositione. 117.

o
116 **Ogni linea commensurabile alla linea minore è linea minore.**



Sia a. una linea minore & a questa, a, sia commensurabile la. b. dico che la. b. e una linea minore & per dimostrare questo sia posta la. c. d. rationale & sopra quella (per la uigesima ottaua del sesto) sia posta la superficie, c, e, equale al quadrato della, a, che fa la larghezza, c, f, adonque la, c, f, e uno residuo, & sopra la, f, e, sia posta la, f, g, equale al quadrato della, b, che faccia la larghezza, f, h, adonque perche la. a. e commensurabile alla, b, etiam lo quadrato della, a, e commensurabile al quadrato della. b. & al quadrato della. a. è equale la superficie. c. e. & al quadrato della. b. è equale la superficie. f. g. adonque la superficie, c, e, è commensurabile alla, f, g, & si come la, c, e, alla, f, g, cosi è la linea, c, f, alla, f, h, adonque la, c, f, è commensurabile alla, f, h, in longhezza & la. c. f. (per la centesima di questo) è residuo quarto, adonque etiam la, f, h, è residuo quarto (per la sexagesima quinta di questo) & la, f, e, è rationale, & se una area sia compresa sotto a una linea rationale, & a uno residuo quarto, la linea potente in quella area e linea minore (per la nonagesima quarta di questo) & la linea potente in la detta area f. g. e la linea. b. adonque la. b. e linea minore che era da demostrare.

Il Tradottore

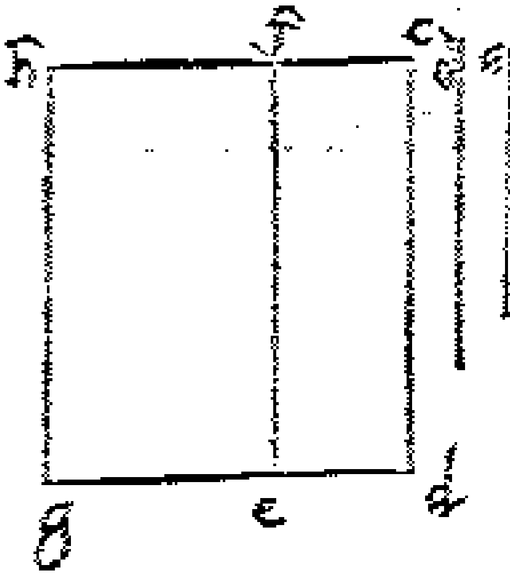
A uolere mettere sopra la linea, c, d, la superficie, c, e, equale al quadrato della. a. tal problema non se puol essequire (per la uigesima ottaua del sesto) come dice lo espositore anci alle due linee, c, d, & , a, b, bisogna (per la decima del secondo) trouarui una terza in continua proportionalità quala sia la, c, f, onde la superficie, c, e, serà equale al detto quadrato della. a.

Theorema. 95. Propositione. 118.

o
117 **Ogni linea commensurabile con la linea gionta con rationale componente el tutto mediale e linea gionta con rationale componente el tutto mediale.**

Sia. a. la linea, gionta con rationale componente el tutto mediale, & la. b. sia commensurabile a quella, dico che la, b, e una linea gionta con rationale componente el tutto mediale, sia esposta la linea. c. d. rationale & sopra la detta. c. d. sia messa la superficie. c. e. equale al quadrato della. a. che farà la larghezza. c. f. adonque la. c. f. (per la. 101. di questo) è residuo quinto, & sopra la. f. e. sia messa la

f. g.



f.g. equale al quadrato delle.b.(per la vigesima ottaua del sesto)che faccia la larghezza.f.h. adonque perche la.a.è commensurabile alla.b.adonque lo quadrato de.a.è commensurabile al quadrato de.b. & al quadrato de.a. la superficie.c.e.è equale & al quadrato della.b.è equale la.f.g.adonque la superficie.c.e. commensurabile alla superficie.f.g.perche la linea.c.f.e commensurabile in longhezza alla.f.h. & la.c.f.e residuo quinto,adonque & la.f.h.è residuo quinto & la.f.e.è rationale & se una area sia compresa sotto a una linea rationale e a un residuo quinto la linea potente in quella area,se la linea gionta con rationale componente el tutto mediale (per la nonagesima quinta di questo) et la linea.h.e la potente in la detta superficie.f.g.adonque.h.e la linea gionta con rationale componente el tutto mediale.che era da demostrare.

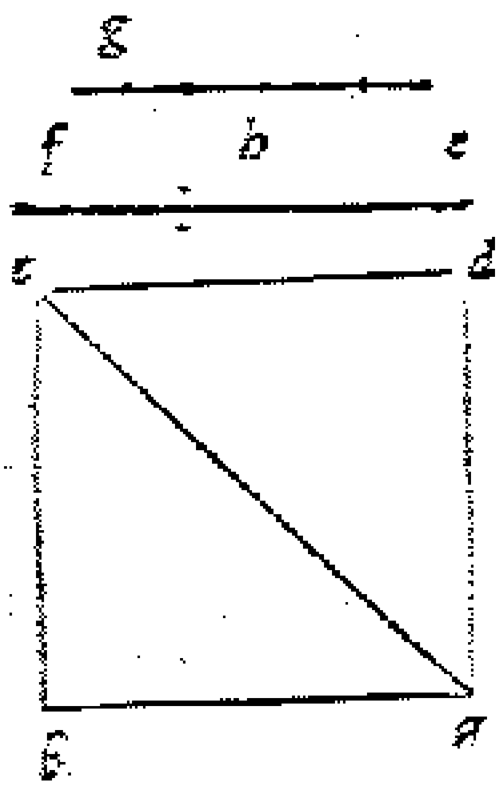
Il Tradottore.

Medesimamente quello che in questa lo ispositore vole che se essequisca per la uigesima ottaua del sesto bisogna seruirse della decima del sesto come fu detto sopra la precedente perche la detta uigesima ottaua propositione non è a proposito.

Theorema.96. Propositione.119.

o
118 Essendo a noi el proposito di mostrare che in le figure quadrate el diametro è incommensurabile in longhezza al lato.

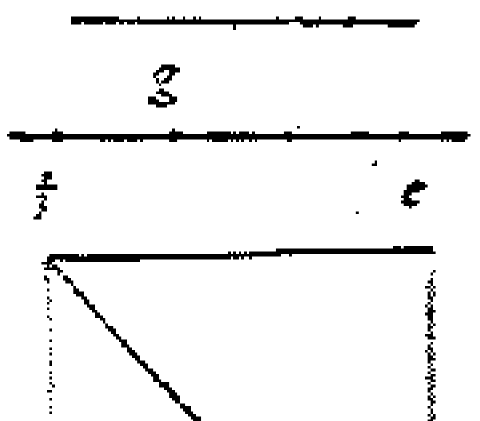
Sia el quadrato.a.b.c.d.& lo diametro di quella sia.a.c. Dico che lo diametro.a.c.è incommensurabile in longhezza al lato.a.b.perche se egliè possibile (per l'aduersario) che sia commensurabile, dico che'l aduenirà che'l numero paro, & lo disparo seranno un medesimo, certamente egliè manifesto (per la penultima del primo)che el quadrato del.a.c.è doppio al quadrato del,a,b,& perche la,c,a,è commensurabile alla,a,b,adonque la,a,c,alla,a,b,ha proportione come di numero a numero (per la quinta di questo) hor poniamo che habbia quella che ha lo numero,e,f,al numero,g,& siano,e,f,& g,li minimi numeri che habbiano la medesima proportione de quelli adonque,e,f,non è la unità perche se,e,f,è la unità & ha la proportione al,g,che ha la,a,c,alla,a,b,& la,a,c,è maggiore della,a,b,adonque la unità,e,f,è maggiore del numero,g,che è impossibile, adonque e,f,non è la unità,adonque è numero,& perche è si come la,a,c,al la,a,b,cosi è,e,f,al,g,adonque (per la undecima del quinto) si come lo quadrato del,c,a,al quadrato del,a,b,cosi è el quadrato del,e,f,al quadrato de,g,& lo quadrato



drato de,a,c,è doppio al quadrato de a,b,adonque etiam lo quadrato de,e,f,e doppio al quadrato de , g , adonque al quadrato de, e,f,è numero paro per laqual cosa etiam, e,f, è paro perche se'l fusse disparo el suo quadrato seria disparo (per la vigesima nona del nono) perche essendo composti insieme qualonque numeri dispari & che la moltitudine sia dispara,etiam el tutto serà disparo,adonque,e,f,e paro sia segato (per la 10 decima del primo), e,f, in due parti equali in ponto,h,& perche li detti numeri, e,f, g, sono li minimi de quelli che habbiano la medesima proportione (per la vigesima terza del settimo) sono fra loro primi, & lo,e,f,e paro,adonque, g,è disparo, perche se'l fusse paro lo numero binario misuraria tutti dui,e,f,& , g, & perche al numero paro ha le parti medie si anti primi fra loro laqualcosa è impossibile,adonque,g, non è numero paro & perche,e,f,è doppio de,e,h,adõque el quadrato de,e,f, è quadruplo al quadrato de,e,h,et lo quadrato de,e,f,è doppio al quadrato de,g,adonque el quadrato de,g,è doppio al quadrato de,h, e,adonque el quadrato de,g, è paro, adonque per le cose dette el,g,è paro & disparo laqualcosa è impossibile e per tanto lo diametro, c,a, non è commensurabile in longhezza al, a, b, adonque egliè incommensurabile.

A demostrare il medesimo altramente.

Altramente è da esser demostrato che el diametro del quadro è incommensurabile al lato, per el diametro sia,a,& per el lato sia,b,dico che,a, è incommensurabile in longhezza al, b,perche se possibile è (per l'adversario) sia commensurabile & sia fatto un'altra volta si come a, al,b, cosi sia el numero,e,f,al numero, g , & sian li detti numeri, e,f,g,li minimi di quelli che hanno la medesima proportione, adonque li detti numeri,e,f,g,sono primi fra loro,primamente dico che , g, non è la unità perche se fusse possibile, sia la unità & perche si come,a,al,b,cosi è,e,f, al,g, adonque (per la vndecima del quinto)etiam si come el quadrato del, a,al quadrato de, b, cosi è el quadrato de, e,f, al quadrato de,g,& lo quadrato de,a, è doppio al quadrato de,b,adonque & lo quadrato de,e,f,e doppio al quadrato de,g,& g,e la unità adonque el numero binario e numero quadrato laqual cosa è impossibile e per tanto,g, non è la unità adonque è numero & perche e si come el quadrato de, a,al quadrato de,b,cosi è el quadrato de, e,f,al quadrato de,g, una altra volta si come el quadrato de, b,al quadrato de,a,cosi è el quadrato de,g,al quadrato de,e,f,e lo quadrato de b, misura el quadrato de a. & lo quadrato de, g, misura el quadrato de, e , f , & per esser supposto per l'adversario che il lato del quadrato de, b,cioe,b,sia commensurabile al lato del quadrato de, a,cioe al,a, per laqual cosa etiam lo lato del medesimo, g,misura lo lato de, e,f, etiam,g,se misura se medesimo, adonque,g, misura ambidui, e, f, g, liquali son primi fra loro laqual cosa è impossibile & per



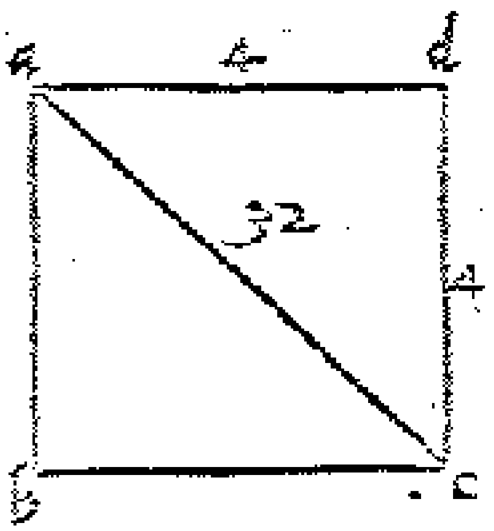
tanto.

tanto . a . non è commenſurabile al. b . adonque è commenſurabile , che biſognava dimoſtrare.

Il Tradottore.

Queſta medeſima propoſitione ſe dimoſtra ſopra la nona laqual nona e la ſeſtima in la prima tradottione.

Le infraſcritte ſono alcune poſtille over iſpianationi ſopra la precedente.



Sia el quadrato. a. b. c . d. & lo diametro di quello ſia a. c. & è manifeſto che lo triangolo. c. d. a. è iſoſcelo cioe che quello lo lato. d. a equale al lato. d. c. & ſimilmente lo triangolo. a. b . c . è iſoſcelo ; ſia adonque el lato. d. a. de quattro unità, over de quattro piedi, & ſia etiam. c. d. quattro , per laqual coſa è manifeſto che el quadrato de. d. a. e. 16. unità over . 16 . piedi & coſi etiam el quadrato de. c. d. è ſedeci unità over piedi ma perche el quadrato de. a. c. è equale a quelli duoi quadrati de. d. a. & . d. c. ſi come è ſtato dimoſtrato in la penultima del primo & è manifeſto che el quadrato de. a. c. è doppio al quadrato de. d . a . & lo quadrato de. d . a . e de ſedeci unità adonque el quadrato del diametro ſerà trenta duoi cioe ſerà el doppio , ma perche le linee commenſurabile in longhezza ſono quelle che alcuna quantità li miſura & li quadrati delle quale hanno la proportione come numero quadrato a numero quadrato , ma facendo . 32 . alcuna quantità non lo miſura per il lato ne etiam li quadrati de quelle hanno proportione come numero quadrato a numero quadrato, perche niun numero quadrato è doppio d'uno altro adonque lo diametro è incommenſurabile in longhezza al lato : perche quello che fa trentaduoi il lato de. 5. unità e de minuti. 39. lequale cinque unità è minuti trenta nove e quattro non hanno alcuna commune miſura per laqual coſa trenta duoi a ſedeci ſi come detto non ha proportione come de numero quadrato a numero quadrato.

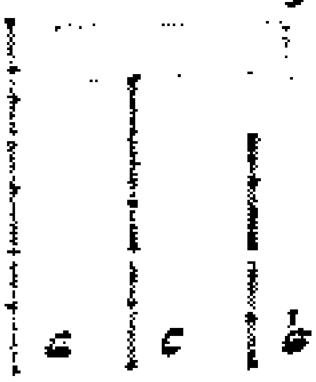
Il Tradottore.

La ſopraſcritta demoſtratione è aſſai confuſa & maſſime dove che el lato del quadrato di trentaduoi & cinque unità e. 39. minuti lequale cinque unità & trenta nove minuti & quattro unità non hanno alcuna commune miſura &c. laqual parte mi pare fora de propoſito in due coſe la prima che non ſo dove lui truovi che el lato del quadrato di trentaduoi ſia cinque unità e trenta nove minuti & ſe pur fuſſe coſi (laqual coſa non e) el detto lato de cinque unità & trenta nove minuti ſeria commenſurabile alle quattro unità & la commune lor miſura ſeria un minuto laqual coſa è fora del propoſito ideo &c.

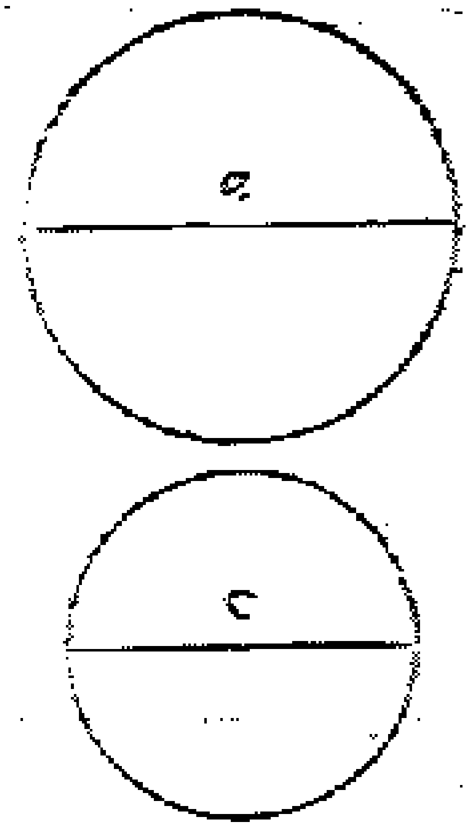
Al preſente delle trovate rette linee. a. b. incommenſurabile in longhezza piu altre ſorte quantità overo grandezze per le due dimſione vengono trovate , dico:

delle

delle superficie incommensurabile fra loro, perche se trouaremo la, c, media proportionale fra le due rette linee, a, b, adonque si come è la, a, alla, b, cosi è qualunque specie de superficie descritta sopra la, a, a un'altra simile descritta sopra la, c, o siano quadrati ouer altre figure rette linee simile, ouer etiam cerchij attorno alli diametri. a. & c. e perche certamente li cerchij fra lor sono si come li quadrati delli loro diametri, adonque sono trouate superficie piane fra loro incommensurabile.



Il Tradottore.



Anchora in questa altra soprascritta ispositione tal commentatore preterisse alquanto l'ordine di l'Auttore massime in quella parte doue dice che li cerchij fra loro sono si come li quadrati delli lor diametri, laqual cosa per le cose dette e dimostrate per fin a questo luoco non habbiamo notitia alcuna di tal cosa. uero che nel aduenire nella seconda propositione del duodecimo se manifesta, ma non è licito a parlar in questo luoco di quelle cose che non se ne ha hauuto notitia ne a uscir di quello che propone il testo.

E per tanto per le demostrate differentie di due diuisioni delle superficie incommensurabili, demostraremo quelle speculationi che sono per li solidi qualmente li solidi sono fra loro commensurabili & incommensurabile, perche si sopra quelli quadrati de, a, & , b, constituemo solidi de superficie equidistanti de equal altezze ouer pyramide, ouer prisme, seranno li detti corpi constituti si come le base & le detti solidi seranno commensurabili, & se le base seranno incommensurabili etiam loro seranno incommensurabili et se dalli dui propositi cerchij descriueremo coni ouero cylindri de equal altezze, seranno fra loro si come le base, cioe si come li cerchi a. b. & se essi cerchij sono commensurabili, similmente & essi coni è cylindri seranno commensurabili & se li detti cerchij seranno incommensurabili, anchora li coni è cylindri seranno incommensurabili, & a noi è fatto manifesto che non solamente in le linee, & in le superficie sono commensurabili & incommensurabile, ma questo se ritruoua anchora in le figure solide.

Il Tradottore.

Similmente le soprascritte cose sono fuora de ordine, cioe a voler parlar de corpi, coni, cylindri, auanti la diffinitione de quelli lequal figure se diffiniscono nel sequente libro.

IL FINE DEL DECIMO LIBRO.

LIBRO VNDECIMO DI EVCLIDE, DI CORPI, IN GENERE.

Diffinitione prima.

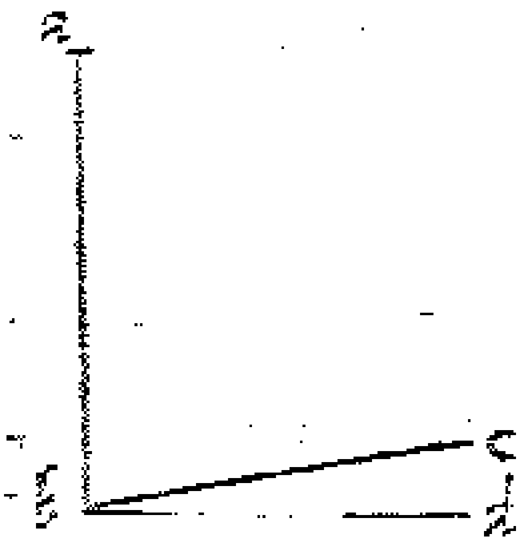
1/2 El corpo è quello, che ha longhezza, larghezza, & altezza, li termini dil quale sono superficie.

Il Tradottore.

QVESTA prima diffinitione per esser da se chiara altramente non la spongo.

Diffinitione. 2.

2/2 La linea eretta sopra una superficie è quella che fa li angoli retti, con cadauna delle linee a se conterminale che se ispandano in quella superficie, & questa linea se dice esser perpendicolare sopra a quella superficie, & star sopra a quella medesima orthogonalmente.



Sia intesa in la linea. a. b. ellevarse sopra el piano talmente che'l ponto. a. sia immaginato in aere & . b. in piano & dal ponto. b. sian dutte piu linee in el medesimo piano, come la, b, c, & , b, d, & quante altre si voglia, adonque se serà cosi che la linea. a. b. con la linea, b. c. & con la linea. b. d. & con qualunque altra linea protratta dal ponto b. in quel piano contenga angolo retto quella è detta esser perpendicolare a quelle superficie in laquale sono protratte queste linee cioe. b. c. & b. d. & altre con lequale quella è posta contenire angolo retto.

Diffinitione. 3.

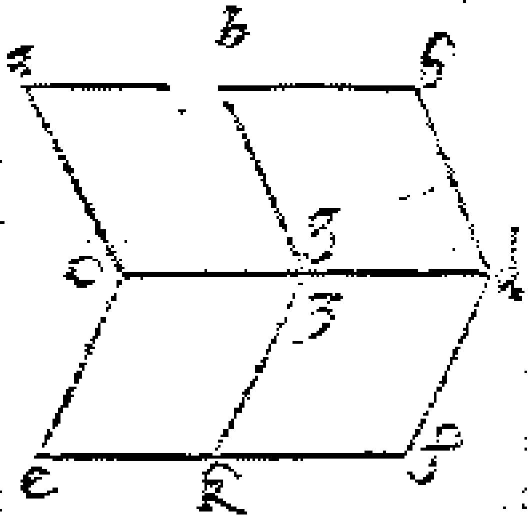
3/3 Ma una superficie se dice esser eretta sopra a una superficie ogni volta che da uno medesimo ponto, della linea che è commune termine di quelle superficie, sopra stanno due perpendicolare conterminale continenti angolo retto lequale siano site in quelle superficie.

Verbi gratia sia immaginata la superficie. a. b. c. d. ellevata in aere & la superficie. c. d. e. f. giacere in piano & intendemo la linea. c. d. esser el commun termine de ambedue, e per tanto in quella sia segnato el ponto. g. dal quale siano estratte due linee perpendicolare alla linea. c. d. cioe una in la superficie. c. d. e. f. laqual sia la. g.

la.g.k. & l'altra in la superficie.a.b.c.d.laqual sia la.g.h.se adonque l'angolo,che contien queste due linee perpendicolari cioe.g.h.& .g.k.serà retto la superficie.a.b. c.d.è detta orthogonalmente eretta sopra la superficie.c.d.e.f.

Diffinitione. 4.

o/4 La inclinatione d'un piano a un piano e la cōprehensione de l'angolo acutto sotto a quelle linee che sono dutte ad angoli retti sopra al commun segmento a uno medesimo ponto in l'uno e l'altro di quelli piani.



Il Tradottore.

La soprascritta diffinitione ne aduertisse (per le cose che seguita) che cosa uoglia dire, ouer che cosa sia la inclinatione d'una superficie a una superficie laquale inclinatione non è altro che la comprehensione dell'angolo acuto sotto a quelle due linee.k.g. & .h.g.della figura della precedēte,cioe se le dette due linee contenerāno angolo retto la superficie.a. b.c.d.serà eretta sopra alla superficie.c.d.e.f.come fu detto sopra alla precedēte.Ma quādo le dette due linee contenerāno uno angolo acuto,la superficie.a.b.c.d.se dirà esser inclinata sopra alla superficie.c. d.e.f.& la detta inclinatione non e altro(come detto di sopra)che la comprehensione del detto angolo acuto, & nota che questa diffinitione se ritroua solamente in la seconda tradottione.

Diffinitione. 5.

o/5 Vno piano e detto esser inclinato a uno piano si come un'altro, a un'altro,quādo li angoli delle predette inclinationi serāno fra loro equali.

Il Tradottore.

Questa diffinitione ne da a cognoscere le inclinationi simili, ouero equale delle superficie: ouer piani lequale se cognoscono per li angoli delle loro inclinationi, perche quando li detti angoli sono equali le inclinationi sono simili ouer equali, & quando li detti angoli sono inequali le dette inclinationi sono dissimili ouero inequale &c. Anchora notarai che questa diffinitione se ritruoua solamente in la seconda tradottione.

Diffinitione. 6.

4/6 Le superficie equidistante sono quelle,che protratte in qual parte si uoglia non concorreno, etiam se quelle siano produtte in infinito.

Quello che è stato detto el se intende. tamen tu dei sapere che tutte le piane superficie, ouero che elle sono fra loro equidistante, ouero che protratte da ogni parte concorrerāno in alcuno luoco & se segarāno sopra una retta linea,ma in le linee

retse

rette questo non è necessario, cioe ouero essere equidistante, protratte in l'una e l'altra parte concorrere certamente quelle che non son in una medesima superficie, nō sono equidistante fra loro ne tamen protratte quanto si voglia non concorrranno.

Diffinitione. 7.

5/7 Li corpi simili sono quelli che sono contenuti sotto a superficie simili de numero equale.

Il Tradottore.

Verbi gratia se'l fusse duoi corpi l'uno contenuto sotto di quattro triangoli equilateri & l'altro sotto di otto pur triangoli equilateri, abenche ambiduoi fusse contenuti sotto a superficie simile (perche tutti li triangoli equilateri sono simili) tamē li detti corpi non seriano simili, perche bisogna che'l numero delle superficie che contiene l'uno sia equale al numero delle superficie che contien l'altro (douendo esser simili) ma se ambiduoi fusseno contenuti sotto a quattro triangoli equilateri ben seriano simili & similmente ambiduoi sotto a otto e pero dice è de numero equale.

Diffinitione. 8.

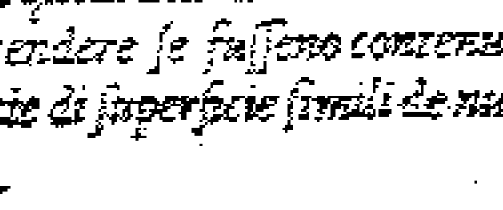
5/8 Li corpi sono simili & equali, di quali li terminale superficie sono simili & de numero & quantità equale.

Il Tradottore.

Duoi corpi simili pono esser equali & inequali perche quantunque ambiduoi fusseno contenuti sotto di quattro triangoli equilateri (o altre figure simile) li triangoli de l'uno pono esser di maggiore superficie de quelli di l'altro e però quel corpo seria maggiore dell'altro, ma quando li triangoli di l'uno fusseno equali in superficie a quelli dell'altro all'hora li detti corpi seriano simili & equali, & cosi si debbe intendere se fusseno contenuti sotto a maggiore numero de triangoli ouer de altre specie di superficie simili de numero & de quantità equale.

Diffinitione. 9.

9/11 Quel corpo, che contenuto da cinque superficie, delle quale tre sono paralellogramme & due triangole, e detto seratile.



Uno tetto posto sopra a una casa laquale habbia quattro pariete equidistante che la cimma de quel tetto sia una sola linea & sia equale & sia equidistante alli lati delle due superficie di sopra, ha la istessa similitudine del corpo seratile.

Il Tradottore.

Questo corpo che di sopra è detto seratile, in la seconda tradottione è detto prisma,

sma, uero è che questo nome prisma e più generale del seratile come per la diffinitio ne appare in la detta seconda tradottione laquale dice in questa forma.

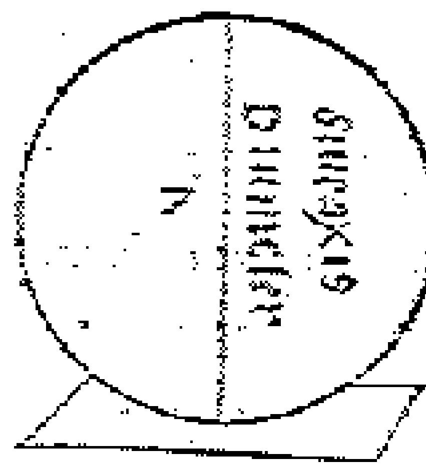
Prisma e una figura solida compresa da superficie piane delle, quale le due che sono da i capi opposti equale, sono simile & equidistante, le altre sono paralellogramme.

Perilche seguita che nõ solamente il seratile se chiama prisma, ma etiam ogni colona laterata, onde seguita che ogni seratile è prisma ma ogni prisma nõ è seratile, perche prisma è nome generale, e seratile è nome speciale.

Diffinitione. 10.

10/11 La sphera è il transito del arco della circõferentia del mezzo cerchio circondutto per fina a tanto che ritorni al luoco doue deue principio a circonuoluersi (stante il diametro fermo e fisso.)

Il Tradottore.



Cioe fatto un semicerchio sopra qual si voglia linea, & fermando quella & che quel tal mezzo cerchio se meni attorno alla detta linea per fin a tanto che quel se retorni al luocho doue si dette principio a mouerlo, quella figura, ouer corpo che uien compreso, ouero descritto, sotto a tal reuolutione se chiama sphera, & questa diffinitione ha insegnato alli artifici il modo di formare le palle di pietra, o d'altra materia, & che'l sia il uero el si fa che se uno artifice uol fare una palla di pietra che sia perfettamente al senso ronda lui forma prima un mezzo cerchio uacuo in qualche banda di ferro, ouer di legno, ouer d'altra materia grande, ouer piccolo secondo la qualità della palla, ouero palle che desiderà formare, poi ua scarpellando attorno attorno secondo l'ordine del detto uacuo di mezzo cerchio cioe giustando spesso quella forma secondo che ua scarpellando & cosi pian piano la redusse a perfettione.

Diffinitione. 11.

0/13 Assis della sphera e la linea che sta ferma, attorno laquale uien reuoltato, el mezzo cerchio.

Il Tradottore.

Questa diffinitione se ritroua solamente in la seconda tradottione laqual ne da ad intender qualmente quella linea attorno della quale uien circonuutto el mezzo cerchio (nella descrittione della sphera) se adimanda assis della detta sphera laqual assis uien a essere el diametro del detto mezzo cerchio circondutto.

Diffinitione. 12.

6/14 El centro della sphera e quello che è etiam centro del mezzo cerchio.

Il Tradottore.

Questa diffinitione se ritrova solamente in la seconda tradottione laqual per esser da se chiara altramente non la spongo.

Diffinitione. 13.

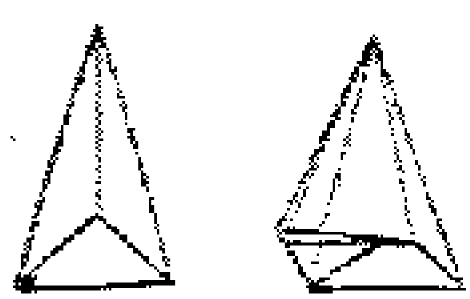
15 Dimetiente della sphera e una certa linea retta dutta per il centro & terminata dall'una e l'altra parte sotto alla superficie di essa sphera.

Il Tradottore.

Questa diffinitione similmente se ritroua solamente in la seconda tradottione per qual diffinitione par faccia differentia fra assis de sphera & dimetiente ouero diametro di sphera, hauendo di sopra nella undecima diffinitione diffinito lassis della sphera, & in questa diffiniendo la dimetiente ouer diametro perilche tengo che la intentione dil Auttore sia che dimentiente di sphera sia nome generale & assis de sphera sia speciale cioe che ogni assis di sphera e etiam diametro, ouer dimentiente di tal sphera ma non è conuerso cioe che ogni diametro, ouer dimentiente di sphera non è assis di tal sphera, ma solamēte lassis è quello sopra dil quale gira ouer si uolta la detta sphera, perilche ha uoluto diffinir lassis differentemente dal diametro ouer dimentiente.

Diffinitione. 14.

Piramide de laterata e una figura corporea laquale le superficie che
11/16 la contien da una restante delle quale sono in esso eretta a uno ponto opposito.

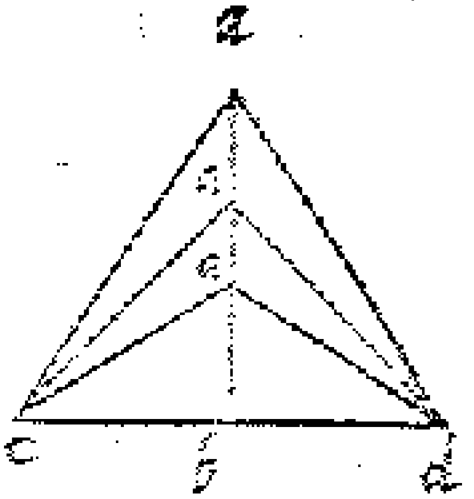


In ogni pyramide laterata tutte le superficie che circondano quella dalla basa della detta pyramide sono sulleuate a un ponto elqual è detto cono della pyramide. & tutte queste superficie laterale sono triangole: e la basa frequentamente non è triangola.

Diffinitione. 15.

Piramide rotonda è una figura solida, & è el transito del triangolo
23/16 rettangolo (stante fermo è fisso l'uno di suoi lati continenti l'angolo retto) e circondutto il detto triangolo per fin a tanto che quello ritorni al
17 loco doue comincio a esser mouesto, e sel lato fisso serà equal al lato circondutto la figura serà rettāgola: e sel serà più longo serà acutiāgola, e sel sera più corto serà ombliāgola, e lassi de detta figura è il lato fisso, e la basa sua un cerchio, & questa figura è detta piramide della colonna rotonda.

Sia



Sia el triangolo. a.b.c. elqual habbia uno angolo retto elqual sia. b. & sia fondo & fermado l'uno di duoi lati continenti l'angolo retto. b. & sia lo lato che è fermado. a.b elqual fisso sia circondutto el triangolo per fina a tanto che retorni al luoco donde comincio a mouersi, la figura corporea laqual vien descritta dal moto de questo triangolo vien detta pyramide rotonda, della quale sono tre differentie, perche una è rettangola una altra è acutiangola la terza obtusiangola, & la prima è quando il lato. a.b. serà equale al lato. b.c. hor sia come la linea. c.b.a. quando dal rotato triangolo peruien al sito della linea. b.d. talmente che'l ponto. c. cada sopra el ponto. d. & sia fatto una sol linea cioe come quella all'hora sia congionta al sito dal quale comincio a mouersi secondo la rettitudine, & serà la linea in questo luoco come la. b.c.d. & perche (per la trigesima seconda del primo & per la quinta del medesimo) l'angolo. c.a.b. e la mità del retto & pero l'angolo. c.a.d. serà retto perliche questa pyramide è detta rettangola: ma se el lato. a.b. sia piu longo del lato. b.c. serà acutiangola perche all'hora (per la trigesima seconda del primo & per la decima nona del medesimo) l'angolo. c.a.b. serà minor della mità del retto e pero tutto l'angolo. c.a.d. è minor del retto cioe acuto. per laqual cosa la pyramide e acutiangola. Ma sel lato. a.b. serà piu corto del lato. b.c. serà lo angolo. c. a.b. maggiore della mità d'uno retto (per la trigesima seconda del primo & (per la decima nona del medesimo) et tutto l'angolo. c.a.d. elqual è doppio al detto. c.a.b. è maggiore del retto, adonque è ottuso & la pyramide conueniente- mente al proposito se dice ottusiangola, & la linea. a.b. è detta asse de queste pyramide, & lo circolo che descriue la linea. c.b. sopra el centro. b. è detto basa de quella anchora questa è detta pyramide della colonna rotonda, cioe di quella che descriueria (dal moto suo) il parallelogrammo che perviene dal lato. a.b. & b.c. stante fermo & fisso il lato. a.b.

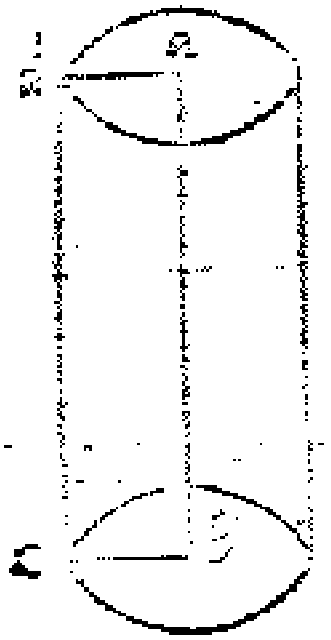
Il Tradottore.

Questa specie de pyramide rotonda, nella seconda tradottione è detta cono & non pyramide, & medesimamente da Appolonio Pergeo. & Archimede Syracusano sono pur dette coni & non pyramide le specie quai coni dal detto Appollonio Pergeo sono altramente diffinite & intese come nella opera sua appare, & similmente da Archimede.

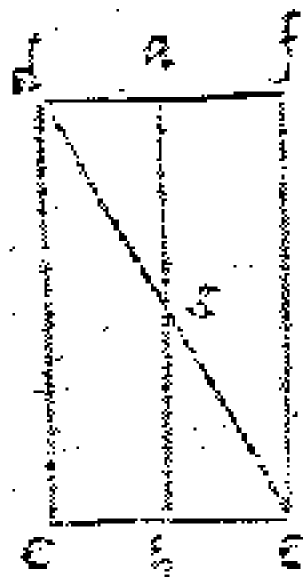
Diffinitione. 16.

14.
18. La figura corporea rotonda che le base della quale sono duoi cerchii piani in le estremità & crassitudine cioe le altezze equale sia el vestigio del parallelogrammo retangolo fermato el lato che contene lo angolo retto, & la detta superficie circondutta per fina tanto che la torni al luogo suo, & chiamasse questa figura colonna rotonda. Onde

de della colonna rotonda & della sphera & del cerchio sia uno medesimo centro.



Sia lo parallelogrammo rettangolo, a, b, c, d, & sia fermado lo lato, a, b, & quello fisso sia circondutto tutto lo parallelogrammo per fina a tanto che'l cada over ritorni al loco suo adonque la figura corporea descritta dal moto di questo parallelogrāmo se nomina colonna le base della quale sono li duoi cerchij l'uno di quali è quello che descrive la linea, c, b, nel moto suo el centro del quale è il ponto, b, & l'altro è quello che descrive la linea, d, a, nel moto suo el centro del quale è il ponto, a, & la linea a, b, (laqual rimane ferma nel moto del parallelogrammo) vien detta assis di questa colonna, e quando haueremo immaginato lo parallelogrāmo, a, b, c, d, quando quello serà peruenuto (nel suo giro) al sito. a. b. e. f. esser cōgiōto al sito (dal qual cominciò a mouersi) secōdo la continuatione d'una superficie piana cioe che tutto sia lo parallelogrammo, d, c, e, f, e che in quello hauessemo protratto lo diametro, d, e, serà anchora lo diametro, d, e, diametro della colonna, e perche el se dice esser un medesimo el cētro della colonna e della sphera e del circolo, questo debbe esser inteso concio sia che de essi la linea diametrale e una medesima, verbi gratia perche hauemo detto che la, d, e, è necessario hauere il medesimo con el centro della colonna. perche conciosia che la linea, d, e, seghi la linea, a, b, in ponto, g, et g, serà el centro della colōna. perche la divide l'assis della colonna in due parti equale e lo diametro della colonna pur in due parti equali laqual cosa è manifesta



(per la. 26. del primo) perche li angoli che sono al. g. son equali per la quintadecima del primo e li angoli che sono al, a, & al, b, sono retti (dal presupposito) anchora la linea, a, d, è equale alla linea, b, e, adonque, d, g, equale al, e, g, et, a, g, è equale al, g, b, conciosia che li angoli, c, & f, sono retti se sopra el ponto, g, serà descritto un cerchio secondo el spatio, d, g, sopra la linea, d, e, quel transirà (per lo conuerso della prima parte della trigesima del terzo) per li ponti, c, & f, adonque el ponto, g, è centro del cerchio el diametro del quale è el diametro della colonna e però è diametro etiā della sphera, per laqual cosa è manifesto che el cerchio et la sphera de ogni colōna rotonda esser circonscrittibili a ogni parallelogrammo rettangolo & cosi è manifesto quello che vol questo theorema.

Il Tradottore.

Questa figura colonnale (diffinita di sopra secondo che se contiene in la prima tradottione) in la seconda tradottione se chiama cylindro però bisogna notare che tanto vol dire uno cylindro quanto una colonna rotonda & similmente da Archimede è pur detta cylindro uocabol greco.

Diffinitione. 17.

0/19 L'assis del cilindro e quella linea che sta ferma circa laquale se uolta lo paralellogrammo, & le base sono li circuli descritti dalli oppositi lati circondutti.

Il Tradottore.

Questa diffinitione se ritroua solamente in la seconda tradottione.

Diffinitione. 18.

15 Lo angolo corporeo ouer solido è quello, che compreso sotto a piu
9 de duoi angoli piani constitnidi a uno medesimo ponto, liquali non siano siti in una medesima superficie.

Duoi angoli piani non pono constituire uno angolo solido, si come etiam due linee rette non ponno chiudere superficie, anchora li angoli piani continenti uno angolo solido conuien che quelli non siano siti in una medesima superficie, ma in diuerse si come due linee rette constituente uno angolo piano a quelle non conuien essere applicade secondo il sito della rettitudine.

Diffinitione. 19.

16 Le figure corporee rotonde o siano colonne ouero le piramide quel-
20 le: sono simile quando che li assis di quelle alli diametri delle sue base sono proportionale.

Perche se due proposte pyramide rotonde ouer de due colonne rotonde, serà la proportione dell'assis d'una di quelle al diametro della sua basa, si come l'assis dell'altra al diametro della sua basa, quelle due colonne ouer pyramide sono dette esser fra loro simile.

Diffinitione. 20.

0 El cubo è una figura solida contenuta sotto de sei lati quadrati.
21

Il Tradottore.

El dado con elquai se gioca è fabricato de figura cubica.

Diffinitione. 21.

0 Le otto base è una figura solida contenuta sotto di otto triangoli e-
22 quali & equilateri.

Diffinitione. 22.

0 El dodeci base è una figura solida, compresa sotto di dodeci quin-
23 quangoli, equali & equilateri & equiangoli.

Diffinitione. 23.

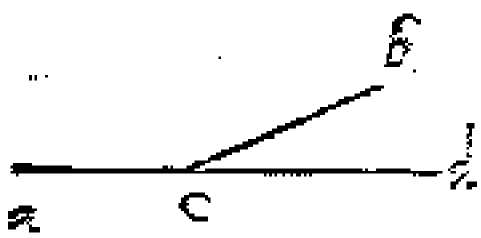
0 Lo uinti base è una figura solida compresa sotto di uinti triangoli,
24 equali & equilateri.

Il Tradottore.

Queste quattro ultime diffinitioni se ritrovano solamente nella seconda tradottione & bisogna notare che li predetti corpi nel terzodecimo & quartodecimo & quintodecimo libro molte volte si esprimeno (per breviare scrittura) secondo il sermõ greco, cioe al vinti base se gli dice ycosedrum, al dodeci base dodecedron, over dodecaedrum al otto base, octaedrum over octocedron al cubo, exedrum over exaedron alla pyramide di quattro base o triangolare equilatera, tetraedrum over tetraedron over tetracedron & però bisogna in cio advertire.

Theorema. 1. Propositione. 1.

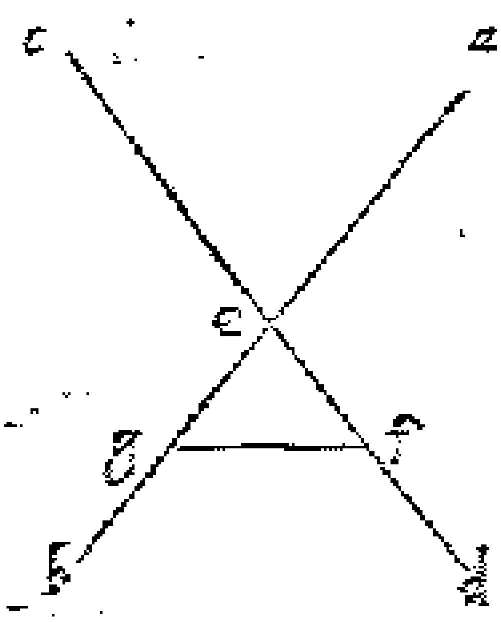
1 D'una linea retta le impossibile esserne parte in piano & parte in alto.
1



Sia la linea retta. a. b. dico che'l non è possibile che parte di quella sia in piano & parte elevata in suso, perche se gliè possibile sia la parte. a. c. di quella sia in piano, & parte di quella laqual e. c. b. posta in alto & sia protratta la. a. c. direttamente in el piano nel quale essa e sita per fina al. d. & serà, che a una & a quella medesima linea laquale la linea. a. c. sian aggionte due linee al tutto diverse (lequal sono le linee. c. b. & c. d.) da una medesima parte direttamente laqual cosa è impossibile (per la terzadecima del primo.)

Theorema. 2. Propositione. 2.

2 Ogni due linee dellequale l'una sega l'altra sono site in una superficie, & ogni triangolo tutto sta in una superficie.
2

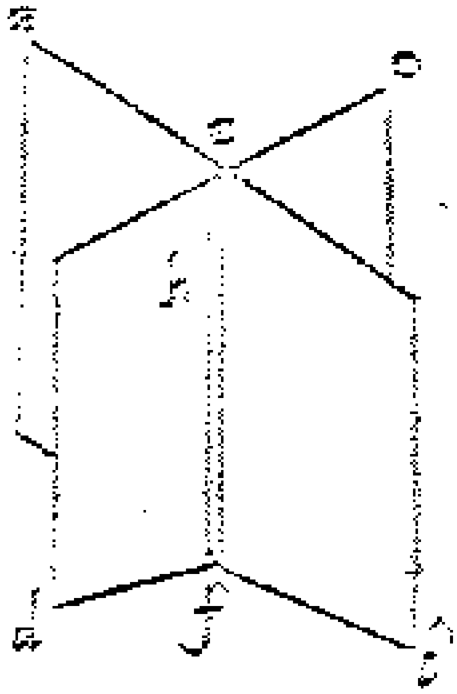


Siano le due linee rette. a. b. & c. d. segandose fra loro in ponto. e. dico quelle esser in una superficie, & ogni triangolo, dico esser tutto in una superficie, & per dimostrar questo sia signato il põto. f. in la linea. c. d. & lo ponto. g. in la linea. a. b. et sia ducta la linea. f. g. La causa adonque cioe perche el sia impossibile che del triangolo, e. f. g. esserne parte in piano & parte in alto, e questa perche ancora l'una over piu delle sue linee terminale: similmente parte ne seria in piano & parte similmente in alto: & conciosia che delle linee rette questo sia impossibile (per la precedente) ancora serà impossibile del triangolo, adonque tutto el triangolo. e. f. g. e in una superficie, e per tanto da questa seconda parte, e dalla premessa è manifesta la prima parte de questa seconda propositione.

Theo-

Theorema.3. Propoſitione.3.

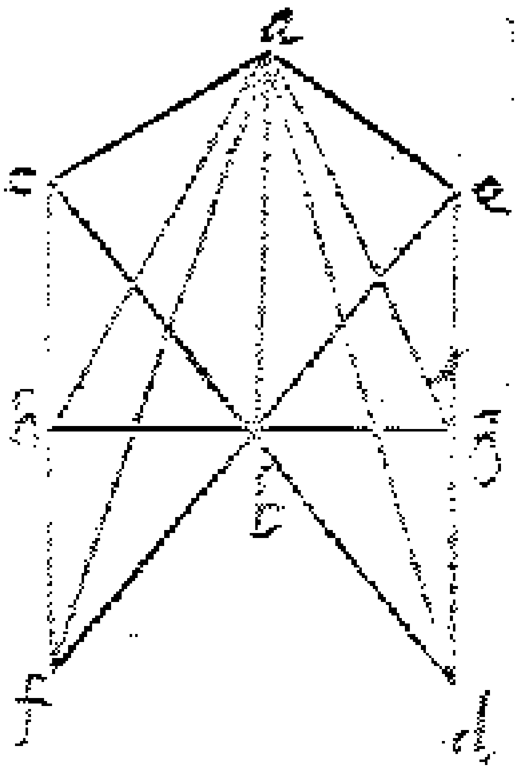
3 La commune ſectione d'ogni due ſuperficie piane fra lor ſeghante,
3 e una linea retta.



Siano adonque le due ſuperficie piane, a, b, & c, d, lequale ſe ſegano fra loro. Dico che la commune ſectione de quelle ſerà una linea retta, hor ſia li duoi ponti, e, & f, li termini della commune ſectione de quelle liquali ſian continuadi per linea retta laqual ſia, e, f, ſe adonque la linea, e, f, e in l'una e l'altra delle due ſuperficie, a, b, & c, d, è manifeſto el propoſito, ma ſe la non è in l'una ne in l'altra over che la ſia in l'una o l'altra di quelle, conciosia che ambiduoi li ponti. e. & f. ſiano in l'una & l'altra delle ſuperficie, a, b, & c, d, in quella ſuperficie in laquale eſſa non ſerà, ſia protratta una linea retta laqual ſia la, e, h, f, adonque ſeranno due linee rette, e, f, & e, h, f, lequale hanno duoi termini communi che è impoſſibile, perche eſſendo coſi due linee rette includeriano ſuperficie laqual coſa è cõtra alla ultima petitione del primo libro.

Theorema.4. Propoſitione.4.

4 Se dalla inciſione de due linee rette fra loro interſecante, ſerà eretta
4 una linea orthogonalmente quella ſerà perpendicolare alla medeſima ſuperficie.

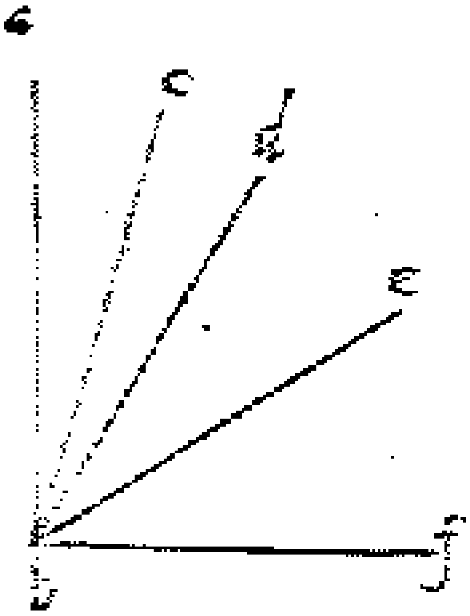


Sia la linea, a, b, orthogonalmente eretta ſopra la inciſione delle due linee, c, d, & e, f, ſerà lor ſegante in ponto, b, delle quale è manifeſto (per la avanti alla precedente) che eſſe ſono ſite in una ſuperficie, dico che la linea, a, b, e perpendicolare alla ſuperficie di quelle. Et per dimoſtrar queſto ſiano fatte le, c, b, & b, d, equale & la, f, b, & la, b, e, equale & ſiano protratte le linee, e, d, & c, f, lequale ſeranno equale (per la quarta del primo) & equidiſtante per la vigeſima ſettima del medeſimo, adonque da alcun ſignato ponto in la linea, e, d, (el qual ſia, g,) ſia dutta la linea, g, b, h, & (per la 26. del primo), e, g, ſerà equale al, f, h, adonque dal ponto, a, (over da qual ſi voglia ponto in la linea, a, b,) ſiano protratte. ypotumiſſalmente le linee, a, c, a, d, a, e, a, f, a, g, a, h, & (per la quarta del primo) la, a, c, ſerà equale alla, a. d. & la. a. e. equale alla, a, f, anchora (per la. 8. del medeſimo) l'angolo a e d ſe-

rà equale all'angolo. a.f.c. adonque (per la.4. del medemo) ferà la.a.g. equale alla. a.h. e pero (per la.8. del medemo) l'angolo.a.b.g. ferà equale all'angolo. a.b.h. per laqual cosa (per la diffinitione) l'un & l'altro e retto & la linea. a.b. perpendicolare alla linea.g.h. anchora con simil modo tu approuarai la medema esser perpendicolare a tutte le linee protratte dal ponto . b. in la superficie delle due linee. c. d. & . e. f. adonque (per la diffinitione) è manifesto la linea. a.b. essere perpendicolare alla superficie in la quale sono site le due linee,c,d,& ,e,f, fra loro seccante che è il proposito.

Theorema.5. Propositione.5.

5/5 Se alcuna linea retta stara eretta orthogonalmente sopra tre linee rette dal commun termine di quelle, quelle medeme tre linee feranno poste in una superficie.



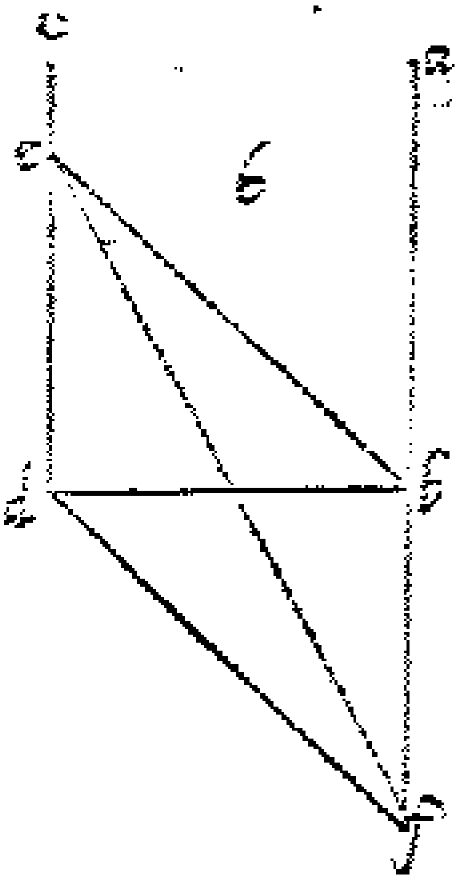
Sia la linea.a.b. eretta orthogonalmente sopra el cōmun termine delle tre linee. b. c. b. d. b.e. contingente fra lor angolarmente in ponto. b. delle quale niuna sia applicada all'altra direttamente che è el medemo e fra lor insieme se seghino in ponto.b. perche protratte se segaranno. Dico che le tre linee.b.c.b.d.b.e. sono poste in una superficie hor perche egli è manifesto che qualūque due di quelle che son poste in una superficie (per la secōda di questo) ouer (per la prima parte della.2. di questo) adonque se la linea. b.d. (per l'aduersario) nō ferà in la superficie delle due linee. b.c.b.e. ma quelle due in piano e questa in alto, ferà che queste superficie in lequale sono poste le due linee. a.b. & b.d. se feranno protratte (& per quello che è noto sopra la.6. diffinitione) segarà quella in laqual son poste le.b.c. & .b.e. & (per la.3. di questo) la communa sectione de quelle ferà una linea retta & quella sia.b.f. adonque perche (per la premessa) la linea.a.b. e perpendicolare alla superficie delle due linee. b.c. & b.e seguita (per la diffinitione) che quella sia perpendicolar alla linea. b.f. per laqual cosa l'angolo.a.b.f. e retto conciosia anchora che l'angolo.a.b.d. sia retto dal presupposito seguita l'impossibile cioe la parte esser equale al suo tutto.

Theorema.6. Propositione.6.

6/6 Se feranno due linee perpendicolare sopra una superficie è necessario quelle esser equidistante.

Siano le due linee. a.b. & c.d. perpendicolare a una superficie. Dico quelle esser equidistante, perche essendo protratta la linea. b.d. (per la diffinitione) li duoi angoli. a.b.d. & c.d.b. feranno retti. adonque se le due linee. a.b. & .c.d. sono in una superficie quelle sono equidistante (per la seconda parte della vigesima ottaua del primo)

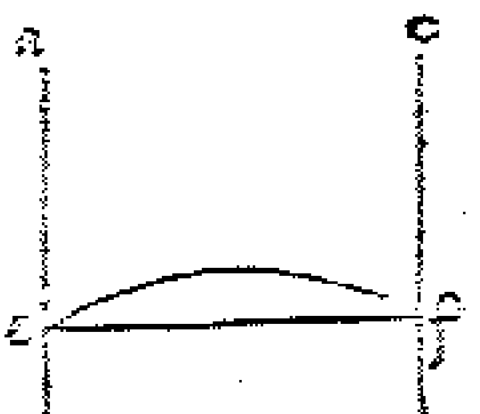
primo) & cosi se apprende quelle esser in una superficie dal ponto .b. sopra la linea .b.d. in el piano al qual stanno perpendicolarmente .a.b. & .c.d. protrahe orthogonalmente la linea .b.f. & dalla linea .d.c. tor ai .d.e. equale alla .b.f. & protrahe le linee .e.b. & .e.f. & .d.f. adonque li duoi lati .e.d. & .d.b. del triangolo .e.d.b. seranno equali alli duoi lati .f.b. & .d.b. del triangolo .f.d.b. & l'angolo .e.d.b. equale all'angolo .f.b.d. (conciosia che l'uno e l'altro sia retto) adonque per la quarta del primo la linea .b.e. è equale alla linea .d.f. anchora conciosia che li dui lati .e.b. & .b.f. del triangolo .e.b.f. siano equali alli dui lati .f.d. & .d.e. del triangolo .f.d.e. & la basa .e.f. cõmuna (per la ottaua del primo) l'angolo .e.b.f. serà equale all'angolo .f.d.e. conciosia che l'uno & l'altro sia retto, perche adonque l'angolo .f.d.e. è retto (per la diffinitione) etiam l'angolo .e.b.f. serà retto, adõque la linea .f.b. serà perpendicolarmente è eretta sopra el commune termine delle tre linee .b.a. b.d. b.e. contingente fra loro angularmente in ponto .b. per laqual cosa (per la precedente) quelle sono in una superficie, adõque conciosia che per la prima parte della seconda di questo la linea .e.d. sia in la medesima superficie con l'una & l'altra delle linee .e.b. & .b.d. seguita le due linee .a.b. & .c.d. esser in una superficie adonque è manifesto el proposito.



Theorema .7. Propositione .7.

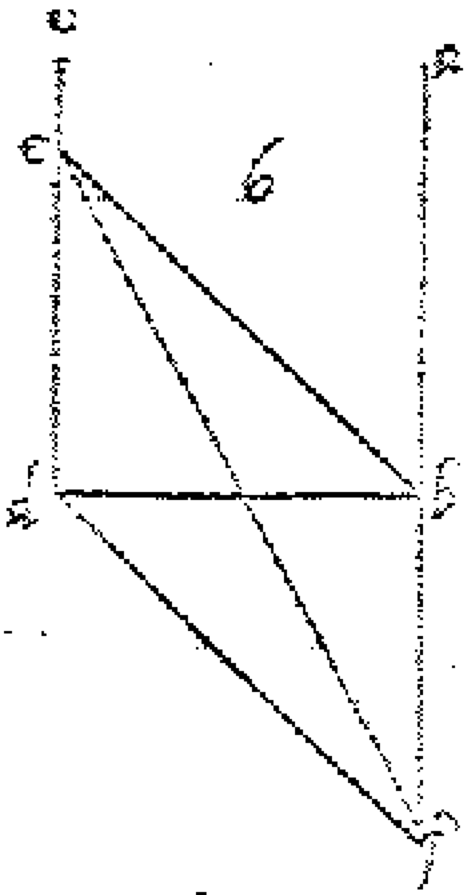
7 Se da duoi ponti signati in due linee equidistante sia dutta una linea retta dall'uno all'altro, el se approua quella necessariamente esser constituida anchora lei in la medesima superficie in laquale sono constitude quelle due linee.

Siano le due linee .a.b. & .c.d. equidistante delle quale è manifesto (per la diffinitione) che esse sono in una superficie, sia signato in quelle li duoi ponti .e. & .f. & sia produtta la linea retta .e.f. Dico adonque la linea .e.f. esser posta ouero sita in la superficie delle due linee .a.b. & .c.d. & essendo altramente (per l'aduersario) sia .e.f. in una altra superficie che depende di sopra laqual superficie se la serà protratta necessariamente segarà la superficie in laquale sono site le due linee .a.b. & .c.d. & (per la terza di questo) la commune settione di quelle serà una linea retta terminata alli medesmi ponti, laqual cosa è impossibil perche essendo cosi due linee rette concluderiano superficie.



Theorema.8. Propofitione.8.

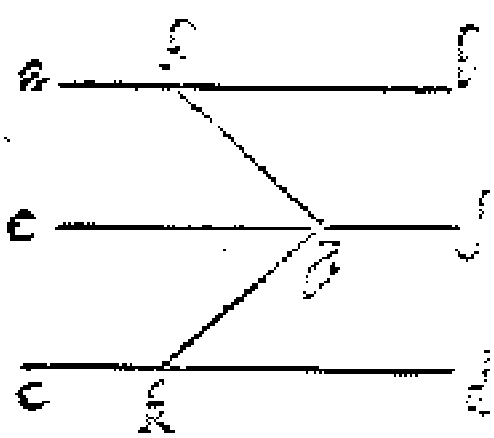
8/8 Se feranno due linee rette, equidiftante, & una di quelle fia perpendicolare ad alcuno piano & l'altra anchora connien effere perpendicolare al medefimo piano.



Questa è quafi el conuerfo della fefta, hor fiano le due linee.a.b.& c.d. equidiftanti & fia una di quelle poniamo la, c,d, perpendicolarmente fopra a qual fi uoglia fuperficie. Dico che l'altra di quelle laquale è.a.b. effer perpendicolare alla medefima fuperficie, perche effendo fatto in tutto la medefima difpofitione che in ella fefta, & ferà (come in quella) che uno e l'altro di duoi angoli.e.d.b.& f.b.e.fia retto, el primo per la pofitione & lo fecondo per la ottaua del primo per laqual cofa (per la quarta de quefto) la linea,f,b,e perpendicolarmente eretta fopra la fuperficie in laquale fono le due linee. b.d.& b.e.contiofia che per la precedente le due linee.a.b.& c.d.fiano in la medefima fuperficie cō le due linee, b,d,& b,e,feguita la linea,f,b,effer perpēdicolarmente eretta fopra la fuperficie in laquale è la linea.b.a.(per la diffinitione) adonque ferà l'angolo.f.b.a.retto: e perche etiam l'angolo, d,b,a,e retto (per la ultima parte della uigefima nona del primo) feguita (per la quarta de quefto) la linea.a.b.effer perpendicolare alla fuperficie in laquale fono fite le due linee.b.d.& b.f.per laqual cofa è manifefto el propofito.

Theorema.9. Propofitione.9.

9/9 Se due linee feranno equidiftante a una medefima linea e nō in una fuperficie, anchora quelle è neceffario effer fra lor equidiftante.

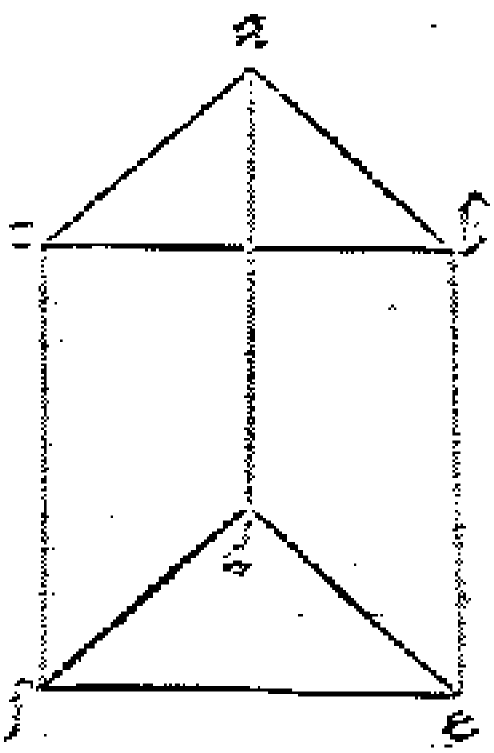


Sia l'una & l'altra delle due linee, a,b,& c,d,equidiftante alla linea, e,f, ne fiano tutte in una fuperficie. Dico che le medefime anchora fra lor infieme fono equidiftante (de quelle che fono tutte in una fuperficie eglè ftato approuato per la trigefima del primo) hor in quefto luoco ci refta ad approuar de quelle che non fono in una fuperficie come in quefte che la,e,f,e intefa de fufo e retta in alto, adonque fia fignato in quella el ponto.g. dal qual fian dutte le due perpendicolar alle due linee,a,b,& c,d, lequal fiano,g,h,& g,k,& (per la quarta di quefto) la linea,e,f,ferà perpendicolare alla fuperficie (cioe a quella in laquale fono fituate le due linee, g,h,& g,K,) adonque (per la precedente tolta due uolte) l'una e l'altra de quelle due linee,a,b,& c,d,e perpendicolare

dicolare alla medesima superficie cioe a quella in laquale sono situade le dette due linee, g, h, & g, K, (per la sesta propositione di questo) adonque quelle sono fra loro equidistante che è il proposito.

Theorema. 10. Propositione. 10.

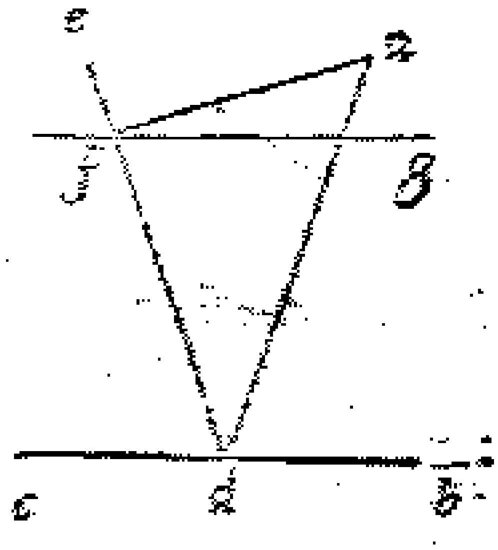
10 Se due linee che si tocchino fra loro angularmente seranno equidi-
10 stante ad altre due che pur si tocchino fra loro a loro opposite, e non siano in una superficie, li angoli che da quelle sono fatti se prouano fra loro esser equali.



Siano le due linee, a, b, & a, c, che se tocchino fra loro angularmente in ponto, a, equidistante a altre due lequale e siano, d, e, & d, f, fra loro anchora si tocchino in ponto, d, ne siano con quelle in una superficie. Dico l'angolo, a, essere equale all'angolo, d, hor sia fatta la linea, d, e, equale alla linea, a, b, alla quale è posta esser equidistante, e la, d, f, equale alla, a, c, allaqual etiam è posta equidistante da quella: et siano dutte le linee, d, a, & e, b, & f, c, et (per la trigesima terza del primo) piglierai due uolte l'una e l'altra delle due linee, b, e, & c, f, equale e equidistante alla linea, a, d, (adonque per la concettione, & per la precedente) le medesime sono fra loro equale, & equidistante adonque (per la trigesima terza del primo de nouo repetita) & le due linee, b, c, & e, f, sono etiam equale e equidistante, adonque (per la ottaua del primo è manifesto il proposito.)

Problema primo. Propositione. 11.

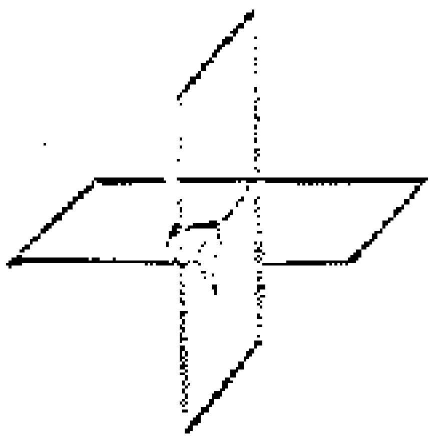
11 Da uno ponto signato in aere da quello protenso condure una per-
11 pendicolare a una data superficie.



Sia el ponto, a, di sopra in aere del quale uolemo condure una perpendicolare alla subgiacente superficie, adonque in quello piano sia dutta la linea, b, c, (come a caso cadera) alla quale dal detto ponto, a, sia dutta la perpendicular, a, d, secondo la dottrina della. 12. del primo, & una altra uolta dal ponto, d, in quello piano (alquale è da esser dutta la perpendicolare dal ponto, a,) sia estratta la linea, d, e, laqual sia perpendicolare alla linea, b, c, (come insegna la. 11. del primo.) Anchora a questa linea, d, e, sia dutta una altra linea perpendicolare dal ponto, a, laqual sia, a, f, questa dico esser quella la quale intendemo, & per demostrar questo sia sto sia tirata la linea, f, g, equidistante alla linea, b, c, & perche l'uno & l'altro di duoi angoli. b. d. a. & . b. d. f. è retto (per la quarta de questo) la linea. b. d. serà perpendicolare alla superficie in laquale è el triangolo. a. d. f. e però etiam (per la ottaua de questo) la linea. g. f. serà perpendicolare alla medesima superficie, adonque (per la diffinitione) l'angolo. g. f. a. serà retto, & conciosia anchora che l'angolo. d. f. a. sia retto seguita (per la quarta de questo) la linea. a. f. esser perpendicolare alla superficie in laquale sono le due linee, d, f, & . f. g, che è il proposito.

Problema.2. Propositione.12.

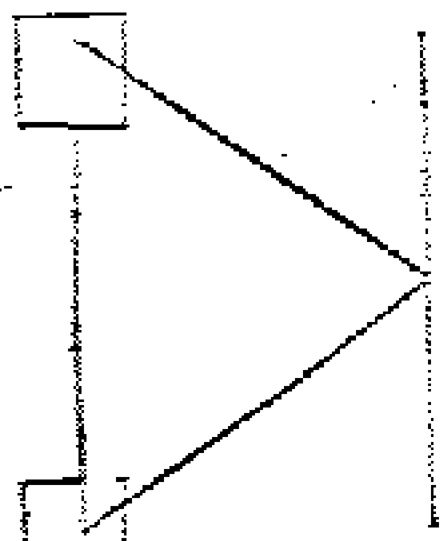
12/12 Proposta una superficie & da un ponto signato in quella puotemo da quello erigar una linea orthogonalmente alla detta superficie.



Quando da un ponto signato in una proposta superficie desideraraí di condur una perpendicolare, da un altro ponto posto a tuo piacere di sopra in aere tu conduraí una perpendicolare alla medesima superficie come insegna la precedente, laquale se la caschara in el ponto assignato lei serà quella che tu cerchi, ma se la non cade nel detto ponto. da quello medesimo assignato ponto tu duceraí una equidistante alla conduta perpendicolare, & quella (per la ottaua de questo) tu approueraí esser quella che tu cerchi.

Theorema.11. Propositione.13.

13/13 Egliè impossibile star due linee rette sopra uno ponto orthogonalmente a una superficie.



Perche se gliè (per l'aduersario) che due linee rette a una medesima superficie stiano perpendicolarmente sopra un ponto, la superficie in la quale esse perpendicolare sono situate sia intesa esser produtta per fina a tanto che seghi la superficie alla quale le dette linee stano perpendicolarmente (& per la terza de questo) la commune settione di quelle, serà una linea retta, et perche (per la diffinitione) l'una & l'altra di quelle due perpendicolare con la commune settione contien angolo retto seguita che l'angolo retto sia parte dell'angolo retto laqual cosa è impossibile, & si come che di sopra hauemo dimostrato esser impossibile da uno medesimo ponto che sia dentro d'una superficie cauar due linee perpendicolare sopra alla medesima superficie cosi anchora demostraremo esser impossibile, da uno medesimo ponto fora d'una superficie signato protraere due linee perpendicolare alla medesima superficie, perche se questo potesse esser (per l'aduersario) quelle seranno fra loro equidistante (per la sesta propositione de questo) laqual cosa è impossibile (per la diffinitione delle linee

equidi-

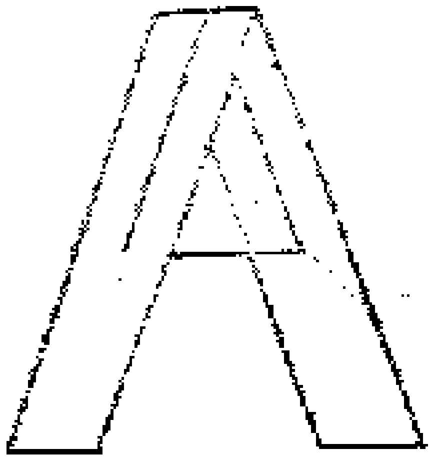
equidistante : adonque da questa è manifesto che se alcuna superficie piana segarà una altra superficie piana orthogonalmente, & da alcuno ponto della superficie segante sia dutta una perpendicolare alla superficie segata quella è necessario cadere in la commune settione de quelle, altramente dal medesimo ponto della superficie segante sia protratta una perpendicolare alla commune settione de quelle come insegna la duodecima del primo, & dal ponto in elqual taglia con la commune settione un'altra perpendicolare sia dutta alla medesima commune settione in la superficie seghata come insegna la undecima propositione del primo, & per la diffinitione della superficie eretta orthogonalmente sopra un'altra, l'angolo che contieneno queste due linee perpendicolare, e retto, per laqualcosa (per la quarta di questo) la prima de queste due perpendicolare e anchora perpendicolare alla superficie seghata, adonque da uno ponto sono protratte due linee perpendicolari a una medesima superficie laqualcosa è impossibile, adonque rimane el nostro proposito.

Il Tradottore.

Quello che di sopra se dimostra in questa propositione mal si puol dare figura intelligibile, ma bisogna considerare e figurare mentalmente tutto quello che sol cō parole te depinge ilche non è difficile.

Theorema.12. Propositione.14.

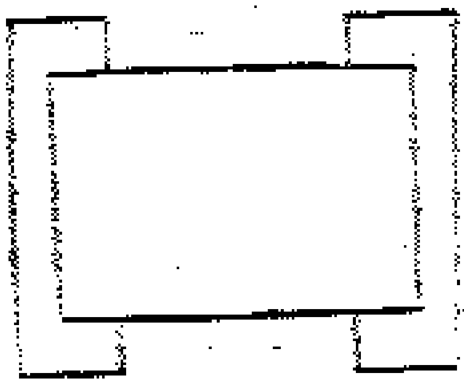
14 Se una linea starà orthogonalmente sopra due assignate superficie.
14 Anchora se quelle due superficie seranno protratte in qualunque parte in infinito mai concorrano.



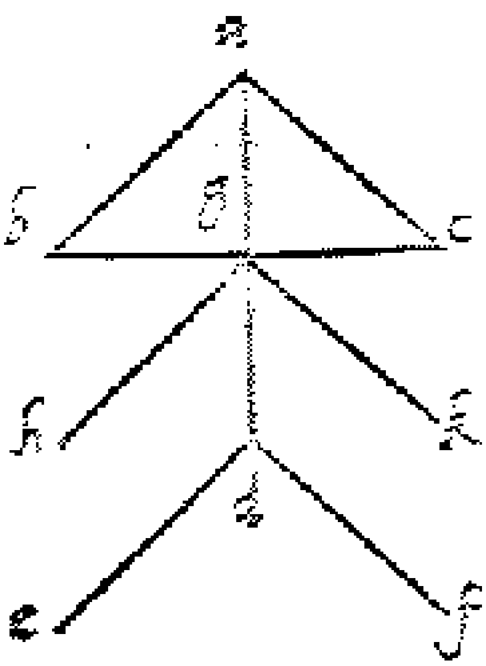
Sia posta una linea stare a due superficie orthogonalmente, hor se possibile è (per l'aduersario) quelle due superficie concorrere in la commune settione de quelle laquale (per la terza di questo) serà una linea retta, & sia signato uno ponto a qualunque modo si voglia nella detta linea, dal quale siano protratte due linee in quelle due superficie a quella linea laquale superstà perpendicolarmente sopra a quelle, & serà constituito uno triangolo da queste due linee & dalla perpendicolare, adonque l'uno & l'altro di duoi angoli del detto triangolo (che li stanno sopra la perpendicolare) e retto come per la diffinitione della linea stante perpendicolarmente sopra una superficie, & questo è impossibile (per la trigesima seconda del primo.

El conuerso anchora, cioe se sopra due superficie equidistanti cascarà una linea retta laqual sia perpendicolar a una di quelle anchora quella serà perpendicolare all'altra.

Sia inteso a due superficie posti equidistanti una linea retta penetrante ambedue quelle, laquale all'una di quelle superficie perpendicolarmente, dico che la medesima linea sopra sia perpendicolarmente all'altra superficie, & per dimostrare tal cosa sia intesa una superficie segante le predette due superficie equidistanti sopra la linea penetrante quelle, & la commune settione de questa superficie segante & dell'una delle segate cioe de quella alla quale la linea penetrante è posta stare perpendicularmente contenerà angolo retto con la detta penetrante per la diffinitione della linea perpendiculare ad una superficie, adonque se l'altra commune settione de detta superficie segante, & dell'altra delle due segate in la medesima linea penetrante non contenerà angolo retto (per la ultima petitione del primo) seguirà che quelle due commune settioni in una parte protratte necessariamente concorreranno per laqual cosa etiam le superficie che sono state poste equidistante necessariamente concorreranno e perche esto è impossibile seguirà che quel angolo e retto, & per lo medesimo seguirà de qual si voglia superficie segante le medesime superficie equidistante sopra la medesima linea, adonque per la quarta di questo, et per questa decimaquarta è manifesto essere il vero quello che havemo detto.

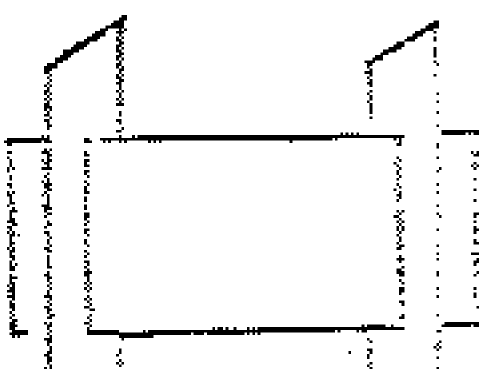


Theorema. 13. Propositione. 15.



15/15 Se feranno due linee che fra loro si tocchino angolarmente, equidistante a altre due che pur si tocchino angolarmente, & non in una superficie, le due superficie contenute dalle medesime linee essendo produtte quãto si voglia in niuna parte potran concorrere.

Siano le due linee. a. b. & . a. c. lequale se tocchano angolarmente in ponto. a. equidistante alle due linee. d. e. & . d. f. che si tocchano angolarmente in ponto. d. et non stanno in una superficie: Dico le superficie di quelle in qualunque parte protratte & quanto si voglia è necessario che mai concorrano, & per dimostrare questo sia protratta dal ponto. d. (come insegna la quinta de questo) una perpendicolare alla superficie delle due linee. a. b. & . a. c. & sia la. d. g. & dal ponto. g. sia dutto. g. h. equidistante alla. a. b. & la. g. K. equidistante alla. a. c. & (per la diffinitione) l'uno e l'altro di duoi angoli. d. g. h. & . d. g. k. serà retto & (per la nona) la linea. d. f. serà equidistante alla linea. g. k. & la la linea. d. e. serà equidistante alla linea. g. h. (per laqual cosa per la ultima parte della vigesimanona del primo) l'un e l'altro di duoi angoli. e. d.

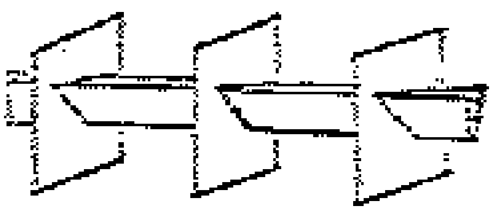


g. f.

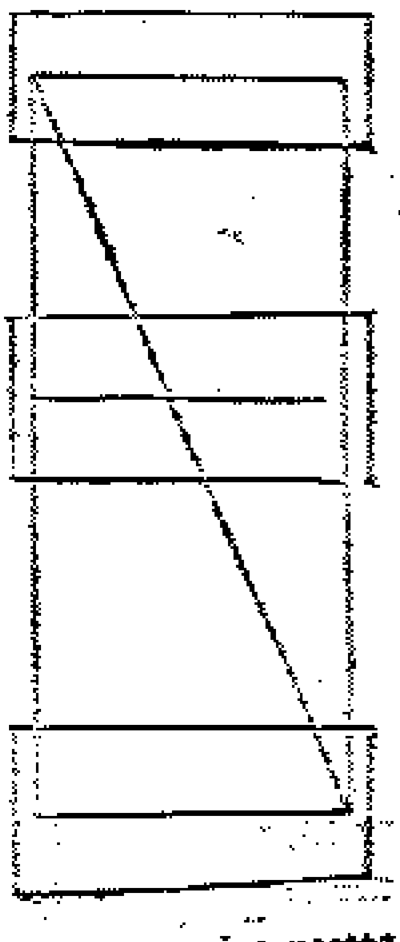
g.f.d.g. serà retto e però (per la quarta di questo) la linea.d.g. serà perpendicolare alla superficie delle due linee.d.e. & .d.f. & conciosia che quella sia anchora (per el presupposito) perpendicolare alla superficie delle due linee.a.b. & .a.c. adonque per la precedente è manifesta, che è el proposito.

Theorema.14. Propositione.16.

16 Se una superficie segarà due superficie equidistante le commune se-
16 ctioni seranno equidistante.



Le manifesto (per la terza) che una superficie segante qualunque due superficie equidistante, le commune settioni de quelle seranno due linee rette, lequale conciosia che ambedue quelle siano situate in la superficie segante, se quelle non seranno equidistante (per l'adversario) sia supposte concorrere a qual si voglia ponto, adonque serà che uno medesimo ponto sia in l'una e l'altra delle due commune settioni, conciosia che una di quelle commune settioni è in una delle due superficie segate & l'altra in l'altra, seguita adonque quelle superficie (che sono supposte esser equidistante) concorrere & questo è impossibile, adonque le commune settione de quelle erano equidistante che è il proposito. Da questa & dalla precedente se puol formare una conclusione simile alla trigesima del primo cioe questa, se seranno due superficie a una equidistante quelle medesime anchora seranno fra loro equidistante, siano poste tre superficie delle quale l'una e l'altra delle estreme sia equidistante alla media, dico che le necessario quelle estreme equidistare fra loro, hor siano seghate tutte tre quelle superficie da due superficie fra loro seghante, & per questa sestadecima le commune settioni delle due estreme superficie seranno equidistante alli settioni della media, per laqual cosa per la trigesima del primo quelle settioni delle due estreme superficie seranno equidistante fra loro, & perche quelle se toccano in la commune settione delle due superficie segante, le tre superficie poste per la precedente evidentemente è manifesto quello che havemo detto.



Theorema.15. Propositione.18.

17 Se due linee rette che si tocchino fra loro overo,
17 che siano equidistante seghino tre over piu superficie equidistanti, le portioni di quelle linee si pruonano fra loro esser proportionale.

Siano intese due linee rette penetrante a qualunque modo si voglia, tre superficie equidistante over etiam piu di tre. adonque dico le due portioni di quelle linee tolte fra qual due superficie si voglia esser proportionale a qualunque due altre

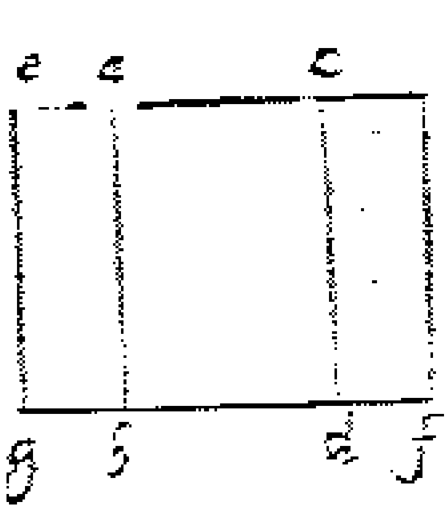
intercette

intercette da quelle superficie equidistãte. Et per dimostrare questo siano congionte le due estremità di quelle due linee, dutta fra quelle con una linea tirata diagonalmente, & questa diagonale serà con l'una e l'altra di quelle due penetranti le superficie proposte in una superficie segante quelle superficie proposte equidistante. adonque se con la mente tu potrai le commune settioni di queste superficie, lequale (per la precedente) seranno equidistante (per la prima parte della seconda del sesto) serà manifesto il proposito.

Theorema. 16. Propositione. 18.

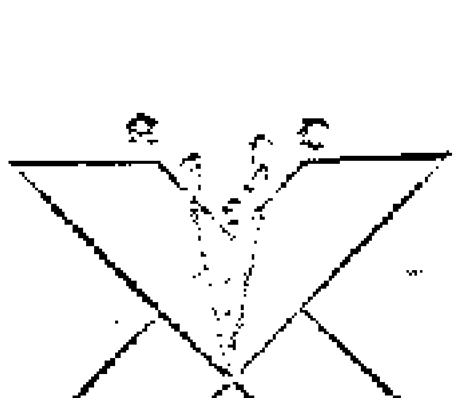
18/18 Se una linea starà orthogonalmente in una assignata superficie, ogni superficie dutta da quella linea; per qual uerso ne pare, serà orthogonalmente eretta sopra alla medesima superficie assignata.

Sia la linea. a.b. eretta perpendicolarmente sopra alla figura superficie, & dalla linea. a.b. sia produtta una superficie per qual uerso si uoglia, hor sia la. e. f. laqual dico perpendicolarmente eretta sopra la assignata superficie: perche concio sia che ella seghi la superficie assignata la commune settione de quelle serà una linea retta (per la terza di questo) & sia la. f. g. adonque signato qual si uoglia ponto in questa commune settione (qual sia. d.) & da quello sia estratto in la superficie che è produtta dalla linea. a.b. una perpendicolare alla linea. f.g. laqual sia. d.c. & (per la seconda parte della uigesima ottaua del primo) la linea. c.d. serà equidistãte alla linea. a.b. e però (per la ottaua di questo) la linea. c.d. etiam perpendicolare alla superficie proposta, adonque perche per questo modo qual si uoglia linea protratta orthogonalmente da qual si uoglia ponto della linea. b.d. ad essa linea. b.d. in esse superficie. e.f. che è produtta per la linea. a.b. è perpendicolare alla proposta superficie (per la diffinitione della superficie eretta orthogonalmente sopra a una superficie) è manifesto esser el uero quello che è proposto.



Theorema. 17. Propositione. 19.

19/19 Se due superficie che fra loro se seghino serãno erette orthogonalmente sopra a una superficie: la commune settione di quelle serà perpẽdicolare alla medesima superficie.



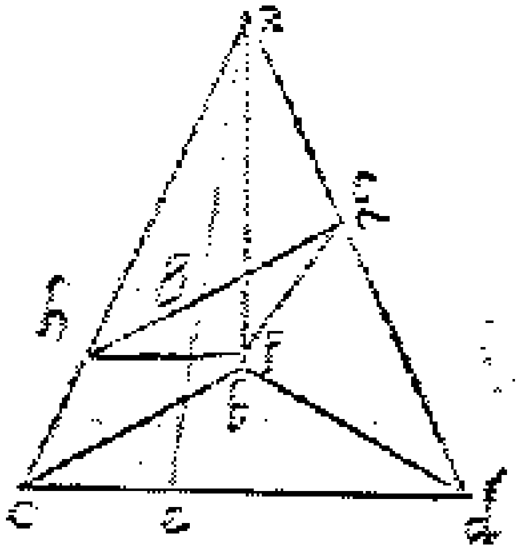
Siano le due superficie. a. b. & . c. d. che insieme si seghino erette orthogonalmente sopra una assignata superficie, & sia la commune settione di quelle la linea retta. e.f. hor questa. e.f. Dico perpendicolare alla assignata superficie essendo altramente (per l'aduersario) dal ponto. f. elquale è commun termine delle settioni delle

due

due superficie insieme seguente, & della terza superficie sesta, sia produtta una linea retta in la superficie, a, b, (laqual sia, f, g,) perpendicolare alla assignata superficie similmente dal medesimo ponto sia dutta una altra perpendiculare alla medesima superficie che sia situata la superficie, c, d, & quella sia, f, h, & le due linee, f, g, &, f, h, seranno istente orthogonalmente alla superficie assignata sopra un ponto & questo è impossibile per la. 13. di questo et non bisogna dubitar che l non possi esser protratte tal linee dal ponto. f in l'una e l'altra delle superficie, a, b, & c, d, quando che, e, f, non fusse perpendicolare alla assignata superficie. sia intesa la linea, f, b, commune settione della superficie, a, b, & della superficie assignata, & la linea, f, d, della superficie, c, d, & della superficie assignata, adonque se la linea, e, f, serà perpendicolare all'una e l'altra delle due linee, f, b, & f, d, quella anchora serà perpendicolare alla superficie assignata (per la quarta di questo) ma se la non serà perpendicolare all'una ne l'altra (per l'aduersario) sia la, f, g, perpendicolare alla, f. b. & la, f, h, perpẽdicolare alla, f, d, dapoi dal ponto, f, protrarai in la superficie assignata, una linea perpendicolare alla linea, f, b, laquale (per la diffinitione della superficie eretta orthogonalmente sopra una altra) contenerà angolo retto con la linea, f, g, adonque (per la quarta di questo) la linea, f, g, serà perpendicolare alla superficie assignata. Anchora per lo medesimo modo protratta un'altra linea dal põto. f. in la superficie assignata laquale sia perpendicolare alla linea. f. d. seguirà (per la diffinitione predutta & per la quarta di questo) la linea. f. h. esser perpendicolar alla superficie assignata, laqual cosa è impossibile (per la terzadecima de q̃sto,) ma se l'aduersario confessa la linea, e, f, essere perpendicolar alla linea, f, b, ma non alla linea, f, d, seguirà per simel modo le due, e, f, & f, b, esser perpendicolare alla superficie assignata che niente di manco è impossibile.

Theorema. 18. Propositione. 20.

20 Se tre angoli superficiali contengeno un'angolo solido, ciascuni
20 duoi di quelli tolti insieme sono maggiori dil'altro.



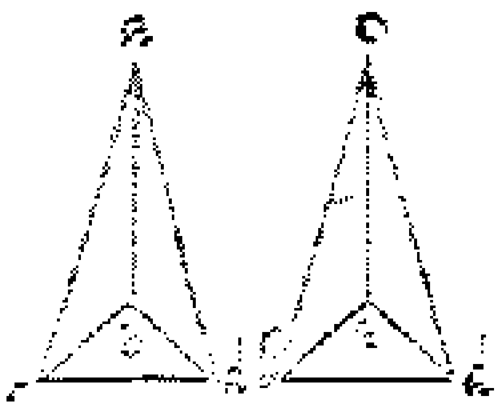
Siano le tre linee. a. b. a. c. a. d. pyramidalmente erette sopra alla superficie, b, c, d, contenente tre angoli superficiali delle quale vien compito l'angolo solido in ponto. a. Dico quali duoi angoli si voglia de quelli angoli superficiali, constituenti lo angolo solido in ponto. a. tolti insieme essere maggiori dil terzo, perche se questi tre angoli superficiali seranno fra loro equali, ouer se duoi seranno solamente equali & lo terzo sia minore l'uno & l'altro di duoi equali è manifesto per commune scientia essere il vero quello che è stato detto, ma se uno de quelli serà maggiore di qual si voglia delli altri duoi restanti, o siano posti equali, ouero non equali al presente è manifesto quel maggiore con qual si voglia delli altri duoi restanti tolti insieme essere maggiore del terzo, ma de quelli duoi minori tolti in-

sieme cosi se apprende esser maggiori di quello terzo che sia supposto esser maggiore di qual si voglia delli altri duoi. sia che delli tre propositi angoli superficiali l'angolo, c, a, d, sia maggiore di qual si voglia delli altri duoi rimanenti, adonque tagliaro de quello, e, a, d, equale all'angolo, b, a, d, protrazata la linea, a, e, & tagliando da questa linea, e, la linea, a, g, & dalla linea, a, b, la linea, a, f, laquale ponerò ouer farò equale & protrarò dal ponto, g, una linea in la superficie delle due linee, a, c, & , a, d, cascante come si voglia per fina a tanto che quella segli, a, c, in ponto, h, & , a, d, in ponto, k, & quella sia la, h, g, k, & produrò le linee, f, h, & , f, k, conciosia adonque che, a, f, sia equal al, a, g, posta, a, k, commune (per la quarta del primo) la, f, k, serà equale alla, k, g, e perche (per la vigesima del primo) le due linee, h, f, & , f, k, sono maggiori della linea, h, k, (per la quarta concettione) la, h, f, serà maggiore della, h, g, e pero (per la vigesima quinta del primo conciosia che la linea, a, f, sia equal alla linea, a, g,) serà l'angolo, f, a, h, maggiore dell'angolo, h, a, g, adonque (per la cõcettione) è manifesto li duoi angoli, h, a, f, f, a, k, tolti insieme esser maggiori del angolo, h, a, k, laqual cosa era da demostrare.

Theorema. 19. Propositione. 21.

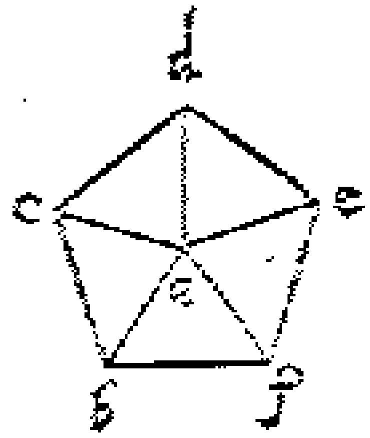
21 Ogni angolo solido el se approua esser minore de quattro angoli retti.
21

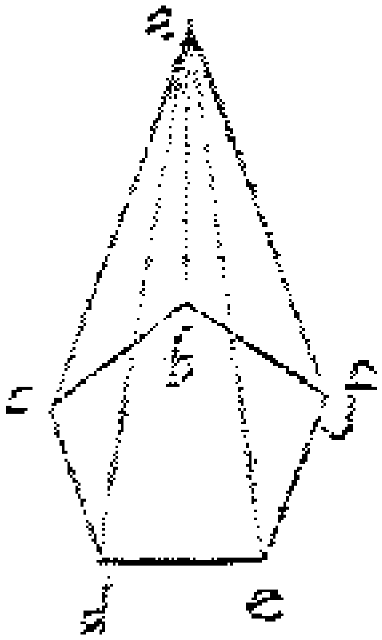
La quantità dell'angolo solido se determina dalla quantita delli angoli superficiali che contengono quel angolo solido. Adonque questa vigesima prima proportionalmente propone anchora che qual si voglia angoli superficiali, che contenghino qualunque angolo solido tolti insieme esser minori di quattro angoli retti, hor siano li triangoli della pyramide, a, b, c, d, della quale conciosia che l'angolo suppremo possi esser qual si voglia di suoi angoli tamen in questo luoco sia, a. Del qual dico che li tre angoli superficiali che contieneno il detto angolo, a, sono minori de quattro retti perche egli è manifesto (per la trigesima seconda propositione del primo) li noue angoli de tre triangoli circonstanti a questa pyramide (& questi sono, a, b, c, a, c, d, a, d, b,) esser equali a sei angoli retti, & di tre angoli della basa di quella che è il triangolo, b, c, d, e manifesto anchora (per la medesima) che quelli sono equali a duoi angoli retti, conciosia adonque che li sei angoli di tre predetti triangoli circondanti questa nostra pyramide (della quale dispremo del suppremo angolo) dico quelli sei angoli che contengono con li altri tre angoli della basa li altri tre angoli solidi della pyramide (per la precedente) tolti tre volte siano maggiori di tre angoli del triangolo della basa, seguita adonque quelli sei angoli essere maggiori de duoi angoli retti adonque leuado uia dalli noue angoli di tre triangoli circondanti la pyramide questi sei angoli li tre restanti seranno minori, de quattro retti, & quali sono quelli che constituiscono lo angolo, a, solido, ma se l'angolo, a, suppremo in la tolta pyramide serà contenuto de piu che tre angoli superficiali, laqual cosa



serà

serà secondo la moltitudine delli angoli della sua basa, conciosia adonque che li angoli de tutti li triangoli circondanti detta pyramide tolti insieme equalmente (per la trigesima seconda propositione del primo) siano equali a tanti angoli retti quāto è el numero di angoli della sua basa dupplicado: imperoche tanti è necessario esser li triangoli circondanti la pyramide quanto seranno l'angoli della sua basa, et conciosia che tutti li angoli della sua basa, siano a tanti angoli retti equali, quanto è el numero dupplicado delli suoi angoli è da quelli trattone quattro (come in la trigesima seconda propositione del primo è stato dimostrado) conciosia, adonque che tutti li angoli di triangoli (circondanti la pyramide) che stanno sopra li lati della basa di detta pyramide tolti equalmente insieme siano maggiori de tutti li angoli della basa tolti equalmente insieme come evidentemente è manifesto (per la precedente) repetita tante volte quanti angoli haverà la basa, hor seguita necessariamente (per commune sententia) li angoli superficiali continenti l'angolo, a, solido tolti equalmēte insieme esser minor de quattro angoli retti. Dico minori in questo che tutti li angoli de triangoli circondanti la pyramide liquali stanno ordinatamēte sopra di lati della basa della pyramide excedeno tutti li angoli della basa tolti equalmente insieme.



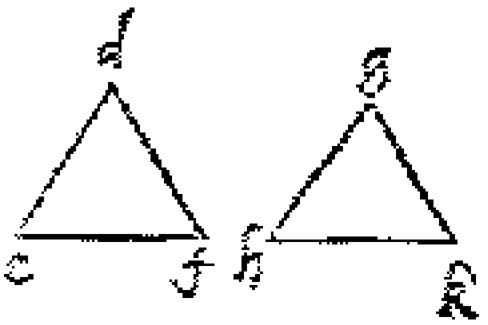


Il Tradottore.

Questa presente propositione nella seconda tradottione dice in questa forma videlicet.

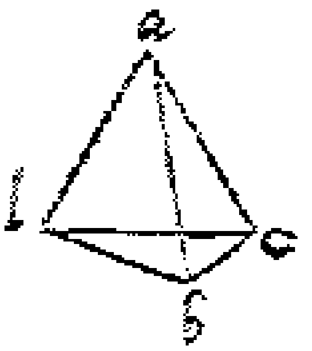
Theorema. 19. Propositione. 21.

Ogni angolo solido è compreso sotto men de quattro angoli retti piani.

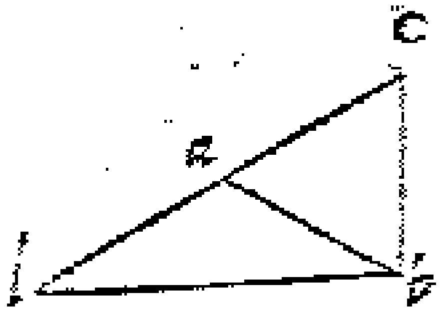


Laqual propositione parla piu corretamente di l'altra perche in vero l'angolo solido non è comparabile a angoli piani però non possiamo dir (senza reprensione) che uno angolo solido sia minore ne maggiore ne equal a quattro angoli retti ideo. &c.

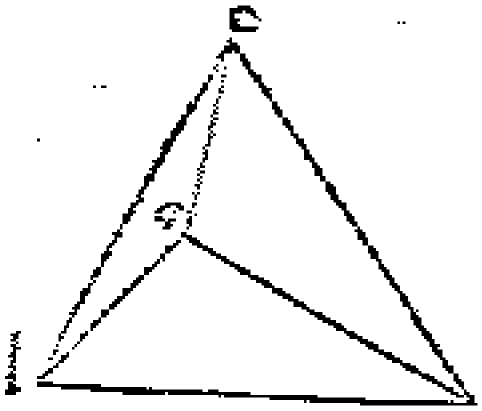
Theorema. 20. Propositione. 22.



22 Se seranno tre angoli superficiali di quali cia
22 scuni duoi tolti insieme sian maggiori del terzo. Et tutti fra loro siano contenuti de linee equale. delle tre base, che sotto tendono a quelli angoli (delli termini di dette linee equale) egliè possibile a esser constituido uno triangolo.



Siano li tre angoli superficiali. a.c.e.d.f.h.g.K. come se propone cioe tali che ciascuni duoi di quelli siano maggiori del terzo, & siano li sei lati continenti quelli equali. liquali siano. a.b.a.c.d.e.d.f.g.h.g.K. e sian protratte di sotto a quelli le tre base lequale siano, b,c,e.f,h.k. Dico adonque che da queste tre base puol esser constituido un triangolo, hor sia fatto l'angolo, b,a,l, equale all'angolo, d, & la linea, a.l, alla linea, d,e, & sian protratte le, l,b, l,c, & (per la quarta del primo la linea, l,b, serà equale alla linea, e,f, & dal presupposito) è manifesto lo total angolo, a, esser maggiore dell'angolo, g, perche, ciascuni duoi (delli tre) angoli, b,a,c,d, & g, seranno maggiori del terzo adonque (per la 24. del primo) la linea. l. c. è maggiore della linea. h.k. e conciosia che (per la 20. del primo) le due linee. l.b. & .b.c. sian maggiori della linea. l.c. seguita le due linee. l.b. & .b.c. esser molto piu forte maggiore della linea. h.K. adonque perche. l.b. è equale alla. e.f. le due linee. b.c. & .e.f. seranno maggiori della linea. h.k. adonque per questo modo è manifesto ciascune due linee nelle tre linee. b.c.e.f.h.k. esser piu longhe della terza, adonque (per la uigesima seconda del primo) è manifesto esser il uero, quello che è stato detto, solamente aggiontarò questo che se li duoi angoli. b.a.c. & d. tolti insieme siano equali a duoi retti, le due linee. l.a. & .a.c. (per la decima quarta del primo) seranno una sol linea laquale conciosia che la sia equale (dal presupposito) alle due linee. g.h. & g.k. lequale (per la uigesima del primo) sono piu longhe della linea. h.K. & conciosia che (per la medesima) le due linee. l.b. & .b.c. siano piu longhe della linea. l.c. seguita come prima. b.c. & .e.f. tolte insieme esser piu longhe della. h.k. ma se li duoi predetti angoli sono maggiori de duoi retti (per la uigesima prima del primo) le due linee. a.l. & .a.c. e pero & le due. g.h. & .g.k. seranno piu corte delle due lequal sono. l.b. & .b.c. per laqual cosa come prima. b.c. & .e.f. tolti insieme sono piu longhe della linea. h.k.

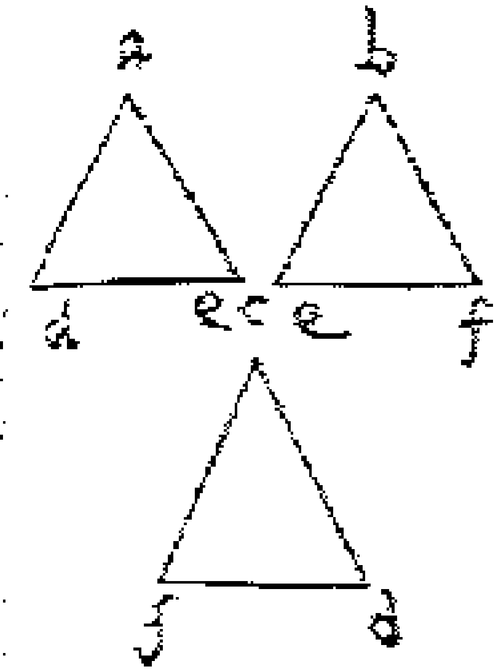


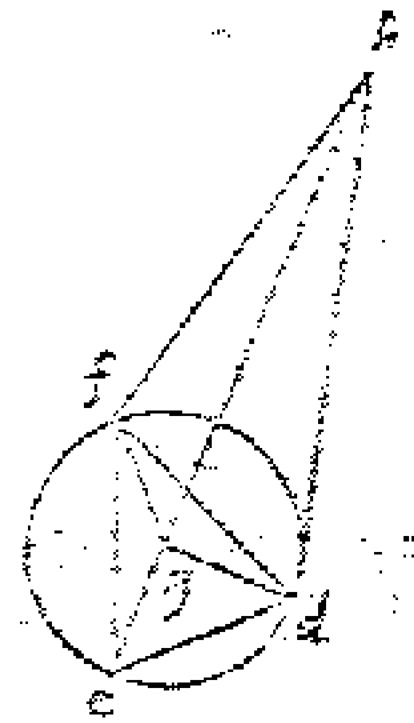
Problema. 3. Propositione. 23.

23 Proposti tre angoli superficiali, di quali qualunque duoi tolti insieme sian maggiori del terzo, & tutti tre insieme siano minori di quattro angoli retti, con altri tre che siano a quelli equali puotemo constituire uno angolo solido.

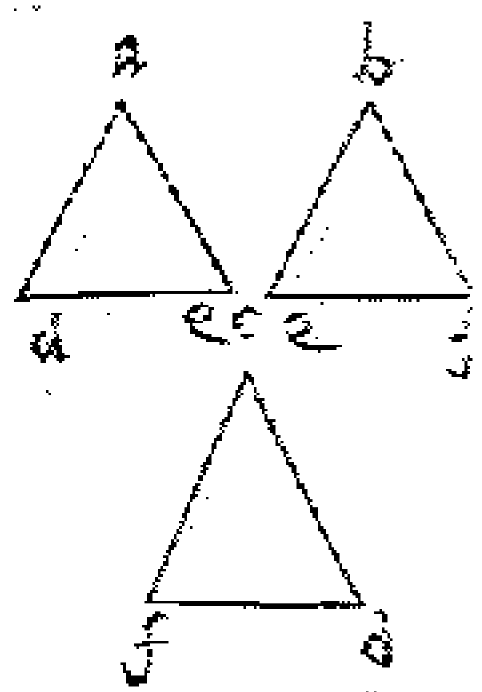
Siano proposti tre angoli superficiali liquali siano. a.b.c. cō tre altri a quelli equali uolemo constituire uno angolo solido el bisogna adonque (per la uigesima propositione di questo) che qualunque duoi de quelli tolti insieme siano maggiori del terzo et (per la uigesima prima propositione de questo) che tutti tre tolti insieme siano minori di quattro angoli retti adonque siano tutte queste cose in questi, & li lati continenti quelli sian fatti tutti fra loro equali, & a quelli sian sotto tendute tre base & queste siano, d,e, e,f, & f,d, & (per la precedente) de tre linee equale a queste base serà possibile essere constituido uno triangolo.

Sia adonque da queste (secondo la dottrina della uigesima seconda del primo) constituito lo triangolo .d.e.f. al quale (secondo che insegna la quinta del quarto) sia circonscritto lo circolo .d.e.f. sopra il centro .g. & siano protratte le .g.d. g.e. g.f. lequale conciosia che quelle siano fra loro equale (per la diffinitione del cerchio & li lati circondanti li tre proposti angoli) sono etiam equali (dal presupposito) eglie necessario che cadauna di quelle sia minore di cadauno di quelli lati, & e impossibile esser equale ouer maggiore, perche se la linea che uien dal centro .g. alla circonferentia del cerchio .d.e.f. fusse equal ad alcũ di lati .a.d. a.e. b.e. b.f. c.f. c.d. seguitaria (per la ottaua del primo) li tre angoli proposti .a.b.c. esser equali alli tre angoli .d.g.e. e.g.f. f.g.d. & conciosia che questi tre angoli siano equali a quattro angoli retti (come facilmẽte e manifesto dalla terzadecima del primo) protratta per un pocchetto una delle linee che esseno dal centro alla circonferentia in continuo & directo, seriano etiam li tre angoli .a.b.c. anchora equali a quattro angoli retti che e contra al presupposito, ma se la fusse maggiore ponendo li tre triangoli (delli quali li angoli son .a.b.c.) sopra alli tre triangoli che diuidono el triangolo .d.e.f. cioe ciascun de quelli sopra quello con el quale communica in basa talmente che le base equale siano poste sopra alle base equal & li angoli .a.b.c. cadano alla parte del ponto .g. seguitaria (per la uigesima prima del primo) li tre angoli .a.b.c. esser maggiori delli tre liquali sono .d.g.e. e.g.f. f.g.d. adonque seriano maggiori de quattro retti che è molto piu contrario alle cose supposte. adonque resta ciascuno di sei lati circondanti li tre proposti angoli esser maggiore della linea che uien dal centro .g. alla circonferentia .d.e.f. e però e piu potente. sia adonque piu potente in el quadrato della linea .g.h. laquale (secondo la duodecima di questo) sia orthogonalmente erretta sopra la superficie del triangolo: ouer del cerchio .d.e.f. & siano protratte le tre ypotumisse .h.d. h.e. h.f. lequale dico contenere tre angoli superficiali (equali alli tre proposti) constituenti lo angolo solido in ponto .h. perche conciosia, che'l quadrato della linea .a.d. sia equale alli duoi quadrati delle due linee .d.g. & .g.h. dal presupposito & lo quadrato della linea .d.h. sia equale alla medesima (per la penultima del primo) è necessario la linea .a.d. esser equale alla linea .d.h. e per lo medesimo modo etiam la linea .a.e. alla linea .e.h. adonque (per la ottaua del primo) conciosia che le base siano etiam equale, l'angolo .a. serà equale all'angolo .d.h.e. similmente anchora l'angolo .b. serà equale all'angolo .e.h.f. & l'angolo .c. equale all'angolo .f.h.d. per laqual cose è manifesto esser fatto quello che hauemo disposto di fare.

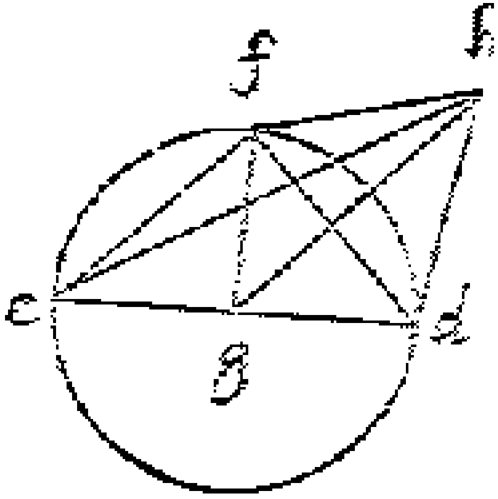




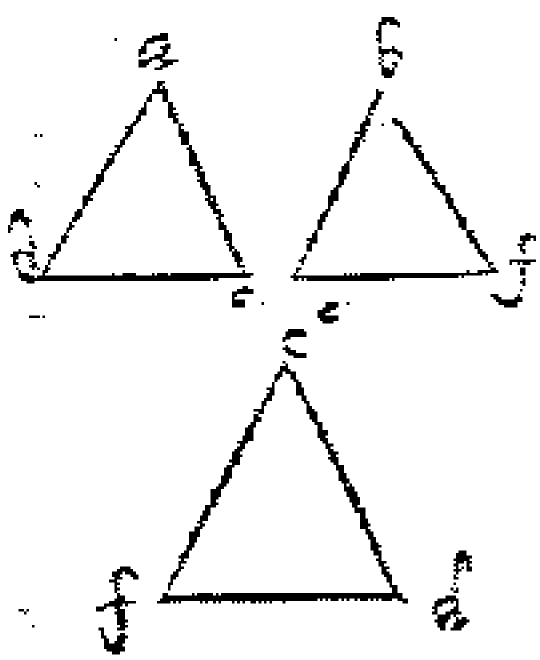
o
23



Ma se per caso el centro del cerchio serà in un di lati del triangolo poniamo che sia in lo lato, e,d, & che sia,g,& sia tirata la linea,f,g, dico un'altra uolta che lo lato,a,d,è maggior di, f, g, & sel non è maggiore ouer che il detto, a, d, è equale al detto, f, g, ouer che egliè minore hor poniamo (se egliè possibile) che prima sia equale adonque le due linee ouer lati, a,d,a, e, (che sono quanto che,b,e,&,b,f,ouero c,f,&,c, d,) sono equali alle due linee, e, g,&, g, f, che è come tutta la,e,g,d,ma la detta,e,g,d,e supposta equale alla basa, d,e, (del triangolo,a,d,e,) adonque li dui lati, a,d,&,a,e, del triangolo.a. d,e,sono equal alla basa, d, e, laqual cosa è impossibile,adonque lo lato,a,d,non è equale alla,g,f,similmente anchora se porrà dimostrare chel nõ è minore,adonque la detta,a,d, è maggior della,g,f,hora similmente se la,a,d, è maggiore della,g,f,lei serà anchor piu potente, hor sia anchora piu potente nel quadrato della linea, g,h,laquale sia posta perpendicolar alla superficie del cerchio in ponto,g,& protrare medesimamente le tre Ypotumisse,h,f,h,e,h,d,& serà constituido il problema.

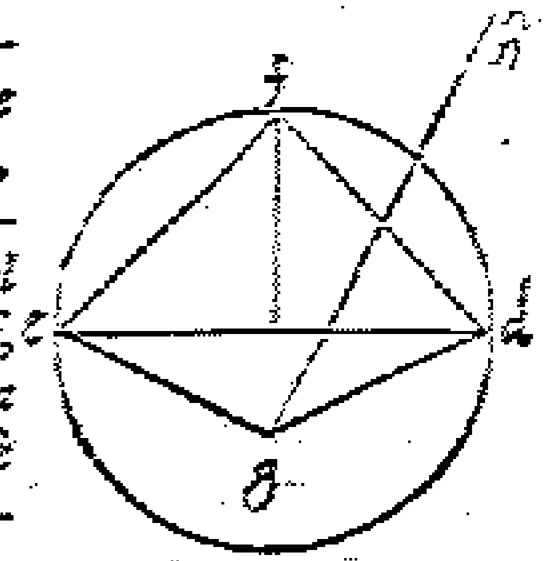


Il Tradottore.

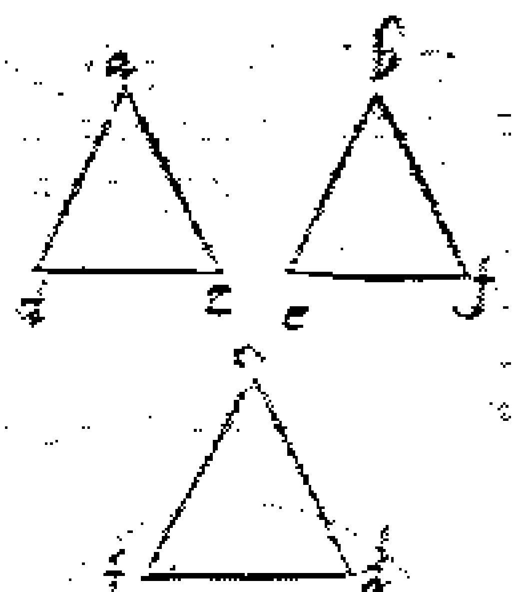


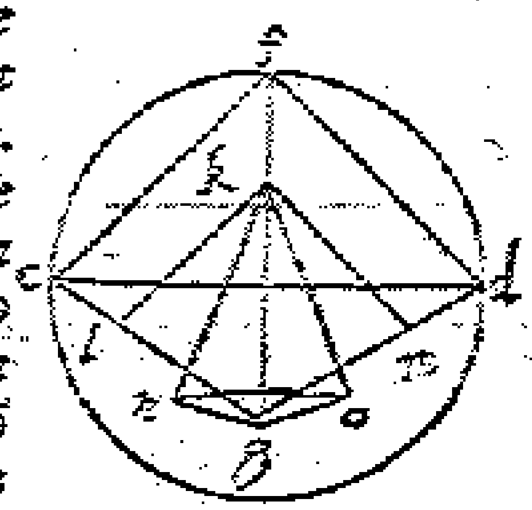
Che il lato.a.d. non possa essere minore della.g.f.se uerifica in questo modo perche supposto che sia minore (per l'aduersario) seguiria che la basa.d.e.fusse maggiore delli duoi lati.a.d.&.a.e.laqual cosa è impossibile (per la uigesima propositione del primo.

Ma se per sorte il centro del cerchio serà fuora del triangolo.f.e.d. poniamo anchora nel ponto.g.& sia tirata la,g,f,& similmente le.e.g.&.d.g. Dico anchora che la,a,d, è maggiore della,g,f,& se la non è maggiore (per l'aduersario) ouer che la è equale ouer che la è minore, hor sia primamente equale, adonque le due linea, a,d,a,e,etiam le due,b,e,&,b,f,sono equale alle due.e.g.g.f.(cioe l'una all'una e l'altra all'altra) e la basa.e.f.del triangolo.b.e.f.(dal presupposito) è equale alla basa,e,f,del triangolo,e,g,f,adonque l'angolo che sotto de,e,b,f,(per la ottaua del primo) è equale all'angolo che sotto de,e,g,f,per le medeme ragioni & quello che è sotto di, f,c,d, è equale a quello che sotto di, f,g,d, adonque tutto l'angolo sotto di, e, g, d, è equale a quelli duoi sotto di, e,b,f,&,f,c, d,ma d, ma quelli che sono sotto di, e, b, f, & , f, c, d, sono maggiori di quello che sotto de, d, a, e, adonque quello che sotto di, e, g, d, è maggior di quello che è sotto di, d, a, e, & perche le due, a, d, & , a, e, sono anchora equale alle due, e, g, d, g, et la basa, d, e, del triangolo, a, d, e, (dal presupposito) è equale alla basa, e, d, del triangolo, e, f, d, adonque l'angolo che sotto alle, e, g, d, (per la ottaua del primo) è equale a quello che sotto alle, d, a, e, & è manifesto che è anchor maggiore che è una cosa absorda, adonque la, a, d, non è equale alla, f, g, anchora demostraremo che la nõ è minor, adonque lei serà maggior etiam piu potente sia adonque piu potente nel quadrato della linea, g, h, laqual sia posta anchora perpendicolare alla superficie del cerchio in ponto, g, e sia constituido il problema.



Hor dico (come di sopra è detto) che la. a. d. non è minore della. f. g. & se questo è possibile (per l'aduersario) anchora la. b. e. a lei equale serà pur minore della medesima. f. g. hor sia posto ouer fatta la. g. k. equale alla. b. e. & la. g. l. equale alla. b. f. & sia tirata la. k. l. & perche la. b. e. è equale alla. b. f. la. g. K. serà equale alla. g. l. per laqual cosa è il restante. k. f. serà equale al restante. l. e. adonque la. f. e. (per la uigesima ottaua del primo) è par alella alla. k. l. perche il triangolo. f. e. g. è equiangolo al triangolo. g. k. l. adonque (per la sesta del sesto) si come è lo. g. f. al. f. e. cosi è lo. g. k. al. k. l. et iacissim (cioe permutatamente per la decima sesta del quinto) si come. g. f. al. g. k. cosi. e. f. e. al. K. l. et. g. f. è maggiore della detta. g. K. adonque & la. f. e. è maggiore della. k. l. ma la. f. e. è equale alla basa. f. e. del triangolo. b. e. f. adonque & la basa. f. e. è maggiore della. k. l. (& per la decima quarta del quinto) adonque perche le due, b, e, b, f, sono equale alle due. K. g. g. L. (cioe l'una a l'una, & l'altra all'altra) & la basa. f. e. è maggiore della basa. k. l. adõque l'angolo che sotto delle. e. b. f. (per la uigesima quinta del primo) è maggiore dell'angolo che sotto delle due k. g. l. similmente anchora se pigliamo la. g. m. equale all'una & l'altra delle due. g. k. g. l. & tirata la. k. m. demostremo che l'angolo che sotto le. f. c. d. è maggiore di quello che sotto di. k. g. m. sia adonque constituido (per la uigesima terza propositione del primo) alla linea retta. f. g. nel ponto. g. l'angolo. f. g. n. equale a l'angolo. e. b. f. & l'angolo. f. g. o. equale all'angolo. f. c. d. & sia fatta l'una & l'altra delle due. g. n. & g. o. (per la terza del primo) equale alla. g. K. & sian tirate le linee. k. n. k. o. & n. o. & perche le due linee. b. e. b. f. sono equale alle due. K. g. & g. n. & l'ango

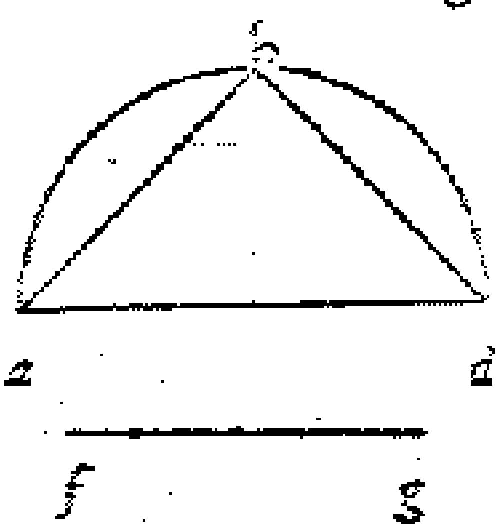




lo che sotto delle. e.b.f. è equale all'angolo che sotto delle. k.g.n. adonque la basa.e. f. (per la. 4. del primo) è equale alla. k.n. & per le medeme ragioni etiam la.f.d.e equale alla. k. o. & perche le due. f.e.f.d. sono equale alle due. k.n.k.o. & l'angolo sotto di. e.f.d. (nel cerchio) è maggiore, di l'angolo che sotto di.n.k.o. adonque la basa.e.d. (per la uigesima quinta del primo) serà maggiore della basa.n.o. ma la detta e. d. è equale alla basa. e.d. del triangolo.a.d.e. (per la quarta del primo) adonque la detta.d.e.è maggior della medesima.n.o. perche adonque le due.a.d.a.e.sono anchora lor equale alle due. n.g.g.o. & la basa. d. e. è maggiore della basa.n.o. adonque lo angolo che sotto di. d. a. e. (per la uigesima quinta del primo) è maggiore di l'angolo che sotto di. n.g.o. ma l'angolo che sotto di.n.g.o.è equale a quelli che sotto di. e. b. f. & . f. e. d. adonque quello che sotto di. d. a. e. è maggiore di quelli che sono sotto di. e.b.f. & . f.e.d. è etiam minore (dal presupposito laqual cosa è impossibile.

Il Tradottore.

Perche el triangolo. f. e. d. (circomscritto dal cerchio) fu fatto in principio dalle tre base di tre triangoli cioe delle base. d.e.e.f. & . f.d. & la basa.d.e.del triangolo. a. d.e.è supposta equale pur alla linea ouer basa.e.d.posta nel cerchio: & similmente la basa. e.f.del triangolo.e.b.f.se suppone equale pur alla.e.f.posta nel cerchio & cosi la.f.d.alla.f.d. perilche bisogna aduertire nella soprascritta argumentation che tal hora si parla delle base fora del cerchio e tal hora se parla delle medesime poste nel cerchio ideo. Che l'angolo.e.f.d. (nel cerchio) sia maggior dell'agolo.n.k.o.è manifesto perche lo detto angolo. n.k.o.è parte dell'angolo.l.k.m.et lo.l.k.m.è equale al.e.f.d.per le cose demostrate di sopra.

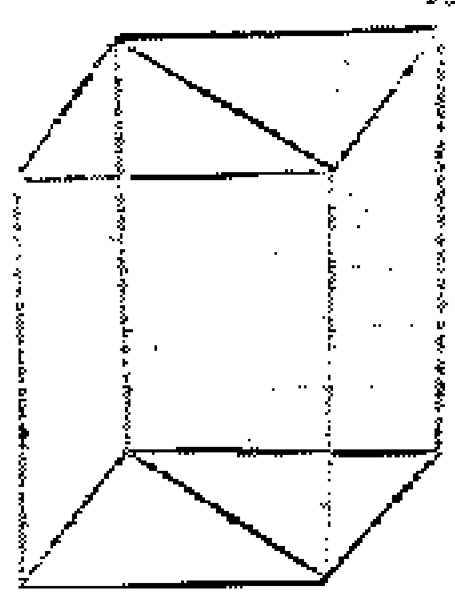


Per trouar la linea. h.g. cioe la linea potente nella differentia che il quadrato della, linea, a, d, (maggiore) eccede il quadrato della, g, f, (minore) se die procedere in questo modo, sopra alla linea, a, d, sia descritto lo mezzo cerchio, a, b, d, & nel detto mezzo cerchio (per la prima del quarto sia coaptada una linea equale alla, f, g,) laqual sia la, a, b, & dal ponto. b. al ponto, d, sia tirata la, b, d, laqual, b, d, dico esser quella che cercamo: perche l'angolo, a, b, d. e retto (per la trigesima prima del terzo) & il quadrato della, a, d, (per la penultima del primo) è equale alli dotti quadrati delle due linee, a, b, & , b, d, tolti insieme, adonque il quadrato della, a, d, è maggiore del quadrato della, a, b, nel quadrato della linea, b, d, & perche la, a, b, fu tolta, equale alla, f, g, è manifesto il proposito, e pero pigliando poi la linea. g. b, equale alla, b, d, e seguire come nelle sopradette argumentationi se propone se risoluerà il proposto problema.

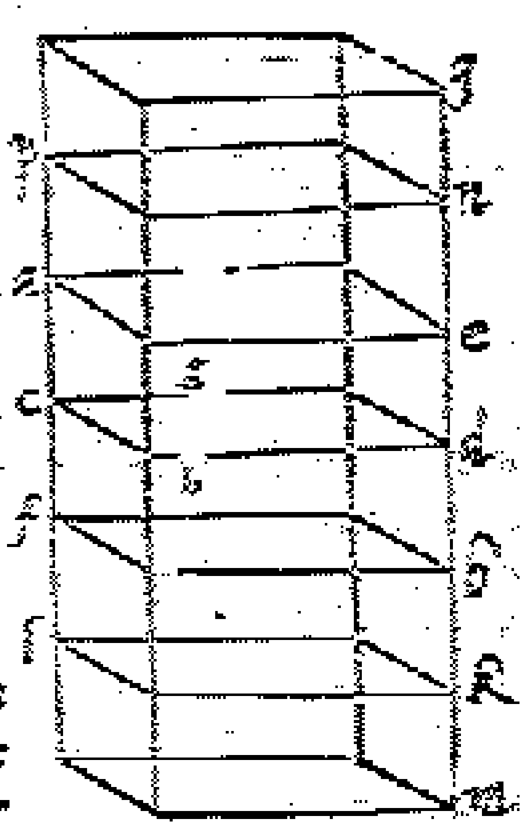
Theorema. 21. Propositione. 24.

24 Se uno solido serà contenuto de superficie equidistante le superficie
24 opposite di quello sono equale, & de lati equidistanti.

Cias[c]un solido che è contenuto de superficie equidistante, altri dicono necessariamente esser contenuto da superficie pare, lequale si come non ponno essere manco di sei, cosi ponno essere in ogni numero paro eccedente el senario, perche è manifesto la colonna essagona posser esser contenuta da otto superficie lequale le due è due opposite fra loro sono equidistanti, cosi ancora la ottogona da diese, la decagona da duodeci & alla similitudine di queste infinite, ma de tutti questi solidi contenuti da superficie equidistanti (liquali pronontio essere infiniti) solamente quello è detto parallelogrammo del quale tutte le superficie circondante



quello sono parallelogramme, & questo solamente è necessario esser da sei superficie circondato, dico adonque quello che propone questa vigesima quarta douer esser inteso di quello che circondato solamente da sei superficie, sia adonque tal solido el corpo, a, b, del quale fa che tu comprendi con la mente diligentemente le superficie che circonda el detto solido & te serà manifesto caduna di quelle segare quattro delle altre, li lati delle qual quattro (conciosia che siano le commune settione de essa segante) & delle quattro segate: & siano due e due di quelle quattro segate (lequale se oppongono fra loro) equidistante dal presupposito: seguita (per la decima sesta tolte due fiade) che li quattro lati di questa superficie segante, & delle quattro segate siano fra loro a due a due equidistante adonque è manifesto el secōdo proposito & (per la trigesima quarta propositione del primo) è manifesto tutti li lati oppositi di queste sei superficie essere equali. Adonque li dui lati continenti l'angolo piano di caduna di quelle seranno equali alli dui lati continenti l'angolo piano in la superficie a loro opposita, anchora li angoli contenuti da quelli duoi & duoi lati (per la decima di questo) seranno equali, adonque (per lo conuerso della penultima commune sententia posta nel libro) e necessario ciascune due superficie opposite in el solido. a. b essere fra loro equale che è il proposito.



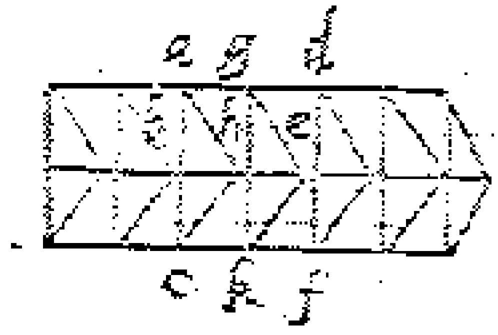
Theorema.22. Propositione.25.

25/25 Se alcuna superficie segarà alcuno solido paralellogrammo equidistantemente alle due superficie opposite di esso solido. li duoi corpi partiali (liquali sono copulati a quella superficie seghante come a commun termine) sono proportionale alle sue base.

Sia il corpo, a, b, solido paralellogrammo, & la superficie. c. d. seghi quello equidistantemente alle due superficie opposite di quello lequale sono, a, e, & f, b, &

sia la

sia la superficie,g,b, basa del detto solido,a,b,della quale è manifesto (per la precedente) esser de lati equidistanti & la commune settione delle due superficie,c,d,& g,b,sia la linea,h,d,dellaqual è manifesto (per la terza) di questo che quella è una linea retta & (per la decima sesta di questo) che quella è equidistante alla,g,e, & però le due superficie,g,d,&,h,b,sono de lati equidistanti,e quelle sono base di duoi corpi partiali in liquali la superficie.c.d.diuide el solido.a.b.adonque dico che la proportione del solido,a,d,al solido,h,c,e si come della basa,g,d,alla basa,h,b, hor per dimostrar questo siano protratte (quanto te pare) dall'una e l'altra banda le quattre linee penetrante la superficie,c,d,sopra li suoi angoli & quelle sono,a,f,&,e,b, con le altre due a quelle equidistante, & sian tolte da tutte quelle le portioni dalla parte del ponto, b, quante te pare, lequale siano poste a una per una equale alla linea,b,d,& dalla parte del ponto,e,similmente quante altre te piace,lequale siano poste equale alla linea,e,d,sopra lequale dall'una e l'altra banda siano constituidi li solidi paralellogrammi secondo la longhezza delle sue, & siano dalla parte del ponto,b, li solidi,f,k,& l,m,& dalla parte del ponto.e.li solidi.a.n.& q.p.& (per la diffinitione di corpi equali & simili) cadauno di solidi f.k. & l.m.è equale al solido,c,b,& cadauno delli solidi.a.n.& p.q.è equale al,a,d,adonque sia fatto l'argumento si come in la prima del sesto: perche el solido, c, m, è cosi multiplice al solido,b,c,come la basa,b,m,alla basa,h,b,& lo solido,q,c,è cosi multiplice al solido, a, d,si come la basa,q,h,alla basa,g,d,& se la basa,h,m,è equale alla basa,q,h, lo solido,c,m,è equale al solido,q,c,(per la diffinitione di corpi equali & simili) & se la basa è minore della basa & lo solido è minor del solido,& se è maggiore è maggiore, laqualcosa è manifesta (per la medesima diffinitione) resegbata dalla maggiore basa alla equalità della minore,& descritto sopra a quella el solido paralellogrammo, adonque (per la diffinitione della incontinua proportionalità) la proportione del solido, a,d, al solido,c,b,e si come la basa,g,d,alla basa,h,b,che è il proposito & se alcuna superficie, segharà el corpo seratile equidistantemente alle due opposite superficie triangulare di quello li duoi corpi partiali liquali sono copulati a quella superficie seghante (come a commun termine) seranno proportionali alle sue base,hor sia.a.f.el corpo seratile del quale le due trigonal superficie siano,a,b,c, d,e,f,adonque è manifesto (per la diffinitione del seratile) cadauna di quelle tre superficie,lequale sono,a,b,d,e,b,c,e,f,a,c,d,f,esser paralellogrammo,adonque la superficie,g,h,k,segni questo seratile equidistantemente alle due opposite superficie di quello lequale sono,a,b,c,d, e,f. Dico adonque che la proportione del seratile.a.K. alla seratile,g,f,e si come la basa,a, K, alla basa,g,f,laqualcosa se pruoua si come del solido paralellogrammo, perche protratte in l'una e l'altra parte le linee. a. d. b.e.c.f.& fatti in tra quelle dalla parte del ponto.e.li seratili equali al seratile.g.f. & dalla parte del ponto. b.altri equali al seratile. a. k.de che numero voi dall'una e l'altra bāda,se con la mente vigilante procederai (per la diffinitione della incontinua proportionalità) non te serà difficile concludere quello che hauemo detto.

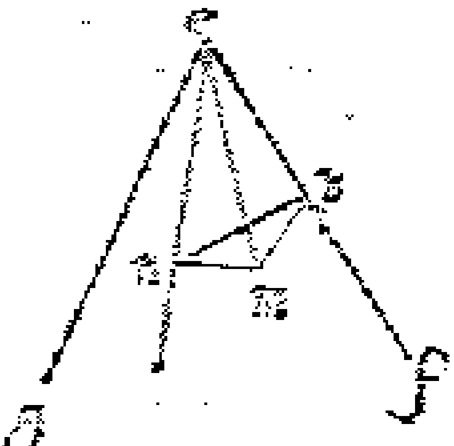


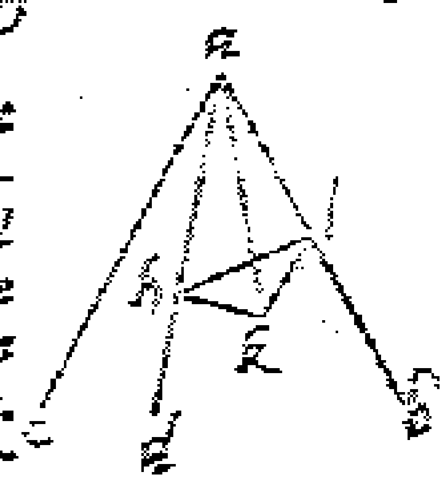
Pro-

Problema.4. Propoſitione.26.

26 Sopra uno dato ponto de una data linea retta puotemo conſtituire
26 uno angolo ſolido equale a uno propoſto angolo ſolido.

Sia el propoſto angolo ſolido. a. el quale ſia contenuto delle tre linee. a. b. a. c. a. d. (lequale contengono li tre angoli ſuperficiali, che coſtituiſcono eſſo angolo ſolido) al quale ſopra el ponto. e. della propoſta linea. e. f. (laquale ſia come pare al preponente, cioe diſteſa in piano ouero eleuata in ſuſo) deſideremo de conſtituire uno angolo ſolido equale. Sia el ſito della linea. e. f. come ſi uoglia & dal ponto. g. ſignato doue uorai produrai la linea. g. e. & (per la ſeconda di queſto) le due linee. e. f. & g. e. ſeranno in una ſuperficie, adonque in queſta ſuperficie ſopra el dato ponto. e. in la aſſignata linea (ſecondo el modo della uigeſimaterza propoſitione del primo) conſtituiſſe uno angolo equale all'angolo. b. a. c. e quel ſia. f. e. g. dapoi dalla linea. a. d. taglierai la linea. a. h. ſi come tu uorai & dal ponto h. produrai la perpendicolare. h. k. alla ſuperficie in laquale ſono le due linee. a. b. & a. c. laqual coſa come ſe debbia fare el te lo inſegna la undecima di queſto, adonque a ti non biſogna pigliar cura dal ponto. k. perche el non te importa o che la perpendicolare. h. k. (condutta alla ſuperficie in laquale ſono le due linee. a. b. & a. c.) caſchi fra eſſe linee ouer di fora uia, ouer in una di quelle conducerai ſolamente la linea. a. k. & ponerai el ponto. l. in la linea. a. b. doue uorrai & protrarai la linea. k. l. et l. h. & mette l'angolo. f. e. m. (in la ſuperficie delle due linee. e. f. et. e. g.) equal all'angolo. b. a. k. e la linea. e. m. equal alla linea. a. k. et dalla linea. e. f. taglia la linea. e. p. equale alla linea. a. l. & dal ponto. m. conduce la linea. m. n. perpendicolare alla ſuperficie in laquale ſono le due linee. e. f. & e. g. e pone quella equale alla. h. k. & tira le linee. e. n. n. p. & p. m. dico adonque le tre linee. e. f. g. e. n. contenere uno angolo ſolido in ponto. e. equale al propoſto angolo. a. laqual coſa dimoſtrarai in queſto modo conciosia che (dal preſuppoſito) li duoi lati. a. k. & k. h. del triangolo. a. k. h. ſiano equali alli duoi lati. e. m. & m. n. del triangolo. e. m. n. & li angoli che ſono al. k. & al. m. ſono retti (per la diffinitione) della linea perpendicolarmēte eretta ſopra una ſuperficie ſeranno (per la quarta del primo) le due linee. a. h. & e. n. equale ancora (per la medeſima) le due linee. k. l. & m. p. ſeranno equale e però etiam (per la medeſima). h. l. & n. p. ſeranno equale conciosia che. h. k. & k. l. ſiano equale alle. m. n. & m. p. & li angoli. h. k. l. & n. m. p. retti (per la ottaua del primo) adonque l'angolo. n. e. p. ſerà equale all'angolo. h. a. l. ancora per ſimil modo tu approuerai l'angolo. g. e. n. eſſere equale all'angolo. c. a. d. adonque è manifeſto noi hauer fatto quello che uolemo. O ſtudioſo lettore ſe ponerai bē cura a queſto che hauemo operato di





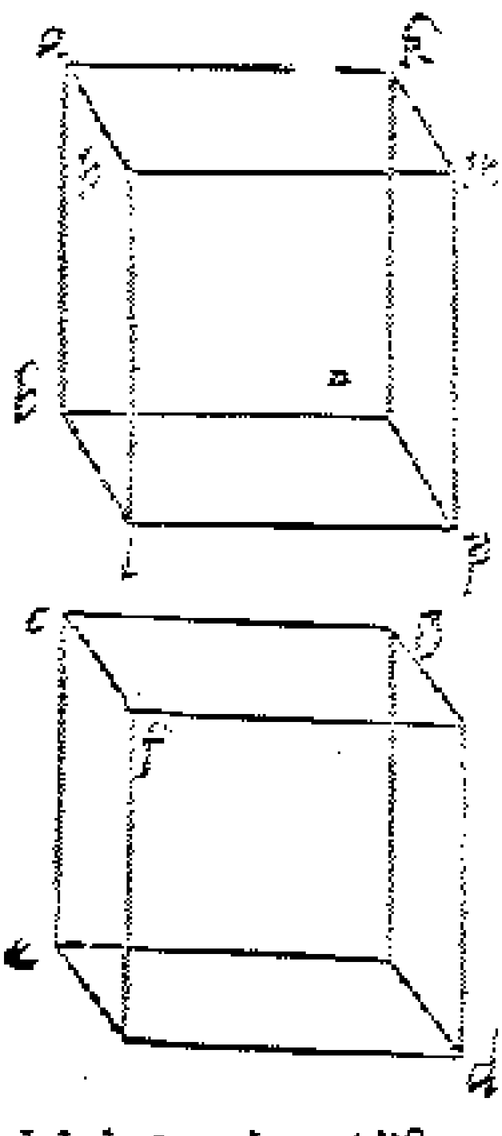
to di sopra date senza impedimento potrai costituire il proposito angolo . a . (che se adimanda) sia contenuto da quanti lati si uoglia.

Il Tradottore.

Doue che sopra il commentatore dice che dal ponto. g. signato doue uorai produrai la linea. g. e. &c. A me non pare che il detto ponto. g. si possa tor doue ne pare anci tal parlar mi pare fora di proposito e superfluo : perche satisfa solamente a dire che si debbia sopra il ponto. e. constituire (per la uigesimaterza del primo) l'angolo. f. e. g. equale all'angolo. b. a. c. è seguire poi come seguita.

Problema. 5. Propositione. 27.

27/27 Sopra a una assignata linea puotemo constituire uno solido simile a uno dato solido de superficie equidistante.



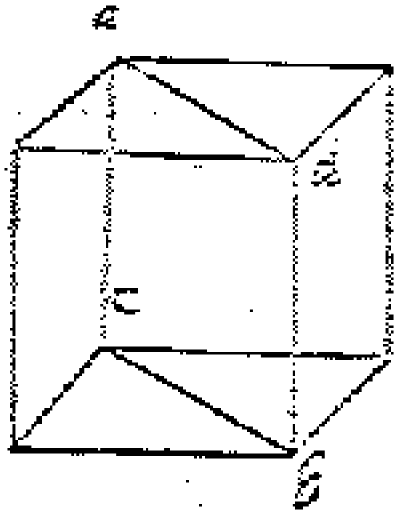
Sia la assignata linea , a , b , del sito del quale ouer giaccia in piano, ouer sia in alto eleuata el non importa niente, & sia lo corpo, c, d, lo solido paralellogrammo assignato el quale sopra la linea . a . b. desideremo fabricare uno solido simile , siano adonque le tre linee continēte li angoli superficiali dalli quali uien composto l'angolo. c. solido delle inscritte littere , c , e, c, f, c, g, & (secondo li precetti della precedente) sopra el ponto , a , della linea , a , b , sia constituido uno angolo solido equale al, c, sia contenuto dalle tre linee, a, b, a, h, a, k, & con lo aggiutto (della undecima del sesto) sia la proportione della, c, e, alla, a, b, & della, c, f, alla, a, h, & della, g, c, alla, a, K, una medesima proportione, dapoi dalli tre ponti, b, h, k, sia protratte sei linee cioe, b, l, equidistante alla linea, a, h, & , h, m, equidistante alla linea, a, K, anchor, h, l, equidistante alla linea, a, b, & , h, n, equidistante alla linea, a, k, anchor sia tirata la linea, K, n, equidistāte alla, a, b, & , K, m, equidistante alla. a. h. & piu siano protratte, m, p , equidistante al, h, l, & , p, l, equidistante al, h, m, anchora sia protratta la linea, p, n, & serà compido el solido paralellogrammo, a, p, el qual dico esser simile al solido, c, d, & questo (per la diffinitione) delle superficie simile, & (per la diffinitione di corpi simili) facilmente tu concluderai se tu te aricordi de quelle .

Theorema. 25. Propositione. 28.

28/28 Se alcuna superficie segarà uno solido paralellogrammo sopra quale due opposite superficie terminale di quello si uoglia & sopra li dui dia-

diametri di quelle, quella medesima superficie è necessario segare quel corpo in due parti equale.

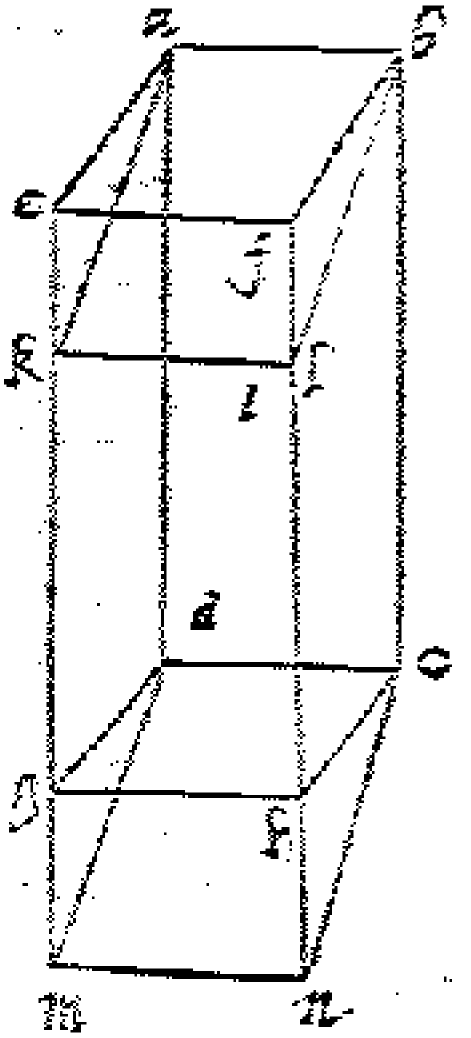
Sia el corpo, a,b, solido parallelogrammo del quale sia supposto che la superficie, a.b.c.d. seghi quello sopra li diametri delle due superficie opposite terminante esso solido, lequale siano a.d. & c.b. Dico che la detta superficie diuide questo solido proposto in due parti equali, perche egli è manifesto che, quella diuide quel solido in duoi serratili di quali le due è due superficie quadrilatere comparate fra loro, secondo che esse sono li lati opposti del proposto solido (per la vigesima quarta de questo) è manifesto esser equale, conciosia che'l solido del qual parlamo è posto esser parallelogrāmo: anchora (per la medesima, & per la quadragesima prima del primo) è manifesto le superficie trilatere di detti serratile essere equale, adonque (per la diffinizione di solidi equali) è manifesto il proposito.



Theorema.24. Proposizione.29.

29 Tutti li solidi de superficie equidistanti equalmente alti & in una medesima basa, & constituti sopra una linea se prouano esser equali.
29

Vero è che li solidi de lati equidistanti equalmente alti constituidi fra superficie equidistanti & sopra una medesima basa sono fra loro equali, si come delle superficie de equidistanti lati sopra una basa, & constitute tra linee equidistanti, come in la trigesima quinta del primo è stato dimostrato, ma de tali solidi alcuni sono detti esser constituidi sopra una linea, & questi tali son quelli, di quali li duoi lati opposti delle supreme superficie protratti secondo la rettitudine sono una sol linea: & de questi tali questa vigesima nona propone de demostrare tutti questi esser equali fra loro, ma li altri de questi sono quelli liquali non sono detti esser constituidi sopra una linea & sono quelli di quali qualunque duoi lati opposti delle supreme superficie che siano tolti secondo la rettitudine protratti non sono una sol linea, et de tali la sequente propone da demostrare tutti questi anchora esser fra loro equali. Siano adonque li duoi solidi parallelogrammi equalmente alti ouer constituidi fra superficie equidistanti. a.h. & a.n. sopra una basa laqual sia a.e. di quali li lati opposti delle supreme superficie (quando siano protratti secondo la rettitu-



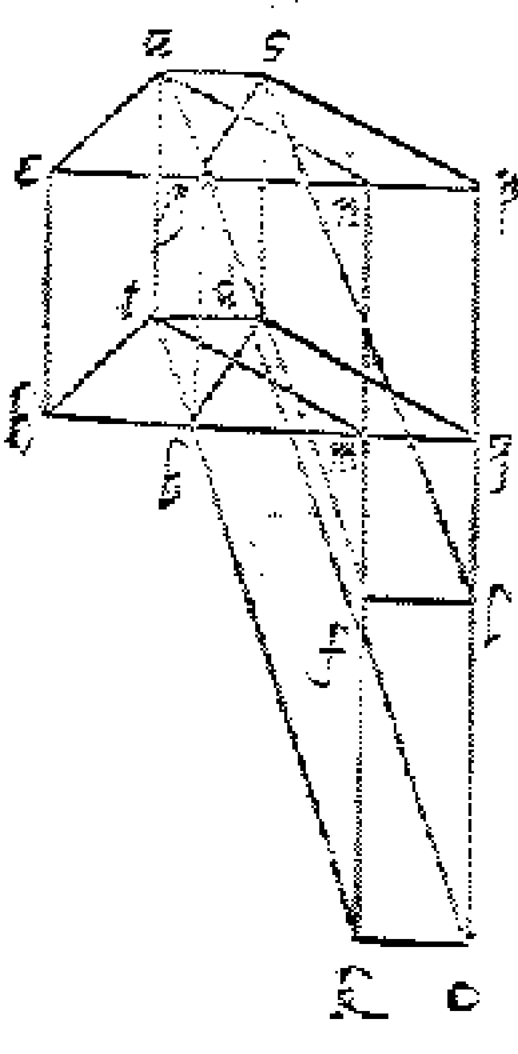
dine)

dine) siano una linea, & quelli siano. e. m. & f. n. Dico adonque che li solidi. a. b. & a. n. sono equali & questo se fabricarai la figura de quello secondo che bisogna in atto, ouer con la mente, & che tu procedi si come in la tregesima quinta del primo facendo il medesimo qui di serabili come in quel luoco di triangoli tu potrai facilmente concludere, & la medesima diuersità a te occorre in questo luoco in li solidi, che hai uisto esser occorso iui in le superficie.

Theorema. 25. Propositione. 30.

30 Tutti li solidi de superficie equidistanti equalmente alti che seran-
30 no constituti in una medesima basa, & non sopra una linea, se approuano essere equali.

Sia al presente duoi solidi paralellogrammi equalmente alti, ouer in superficie equidistante: & siano sopra una medema basa, ma non constituidi sopra una linea de nouo. Dico quelli esser equali, hor siano li dui solidi paralellogrammi, a, b, & a, c. equalmente alti ouer in tra superficie equidistanti constituti sopra una basa laqual sia. a. d. ma non sopra una linea & siano le supreme superficie de quelli. e. b. & f. c. delle quali li lati opposti protratti secondo la rettitudine non seranno una linea & conciosia che esse siano (dal presupposito) in una superficie imperoche li propositi solidi sono fra superficie equidistanti, è necessario che li duoi lati de una di quelle protratti secondo la rettitudine, seghino li duoi lati dell'altra de quelle protratti secondo la rettitudine, adonque siano protratti li duoi lati opposti delle superficie. e. b. liquali siano. e. g. & h. b. & li duoi oppositi della superficie. f. c. liquali sian. k. f. & c. l. et seghinsi sopra li quattro ponti. m. n. p. q. & la superficie. m. n. p. q. serà de lati equidistanti, equale a ciascuna delle tre superficie delle quale una è la commune basa delli propositi solidi, & quella e. a. d. & le altre due restante sono le supreme superficie di medesimi solidi, & quelle sono. e. b. & c. f. adonque datte le linee da i quattro ponti. m. n. p. q. alli quattro angoli della basa. a. d. referiti secondo la diretta conuenientia lequale siano. n. a. m. r. p. s. q. d. serà uno perfetto solido paralellogrammo. a. q. in la medesima basa con l'uno e l'altro di duoi primi & equalmente alto & sopra una linea con l'uno e l'altro de quelli (per la precedente) adonque qual si uoglia di duoi propositi solidi liquali sono. a. b. & a. c. è equale al solido. a. q. adonque (per la concettione) el solido. a. b. è equale al solido. a. c. per laqual cosa è manifesto el proposito, parendoti tu puoi anchora prouare el conuerso di questa & della precedente, ducendo al impossibile, perche ponendo qual si uoglia duoi solidi di paralellogrammi esser equali & constituti sopra una medesima basa & tu demostrarai

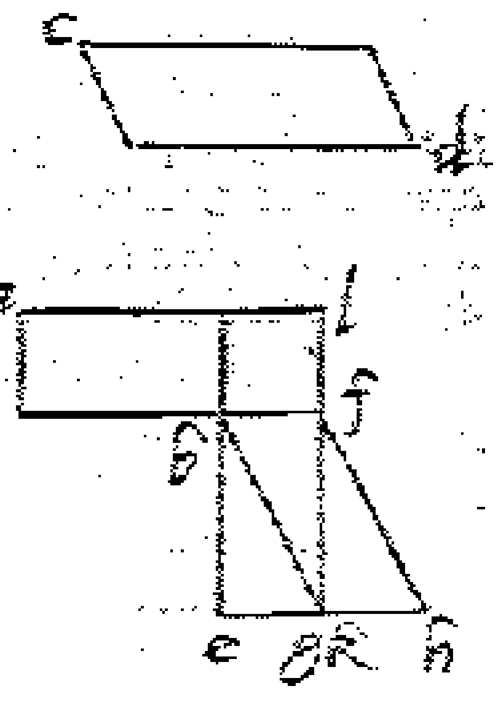


fir trai quelli esser equalmente alte & questa è la precedente feranno el mezzo della tua demostratione, & lo impossibile alqual tu ducerai, serà la parte esser equale al suo tutto, laqualcosa euidentemente appare, se de quel solido (elquale mettisse l'aduersario esser piu alto) conciosia che ambi siano posti equali, & constituti sopra una medema basa ne taglierai uno solido parallelogrammo equalmente alto al piu basso, & questo tagliato tu conuencerai (per questa & per la precedente) essere equale al piu basso, e pero (per communa sententia) etiam a quel resto dal quale tu hauerai tagliato quello.

Theorema. 26. Propositione. 31.

31 Li solidi de superficie equidistanti constituti in base equale, se seranno equalmente alti, & le linee angulari de quelli staranno orthogonalmente sopra le base, seranno equali.

Et questo anchora è uero che tutti li solidi parallelogrammi constituti in base equale & in tra superficie equidistanti ouer equalmente alti sono fra lor equali si come (in la trigesima sesta del primo) è stato prouato delle superficie de equidistanti lati constituti sopra equal base & in tra linee equidistanti, ma de tal solidi, alcuni sono delle quale le linee angolare sono erigate orthogonalmente sopra le sue base, & de questi tali questa trigesima prima propone de demostrare quelli esser equali, ma poi eglie ne sono d'un'altra sorte delli, quali le linee angolare non sono erette orthogonalmente sopra le sue base & di questi altri tali la sequente propone de dimostrare quelli medesimamente esser equali, adonque siano intese sopra le due base. a. b. & c. d. lequali siano equali & de equidistanti lati, ma tamen non siano d'una medesima creatione, ma sia, a, b, tetragono longo & c, d, un simile helmuaym li dui solidi de equidistanti lati constituti equalmente alti, & siano le linee recte sopra li angoli delle proposte base perpendicolare a quelle dico questi duoi solidi esser equali fra loro, per tanto siano protratti li duoi lati della basa. a, b, (& siano quelli che contien l'angolo, b,) per fina al. f. & e. & sia fatto l'angolo. f. b. g. equale all'angolo, c, della basa. c. d, & siano tolte le due linee, b, f, & b. g, equale alli duoi lati della basa, c, d, lequale contien lo angolo, c, & sia compita la superficie de lati equidistanti, b, h, laqual serà equale & simile alla basa, c, d, & dapoi sia protratta la, h, g, e, equidistante alla, b, f, & la, f, k. equidistante alla, b, e, & la superficie quadrilatera, b, f, k, de lati equidistanti serà equale alla. a. b. b. (per la trigesima quinta del primo) & conciosia che, b, h, sia equale al, c, d, (per la concettione) la, b, k, serà equale alla, a, b, adonque sia compita la superficie de lati equidistanti. b. l. protratta la linea, K, f, per fina a tanto che quella concorra in ponto, l, con una di lati contenenti l'angolo, a, adonque sia che sopra le tre superficie de



lati

lati equidistanti (lequale sono, b, h, b, k, b, l,) siano constituidi li solidi equalmente alti al solido constituido sopra la basa, a, b, et siano le linee de tutti questi solidi erette perpendicolare sopra le base & siano le base & li solidi constituidi sopra quelle chiamadi de medesimi nomi, adonque è manifesto (per la diffinitione di solidi equali & simili) che li duoi solidi, b, h, & c, d, sono equali & simili: ma delli solidi, b, h, & b, k, è manifesto (per la uigesima nona) che quelli sono equali: perche sono equalmente alti, & constituidi sopra una medesima basa, & quella serà la superficie eretta sopra la linea, b, f, & sopra una linea, & (per la uigesima quinta) la proportione del solido, a, b, al solido, b, l, è si come la basa, a, b, alla basa, b, l, & (per la medesima del solido, b, k, al solido, b, l,) serà si come della basa, b, k, alla basa, b, l, & cōciosia che dell'una e dell'altra delle due base, a, b, & b, K, alla basa, b, l, sia una medema proportione (per la prima parte della settima del quinto) dell'uno & dell'altro di duoi solidi, a b, & b, k, al solido, b, l, serà una medesima proportione, adonque (per la prima parte della nona del quinto) li duoi solidi, a, b, & b, K, seranno equali, & perche el solido, b, K, è equal al solido, b, h, & lo solido, b, h, al solido c, d, seguita (per commune scientia) el solido, a, b, essere equale al solido, c, d, che è el proposito.

Theorema. 27. Propositione. 32.

32 31 Se li solidi de superficie equidistanti: constituti in base equale, seranno equalmente alti, & le linee angulare non staranno orthogonalmente sopra le base, quelli è necessario esser equali.

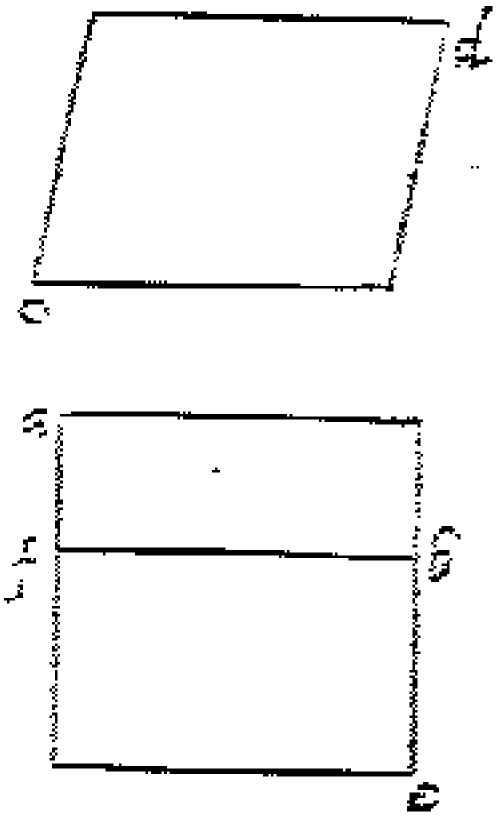
Fabricati duoi corpi come se propone: cioe che siano de termini equidistanti, & equalmente alti & sopra base equale, ma non eretti sopra le sue base perpendicolarmente, ma ambiduoi inclinati sopra quelle & se dalli quattro angoli delle supreme superficie de quelli sian dutte le perpendicolare alla superficie doue sono site le sue base lequale (per la sesta) cadauna di quelle a cadauna delle altre serà equadistante, & etiam per el presupposito cadauna a cadauna equale, perche quelle diffiniscono la altezza di proposti solidi, et se in tra quelle sian fatti solidi de equidistanti lati, serà manifesto (per la precedente) questi duoi solidi ultimamente constituidi esser fra loro equali, & conciosia che delli duoi primi & delli duoi ultimi siano in medesime base, cioe le superficie supreme de quelli, è manifesto (per la uigesima nona ouer trigesima) & per questa commune sententia quelle cose che sono equale a cose equale fra loro insieme sono equale esser el uero quello che stato proposto. per questi medesimi mezzi se'l te pare tu poi demostrare li conuersi di questa & della precedente, ducendo queste indirettemente per lo medesimo modo & al medesimo modo inconueniente si come in li conuersi delle due antecedente, perche se tu poni li duoi solidi paralellogramma esser equali e sopra equal base, & tu conuencerai quelle esser equalmente alti ouer se pone quelli essere equalmente alti & equali & tu conuencerai quelli essere sopra base equale.

Il Tradottore.

Le due precedēte propositioni nella seconda tradottione se dimostraranno in una sola propositione cioe in la trigesima prima.

Theorema. 28. Propositione. 33.

33/33 Tutti li solidi de superficie equidistanti equalmente alti sono proportionali alle sue base.

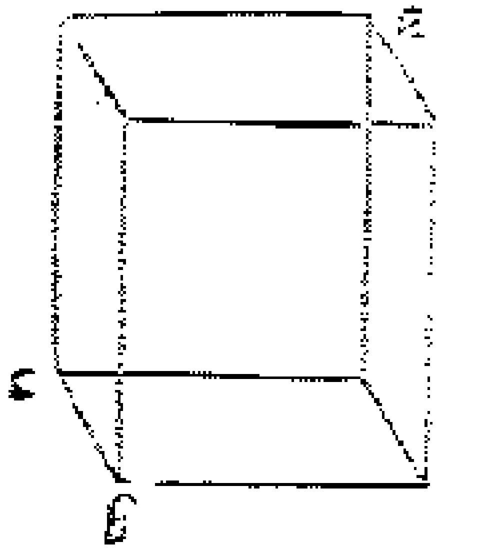


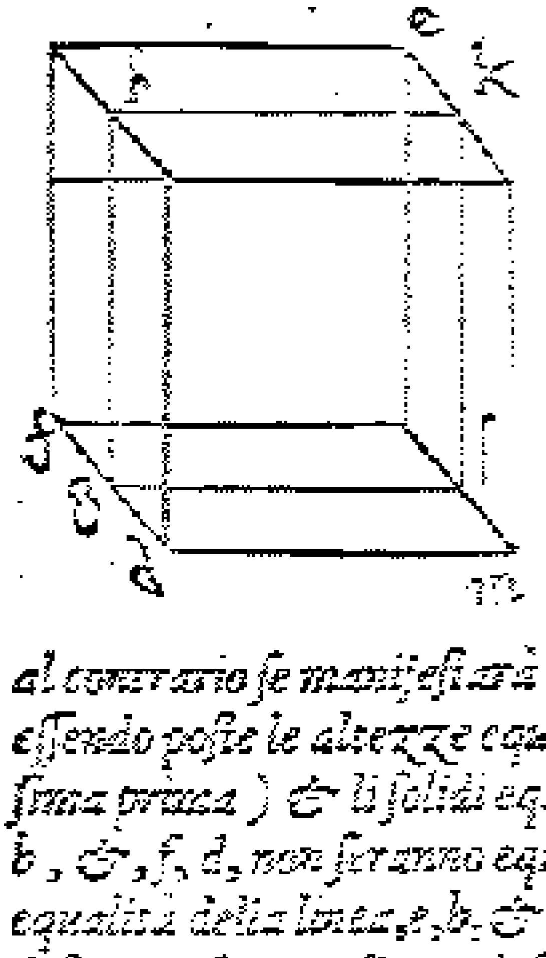
Siano duoi solidi de superficie equidistanti equalmente alti constituidi sopra le due base. a. b. & c. d. Dico che la proportione dell'uno all'altro di quelli dui solidi, e si come la proportione delle due base (lequale sono. a. b. et c. d.) dell'una all'altra, certamente è manifesto (per la trigesima quarta) l'una & l'altra delle due base esser de lati equidistanti, adonque li duoi lati oppositi & equidistanti in la superficie. a. b. siano protratti & sia quelli sia fatta una superficie de lati equidistāti laqual sia. f. e. equale alla. c. d. dapoi sopra la superficie f. e. sia compita uno solido parallelogrammo equalmente alto a quello che è constituido sopra alla basa. a. b. & sia commun termine di ambiduoi quella superficie, che è eleuata sopra la linea. b. f. & questi solidi & le sue base siano chiamati de medesimi nomi perche adonque la basa, f, è equale alla basa, c, d, (per la trigesima prima ouer trigesima seconda) lo solido, f, e, serà equale al solido, c, d, ma perche la superficie che se eleua sopra la linea, b, f, sega el total solido. a. e. equidistantemente alli duoi lati oppositi (per la trigesima quinta) la proportione del solido, f, e, al solido, a, b, serà si come la basa. f. e. alla basa. a. b. & conciosia che si le base come li solidi, c, d, & f, e, siano equali, le base per el presupposito, & li solidi (per la trigesima prima ouero trigesima seconda) seguita (per la settima del quinto) tolta due uolte una per le base & una per li solidi che la proportione di solidi, a, b, & c, d, & delle base, a, b, & c, d, sia una medesima come uoleuamo dimostrare, anchora lo conuerso de questa non è difficile da demostrare per mezzo di questa si come li conuersi delle precedente, perche ponendo duoi solidi paralellogrammi esser proportionali alle sue base, e tu conuincerai quelli esser equalmente alti perche tagliato da quello che l'aduersario ponesse esser piu alto: un solido paralellogrammo equalmente alto all'altro che supposto esser piu basso, lo tagliato e l'altro posto seranno proportionali alle sue base (per questa trigesima terza) et conciosia che total piu alto (dal qual è sta tagliato el particle) e quello che è stato supposto esser piu basso, siano proportionale alle medesime base (dal presupposito) seguita (per la prima parte della nona del quinto) el total (che l'aduersario disse essere piu alto) e lo partiale che fu tagliato da quello essere equali laqual cosa è impossibile.

Theorema. 29. Propositione. 34.

34 Se duoi solidi de superficie equidistanti & le linee delle altezze stiano erette orthogonalmente sopra le base: seranno equali è necessario le base de quelli alle altezze di medemi esser mutue. Et se le due base seranno mutue alle sue altezze, li detti solidi è necessario esser fra loro equali.

34





Ogni volta che duoi solidi de superficie equidistanti sono equali le base & le altezze de quelli è necessario esser mutue che sia: & è converso si come (delle superficie equiangole de equidistanti lati) propose la quartadecima del sesto, ma questa trigesima quarta propone da demostrare di quelli solidi parallelogrammi in liquali le linee delle sue altezze stanno orthogonalmente, alle sue base parallelogramme, & quella che seguita propone el medesimo di tutti li altri, siano adonque al presente li duoi solidi parallelogrāmi.a.b.& .c.d. equali le base di quali siano,a,e,& c,f,& le linee delle altezze de quelli siano erette orthogonalmente sopra queste base, & sia la altezza del solido,a,b,la linea,e,b,& del solido,c,d,la linea,f,d,adonque se le due linee.e. b.et.f.d. (determinante le altezze de essi solidi) seranno fra loro equali,conciosia anchora che essi solidi per el presupposito siano equali (per el converso della trigesima prima) le base de quelli lequale sono.a.e.& .c.f.seranno equali,e pero le base & le altezze seranno mutue, & cosi se manifesterà la prima parte del presupposito, & al contrario se manifesterà la seconda, come se le altezze & le base sono mutue, essendo poste le altezze equale seranno anchora le base equale,e però (per la trigesima prima) & li solidi equali e cosi è manifesta la seconda parte, ma se le linee,e, b, &,f, d, non seranno equali sia maggiore,f,d,& da quella sia resegato.f.g. alla equalità della linea,e,b.& delle altre tre linee lequale sono le altezze del solido,c, d,siano resegate alla medesima misura in li ponti.x.h.& sia compito el solido parallelogrammo.c.g. equalmente alto al solido.a.b.& (per la precedente) dello, a, b, allo, c,g,serà si come della basa,a,e,alla,c,f,adonque conciosia che lo solido,c,d,sia equal al.a.b. (per la prima parte della settima del quinto) del,c,d,al,c,g,serà si come della basa,a,e, alla basa,c,f, & (per la precedēte la proportione del,c,d,al,c, g,e si come la basa,m,f, alla basa.f.l. laqual cosa è manifesta se una delle superficie di lati del solido,c,d, (& quella sia.f.m.) sia intesa basa di quello, & (per la prima parte del sesto) dalla.f.m.alla f.l.e si come della,d.f.alla.f.g.e pero (per la settima del quinto) si come la,d,f,alla,b,e,adonque la,a,e,alla,c,f,e si come la,d,f,alla,b,e,adonque è manifesta la prima parte. La seconda parte conciosia che la sia al contrario della prima tu la prouarai per lo modo contrario, perche sia la medema disposition stante la proportione della. a.e. alla. c.f. si come la. d.f. alla. e.h. al presente dico li solidi, a, b, & c, d, esser equali, perche (per la settima del quinto) della, d, f, alla, f, g, serà si come della. a.e. alla. c.f. ma (per la precedente) lo. a.b. al. c.g. è si come la, a, e, alla, c, f, adonque lo, a, b, al, c, g, è si come la, d, f, alla, f, g, & (per la prima del sesto) la, d, f, alla, f, g, e si come la, m, f, alla, f, l, & (per la precedente) lo, c, d, al, c, g, è si come la, m, f, alla, f, l, adōque lo, c, d, allo, c, g, è si come lo, a, b, al, c, g, adōque (per la nona del quinto) li duoi solidi, a, b, & c, d, sono equali che el proposito.

Il Tradottore.

Doue che il testo di questa propositione dice, & le linee delle altezze siano erette orthogonalmente sopra le base, piu corretamente staria a dire, & le linee laterale che in alto se elleuano siano erette orthogonalmente sopra alle sue base, perche le linee determinano l'altezza di solidi sempre sono perpendicolare alla basa di tal solidi (per la quarta diffinitione del sesto) ouer alla superficie doue sono sita le dette base & queste tal linee della altezza non sempre sono equale alle linee laterale che in alto se leuano di tal solidi il medesimo si debbe intendere nel commento di questa, etiam della sequente propositione.

Theorema. 30. Propositione. 35.

35 / 34 Se duoi solidi de termini equidistanti seranno equali le base di quelli alle altezze di medesimi seranno mutue, & se qualunque duoi corpi de superficie equidistanti, le sue base alle sue altezze seranno mutue se prouano esser equali.

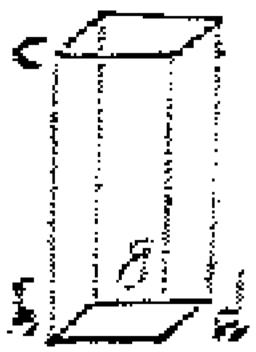
Quello che propose la precedente di solidi parallelogrammi di quali le linee delle sue altezze se elleuano orthogonalmente sopra le sue base questa trigesima quinta propone indistintamente de tutti, ma conuiene demostrare questa per la precedente, si come hauemo demostrato in la trigesima seconda & . 33. perche fabricati duoi solidi che siano de equidistanti lati se le linee delle altezze alle sue base seranno erette orthogonalmente: è manifesto esser il uero quello che è detto per la precedente, ma se le non seranno orthogonalmēte erette dalli quattro pōti angulari delle superficie suppreme in l'un e l'altro solido siano protratte quattro linee perpendicolarmente alle base, ouer da i ponti angolari delle infime superficie ne sia erigato quattro, in tra lequale compiscono duoi solidi parallelogrammi equalmente alti alli solidi primi, (& per la. 29. & trigesima) questi duoi solidi seranno equali alli duoi primi solidi, conciosia adonque che de questi e de quelli siano le medesime base, & le medesime altezze, & (che per la precedente) sia el uero quello che propone q̄sta 35. di quelli fatti in ultima, il medesimo serà il uero etiam di primi.

Il Tradottore.

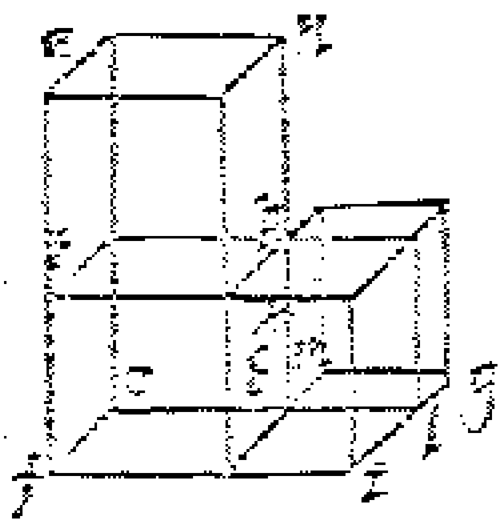
Queste due precedente propositione in la seconda tradottione se dimostrano in una sola cioe in la trigesima quarta.

Theorema.31. Propositione.36.

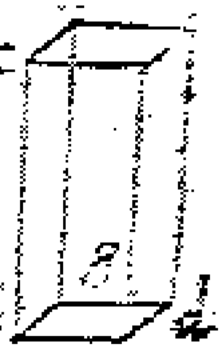
36 Se duoi solidi de superficie equidistanti seranno simili, la proportio
33 ne di l'uno all'altro: serà si come la proportione treplicata, di quale si uoglia lato di l'uno al suo relatiuo lato di l'altro.

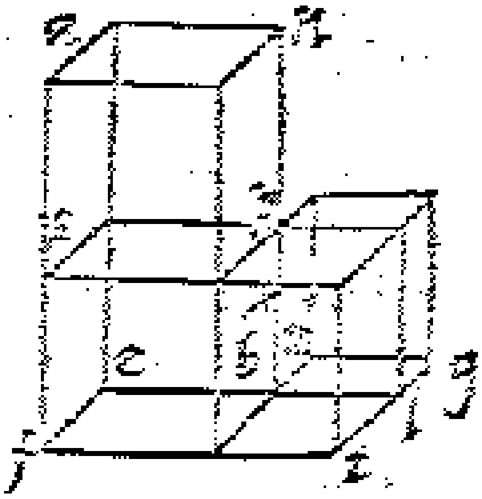


Siano li duoi solidi. a.b. & . c. d. paralellogrammi & simili, Dico che la proportione dell'uno de quelli all'altro e si come la proportione treplicata di l'uno di lati de quello all'uno di lati dell'altro a lui relatiuo si come che la proportione de due superficie simile, e si come la proportione duplicata di suoi lati relatiui, come fu dimostrado in la decima nona del sesto: perche se li solidi. a.b. & c.d. seranno equali conciosia che sono sta posti simili (per la diffinitione di corpi simili, & delle superficie simile) tutti li lati di uno seranno equali alli suoi relatiui dell'altro, e però cōciosia che la proportione treplicada, de due quantità equale ouer tolta quante uolte si uoglia quella non fa saluo che proportione de equalità, adonque in questo caso è manifesto esser el uero quello che se propone, ma se seranno inequali sia. a. b. maggiore del quale la longhezza sia. b. e. & la larghezza. e. f. la altezza f. a. la base. e. r. & la suprema superficie. a. n. & del solido. c. d. la longhezza sia. d. g. la larghezza. g. h. la altezza . h . c. adonque è manifesto (per la diffinitione di corpi simili, & per la diffinitione delle superficie simile, & per lo presente presupposito) che la proportione del. a. f. al. c. h. & del. f. e. al. h. g. & del. e. b. al. g. d. sia una medesima, adonque sia tolto dalla linea. a. f. (laquale è manifesto essere maggiore della. c. h.) la linea. f. k. equale alla. h. c. & le altre tre (determinante la altezza del solido. a. b.) siano resegate alla equalità de quella & fra quelle sia compito al solido paralellogrammo. k. b. equalmente alto solido. c. d. & siano protratte le due linee della base. e. b. per fina al. l. & . r. b. per fina al. m. & sia. b. l. equale al. g. d. & b. m. equale al. h. g. & sia compito la superficie. m. l. de lati equidistanti: laquale serà equale & simile alla . h . d . adonque sopra di quella sia erigato lo solido . p . q . paralellogrammo secondo le precisa altezza del solido. c. d. & lo. p. q. serà equale & simile al solido. c. d. un'altra uolta fra le linee . r . b. & . b. l. sia compita la superficie. b . t . de lati equidistanti, sopra laquale anchora sia erigato lo solido paralellogrammo. x. l. equalmente alto all'uno e l'altro di duoi solidi. k. b. & . p. q. reimpiendo l'uno e l'altro de dui angoli che sono dentro quella, & conciosia che li duoi solidi. a. b. p. q. siano simili imperoche ambidui sono posti simili al solido. c. d. & li corpi simili a uno medesimo corpo in fra loro sono simili, come è manifesto (per la diffinitione di corpi simili, & per la uigesima del sesto, & è manifesta



per





per la vigesima quinta tolta tre volte) che fra li duoi solidi. a. b. & p. q. secondo la continua proportionalità cadeno necessariamente li doi solidi. k. b. & k. l. adonque considerata over construtta la figura, & con la memoria ferma alli laudati presupposti (per la prima del sesto) facilmente concluderai il proposito, discerne el corpo & attende diligentemente, & saperai (per la vigesima quinta de questo) la proportione del solido. a. b. al solido, k. b. esser si come della superficie, a, r, alla superficie, K, r, e pero (per la prima del sesto) si come della linea, a, f, alla linea K, f, & la proportione del solido, k, b, al solido, x, l, si come della superficie. k. r. alla superficie. x. z. e pero si come della linea, f, r, alla linea, r, z, & la proportione del solido, x, l, al solido, p, q, si come della superficie x. z. alla superficie l. m. & per tanto è si come della linea, r, b, alla linea, b, m, & per el presupposito è chiaro che la proportione della linea, f, r, alla linea, r, z, & della linea, r, b, alla linea, b, m, è si come della linea, a, f, alla linea, K, f, e per tanto (per la diffinitione della proportione treplicata posta in 11. diffinitione, & 5. è manifesto che la proportione del solido, a, b, al solido, p, q, e pero etiam al solido, c, d, e si come della linea, a, f, alla linea, k, f, triplicata, & perche la linea, K, f, e posta equale alla linea, e, h, è manifesto esser il vero quello che dovemo bisogna saper che cio che è stato dimostrato di solidi paralellogrammi (per questa 36. & per le sette continue precedente a quella) il medesimo anchora se verifica nelli seratili di quali le base communamente sono trigone over communamente tetragone, & questo serà manifesto allo ingenioso speculatore (per la 28. & per questa 36. & per le sette a quella continuamente precedente: perche se seranno quai si voglia seratili equalmente alti sopra una medesima basa over sopra base equale tamen communamente trigone over communamente tetragone, conciosia che quelli siano la mità di solidi paralellogrammi delle sue altezze (per la vigesima ottava) quelli seranno equali per la vigesima nona, & per le tre che seguitano quella: Perche da queste è manifesto li solidi paralellogrammi esser equali al doppio de essi seratili. Similmente anchora se seranno dui seratili sopra basse communamente trigone, over communamente tetragone equalmente alti quelli seranno proportionali alle sue base, si come (per la 33.) se ha di solidi paralellogrammi, perche quelli (per la 28.) sono la mità di solidi paralellogrammi di sua altezza, & di solidi paralellogrammi della sua altezza & delle base de quelli è una medesima proportione (per la trigesima terza) consiste adonque che la proportione di solidi paralellogrammi fra si come quella de seratile perche si come el sempio al sempio cosi è el doppio al doppio (per la quintadecima del quinto,) & la proportione delle base di solidi paralellogrammi, e si come delle base di serratili, perche over che seranno le base di seratili quelle medesime di solidi paralellogrammi, & questo serà quando le base di seratili seranno tetragone: perche all'hora seranno da esser compidi li solidi paralellogrammi dalli seratili sopra le mede-

me base, ouer le base di seratili seranno subduple alle base di solidi parallelogramimi, & questo serà quadrato le base delli seratili seranno communamente trigone, perche all'hora li solidi parallelogrammi seranno da esser compidi dalli seratili, aggionto alle base di seratili, le superficie trigone acciochè le base de seratili con li trigoni aggionti siano fatte base de superficie de lati equidistanti seguita che la proportione di seratili fra si come quella delle base, & per lo medesimo modo, se li seratili seranno equali & siano communamente sopra a base triangulare ouer communamente sopra le base quadrangulare, le base de quelli seranno mutue alle altezze de quelli, ma se le base de quelli seranno mutue alla altezza de quelli, essi seratili seranno equali si come propone la trigesima quarta e trigesima quinta di solidi parallelogrammi, & questo facilmente è manifesto (per quelle cose che sono dette in la trigesima quinta) ma se li seratili seranno fra loro simili, la proportione dell'uno all'altro, e si come la proportione del lato de uno al suo relativo lato dell'altro duplicata si come di solidi paralellogrammi (propone la trigesima sesta, che per la medesima trigesima sesta) facilmente a te se manifestarà dalli paralellogrammi compidi dalli seratili simili quelli solidi prouarai essere simili laqual cosa è facile esser negotiata (per la diffinitione di corpi simili & delle superficie simile, per questo che li seratili sono posti simili fra loro.

Correlario.

o Dico che da questo è manifesto, che se seranno quattro rette linee
33 proportionale, si come serà la prima alla quarta cosi serà el solido de superficie equidistante descritto dalla prima, a quello simile & similmente descritto dalla seconda imperochè la prima alla quarta ha treppia proportione che alla seconda.

Il Tradottore.

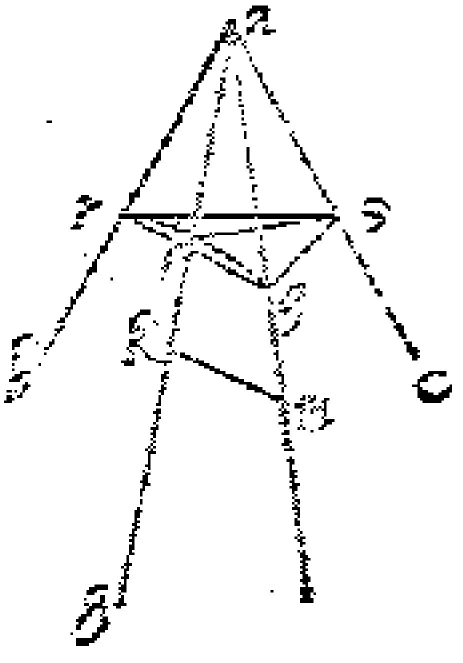
Questo correlario se ritroua solamente in la seconda tradottione el quale per essere da se chiaro altramente non lo sporgo aduertendoti solamente che li detti solidi descritti sopra alla prima & seconda el non satisfa che quelli siano simili, ma bisogna etiam che siano similmente posti ouer descritti cioè che le base descritte dalle dette due linee doue essi corpi se riposano siano simile & relatiue de detti solidi si come fu detto etiam sopra alla uigesima del sesto delle superficie simile.

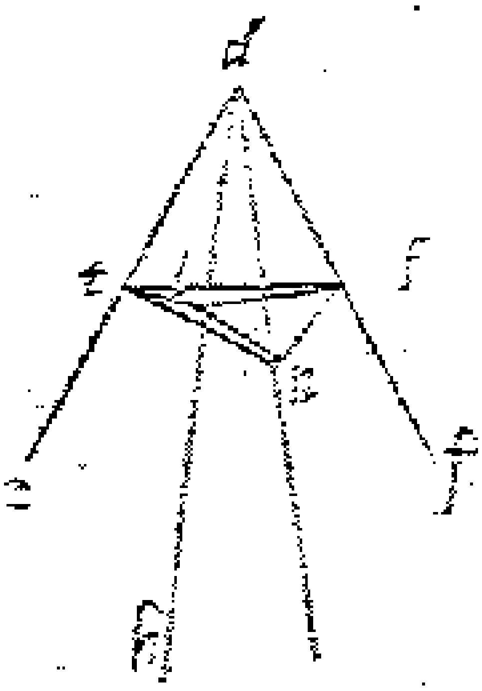
Theorema. 32. Propositione. 37.

37 Se seranno duoi angoli piani equali sopra liquali siano sta tirate in
35 aere due Ypotumisse che cadauna di quelle contengano equali angoli con ciascaduno di lati di angoli subgiacenti, & in quelle Ypotumisse siano signati duoi ponti, dalli quali siano protratte due perpendicolare alla superficie delli proposti angoli, & dalli ponti sopra liquali cascarāno le perpendicolare, siano dutte due linee rette alli duoi angoli piani,

ni, Li duoi angoli che serano contenuti da quelle due linee & da quelle due Ypotumisse se prouano fra lor esser equali.

Siano li duoi angoli piani. a. & .d. equali contenuti delle linee. a.b. & .a.c. & .d.e. & .d.f. e sopra quelli siano erigate due linee (ypotumissalmente.) a.g. & .d.h. & sia l'angolo. g. a. c. equale all'angolo h.d.f. & lo angolo.g. a.b. equale all'angolo h.d.e. in le due ypotumisse a.g. & d.h. siano signati li duoi ponti (come si voglia. k. & .l. dalli quali secondo li precetti della undecima di questo) siano lassate due perpendicolare alla superficie de angoli. a. & .d. lequale siano. k.m. & .l.n. & siano protratte le due linee. a.m. & .d. n. dico adonque lo angolo. g.a.m. essere equale all'angolo. h.d.n. se la linea.a.k. è equale alla.d.l. bene quidem se non dalla linea.a.g. sia tolta la linea. a. p. equale alla. d. l. & dal ponto. p. sia lassata una linea perpendicolare alla superficie del angolo. a. laqual sia. p.q. adonque è manifesto che'l ponto.q. è in la linea.a.m. lequal cose (per la sesta di questo, & per la diffinitione delle linee equidistante, lequale è necessario essere in una superficie) facilmente è manifesto a colui che ben studiosamente considera: dapoi dal ponto q. siano dutte due perpendicolare una alla linea.a. b. laquale sia. q.r. & una altra alla linea. a.c. laquale sia.q.s. similmente ancora dal ponto. n. siano dutte due altre perpendicolare una alla linea. d.e. laqual sia.n.t. & l'altra alla linea. d.f. laqual sia.n.x. & siano protratte r.s. & .t.x. & ancora dalli ponti.p. & .l. siano tirate le ypotumisse. p.q. p.r. p.s. & .l.n. l.t. l.x. adonque poste queste cose, & desposta prudentemente la figura così se apprende la demostratione del proposito, egliè manifesto (per la penultima del primo) che il quadrato della linea.a.p. è equale alli quadrati delle due linee, a.q, & p.q. & (per la medesima) che il quadrato della, a, q, è equale alli quadrati delle due linee.a.s. & .s.q. adonque el quadrato della.a.p. è equale alli quadrati delle tre linee.a.s. s.q. et q.p. Ma per la medesima el quadrato della.s.p. è equal alli quadrati delle due linee. s.q. & .p.q. adonque el quadrato della.a.p. è equale alli quadrati delle due linee.a.s. & .s.p. e però (per la ultima del primo) lo angolo.a.s.p. è retto e per simel modo su approuaremo li tre angoli d. x. l. a. r. p. d. t. l. esser retto, conciosia adonque che l'angolo. s.a.p. (per el presupposito) sia equale all'angolo. x. d.l. & la linea.a.p. alla linea.d.l. (per la vigesima sesta del primo) la linea.d.x. serà equale alla.a.s. & la.x.l. equale alla.s.p. ancora per lo medesimo modo, conciosia che (per el presupposito) lo angolo, r, a, p, sia equale all'angolo, t, d, l, (per la medesima) la linea, a, r, serà equale alla, d, t, & la, r, p, equale alla, t, l, per laqual cosa per





la quarta del primo la linea,r,s,serà equale alla linea.t.x. & l'angolo.a.r.s.equale all'angolo.d.t.x. & lo angolo.a.s.r.all'angolo.d.x.t.per l'angolo.a.(dal presupposto) è equale all'angolo.d.adonque(per la concettione)l'angolo.s.r.q.serà equale al l'angolo,x,t,n,et l'angolo,r,s,q,all'angolo.t.x.n.perche sono li residui di duoi retti per li duoi equali tolti uia,adonque(per la uigesima sesta del primo)è necessario che la linea,r,q,sia equale alla,t,n,& la,q,s,equale alla,n,x,& conciosia che(per la penultima del primo) lo quadrato della linea,r,p,sia equale alli quadrati delle due linee,r,q,& p,q, & lo quadrato della linea,t,l,equale alli quadrati delle due linee,t,n,& l,n. & essendo le due linee,r,p,& t,l,equale,e anchora le due lequale sono,r,q,& t,n,equale seguita(per communa scientia)le due che sono,p,q,& l,n, esser equale,per lo medesmo modo,conciosia chel quadrato della linea,a,p,sia equal alli quadrati delle due linee(che sono,a,q,& q,p,)similmente el quadrato della linea,d,l, alli quadrati delle due linee che sono,d,n,& n,l,& essendo,a,p,equale al la,d,l,& la,p,q,equale alla,l,n,seguita per communa scientia la,a,q,esser equale alla,d,n,adonque(per la ottaua del primo)concludo el proposito,cioe l'angolo,p,a,m,esser equale a l'angolo l.d.n.

Correlario.

o/3 De questo è manifesto che se seranno duoi angoli piani de linee rette equali, e che sopra li suoi termini stiano due linee rette equale contenente equali angoli insieme con l'una e l'altra de quelle rette linee poste in principio, le perpendicolare dutte da quelle alle superficie in lequale sono posti li angoli in principio sono fra loro equale.

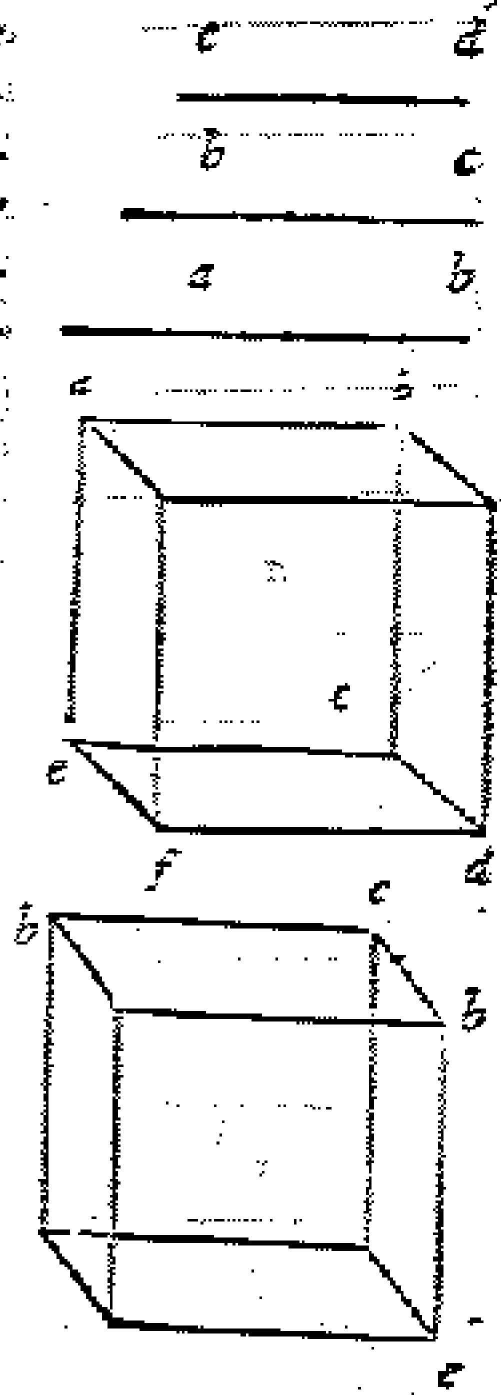
Il Tradottore.

Questo correlario se ritroua solamente in la seconda tradutione el qual correlario dice che per le cose demonstrate nella soprascritta propositione che egli e manifesto che se sarãno duoi angoli piani de linee rette(si come li dui angoli soprascritti a.& b.)contenuti da linee rette equale quale siano pur le linee.a.r.a.s.& d.t.d.x.et sopra li lor termini.a,et.d.stiano le due linee. a.p.& d.l.equale e consistuente equali angoli con l'una e l'altra de quelle prime proposte,dice che le perpendicolar dutte da quelle alle superficie in lequale sono posti li detti angoli sono fra loro equale le quale perpendicolare in questo caso sono le,p,q,et l,n,laqual cosa per le cose demonstrate disopra è manifesta.

Theorema. 33. Propositione. 38.

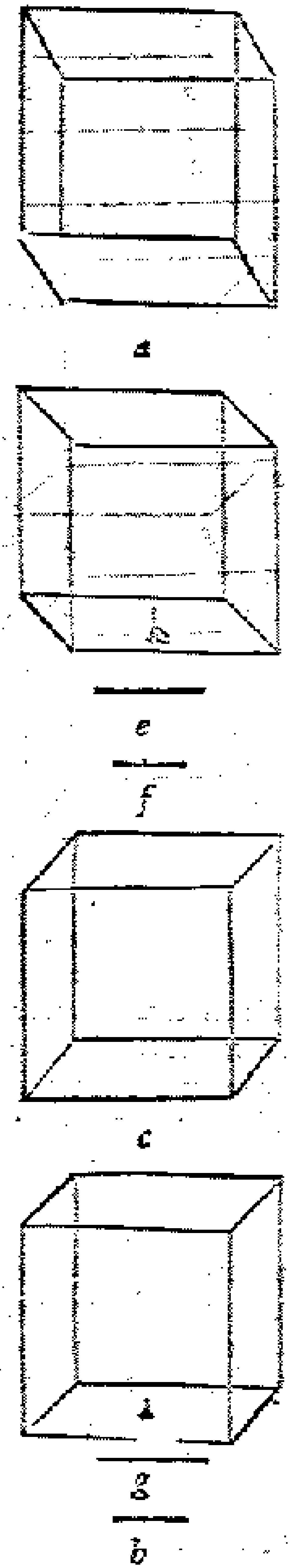
36/38 Se saranno tre linee rette proportionale, lo solido de superficie equidistante fatto da quelle tre linee, serà equale al solido de superficie equidistanti equilatero fatto dalla linea media, ma che sia equiangolo al predetto.

Siano



Siano adonque le tre linee. a.b.b.c.& c.d.continue proportionale, & sia fatto da quelle un angolo solido come si voglia, & sia compito il solido de lati equidistanti del quale la linea. a, b, sia la longhezza, & la, b, c, la altezza, & la, c, d, la larghezza & questo solido sia detto. a, d, anchor sia tolta una altra linea equale alla, b, c, laquale sia etiam chiamata, b, c, & sopra la stremita di quella (laquale e.b.) sia constituido un angolo solido equale al angolo solido, a, secondo che insegna la vigesima sesta & tutte le altre linee contimente lo angolo solido, b, siano resegate alla equalità della linea, b, c, & sia compito el solido de superficie equidistante, del quale la longhezza: larghezza, & altezza sia la linea.b.c.& quello sia detto, b, c, Dico adonque li duoi solidi, a, d, &, b, c, esser equali. Perche egliè manifesto che tutte le superficie di uno sono equiangole alle sue relatiue superficie di lo altro laqual cosa tu poi sapere (per la trigesima quarta propositione del primo libro.) Et conciosia che lo angolo solido, b, sia posto equale al solido angolo, a, è necessario che lo angolo di qual si voglia delle superficie del solido, a, d, sia equale a lo angolo della superficie a se relatiua del solido. b. c. Adonque (per la trigesima quarta propositione del primo libro) li loro oppositi saranno equali. Ma perche tutti li angoli de ciascheduna superficie quadrilatera sono equali a quatro angoli retti (per la trigesima seconda propositione del primo lib.) egliè necessario che li duoi remanenti di l'uno siano equali alli doi remanenti di l'altro a se relatiui. Et conciosia che essi doi remanenti in qual si voglia (di dette superficie) siano etiã fra lor equali, el se conuenice necessariamẽte che ciascuna delle superficie del solido, a, d, sia equiangola alla sua relatiua in el solido, b, c, Per laqual cosa (per la secõda parte della decima settima propositione del sesto lib.) le base di duoi propositi solidi saranno equali, Perche sono equiangole, e de lati mutui, Adonque se le linee delle altezze stanno orthogonalmente sopra le base de quelli è manifesto (per la 31. propositione) quelli esser equale. Perche cõciosia che queste linee siano equale, & quelle determinano la altezza di solidi, li solidi saranno equalmẽte alti. Ma se le linee delle altezze di quegli non stanno orthogonalmente alle sue base protratte le perpendicolare dalle summità di quelle alle base. Queste perpendicolare (per la precedente) saranno fra loro equale, perche quelle saranno se come erano in la figura della demonstratione della precedente, le due linee, p, q, (et l, n, lequale demostrassimo) bisogna esser equali. Perche adõque la altezza di tutti li solidi se diffinisse per le perpendicolare descendente dalle summità di quelli alle sue base li duoi solidi. a, d. & c.b. (per la trigesima seconda) saranno

equali.



equali. anchora possemo demonstrare (parendone) lo conuerso di questa per lo modo contrario, come se'l corpo parallelogrammo. a.d. sia equale, & equiangolo al corpo parallelogrammo. b.c. & lo corpo. b.c. sia contenuto dalla media de le tre linee cotinente el corpo. a.d. le tre linee contenente el corpo. a.b. serāno continue proportionale. Perche conciosia che li duoi solidi parallelogrammi. a.d. & c.b. siano equali, & equalmente alti (dal presupposito) essi saranno sopra base equale (per li conuersi della trigesimaprima & trigesimaseconda) et perche quelle base de quelli sono equiangole, seguita per la prima parte della decimasettima del sesto) che quelle siano de lati mutui, adonque la proportione della. a.b. alla. b.c. e si come della. b.c. alla. c.d. per laqual cosa è manifesto il proposito.

Il Tradottore.

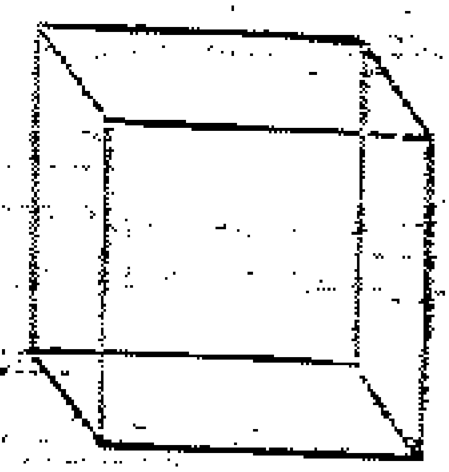
Il testo della soprascritta propositione lo hauemo tolto dalla seconda tradutione per esser più corretto.

Theorema. 34. Propositione. 39.

39/36 Se saranno quante si uogliano linee proportionale, li suoi solidi de superficie equidistante è simili di ciascuna creatione saranno anchora proportionali, & se li solidi de superficie equidistanti simili di ciascuna creatione saranno proportionali, le linee anchora dalle quale sono contenuti: li detti solidi saranno proportionale, El simile la trigesimaseconda del sesto propone delle superficie.

Hor siano le quattro linee. a.b. & c.d. proportionale & sopra quelle siano fabricati quattro solidi parallelogrammi (dalli medesimi nomi nominati) liquali siano expressamente simili. Perche dalli duoi a nostro piacer fabricati sopra le due linee. a. & c. & li altri saranno da esser fatti secondo li precetti della trigesimasettima. Dico questi quattro solidi esser proportionali, & è conuerso, & per demostrar questo siano fatto aggionto alle due linee. a.b. in continua proportionalità le due (lequale siano. e.f. si come insegna la decima del sesto,) & alle due linee. c. & d. altre due lequale siano. g. & h. adonque

b. adonque è manifesto (per la trigesima sesta & per la diffinitione della proportione treplicata, laquale è posta nel principio del quinto & per questi presupposti) che li solidi .a. & .b. & li solidi .c. & .d. fra loro insieme sono ispressamente simili, che la proportione del solido .a. al solido .b. e si come la proportione della linea .a. alla linea .f. Anchora del solido .c. al solido .d. e si come della linea .c. alla linea .h. & perche (per la vigesima seconda del quinto) la proportione della linea .a. alla linea .f. e si come della linea .c. alla linea .h. (per la undecima



k

del quinto) el solido .a. al solido .b. e si come el solido .c. al solido .d. adonque è manifesta la prima parte. La seconda se dimostra in questo modo. Siano li duoi solidi .a. & .b. simili fra loro, & li duoi liquali siano .c. & .d. fra loro espressamente simili, & siano tutti par dellogramenti, et siano posti proportionali. Dico che le linee .a.b. & .c.d. (sopra lequal sono constituidi) sono proportionale & per demostrar questo sia (per la 10. del 6.) si come la linea .a. alla linea .b. cosi sia la linea .c. alla linea .k. e sia fatto (secondo la vigesimasettima de esto) sopra la linea .k. un solido ispressamente simile al solido .d. el quale sia etiam detto .k. & (per le diffinitioni di corpi simile: & delle superficie simile & per la vigesima del sesto) el corpo .k. sarà ispressamente simile al corpo .c. e però (per la prima parte de questa trigesimanona gia provata per avanti) la proportione del solido .a. al solido .b. serà si come del solido .c. al solido .k. Et perche la medesima era del solido .c. al solido .d. (per la seconda parte della nona del quinto) lo solido .K. sarà equale al solido .d. Et conciosia che quelli sian ispressamente simili, seguita la linea .k. esser equale alla linea .d. Perche la equalità non è produtta da alcuna proportione treplicata (over tolta quante volte si voglia) se non dalla equale. A questo modo adonque (per la seconda parte della settima del quinto) è manifesto la seconda parte, Ma non pensare che el sia necessario ciascun di detti quattro solidi .a. b. c. d. esser simile a qual si voglia delli altri, perche tu te ingannaresti. Ma li duoi solidi .a. & .b. è ben necessario esser simili fra loro, & similmente li duoi .c. & .d. Ma li solidi .c. & .d. egliè accadente esser simili alli duoi solidi .a. & .b. ma el non e necessario, Il medesimo (per questa trigesimanona) potrai concludere facilmente di serratili.

Il Tradottore.

La soprascritta propositione pateria oppositione perche sopra alla linea .b. se poteria descrivere un solido simile al solido .a. & similmente un'altro sopra alla linea .d. simile al .c. & tamen li detti solidi non seriano proportionali (quantunque le dette quattro linee fossero proportionale) e però il testo della seconda tradottione è piu corretto assai el qual parla in questa forma.

Se seranno quattro rette linee proportionale, anchora li solidi de superficie equidistanti simili & similmente descritti da quelle saranno proportionale, et se li solidi

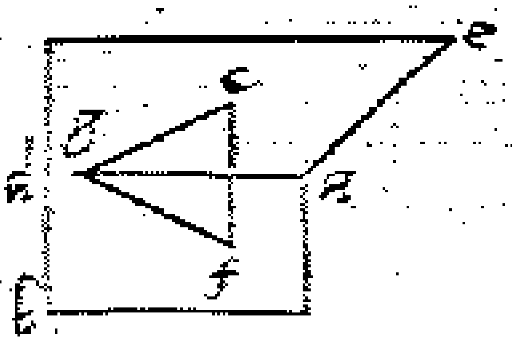
de

de superficie equidistanti simili & similmente descritti da quattro linee rette, saranno proportionali & quelle rette linee saranno anchora proportionale.

Si che el non satisfa che li detti solidi siano simili, ma bisogna che siano etiam similmente descritti si come (delle superficie) fu detto sopra alla vigesima seconda del sesto altramente la proportione pateria oppositione ideo &c.

Theorema.35. Propositione.40.

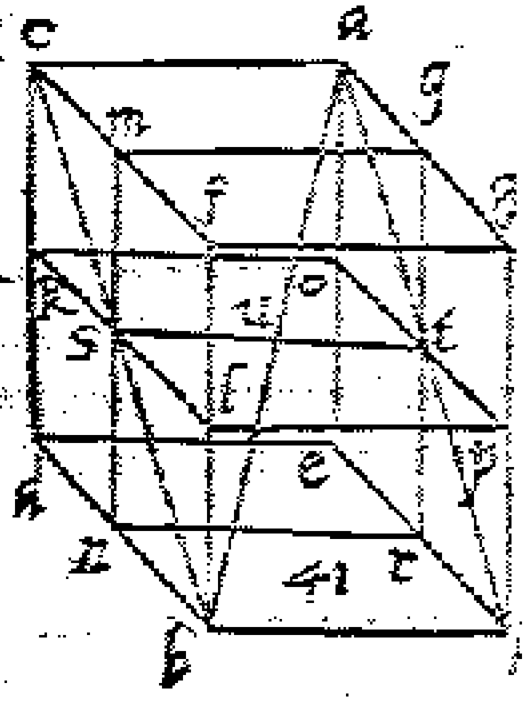
o/38 Se un piano sarà retto a un piano, & da uno ponto (stante in uno de detti piani) sarà dutta una perpendicolare in l'altro piano, essa perpendicolare caderà in la communa settione de quelli medesimi piani.



Hor sia el piano.c.d. retto al piano.a.b. & la commune settione de quelli sia.d.a. & sia tolto a caso el ponto.e. in esso piano.c.d. Dico che una perpendicolare dutta da esso ponto.e. in el piano.a.b. quella caderà in essa settione.d.a. Perche se'l fusse possibile (per l'aduersario) ponjamo che quella cada fuora si come la.e.f. & quella cascHi in el detto piano.a.b. in ponto.f. & da questo ponto.f. sia protratta la.f.g. in el piano.a.b. perpendicolare alla detta settione d.a. (per la undecima del undecimo) laquale sarà ad angoli retti al detto piano.c.d. & sia protratta la.e.g. Adonque perche la.f.g. e ad angoli retti al detto piano.c.d. & la.e.g. (stante in el piano.c.d.) tocca quella. Adonque l'angolo contenuto sotto.f.g.e. è retto. Ma etiã la.e.f. a esso piano.a.b. & ad angoli retti, adonque l'angolo che sotto.e.f.g. e retto. Per laqual cosa dui angoli de quel triangolo.e.f.g. sono equali a dui angoli retti: laqual cosa è impossibile (per la decima settima del primo.) Adonque la perpendicolare dutta dal ponto.e. in el piano.a.b. non cadde fora di essa settione.a.d. adõque cade in quella che era da demonstrare.

Theorema.36. Propositione.41.

40/39



Se li lati de due opposite superficie, del cubo saranno tagliati in due parti equali, & delli põti delle settioni, usciranno due superficie segãte el cubo etiam fra loro, la commune settione de quelle è necessario segar el diametro del cubo in due parti equali, & quella similmente è necessario esser segata dal diametro in due parti equali.

Statuisse un cubo, el qual sia.a.b. delqual è manifesto (per la diffinitione) che tutte le linee che'l contiene sono equale & le sue superficie rettangole, perche a un

tal

tal corpo diremo cubo. Adonque la basa di questo cubo sia la superficie, c,e,d,e, & la superficie suprema di quello sia, b,f,g,h, & la destra di quello sia, a,e,g,h, & la sinistra sia la superficie, b,f,c,d. Anchora quella de qua sia la, d,e,b,h, & quella di la, la, a,c,g,f, & lo diametro di quello sia la, a,b, adonque sian divisi tutti li lati de due quali si vogliano superficie opposite di quello in due parti equali, e sian per (al presente) le superficie delle quale li lati sian divisi la destra, e la sinistra. Dico che siano divisi li quattro lati, della destra, sopra li quattro ponti, liquali sono, o,p,q,r. Et la sinistra sopra li quattro liquali sono. k.l.m.n. & siano congiunti li ponti in queste superficie opposite dutte le linee. o.p. & q.r lequale se segano fra lor in ponto. t. Anchora dutte le. k.l. & m.n. lequale se segano fra loro in ponto. s. & siano anchora compite le due superficie segante fra loro, etiam segante il cubo protratte le linee. o.k. & p.l.q.m. & r.n. & sia la commune settione di queste due superficie la. s.t. Dico adonque che la linea. s.t. divide il diametro. a.b. e quella è divisa dal medemo diametro in due parti equali, laqual cosa è manifesta perche l'una e l'altra di quelle transisse per il centro del cubo. Ma altramente convien demostrar quello che è proposto. Hor sian produtte le due linee. t.a. et. t.h. similmente le due. s.c. s.b. e (per la. 4. del 1.) la. a.t. sarà equale alla. t.h. & la. s.c. equale alla. s.b. et è manifesto (per la prima parte della. 29. del 1.) che l'angolo. p.t.q. è equale al angolo. a.q.t.e (per la quarta del primo) l'angolo, h,t,p, è equale al angolo, t,a,q, Adonque per la. 32. del primo) tutto l'angolo, h, t,q, con l'angolo. q.t.a. vale per dui retti. Per laqual cosa (per la. 14. del 1.) la linea. a. h. serà una sol linea, similmente ancor la linea. c.b. sarà una sol linea, e perche (per la 9. di questo) la linea. a.c. è equidistante alla linea. h.b. perche l'una e l'altra è equidistante alla linea. d.e. & conciosia che quelle siano equale, perche son lati del cubo; seguita per la. 33. del primo. le due linee, a,h, & c,b, esser equale et equidistante, e però (per la concettione) le mità di quelle. le qual sono. a.t. & b.s. saranno equal. et (per la settima di questo) è manifesto che la linea. s.t. è in superficie delle due linee. a.h. & b.c. e (per la medema) la linea. a.b. laquale è il diametro del cubo, e etiam diametro della superficie, paralellogramma. a.c.b.h. Adonque la linea. s.t. sega lo diametro. a.b. Segala adonque quella in ponto. u. Dico adonque la linea. s.u. esser equale alla linea. u.t. etiam la linea. a.u. alla linea. u.b. Siano intesi li doi triangoli. a.t.u. b.s.u. di quali li angoli che sono al, t, & s, sono equali fra lor, similmente li angoli di medemi che son al. a. et b. son equali fra lor (per la prima parte della. 29. del 1.) per questo che la linea. a.t. è equidistante alla linea, s,b, E perche anchor lor sono equal seguita (per la 26. del 1.) il proposito. Il medemo anchora se concluderà per el medemo modo se il solido, a,b, non sia cubo, ma solamente corpo paralellogrammo, over contenuto da linee equale, over non equal, over anchora sel serà eretto orthogonalmente sopra alla basa over anchor sopra quella inclinato, onde el se applica la figuratione (in questa quadragesima prima) del cubo a tutte le figure solide paralellogrammme.

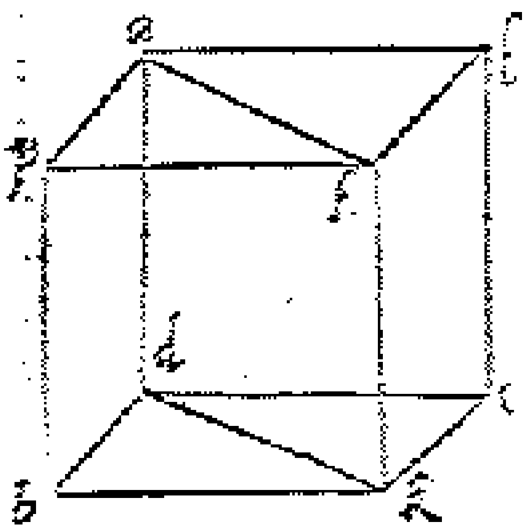
Il Tradottore.

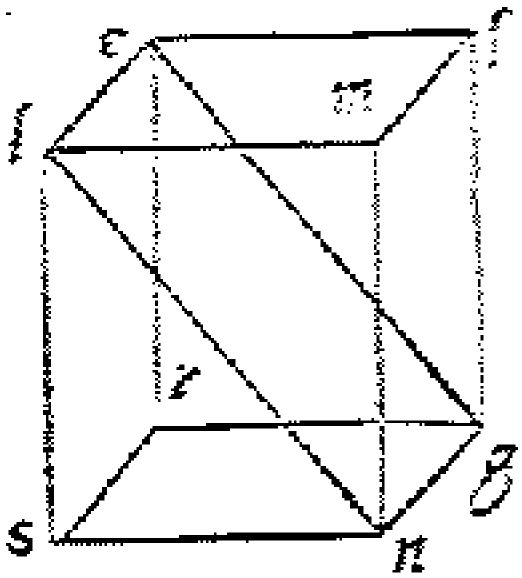
Quello che se propone nella soprascritta propositione del cubo nella seconda tradottione se propone sopra uno solido de superficie equidistante & se dimostra per li medesimi modi, cioè tal propositione è più generale.

Theo-

Theorema. 37. Propositione. 42.

41/40 Se feranno dui corpi feratili di quali l'uno habbia la basa triangolare, e l'altro habbia la basa de lati equidistanti doppia a quella triangolare, feranno equalmente alti: quelli duoi corpi è necessario esser equali.





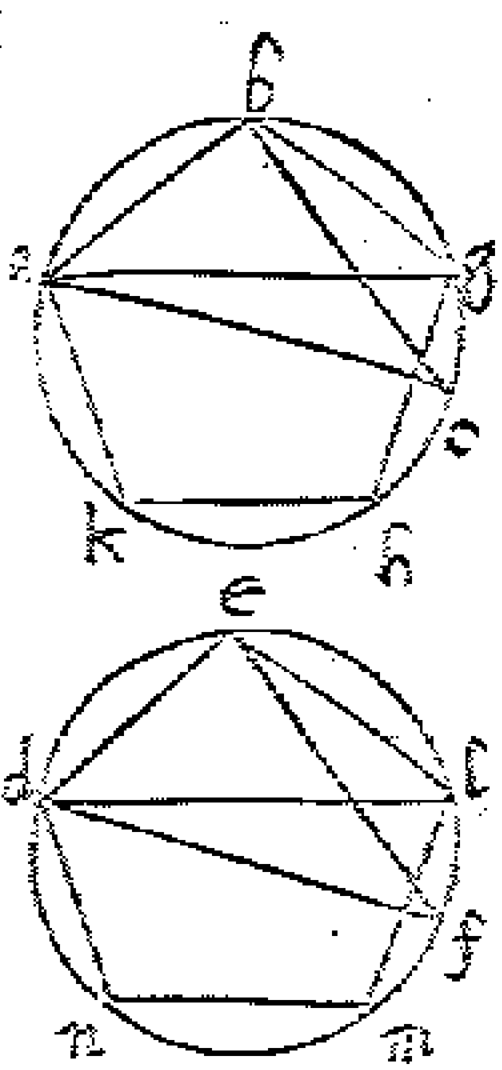
Sia la superficie. a.b.c.d. de lati equidistanti doppia alla superficie trilatera.e.f.g. & sopra queste due superficie siano fatti duoi corpi feratili equalmente alti, e siano li feratili che è sopra la basa quadrãgola. a.b.c.d.h.k. la basa del quale è la superficie proposita de lati equidistanti.a.b.c.d. l'altra superficie de lati equidistanti de quella è la.a.h.d.k. & la terza c.b.h.c.k. & le due superficie triangulare di quello, l'uno e il triangolo.a.b.h. & l'altra il triangolo.d.c.K. e lo feratile che è sopra la basa triangola.e.f.g. sia.e.f.g.l.m.n. del quale l'una delle sue superficie triangulare è la predutta basa & la altra il triangolo.l.m.n. et delle tre superficie de lati equidistanti di quello, la prima è la,e,f,l,m, e la seconda.e.g.l.n. e la terza la.f.g.m.n. adonque dico questi duoi feratili proposti esser fra loro equali e per dimostrar questo sian compidi li duoi solidi paralellogrammi aggiongendo all'uno e l'altro di duoi proposti feratili un'altro feratile a se medesimo equale, & al primo feratile sopra la medesima basa sia aggionto lo feratile. a.p.h.d.q.K. dil quale le due superficie trilatere sono. a.p.h.d.q.k. e le tre quadrilatere, la prima è.a.h.d.K. (laqual è termine commune a se medesima e a quella alla quale è stata aggionta) e la secõda, a, d, p, q, anchor la terza.p.q.h.k. ma allo secondo feratile sia aggiõto un'altro feratile a se medesimo equale in questo modo: sia aggiõto al primo triangolo.e.f.g. un'altro triãgolo a lui equale el quale sia, e, g, r, talmente che tutta la superficie, e, f, g, r, sia de lati equidistanti, et sopra questo triangolo sia fatto el feratile, e, g, r, l, n, s, el qual con quello alqual è aggionto compisse uno corpo paralellogrammo, le due superficie trilatere di questo feratile aggionto sonno, e, g, r, l, n, s, e le tre paralellogrammice sono, la prima, e.l.r.s. la seconda, e, l, g, n, (e questa è commun termine a se e a quella alla qual è aggiõta) e la terza, g, r, n, s, adonque eglie manifesto per la diffinitione di solidi equali e simili, che li doi feratili cõponenti lo solido paralellogrãmo.a.K. e similmente li duoi componenti lo solido paralellogrãmo, e, n, fra loro insieme son equali e (per la 3 1. & 3 2. de questo) li duoi solidi.a.x. & .e.n. sono equali fra loro, adonque perche le mità di questi solidi sono li feratili proposti (per commune sententia) è manifesto quelli esser equali perche tutte le cose che feranno equale le mità di quelle è necessario essere equale: e per tanto è manifesto quello che sia proposto.

IL FINE DEL VNDECIMO LIBRO.

LIBRO DVODECIMO DI EVCLIDE.

Theorema prima. Propositione prima.

1 De ogni due superficie simili de molti angoli descritte dẽtro di duoi cerchii, la proportione di l'una all'altra, e si come la proportione de li quadrati che peruengono dalli diametri di cerchii circonscribenti quelle.

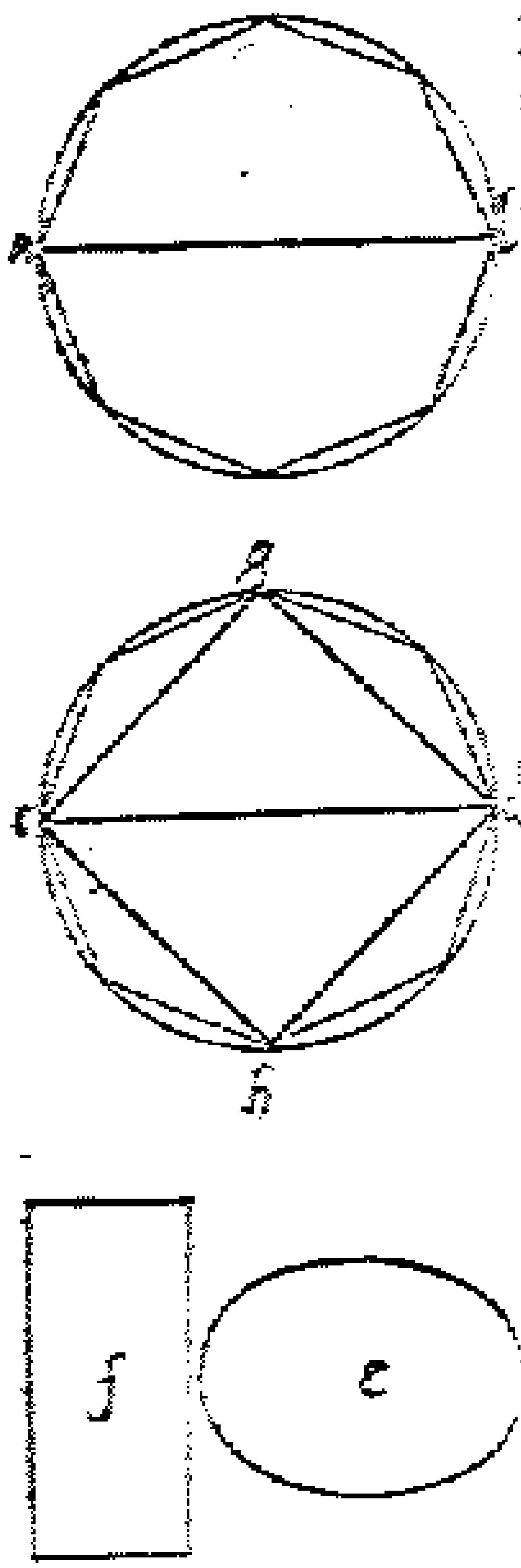


SIANO li duoi cerchij. a.b.c.d.e.f. alli quali siano inscritte due figure come si uoglia de molti angoli, liquali siano posti simili fra loro: & siano per al presente inscritte penthagone come insegna la undecima del quarto, & quelle siano. a.b.g.h.k. l'altro penthagono. d.e.l.m.n. anchora li diametri di cerchij siano. a.c. & .d.f. Dico anchora che la proportione del penthagono. a.b.g.h.k. al penthagono d.e.l.m.n. e si come el quadrato del diametro. a.c. al quadrato del diametro. d.f. & per dimostrar questo sia protratto due linee in l'un e l'altro circulo: dalla estremità dal diametro alla estremità dell'una di lati del penthagono non terminante con el diametro intersecandosi fra loro dentro dil detto penthagono in l'uno sia la, a, g, & , c, b, & in l'altra, d, l. & , f, e, & (per la sesta del sesto) el triangolo, a, b, g, serà equiangolo al triangolo, d, e, l, perche conciosia che li penthagoni siano stati posti simili fra loro (per la diffinitione delle superficie simile) seranno l'angolo. b. equale all'angolo. e. & li lati continenti quelli proportionali, cioe la proportione del, a, b, al, d, e, si come, b, g, al, e, l, & conciosia che (per la uigesima prima del terzo) li duoi angoli, f, & , l, siano fra loro equali, & similmente li altri duoi. c, & . g. equali fra loro i duoi che sono, c, & , f, seranno fra loro equali (per commune sententia quelle cose che son equale a cose equale anchora è necessario quelle esser fra loro equali) & perche (per la prima parte della trigesima prima del terzo) l'uno & l'altro di duoi angoli. a.b.c. d. e.f. è retto, seguita (per la trigesima seconda del primo) li duoi triangoli. a.b.c. d.e.f. esser equiangoli per laqual cosa (per la quarta del 6.) la proportione del diametro, a, c, al diametro, d, f, è si come del lato, a, b, al lato. d. e. è per tanto conciosia che (per la seconda parte della decimanona del sesto) la proportione di duoi penthagoni sia si come la proportione duplicata dal lato. a. b. al lato.

al lato. d.e. & (per la medeſima) la proportione del quadrato del diametro. a.c. al quadrato del diametro. d. f. ſia ſi come la proportione del diametro. a. c. al diametro. d. f. dupplicata (per queſta commune ſentenția) quelle coſe delle quale le loro mità ſono equale: quelle anchora fra loro ſono equale, è manifeſto quello che ſia propoſto.

Theorema. 2. Propoſitione. 2.

2 De ogni duoi circuli, la proportione di l'uno all'altro, e ſi come la
2 proportione del quadrato del ſuo diametro, al quadrato del diametro
dell'altro.



Siano li duoi circoli, a, b, & , c, d, li diametri di quali ſiano detti, a, b, & , c, d, dico adonque che la proportione del circolo. a. b. al circolo, c, d, e ſi come del quadrato del diametro, a, b, al quadrato del diametro, c, d, perche eglie manifeſto (per queſta commune ſcientia, quanta e qual ſi voglia magnitudine ad alcuna ſecõda, tãta è neceſſario eſſer qual ſi voglia terza ad alcuna quarta) che la proportione del quadrato del diametro, a, b, al quadrato del diametro. c. d. e ſi come del circolo. a. b. ad alcuna ſuperficie laqual ſia. e. laqual ſia poſta di qual figura over forma ſi voglia, & queſta è impoſſibile eſſer maggior over minore del circolo. c. d. perche ſe eglie poſſibile quella eſſere minore del circolo. c. d. ſia adonque minore in la ſuperficie. f. e per tanto il circolo, c, d, ſi è equale alle due ſuperficie, e, f, tolte inſieme adõque è manifeſto (per la prima del decimo) che el ſi pol dal circolo, c, d, (& delli ſuoi reſidui) ſotrazere tãte volte il piu della mità per fina a tanto che rimanga alcuna quantità minore de, f, adonque a quello ſia inſcritto (come inſegna la ſeſta del quarto) lo quadrato c, d, g, h, del qual è manifeſto eſſer piu della mita del circolo, per che el quadrato che è doppio a quello, e quello che circonſcriue il cerchio come è manifeſto per la penultima del primo & per la ſettima del quarto, adonque ſe le portioni del circolo che ſtanno ſopra li lati del quadrato tolte equalmente inſieme ſeranno minori della ſuperficie. f. el baſta, ma ſe le non ſeranno minore: ſiano diuiſi li quattro archi che ſtanno ſopra li detti lati in due parti equali, & li ponti diuidenti li detti archi ſiano continuade per linee rette con le eſtremità di lati continenti, verbi gratia, lo archo, c, g, ſia diuiſo in dua parti equali in ponto. k. & ſiano protratte le linee k. c. k. g. & coſi procedere in li altri, & cadauno di triangoli deſcritti ſopra li lati del quadrato: ſerà maggiore della mità della

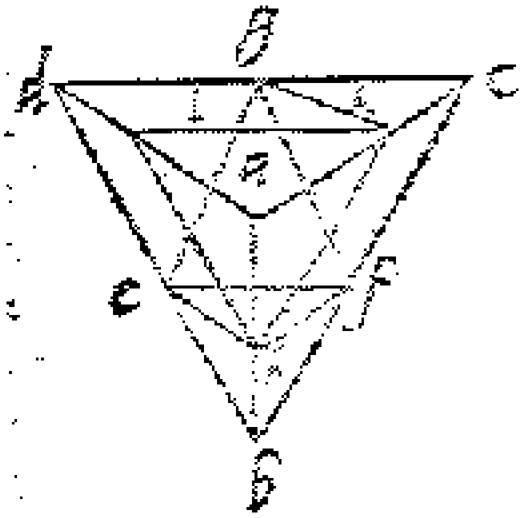
portione

portione in laquale sta dentro, imperoche ogni triangolo yscelo è la mitade del parallelogrammo della sua basa (per la quadragesima prima del primo) siano adonque le portioni che stanno sopra li lati del ottogono inscritto tolti insieme minori della superficie .f. perche se egli non fussero minori, non cessaressimo di diuidere li archi (di quali li lati della figura della ultima descrittione sono corde) in due parti equali & inscriuer una figura equilatera del doppio piu lati della prima sempre da sotrare da esse portione del circolo maggiore della mità: per fina a tanto che (per la prima del decimo) le portioni che staranno sopra li lati de alcuna tal figura inscritta in el circolo tolte insieme seranno minore della superficie .f. adonque per el presente siano quelle che sono dette, & (per la concettione) lo ottogono .c. d. serà maggiore della superficie .e. adonque sia inscritto in lo circolo .a. b. per la medesima uia un simile ottogono, elqual sia detto .a. b. e cosi (per la precedente) la proportione del ottogono .a. b. al ottogono .c. d. e si come del quadrato del diametro .a. b. al quadrato del diametro .c. d. e però (per la undecima del quinto) si come la proportione del circolo .a. b. alla superficie .e. adonque permutatamente del poligonio .a. b. al circolo .a. b. serà si come del poligonio .c. d. alla superficie .e. & conciosia che'l poligonio, c, d, sia maggiore della superficie, e, serà el poligonio, a, b, maggiore del circolo .a. b. laqual cosa è impossibile, adonque la superficie, e, non minore del circolo .c. d. ne etiam è maggiore perche se questo potesse esser possibile, sia maggiore: adonque conciosia che la proportione del quadrato del diametro .a. b. al quadrato del diametro .c. d. sia si come del circolo .a. b. alla superficie .e. serà al contrario del quadrato del diametro, c, d, al quadrato del diametro, a, b, si come della superficie .e. al circolo .a. b. & è manifesto (per la commune scientia posta in el principio di questa demostratione) che la medesima è del circolo .c. d. ad alcuna superficie (laqual sia .f.) & (per la decima quarta del quinto) la superficie .f. serà minore del circolo .a. b. adonque la proportione del quadrato del diametro, c, d, al quadrato del diametro .a. b. serà si come del circolo, c, d, alla superficie f. minore del circolo, a, b, ma per quello che hauemo demostrado poco auanti si trouerà seguitar lo impossibile: cioe lo poligonio inscritto in lo circolo, esser maggiore del circolo, adonque si come la superficie, e, non puol essere minore del circolo, c, d, ne etiam maggiore, necessariamente adonque serà equal. per laqual cosa (per la seconda parte della settima del quinto) è manifesto el proposito.

Theorema .3. Propositione .3.

3 3 Ogni piramide che habbia la basa triangolare, puol esser diuisa in due piramide simile fra loro, etiam a tutta la piramide, & in duoi seratili, equali liquali ambiduoi tolti insieme è necessario esser maggiori della mità di tutta la piramide.

Sia la pyramide, a, b, c, d, sopra la basa triangolare, b, c, d, & lo angolo solido de la uertice di quella sia, a, dal quale siano dutte le tre ypothemisse, a, b, a, c, a, d, alli tre angoli della basa, & siano diuisi tutti li lati della basa in due parti equale *in li tre ponti.e.f.g.& similmente anchora le tre ypothenisse sian diuise in due parti equali in li tre ponti.h.k.l.& siano protratte (in la basa) le due linee.e.f.& e.g. & la basa di detta pyramide serà diuisa in tre superficie delle quale due sono li duoi triangoli.b.e.f.e.g.d.liquali (per la seconda parte della seconda del sesto & per la diffinitione delle superficie simile) è manifesto esser equali etiam simili fra loro & a tutta la basa (per la ottaua del primo) la terza e quadrangola & parallelogramma & quella è.e.f.g.c.laquale è manifesta esser doppia al triangolo.e.g.d. (per la quadragesima & quadragesima prima del primo) siano adunque un'altra uolta dal ponto.h.protratte le due ypothenisse.h.e.f.h. & dal ponto.k.la ypothenissa.k.g.& siano protratte le linee.h.k.k.l.& l.h.*



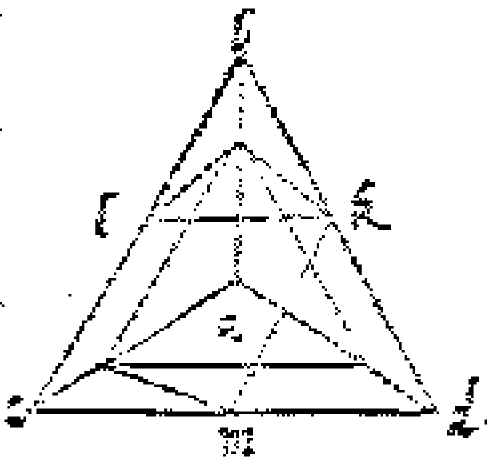
adonque tutta la pyramide.a.b.c.d.e diuisa in due pyramide che sono.h.b.e.f.& h.k.l.& in due seratili di quali l'uno è.e.h.f.g.k.c.& è sopra la basa quadrangola.c.f.g.e.& l'altro è.e.g.d.h.k.l.& è sopra la basa triangola.e.g.d.ma delle due pyramide.h.b.e.f.a.h.k.l.che quelle siano equale & simile fra loro & a tutta la pyramide.a.b.c.d.è manifesto (per la diffinitione di corpi equali & simili, & per la decima del undecimo libro, & per la seconda parte della seconda del sesto) ma per li duoi seratili che quelli siano equali è manifesto (per la ultima dello undecimo) ma che ambiduoi li seratili tolti insieme siano maggiori della mità di tutta la pyramide da questo è manifesto, che l'uno e l'altro di quelli è diuisibile in dui pyramide delle quale l'una è triangola equale a una delle due in le quale fu diuisa la total pyramide con li detti duoi seratili, etiam l'altra quadrangola laqual e doppia alla restante, per laqual cosa è manifesto che ambiduoi li seratili tolti insieme, esser li tre quarti de tutta la total pyramide diuisa, se tu desideri saper questa propositione recorri alla sesta di questo duodecimo libro, ma inquanto al proposito el ti basta a saper quelli duoi seratili tolti insieme, eccedere le due partiale pyramide (in lequale se diuide la total pyramide, con li detti dui seratili) tolte insieme in che quantità si uoglia.

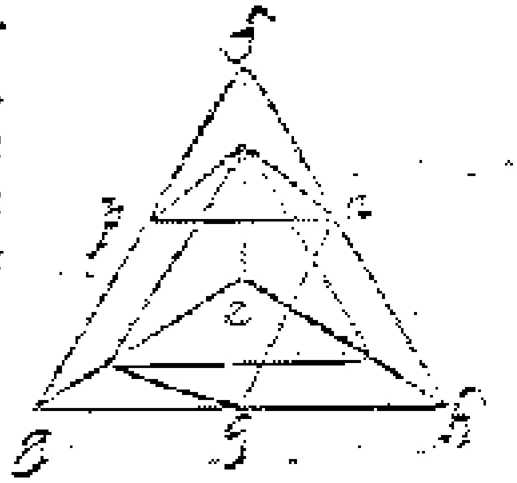
Theorema.4. Propositione.4.

4 Se due piramide equalmente alte, le base delle quale siano triangulare, siano diuise ciascaduna in due piramide equale, & simile fra loro etiam alla totale, e in duoi seratili, equali, la proportione della basa del l'una alla basa dell'altra serà si come la proportione delli suoi duoi seratili, alli duoi seratili dell'altra, & serà manifesto che tutti li seratili che seranno in quala si uoglia di quelle piramide tolti insieme a tutti li seratili che seranno in l'altra piramide, hauere la medesima proportione, che ha la basa di quella piramide alla basa dell'altra piramide.

Siano due le piramide, le base delle quale sian triangolare equalmente alte, cioe l'una la.a.b.c.d.el cono dellaquale sia el ponto.a.& la basa el triangolo.b.c.d.& le ypo-

le ypothemisse .a. b.a.c.a.d. & l'altra la .e.f.g.h. el cono della quale è el ponto .e. la base il triangolo .f.g.h. le ypothemisse .e.f.e.g.e.h. & queste due pyramide siano divise si come in la precedente cioe protratte nella prima le linee dividente li lati di essa base in due parti equali, lequale siano .k.l. & k.m. & nell'altra protratte similmente le linee .n.p.n.q. Dico adonque che la proportione della basa .b.c.d. alla basa .f.g.h. e si come di duoi seratili della pyramide .a. tolti insieme alli duoi seratili della pyramide .e. tolti insieme, & è manifesto (per la seconda parte della decimaottaua del sesto) che la proportione del triangolo .b.c.d. al triangolo .k.m.d. è si come della linea .b.d. alla linea .k.d. dupplicada & (per la medesima anchora) la proportione del triangolo .f.g.h. al triangolo .n.q.h. e si come della linea .f.h. alla linea .n.h. dupplicada, & conciosia che la linea .b.d. alla linea .k.d. sia si come la linea .f.h. alla linea .n.h. (perche di l'una & di l'altra la proportione è doppia) lo triangolo .b.c.d. al triangolo .k.m.d. serà si come lo triangolo .f.g.h. al triangolo .n.q.h. & permutatamente lo triangolo .b.c.d. al triangolo .f.g.h. si come el triangolo .k.m.d. al triangolo .n.q.h. & lo triangolo .k.m.d. al triangolo .n.q.h. e si come lo seratile che si riposa sopra esso medemo, al seratile che si riposa sopra a quello (per la 33. del undecimo) anchora di questo seratile a quello è si come di ambiduoi li seratili della pyramide .a. tolti insieme ad ambiduoi li seratili della pyramide .e. tolti insieme (per la quintadecima del quinto) perche è necessario che el doppio al doppio sia si come el sempio al sempio, adonque (per la undecima del quinto) conclude quello che è sta proposto, ma se tu dubiti li seratili di una di queste pyramide esser equalmente alti alli seratili dell'altra pyramide tu non stai in ceruello: perche conciosia che le pyramide siano equalmente alte, & sia ancho all'una e l'altra de quelle divisa in due pyramide equale fra loro et a tutta la pyramide simile & in duoi seratili equali et siano le due partiale pyramide equalmente alte, imperoche sono simile et equale laqualcosa facilmente serà manifesta, protratte le perpendiculare dalle cime delle partiale pyramide alle base de quelle delle quale perpendiculari (per la trigesima settima del undecimo) è manifesto esser equale. & conciosia che le altezze di queste partiale pyramide tolte insieme componeno la altezza della total pyramide divisa, & ambiduoi li seratili siano equalmente alte a una delle partiale pyramide cioe a quella laquale è composta sopra lo partiale triangolo della basa della total pyramide non è lecito dubitare li seratili di una di queste pyramide esser equalmente alti alli seratili dell'altra. e per questo è manifesto lo correlario che similmente le base delle partiale pyramide, cosi sono fra loro insieme si come li duoi seratili dell'una alli duoi seratili dell'altra, & perche le base partiale cosi sono fra loro si come le base delle totale (per la seconda parte della decimaottaua, del sesto) et per la per-





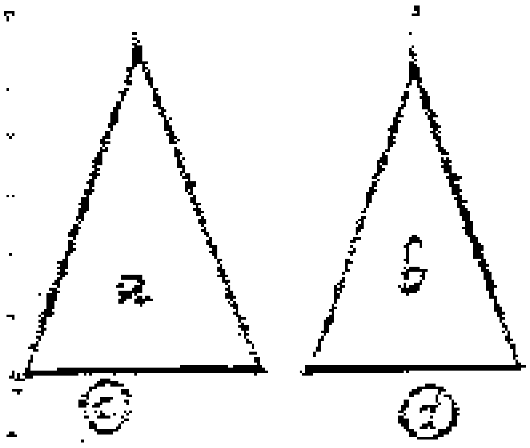
mutata proportione et per la decima terza del quinto, è manifesto esser el uero quello che propone il correlario.

Il Tradottore.

Lo soprascritto correlario uuol inferire questo, che per le ragione addute egliè manifesto che diuidendo anchora caduna di quelle due pyramide partiale secondo il medesimo modo, cioè pur in due pyramidette, & duoi seratiletti, & dapoi caduna di queste quattro, & quattro pyramidette diuidere anchora inel predetto modo, & cosi andar procedendo in queste altre otto & otto pyramidette, sempre tutti li seratili di quala si uoglia di queste due pyramide totale (fra grandi e piccoli) tolti insieme, a tutti li seratili dell'altra (pur fra grandi e piccoli) tolti insieme hauere la medesima proportione che ha la basa di quella total pyramide alla basa dell'altra total (ilche per la decima ottaua del sesto) & per la decimaterza del quinto se uerifica.

Theorema. 5. Proposicione. 5.

5/5 Ogni due piramide equalmente alte che habbiano le base triangulare, sono proportionale alle sue base.



Quello che propose la trigesima terza del undecimo, di solidi paralellogrammi & in fine della trigesima sesta del undecimo hauemo dimostrato il medesimo esser di seratili: questa quinta del duodecimo propone delle pyramide che hanno le base triangolare: perilche siano intese le due pyramide equalmente alte le base delle quale sono li dui trianguli. a. & .b. Dico che la proportione della pyramide .a. alla pyramide .b. e si come della basa . a. alla basa . b. laqual cosa se dimostra per lo medemo genere de demostratione, ouer argumentatione, con el quale demostrassemo la seconda de questo, perilche sia che della basa .a. alla basa .b. sia come della pyramide .a. al corpo .c. del quale dico che quello non serà ne meno ne piu della pyramide. b. perche se gliè possibile che sia meno, sia minore in lo solido. d. accioche la pyramide. b. sia equale alli duoi corpi .c. & .d. tolti insieme adonque diuisa la pyramide .b. come propone la terza di questo, siano detratti da quella li duoi seratili, liquali (per la medesima terza) sono maggiori della mità di essa pyramide, similmente dall'una & dall'altra delle due partial & residual pyramidette siano detratti (al predetto modo di quelle diuise) li duoi seratili, & questo sia fatto tante uolte per fina a tanto che l'aduersario sia constretto (per la prima del decimo) confessare rimanere (della pyramide .b.) manco del solido .d. & (per commune sententia) li seratili detratti seranno maggiori del corpo c. adonque della pyramide .a. sia fatta la medesima detrattione de seratili & intendiamo esser tanti li seratili detratti della pyramide. a. quanto quelli che detra-

hessimo

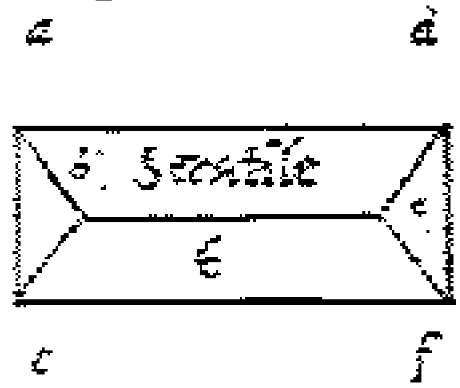
bassimo della pyramide.b. & (per lo correlario della precedente) si come della basa a. alla basa b. cosi serà li seratili detratti della pyramide.a. alli seratili detratti della pyramide. b. ma cosi era similmente della pyramide.a. al corpo.c. e per tanto li seratili della pyramide. a. alli seratili della pyramide. b. e si come della pyramide.a. al corpo. c. & permutatamente, li seratili della pyramide. a. alla pyramide.a. serà si come li seratili della pyramide. b. al corpo. c. & conciosia che li seratili della pyramide.b. siano maggiori del corpo.c. li seratili della pyramide.a. seranno maggiori della pyramide. a. & perche questo è impossibile lo corpo. c. non serà minore della pyramide. b. & similmente non serà maggiore, perche posto che sia maggiore, conciosia che la proportione della basa. a. alla basa. b. sia si come della pyramide. a. al corpo.c. al contrario serà della basa.b. alla basa.a. si come del corpo. c. alla pyramide.a. & (per commune scientia) la medesima serà della pyramide.b. ad alcun corpo, el qual sia.d. & seguitarà (per la decima quarta del quinto) che'l corpo.d. sia minore della pyramide.a. imperoche la pyramide.b. e posta menore del corpo.c. adonque della basa. b. alla basa.a. serà si come della pyramide.b. al corpo minor della pyramide. a. ma da questo e stato dimostrado seguir lo impossibile, cioe li seratili detratti da alcuna pyramide esser maggiori de quella pyramide dalla quale sono detratti per ò rimane il corpo. c. esser equale alla pyramide.b. conciosia che'l non puol esser ne minore ne maggiore, & la proportione della pyramide.a. alla pyramide.b. esser si come della basa.a. alla basa.b. & questo era da dimostrare.

Il Tradottore.

Consequentemente e questa sopraseritta propositione nella seconda tradottione se propone qualmente le pyramide che hanno le base moltiangole & che siano sotto a una medema altezza sono medemamente proportionale alle sue base ma perche tal propositione, se propone & dimostra medesimamente sopra alla sequente con altre particularità hauemo posposta quella.

Theorema.6. Propositione.6.

6 Ogni corpo seratile, e diuisibile in tre piramide equale, & che han-
7 no le base triangolare.



Sia lo seratile. a.b.c.d.e.f. dico quello esser diuisibile in tre pyramide equale, che hauerãno le base triangolare, & per dimostrar questo siano protratte in caduna delle sue tre superficie paralellogramme le diagonale talmente che una de quelle diagonale sia conterminale con le altre due, come se tu protrarai le linee. b. d. b. f. & f.a. (lequale non ho voleste protraere perche generariano confusione) & tutto lo seratile serà diuiso in pyramide triangolare, lequale facilmente (per la precedente tolta due uolte serà manifesto esser equale.

Il Tradottore.

Chi non fusse ben chiaro di questa propositione, formi uno prisma, ouer seratile, materialmente, & tiri in quello le diagonale come di sopra se propo-

 ne,

ne, e considerare puoi bene con la mente lo andar de quelle se trovarà (come di sopra è detto) el detto seratile essere diviso in tre pyramide delle quale, due di quelle tolte per un verso se cognoscerà essere fra loro equale perche se vederà che riposaranno sopra le due base triangolare equale (cioe sopra le due mità de una di quelle superficie paralellogramme giacente in piano) & haueranno una medesima altezza perche ambedue termineranno nel angolo, b, del seratile la altra poi considerandola per uno altro verso: cioe che la sua basa sia l'uno di duoi triangoli del seratile. & la sua altezza la longhezza del seratile, & perche l'una delle altre due prime pyramide possede l'altro capo triangular del seratile, et dandoli quel per basa: hauerà per sua altezza pur la medesima longhezza del seratile, e pero serà equale a quella (per la precedente) onde (per communa scientia) serà tutte tre equale che è el proposito.

Correlario.

$\frac{o}{7}$ Etiam da questo è manifesto: che ogni piramide è la terza parte d'una prisma, che habbia la basa, & la altezza equale a quella medema per che se la basa della prisma hauerà altra figura rettilinea che triangulare, sia diuisa la medesima dalle due superficie opposite, in prisme che habbiano le base triangulare.

Il Tradottore.

Questo correlario se ritroua solamēte in la seconda tradottione, vero è che questo cōmentatore interpone piu propositioni, lequale pare che siano da lui agionte, la prima delle quale propone in parte quello che conclude il soprascritto correlario laquale dice in questa forma videlicet.

Theorema.12. Propositione.12.

$\frac{6}{o}$ Se duoi solidi (di quali luno sia seratile, & laltro piramide la basa del laquale sia triangola) seranno constituidi equalmente alti: sopra una medesima basa, ouer sopra base equal triangolare ouer il seratile sopra una quadrangola, & la piramide sopra una triangola laquale sia la mità della basa quadrangola del seratile, lo seratile conuien esser triplo alla piramide.

Si mo il proposto seratile serà sopra una basa triangulare, all'hora della pyramide proposita sopra la propria basa, sia compido uno seratile equalmente alto alla proposta pyramide, ma sel seratile serà sopra una basa quadrāgola all'hora alla basa della pyramide sia gionto un triangolo dal quale etiam sia compido alla basa della pyramide una superficie de lati equidistanti sopra alla qual da essa pyramide sia compido uno seratile equalmente alto alla pyramide, adonque perche questo seratile è equalmente alto al primo seratile & le base dell'uno e di l'altro [illegible] equale dal presupposto, seguita quelli esser fra lor equali et questo [illegible]

d[illegible]a

dragesima seconda del undecimo, & perche (per la sesta de questo duodecimo) lo secodo seratile e triplo alla proposta pyramide perche quella è una delle tre pyramide in lequale se diuide quel seratile: anchora (per communa sientia) lo proposto seratile serà treppio alla proposta pyramide.

6 Se sopra una medesima basa: ouer sopra base equale seranno constituide quante piramide si voglia equalmente alte, delle quale le base siano triangole, quelle è necessario esser fra lor equale.

Perche fabricato uno seratile equalmente alto a alle pyramide proposte, sopra una basa triangola equale a una delle basi delle proposte pyramide ouer sopra una basa quadrangola doppia a una delle base delle medesime, esso seratile serà treppio a ciascaduna di quelle pyramide & questo è manifesto (per la precedente aggionta ouer interposita) adonque (per communa sientia) tutte le proposte pyramide sono (come hauemo detto) fra loro equale.

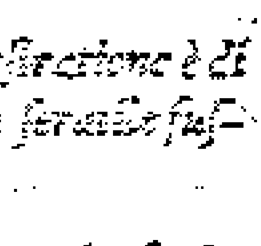
6 Tutte le piramide equalmente alte delle quale le base sono triangole sono proportionale alle sue base.

Siano fatti sopra le base delle proposte pyramide, ouer sopra altre triangular equale ouer sopra parallelogramme doppie li seratili equalmente alti, a quelle pyramide et per questo li seratili seranno fra lor equalmente alti, et perche li seratili sono proportionali alle sue base come è prouado in la trigesima sesta del undecimo mediante la trigesima terza del medesimo. & conciosia che (per la prima de queste aggionte) sia manifesto questi seratili esser treppij alle proposte pyramide, cioe cadauno alla sua relatiua: & le base de quelli esser equale ouer doppie alle base di quelle, & (per la decima quinta del quinto) sia si come il treppio al treppio cosi è il sempio al sempio seranno anchora le proposte pyramide proportionale alle sue base.

Il Tradottore.

Questa soprascritta propositione e simile alla quinta ma la demostratione è diuersa da quella e questo è perche in quella non era anchor noto che un seratile fusse treplo a una pyramide de equal basa & di equal altezza con lui.

6 Se qualunque due piramide seranno equalmente alte, & la basa de l'una sia triangola. & dell'altra quadrangola, ouer de piu lati, quelle piramide conuien esser proportionale alle sue base.



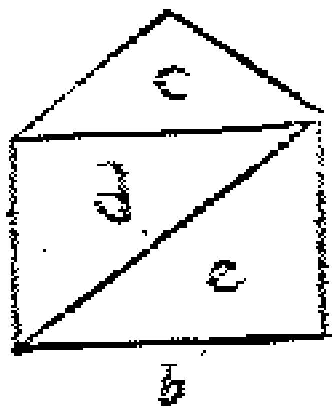
a

Essempli gratia, siano messe due pyramide equalmente alte, sopra le due base, a, & b, et sia la basa, a, triangola & la, b, pentagona. Et siano queste pyramide dette, a, et, b. Adonque dico la proportione delle due pyramide. a. & b. esser si come delle base, a, & b, & per demostrar questo, sia diuiso il pentagono, b, in li tre triangoli, c, d, e, & tutta la pyramide, b, serà diuisa in tre pyramide equalmente alte delle quale le base sono li triangoli, c, d, e, le quale siano etiam chiamade dalli nomi

 delle

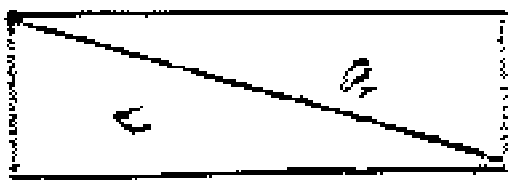
delle sue base. Adonque perche (per la precedente interposita) la proportione della pyramide, c, alla pyramide, a, e si come del triangolo, c, al triangolo, a, & della pyramide, d, alla pyramide, a, si come del triangolo, d, al triangolo, a, & similmente della pyramide, e, alla pyramide, a, si come del triangolo, e, al triangolo, a, seguita adonque (per la vigesimaquarta del quinto tolta due uolte) che la proportione del aggregato de tutte le pyramide, c, d, e, (& quello è la total pyramide, b, alla pyramide, a, e si come del aggregato de tutti li triangoli, c, d, e, (& quello è il penthagono, b.) al triangolo, a. adonque è manifesto el nostro intento.

6 Tutte le piramide laterate equalmente alte se approuano esser pro-
6 portionale alle sue base.



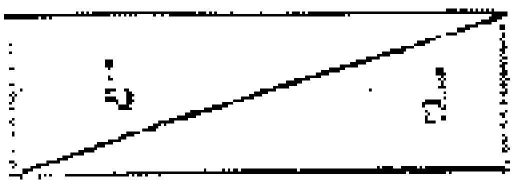
Se una di quelle sarà sopra una basa triangola, per la precedente interposita è manifesto quello che è detto, ma se le base de l'una & di l'altra sarà di molti angoli resoluta qual se uoglia delle sue base in triangoli, & quella pyramide, in pyramidette triangolare. Et (per la precedente interposita) la proportione di cadauna di quelle pyramidette triangolare (in tra le quale è diuisa l'una delle proposte) a l'altra è si come della basa alla basa di l'altra, e per tanto (per la uigesima quarta del quinto tolta quante uolte bisogna) è manifesto esser il uero quello che hauemo detto.

Il Tradottore.

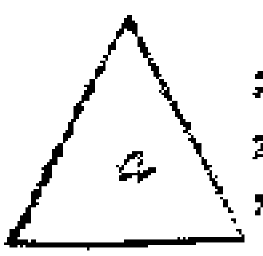


La soprascritta interpositione esser aggionta in la seconda tradutione. L'auttore ne fa una propositione laqual è la sesta come di sopra uedi notado.

Theorema. 7. Propositione. 7.



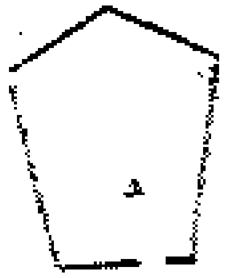
7 Se due piramide de base triangolare saran-
9 no equale, le base de quelle saranno mutue alle altezze delle medeme, Et se le base, & le altezze saranno mutue, le medeme piramide è necessario essere fra loro equale.

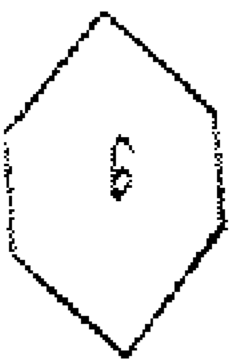


Quello (che la trigesimaquarta & trigesimaquinta del undecimo) propose di solidi parallelogrammi, & noi demostrassimo la trigesimasesta del medemo di serraili, questa settima del duodecimo propone delle pyramide che hanno le base triangolare, Hor siano intese due pyramide equale sopra li duoi triangoli. a. & . b. le quale siano pur dette, a, & , b, E per tanto dico che la proportione della basa, a, alla basa, b, e si come la proportione della altezza della pyramide, b, al la altezza della pyramide, a, & se questo sarà dico che le pyramide, a, & , b, esser fra loro equale. Et per demostrar questo siano agionti alli duoi triangoli a, & , b, duoi altri triangoli liquali siano, c, & , d, accio che tio che faciamo ambidue le superficie, a,c, & b,d, de equidistanti lati, & da quelle pyramide, sopra le base, a,c, & b,d, siano compidi solidi paralellogrammi equalmente alti alle proposte pyramide li quali similmente siano detti, a,c, & b,d. Adonque (per la sesta de questo duodecimo) è manifesto che la pyramide, a, e la sesta parte del solido, a,c, & la pyramide, b, la sesta del solido, b,d. Adonque (per la trigesimaquinta del medesimo) arguisse il proposito, cioe la prima parte, per la prima & la seconda per la seconda.

Ma se qualunque due piramide laterate saranno equale: le base di quelle alle altezze delle medesime saranno mutue, & se le base de quelle alle altezze delle medesime saranno mutue, le medesime piramide bisogna esser equale.

Se le base de l'una & de l'altra saranno triangole egli e stato dimostrato esser il vero quello che havemo detto: ma se solamente una sia triangolare hor sia, a, & la basa de l'altra pyramide sia, b, & sia fatto lo triangolo, c, equale al poligonio, b, & sopra, c, sia fatta una pyramide equalmente alta alla pyramide che è sopra, b, & siano, a, b, c, nomi equiuoci delle pyramide et delle base. Adonque perche le due pyramide, a, & b, (dal presupposito) sono equale: & (per la ultima delle interposte alla sesta di questo) le due pyramide, b, et, c, sono equale: & (per communa scientia) le due pyramide, a, & c, saranno equale. Adonque le base de quelle sono mutue alle altezze di quelle (per la prima parte della settima de questo) & conciosia che le base, b, & c, siano equale, & anchora le altezze delle pyramide, b, & c, equale (per la prima parte & seconda della settima del quinto) le base, a, & b, saranno mutue alle altezze delle pyramide, a, & b. La seconda parte se approua per el contrario modo. Perche se della basa, a, alla basa, b, sarà come la altezza della pyramide, b, alla altezza della pyramide, a, (per la seconda parte & prima della settima del quinto) della basa, a, alla basa, c, sarà si come la altezza della pyramide, c, alla altezza della pyramide, a. Adonque (per la seconda parte de questa settima) le due pyramide, a, & c, sono equale per laqual cosa (per commune scientia) anchora le due pyramide, a, & b, sono equale. Ma se ne l'una ne l'altra delle proposte pyramide sarà triangolar ma che l'una & l'altra sia polygonia, uerbi gratia l'una sia pentagona & l'altra essagona lequale al presente siano dette, a, & b, sia similmente tolto lo triangolo, c, equale, allo essagono, b, sopra el quale sia fatta una pyramide equalmente alta alla pyramide, b, & le due pyramide, b, & c, saranno equale, & pero etiam le due che sono, a, & c, (per la concettione) saranno equale: per laqual cosa si come della basa, a, alla basa, c,



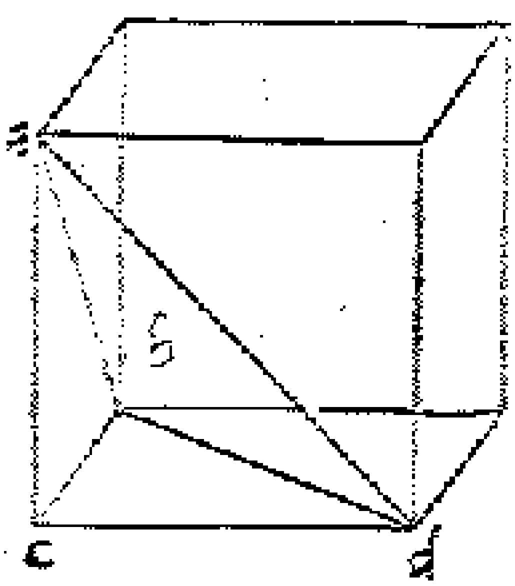


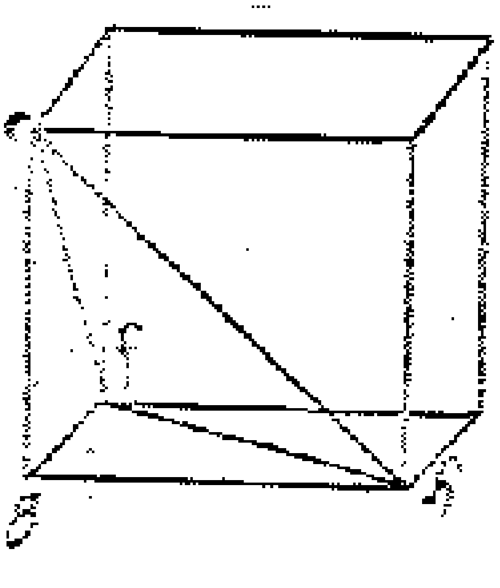
così sarà l'altezza della piramide. c. alla altezza della pyramide. a. & questo per avanti è stato dimostrato. Adonque (per la settima del quinto) della basa. a. alla basa. b. e si come l'altezza della pyramide. b. alla altezza della pyramide. a. lo conuerso è manifesto per lo modo contrario, perche se della basa. a. alla basa. b. sarà si come l'altezza della pyramide. b. alla altezza della pyramide. a. sarà anchora (per la settima del quinto) della basa. a. alla basa. c. come l'altezza della pyramide. c. alla altezza della pyramide. a. E però (come è manifesto dalle prime) due pyramide. a. & c. saranno equale: per laqual cosa, etiam (per communa sentētia) & le due che sono. a. & b. saranno etiam equale & questo è il proposito.

Theorema. 8. Propositione. 8.

8 De ogni due piramide simile, che habbiano le base triangolare, la
8 proportione di l'una a l'altra, e si come la proportione triplicata d'uno lato di l'una al lato relatiuo di l'altra.

Proposte due pyramide che habbiano le base triangolare simile, da quelle compise duoi solidi parallelogrammi si come è detto in la demõstratione della precedente, & questi duoi solidi saranno simili impero che le pyramide sono sta poste simile fra loro, Perche li duoi angoli solidi che sono communi alle pyramide & alli solidi parallelogrammi, sono contenuti da angoli superficiali equali di numero e quantità: Et anchora li lati che contieneno quelli angoli superficiali sono proportionali. Per laqual cosa (per la trigesimaquarta del primo) le tre superficie di solidi parallelogrammi: che constituiscono li angoli solidi cõmuni sono equiangole, & de lati proportionali, e però sono simile (per la diffinitione delle superficie simile) per laqualcosa (per la uigesimaquarta del undecimo) tutte le sei superficie di questi duoi solidi parallelogrammi sono simili fra loro: adonque (per la diffinitione di corpi simili) quelli solidi saranno simili, per laqual cosa concio sia che la proportione di solidi & delle pyramide sia una medesima (per la decimaquinta del quinto) perche li solidi sono sesupli alle piramide (per la sesta di questo.) Et conciosia che la proportione di solidi sia una medesima, si come qlla di suoi lati relatiui triplicata (per la trigesimasesta del undecimo) & li lati di solidi siano anchora li medesimi delle pyramide. Anchora (per la undecima del quinto) la proportione delle proposte pyramide sarà si come la proportione triplicata di suoi relatiui lati che è il proposito.



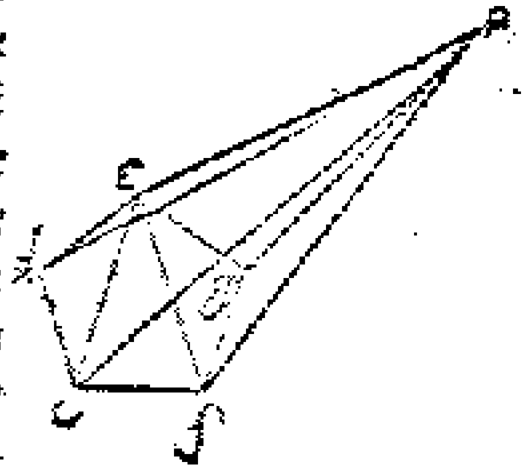


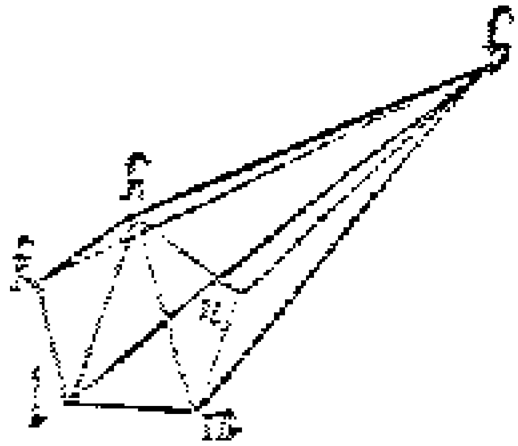
Il Tradottore.

Per essempio figurale della soprascritta propositione siano le dette due pyramide triangolare simile. a.b.c.d. & e.f.g.h. le base delle quale sono li triangoli. b.c.d. & f.g.h. & la loro cima ouer angolo supremo. a. & e. & li loro solidi siano. c.K. & g.l. sopra lequal figure arguendo come di sopra facilmente vien concluso il proposito.

Ma se qualunque due piramide laterate seranno simile, la proportione di l'una a l'altra, sarà si come la proportione triplicata del suo lato al lato a se relatiuo di l'altra.

Siano due pyramide laterate simili li coni delle quale sian, a, & , b, et siano sopra base penthagonale, le quale sono, c, d, e, f, g, h, k, l, m, n, Dico che la proportione di quelle è si come la proportione triplicata di suoi lati relatiui: perche egli è manifesto (per la diffinitione delle superficie simile e di corpi) che li penthagoni che sono base delle proposte pyramide, e tutti li altri triangoli circondanti esse pyramide sono fra loro simili, siano adonque diuise ambedue le base in triangoli simili & di numero equali, si come propone (la decimaottaua del sesto) essere possibile protrare in questa le linee, c, e, & e, f, & in quella, h, l, & , h, m, Dico adonque queste pyramide esser diuise in pyramide triangole simile e di numero equale, perche parangonate fra loro le due pyramide, a, c, d, e, b, h, K, l, delle quale li coni sono, a, & , b, et è manifesto dal presupposito) lo triangolo, c, a, d, esser simile al triangolo, b, h, k, & lo triangolo, d, a, e, al triangolo, k, b, l. Et perche anchora (dal presupposito)





lo angolo, d, è equale al angolo. k & li lati, c, d, & , d, e, (continenti l'angolo, d,) sono proportionali alli lati, h, K, & , k, l, (continenti l'angolo, K, li duoi triangoli, c, d, e, & , h, k, l, (per la sesta del sesto) saranno equiangoli, et però (per la quarta del sesto) la proportione del, c, d, al, h, k, sarà si come del, c, e, al, h, l, & conciosia che (dal presupposito) la proportione del, c, a, al, b, h, & anchora del, a, e, al, b, l, sia si come del, c, d, al h, k. (per la undecima del quinto) del, c, a, al, h, b, & del, a, e, al, b, l, sarà si come del, c, e, al, h, l, adonque (per la quarta del sesto, & per la diffinitione delle superficie simile) lo triangolo, c, a, e, sarà simile al triangolo, h, b, l, adonque (per la diffinitione di corpi simili) è manifesto che la pyramide. a.c.d.e. è simile alla pyramide. b.h.k.l. Similmente ancor è manifesto la pyramide, a, c, e, f, esser simile alla pyramide, b, h, l, m, et la pyramide a, c, f, g, alla pyramide, b, h, m, n, adonque perche (per la ottaua) la proportione delle pyramide, a, c, d, e, alla [illegible] b, h, k, l, e si come quella del lato, c, d, al lato, h, k, triplicata, & anchora [illegible]

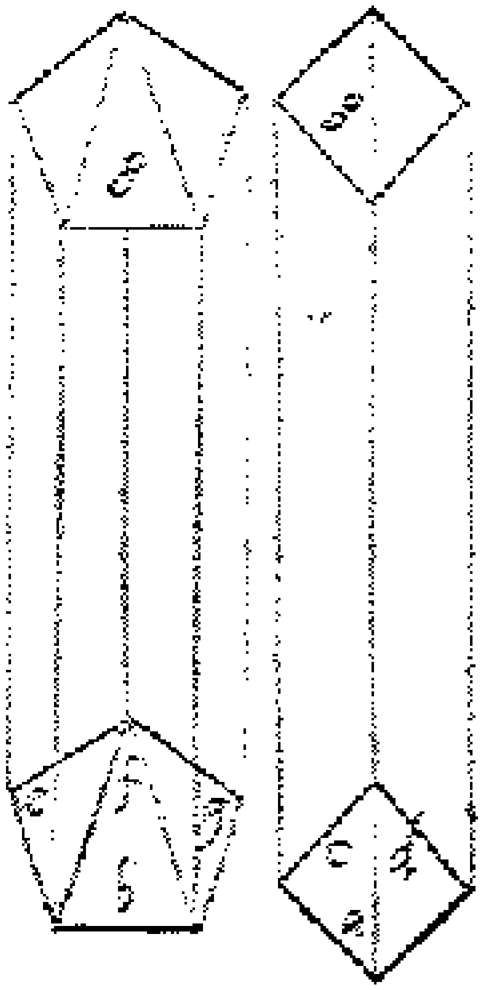
[illegible]

pyramide.b.h.l.m. si come del.e.f.al.l.m.triplicata, & anchora della pyramide. a. c.f.g. alla pyramide. b.h.m.n. si come del.c.g. al.h.n.triplicata: conciosia che (dal presupposito) la proportione del.e.f.al.l.m. & del.c.g.al.h.n.sia si come di l. c. d. al h.k. seguita (per la decimaterria del quinto) che la proportione delle totale pyramide. a. & b.sia si come di una di quelle partiale ad una altra: adonque (per questa ottaua & per la undecima del quinto) è manifesto esser il uero quello che hauemo detto.

Il Tradottore.

Di questa soprascritta propositione interposta nella seconda tradottione se ne fa un corrolario.

Tutte le colonne laterate equalmente alte, sono proportionale, alle sue base.



Sopra qualunque specie di base de molti angoli siano le colonne: se uerifica quello che è detto: & chiamamo colonne laterate, li corpi solidi laterati di quali le base & le superficie supreme sono simile: & equale, & tutte le altre superficie circonstante, sono de lati equidistanti, & la prima specie de tali corpi è il serratile, conciosia che el se intende esser stando sopra una delle sue superficie trilatere & la secõda specie è la colonna dellaquale la basa è quadrilatera: laquale è necessario esser cõposta da duoi serratili, & la terza è quella dellaquale la basa è penthagona, & questa se compisse da tre serratili, & simplicemente. Dico che ogni colonna laterata puol esser diuisa in tanti serratili in quanti triangoli puol esser diuisa la sua basa, & per tanto siano intese le due colonne laterate.a. & b.constituide sopra le due base.a. & b.equalmẽte alte. Dico che la proportione delle colonne,a, & ,b, e si come quella delle sue base, a, & b.perche essendo diuise queste base in triangoli, & queste colonne in serratili, la basa. a. (laquale sia posta esser quadrangola) in li duoi triangoli cioe,c, & ,d, & la colonna.a. in duoi serratili.c. & d. & la basa.b. (laqual sia penthagona) sia diuisa in li tre triangoli,e,f,g, & la colonna,b,in tre serratili liquali similmente siano chiamati. e. f. g. Adonque (per quelle cose che sono state dette in la trigesima sesta del undecimo) e manifesto che la proportione del serratile, c,al serratile,e,e si come della basa,c,alla basa.e. Et similmente del serratile,d,al serratile,e,si come della basa, d, alla basa,e,per laqual cosa (per la uigesimaquarta del quinto) della colonna.a.al serratile,e,sarà si come della basa,a,alla basa,e,per la medesima ragione della colonna.a.al serratile.f.sarà si come della basa,a,alla basa,f. Et similmente della colonna.a.al serratile g.si come della basa.a.alla basa.g. Adonque (per la uigesimaquarta

quarta

quarta del quinto l'altra quante uolte sarà necessario) tu concluder ai facilmente il proposito.

Adonque da questo è manifesto. che tutte le colonne laterate constituide sopra una medesima basa, ouer sopra base equale, se sarãno equalmente alte saranno equale.

Perche conciosia che di sopra è stato prouato, qualmente le colonne laterate siano proportionale alle sue base, et essendo posto esser le medeme base ouer equale è necessario (per la uigesimaquarta del quinto) che etiam le colonne siano equale.

Anchora è manifesto tutti li solidi paralellogrammi, seratili, & colõne laterate, se seranno equalmente alte, quelle anchora, se approuano esser necessariamente proportionale alle sue base.

Perche tutte queste son specie di colonne laterate, delle quale di sopra è stato uniuersalmente prouato esser il uero quello che è detto.

Ogni colonna laterata, e treppia alla sua piramide.

Sia diuisa la basa della colonna in triangoli, & secondo el numero di quelli triangoli sia diuisa la colonna in seratili, & la pyramide della colonna, in pyramide che habiano le base triangole, cioe quelle che sono base di seratili, E per tanto è manifesto cadauno seratile esser treppio a quella pyramide laquale sta sopra la medesima basa con esso seratile, & questo è stato dimostrato in la sesta di questo duodecimo libro. Adonque (per la decimatertia del quinto) tutti li seratili tolti insieme, a tutte le pyramide tolte insieme, e necessario esser treppii & conciosia che da tutti li seratili tolti insieme se compisse la colonna, & da tutte le pyramide tolte insieme uien compita la pyramide della colonna, e manifesto esser il uero questa nostra propositione.

Se qualunque due colonne laterate saranno equale le base di quelle saranno mutue alle altezze di quelle medesime. Et se le base di quelle & le altezze saranno mutue le medesime colonne è necessario esser equale.

Perche se le colonne siano equale, le pyramide di quelle saranno equale perche ogni laterata colonna e treppia alla sua pyramide, & se le pyramide saranno equale le base saranno mutue alle sue altezze, si come è stato dimostrato in la settima di questo, adonque perche le base delle colonne: & delle sue pyramide sono quelle medesime, & le altezze sono le medesime è manifesto la prima parte del proposito. Hor siano adonque le base & le altezze delle proposte colonne laterate mutue. Dico che le colonne saranno equale, perche conciosia che siano le medesime base & le medesime altezze delle colonne, & delle sue pyramide le base & le altezze della pyramide delle proposte colonne saranno mutue. Se questo che stato posto delle colonne, sarà il uero adonque le pyramide saranno equale

come

come in la settima di questo è stato dimostrato, adonque etiam le colonne saranno equale, conciosia che quelle siano al treppio alle sue pyramide, per laqual cosa è manifesto la seconda parte di quello che stato proposto.

Di ogni due colonne laterate simile, la proportione di l'una a l'altra e si come del lato al suo relatiuo lato la proportione triplicata.

Se le colonne saranno simile (per la diffinitione di corpi simili,) la basa di quelle & le altre superficie circondante quelle saranno simile: E per tanto siano diuise le base di quelle in triangoli simili & di numero equali, si come la decimaottaua del sesto propone esser possibile, & quelle colonne siano diuise in seratili stanti sopra quelli triangoli, adonque studia di prouare li seratili, di l'una esser simili alli seratili di l'altra: cadauno al suo relatiuo, laqual cosa facilmente approuerai (per el presupposito: & per la sesta, & quarta, & quinta del sesto, & per la diffinitione delle superficie simile: & per la diffinitione di corpi simili) & prouato questo (per la trigesimasesta del undecimo) la proportione di cadauno di seratili di una, al suo relatiuo seratile di l'altra, sarà si come la proportione del suo lato: al lato di quello, triplicata. Et perche la proportione de tutti li lati è una medesima: conciosia che tutti li seratili di una siano simili alli suoi seratili relatiui di l'altra, Seguita (per la undecima del quinto) che sia una medesima proportione di tutti li seratili di una alli suoi seratili relatiui di l'altra: per laqual cosa (per la decima terza del quinto) la proportione che è del seratile di una al suo seratile relatiuo di l'altra, quella medesima & de tutti tolti insieme alli tutti tolti insieme: & perche tutti li seratili di l'una, & di l'altra tolti insieme componeno le colonne, & li lati relatiui di seratili, sono li lati relatiui delle colonne (per la. 11. del quinto) è necessario che la proportione delle colonne sia come la proportione triplicata di suoi lati relatiui che è il proposito.

Correlario.

Da queste cose certamente è manifesto anchora che le piramide simili che hanno le base de molti angoli fra loro sono in treppia proportiõ della proportione di lati delle medeme perche diuise quelle in piramide che habbiano le base triangolare perche le base poligonie simile (per la decimanona del sesto) se diuidono in triangoli simili, & inequal multiplicità, & della medema proportione di tutti, sarà si como una delle piramide che ha la basa triangolare in l'una a quella una a se relatiua che ha la basa triangolare in l'altra piramide, & cosi è tutte le piramide che ha le base triangolare che stanno in l'una a tutte le piramide che hanno la basa triangolare che stanno in l'altra (per la duodecima del quinto) & questo è quella medesima piramide che ha la basa poligonia, alla piramide che ha la basa poligonia, & la piramide che ha la sua basa triangolare alla piramide che ha la basa triangolare è in treppia proportione de la proportione di lati delle medesime (per la

prece-

precedente) adonque & quella che ha la basa poligonia a quella che ha basa similmente poligona ha treppia proportione, che è il lato al lato.

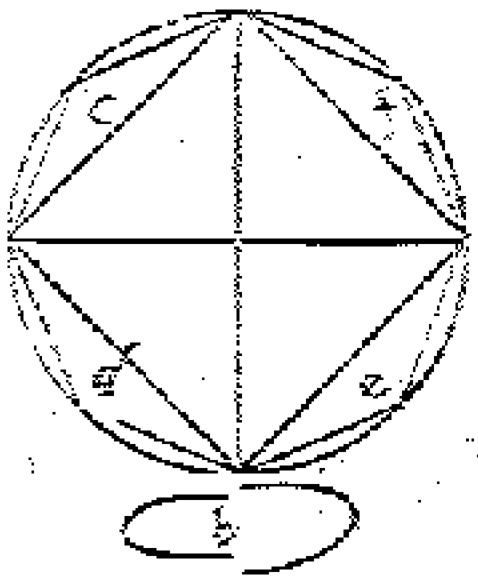
Il Tradottore.

Lo sopra scritto correlario se ritroua solamente in la seconda tradottione el qual conclude quello che fu interposto in principio, ideo &c.

Theorema. 9. Propositione. 9.

Ogni colonna rotonda, s'approua esser treppiata alla sua piramide.

Sopra il cerchio. a. sia inteso una colonna & una pyramide erette, secondo una medesima sua altezza, Et siano dette (equiuoce) quella pyramide & la colonna, et il cerchio di esso medesimo nome cioe. a. Dico adonque che la colonna, a, e treppia alla pyramide. a. la prouatione della qualle e perche la non puol esser ne maggiore ne minore che treppia. Perche primamente (se possibile è) sia maggiore che treppia in la quantità del corpo. b. talmente che se'l corpo. b. sia cauado fuora della colonna. a. el residuo di quella sarà treppio alla pyramide. a. Sia adonque inscritto un quadrato in lo cerchio. a. sopra il quale siano descritti duoi seratili equalmente alti alla colonna. a. di quali duoi seratili tolti insieme è manifesto che sono piu della mità di la colonna, a, si come è manifesto esso quadrato essere piu della mità del cerchio. a. Perche se da questi seratili faranno compiduli solidi paralellogrammi di quali essi sono la mità de essa colonna sera parte di essi solidi tolti insieme, & da poi sopra li lati del quadrato inscritto descriuerò quatro triangoli de duoi lati equali, in le portione del cerchio delle quale portioni, li lati dello quadrato sono corde, diuisi li archi di quelle portioni in due parti equali, & siano quelli triangoli, c, d, e, f, sopra li quali etiam erigerai li seratili alla altezza della colonna, a, & è manifesto che questi seratili sono maggiore della mitade delle portioni delle colonne stante sopra le portioni del cerchio si come etiam li triangoli sono maggiori della mità delle portioni del cerchio. Et questo sia fatto tante volte per fina a tanto (che per la prima del decimo) l'aduersario sia constretto a confessare le portioni delle colonne tolte insieme essere meno del corpo. b. Hor poniamo adonque che sia la colonna laterata ortogona laqual compone tutti li seratili tolti insieme di quali le base sono li triangoli diuidenti lo poligonio inscritto in lo cerchio. a. maggior del treppio della pyramide rotonda. a. & perche essa colonna laterata è treppia alla sua pyramide: si come è stato dimostrato in quelle propositioni che sono state aggionte in la precedente, seguita (per la seconda parte della decima del quinto) che la pyramide rotonda, a, sia minore della pyramide laterata della colonna laterata della qual la basa e lo poligonio inscritto in la basa della pyramide rotonda, a, laqual cosa è impossibile, perche la pyramide



ramide laterata e parte di essa pyramide rotonda. Adonque la pyramide. a non è meno della terza parte della sua colonna, ne etiam è piu della terza parte. Perche (se egliè possibile) sia la pyramide, a, piu della terza parte della colonna, a, in la quantità del corpo, b, talmente che detratto il corpo, b, della pyramide, a, lo residuo di essa pyramide sia la terza parte della colonna, a, (Dico adonque si come prima) dalla pyramide, a, sia inteso esser detratta la pyramide laterata a se equalmente, alta, la basa della quale sia il quadrato inscritto in lo cerchio. a. laqual pyramide laterata è manifesto esser piu della mitade della pyramide rotonda. Similmente del residuo della pyramide, a, un'altra volta sian intese esser detratte le pyramide equalmente alte constituide sopra li triangoli, c, d, e, f, liquali sono in le portione della basa, & questo sia fatto tante volte (per la prima del decimo) che dalla pyramide, a, rimanga meno del corpo. b. Adonque la pyramide laterata (soprastante allo inscritto poligonio) laquale componeno le pyramide laterate: detratte dalla rotonda pyramide sarà maggiore della terza parte della colonna. a. Et perche questa pyramide laterata (come a provado in le precedente) è la terza parte della sua colonna laterata, a, finalmente seguita (per la seconda parte della decima del quinto) la colonna rotonda, a, esser minore della colonna laterata della medesima altezza, la basa della quale è il poligonio inscritto in la basa della rotonda pyramide. Et questo è impossibile: perche questa colonna laterata è parte della colonna rotonda: Conciosia adonque che la colonna rotonda non possi esser meno del treppio della sua pyramide ne etiam piu, sarà necessariamente treppia a quella che è quello che volemo demostrare.

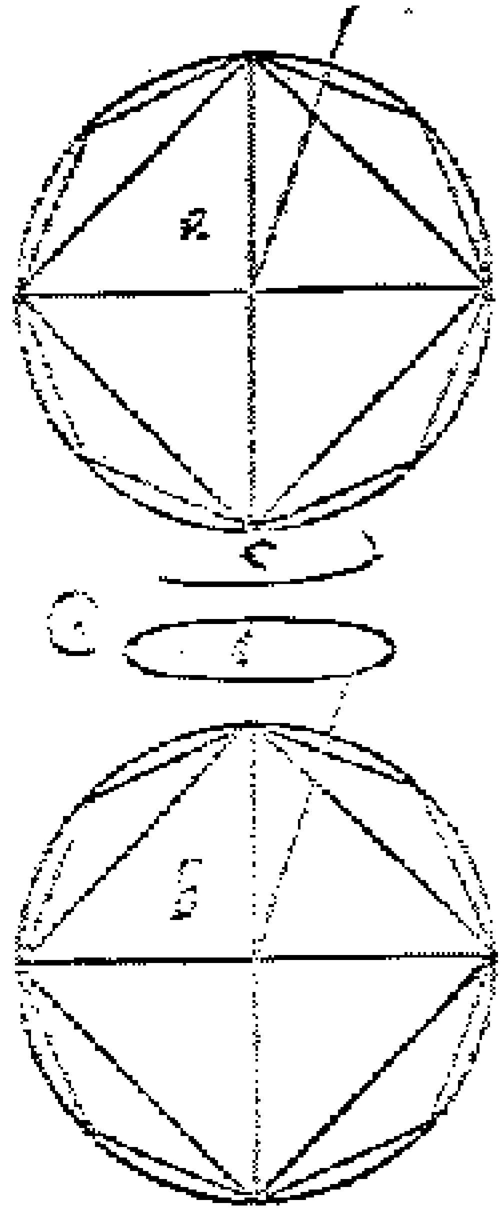
Theorema. 10. Propositione. 10.

10 La proportione di l'una a l'altra di ogni due piramide rotonde simi-
11 li, & colonne rotonde simili, e si come la proportione triplicata del diametro della sua basa: al diametro della basa di l'altra.

Siano li duoi cerchij, a, & b, sopra liquali siano constituide due pyramide rotonde simile: & due colonne rotonde simile & siano detti li cerchij, & le pyramide, & le colonne, & li diametri di cerchij, da questi nomi, a, & b, equivoce. Dico adonque che la proportione delle due pyramide, a, & b, & delle due colonne, a, & b, e si come la proportione triplicata di dui diametri, a, & b, & se questo de le pyramide sara conuenuto etiam quello delle colonne sarà manifesto (per la decimaquinta del quinto) conciosia che ogni colonna rotonda (per la precedente) sia treppia alla sua pyramide. Et questo delle pyramide, sarà manifesto per la demostratione che induce a l'impossibile. perche (per quella commune scientia posta in el principio della demostratione della seconda di questo duodecimo libro) la proportione che è del diametro, a, al diametro, b, triplicata, la medesima è della pyramide, a, ad alcun corpo. Adonque sia quel tal corpo, c, del qual dico che quello non puol esser minore ne maggiore della pyramide, b, sia primamente minore (se sarà possibile) in la quantità del corpo, d, talmente che li duoi corpi, c, & d, tolti insieme siano quanto la pyramide

mide.b. Adonque (si come in la seconda parte della premessa) dalla pyramide, b, sia detratta la pyramide laterata a se equalmẽte alta la basa della quale sia il quadrato inscritto in el cerchio, b, & dal residuo di quella, sian detratte le pyramide della medesima altezza fatte sopra li triangoli delle portione del cerchio.b. Adõque sia fatto questo tante volte per fina a tanto che se constringa l'aversario a confessare (per la prima del 10.) che lo residuo della pyramide.b. sia minore del corpo.d. (per commune sententia) la laterata pyramide, che compone le partiale pyramide detratte sarà maggiore del corpo, c, adonque sia inscritto in lo cerchio.a. uno poligonio simile a quello che è basa della pyramide laterata detratta della pyramide, b, & alli angoli di quello poligonio inscritto in lo cerchio. a. tira le linee dal cono della pyramide, a, componendo sopra a quello poligonio, la pyramide laterata equalmente alta alla pyramide rotonda, a, Adonque studia di demonstrare questa esser simile alla pyramide laterata detratta dalla pyramide rotonda.b laqual cosa farai per questo modo. in l'una & l'altra pyramide tu trigerai la assis di quella laquale (per la diffinitione) sarà la linea continuante le vertice over cima della pyramide con il centro di la basa, & sarà perpendicolare alla basa, & dapoi delli centri delle base in l'uno & l'altro cerchio protrarai semidiametri a tutti li angoli li duoi poligoni inscritti, & conciosia che (per la diffinitione delle pyramide rotonde simile) la proportione del assis di l'una a la assis di l'altra, sia si come del diametro della basa di l'una al diametro della basa di l'altra. E però etiam (per la decimaquinta del quinto: & per la equa proportionalità) si come della mità del diametro alla mità del diametro: & siano tutti li angoli (che contien le assis) in l'una & l'altra (con li semidiametri) retti (per la sesta propositione del sesto libro, & per la quarta del medesimo, per la diffinitione delle superficie simile, & per la diffinitione di corpi simili) è necessario che la pyramide laterata, a, sia simile alla pyramide laterata. b. per laqual cosa (per la propositione aggionta alla ottava di questo) la proportione della pyramide laterata, a, alla laterata, b, è si come la proportione triplicata del lato di l'una al suo relativo lato di l'altra & però etiam si come del diametro.a. al diametro b. triplicata. Et per tanto anchora si come della pyramide rotonda. a. al corpo. c. (per la undecima del quinto) per laqual cosa permutatamente, la proportione della pyramide laterata.a. alla pyramide rotonda.a. sarà si come della pyramide laterata, b, al corpo, c, & perche la pyramide laterata, b, è maggiore del corpo, c, la pyramide laterata. a. sarà maggiore della pyramide rotonda, a, laqual cosa è impossibile essendo parte di quella. Adonque il corpo, c, non è minore della pyramide rotonda.b. Resta adonque di provare che'l non puo essere maggiore. Per se lo aversario dicesse quel esser maggiore all'hora sia arguido (per la conversa proportionalità) la proportione del diametro, b, al diametro, a, triplicata esser si come della pyramide rotonda.b ad alcun' altro corpo il quale sia, d, Et perche (dal presupposito) el corpo.e.è maggiore della pyramide rotonda.b. seguiria (per la decimaquarta del quinto) che la pyramide rotonda, a, sia maggiore del corpo.d. Adonque argumentando come prima sottrahendo el corpo, d, alla pyramide rotonda, a, & rimanga il corpo, e, & seguitar come prima. Adonque la proportione della pyra-

 mide.

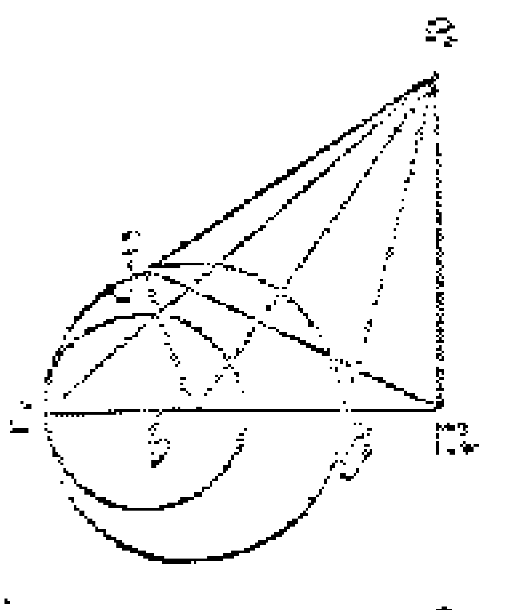


mide, b, al corpo che è minore della pyramide rotonda, a, (cioe el, a,) è si come la proportione triplicata del suo diametro. b. al diametro di l'altra, & questo è impossibile. Perche hauemo dimostrato seguir che la parte sia maggiore del suo tutto. Adonque conciosia che il corpo. c. non possi essere minore ne maggiore della pyramide rotonda, b, necessariamente sarà a lei equale. E per tanto per la seconda parte della settima del quinto è manifesto il proposito.) Ma il processo di questa demonstratione a noi manifesta solamente esser necessario a quelle colonne etiam pyramide rotonde delle quale li assi stanno perpendicolare alle sue base. Perche tale furono diffinite in el principio del undecimo, niente dimeno conciosia che la passione dimostrata in questo loco conuenga communamente a tutte le colonne rotonde simile, & alle pyramide rotonde simile ouer quando le assi saranno erette orthogonalmente sopra le sue base, ouero quando sopra quelle saranno inclinate, & per causa di differentia siano chiamate queste colonne, & pyramide rotonde delle quale le assi stanno orthogonalmente sopra a le base erette. Et le altre siano dette inclinate. Et perche in el principio del undecimo non sono state diffinite le colonne, ouer pyramide rotonde saluo solamente quelle che chiamano erette, & queste per el mouimento d'un parallelogrammo rettangolo: & quelle per il mouimento d'un triangolo rettangolo. Et pero hauemo pensato esser conueniente diffinire le colonne rotonde & le pyramide con diffinitioni (communamente unitoie) conuenienti alle colonne rotonde, & pyramide erette: & inclinate. Adonque quando fora della superficie di alcun cerchio. S'è signato un ponto elquale sia continuando per linea retta con la circonferentia di esso cerchio se quella tal linea dal ponto signato stante fermo e fisso sia circondutta per la circonferentia del detto cerchio per fina a tanto che ritorni al loco doue incommenciarà a mouersi el corpo che sarà contenuto dalla curua superficie che descriuerà questa tal linea con el suo mouimento, & dal cerchio alqual è circondutta lo chiamo pyramide rotonda, & lo cerchio alquale è circondutta questa linea lo chiamo basa di quella pyramide, & lo ponto fisso signato fora della superficie del cerchio lo chiamo cono della pyramide & la linea retta continuante il centro della basa con il cono della pyramide la chiamo assis ouer sagitta della pyramide. Et quando che questa sagitta sarà perpendicolare alla basa. Dico la pyramide esser eretta: & quando sarà inclinato dico etia la pyramide inclinata. Ma quando saranno doi cerchij equali descritti in due superficie equidistante, liquali una piana superficie (transiente per li centri di quelli) li segarà: & le due relatiue settione delle due circonferentie di essi cerchij saranno continuate per linea retta. Se questa linea sia circondutta in le circonferentie

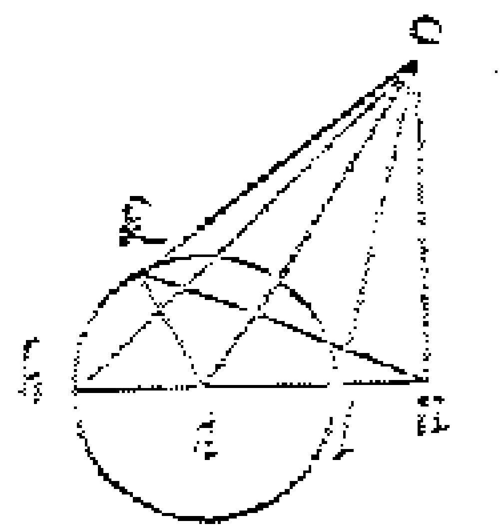
di

di essi cerchij equidistantemente al loco del quale incominciarà a mouersi per fina a tanto che la retorni al loco suo, El corpo che è contenuto dalla superficie curua (che describe questa linea nel moto suo) & dalli duoi proposti cerchij: lo chiamo colonna rotonda, lo assis, ouer sagitta della quale è la linea retta continuante li centri del li duoi cerchij. Et quando questa sagitta sarà perpendicolare alla superficie di l'uno e l'altro di duoi cerchij, Dico la colonna esser retta, & quando sarà inclinata sopra la basa dico tal colonna esser inclinata: & quando saranno due pyramide rotonde ouer colonne dalle base delle quale per l'assis uscissano due superficie orthogonalmente erette sopra le base di quelle & li angoli che contiene le commune settioni di quelle superficie, & delle base, con lo assis saranno fra loro equali, & la proportione della assis de l'una al assis di l'altra, sarà si come della mità del diametro di la basa di l'una alla mità del diametro della basa de l'altra. All'hora quelle due pyramide fra loro: ouer quelle due colonne fra loro dico esser simile. Poste queste diffinitioni egli da dimostrare che de ogni due pyramide rotonde simile, ouer colonne rotonde simile, ouer se saranno rette ouer inclinate: la proportione di l'una a l'altra e si come la proportion triplicata del diametro della basa di l'una al diametro della basa di l'altra laqual cosa delle erette solo è stato dimostrato, & questo mandamo auanti uno antecedente necessario.

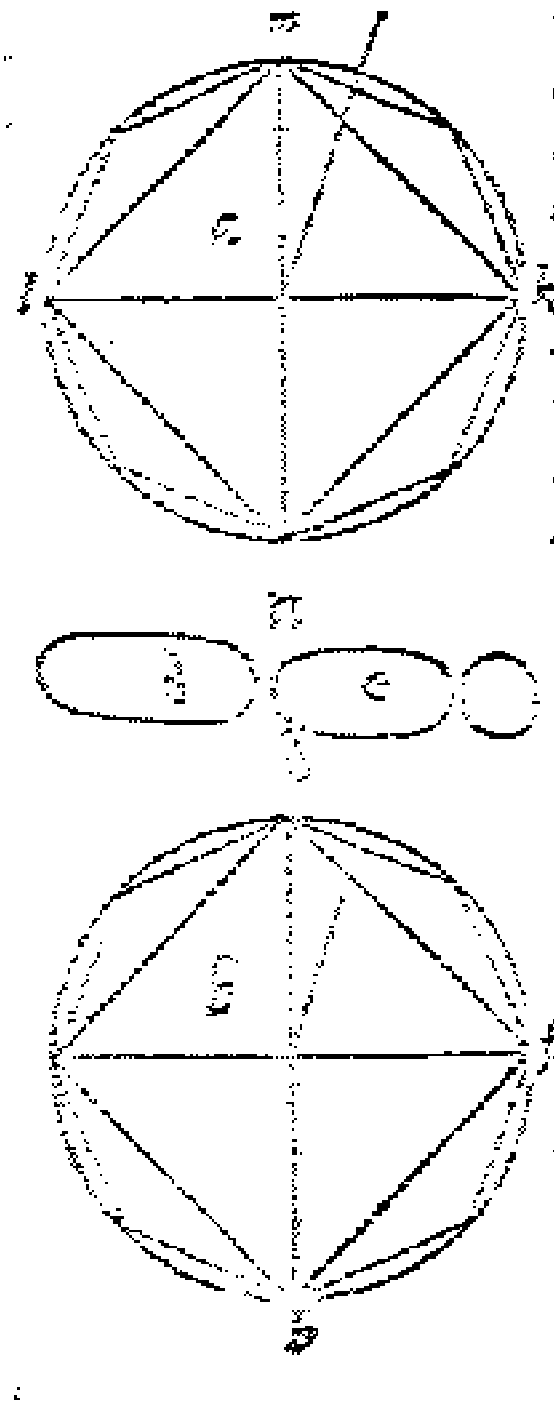
10 Se saranno due piramide rotonde fra lor simile, delle quale due & due superficie piane seghino l'una e l'altra di quelle sopra lo assis: e che l'una de quelle due superficie in l'una e l'altra piramide sia orthogonalmente eretta sopra la basa di quella, & li archi delle base contenuti fra quelle due superficie simili, li angoli che contiene le assis & le due commune settioni delle base e di quelle superficie che sono state poste non orthogonalmente erette sopra le base saranno fra loro equali.



Sia le due pyramide rotonde, a, b, & , c, d, (delle quale le base sono li cerchij, e, f, g, & h, k, l, & le assis le due linee, a, b, & , c, d, & li diametri delle base, e, g, & , h, l, li centri delle base sono li duoi ponti, b, & , d, li coni delle pyramide, a, & , c,) simile fra loro, & dalli coni di quelle, siano protratte due perpendicolare (come insegna la undecima del undecimo) alla superficie delle base lequale sono, a, m, & c, n, & siano continuate li ponti, m, & , n, con li centri delle base protratte le linee b, m, & , d, n, & la superficie, a, b, m, laqual uien fora della assis, a, b, (per la. 18. del. 11.) sarà eretta sopra la basa della pyramide orthogonalmente, per lo medesimo modo la superficie, c, d, n, laqual uien fora della assis, c, d, sarà eretta orthogonalmente sopra la basa della py-



ramide, c, d, e per tanto li duoi archi, f, g, & k. l, siano simili: & siano intese le due superficie. a. b. f. c. d. k. uegnir fuora da li assis, & segar le pyramide, a, b, & c, d, simile. Dico adonque li duoi angoli, a, b, f, c, d, K, esser fra loro equali, & per dimostrar questo siano protratte le due linee, f, m, & k, n, adonque perche le due pyramide, a, b, & c, d, sono simile, & le due superficie, a, b, m, c, d, n, che stanno orthogonalmente sopra le base uengono fuora dalle assis di quelle, & (per la diffinitione delle pyramide simili) l'angolo. a. b. m. sarà equale al angolo, c, d, n, et perche (dalla diffinitione delle linee perpēdicolarmēte erette sopra una superficie) l'uno et l'altro di duoi angoli. a, m. b, c, n, d, è retto, (per la. 32. del primo et per la. 4. del. 6.) li duoi primi triangoli, a, b, m, & c, d, n, saranno de lati proportionali cioe che la proportione della linea, a, b, alla linea c, d, sarà si come della, b, m, alla, d, n, & si come della, a, m, alla, c, n, et perche (dalla diffinitione delle pyramide simile) la proportion del assis. a. b. al. assis. c. d. e si come del mezzo diametro. b. f. al mezzo diametro. d. k. (per la. 11. del quinto) la proportione del, b, f, al, d, k. sarà si come della, b, m, alla, d, n, et concio sia che li duoi angoli, f, b, m, & k. d, n, siano equali imperoche li duoi archi, f, g. & k. l. sono simili (dal presupposito) la proportione della, f, m, alla, k, n, (per la sesta et quarta del sesto) sarà si come della, b, m, alla, d, n, E pero et si come della, a, m, alla, c, n, et poi un'altra uolta (dalla diffinitione delle linee perpendicolarmente erette sopra una superficie) l'uno e l'altro di duoi angoli. a. m. f. c. n. K. e retto (per la 6. e 4. del 6.) la proportione della. a. f. alla. c. k. sarà si come della. a. m. alla. c. n. e pero (per la undecima del quinto) si come della, a. b. alla. c. d. et si come della. b. f. alla. d. K. Adōque (per la quinta del sesto) li duoi angoli. a. b. f. & c. d. K. sono fra loro equali ch'è il proposito. il medesimo facilmente prouerai delle colonne rotonde simile. adonque per questo che s'iato dimostrato dico che ogni due pyramide rotonde simile siano come si uoglia, ouer erette ouer inclinate la proportione di l'una a l'altra, e si come la proportion triplicata del diametro della sua basa al diametro della basa di l'altra. Perche essendo come prima le due pyramide rotonde, a, & b, delle quale le base sono li cerchi. a, & b, & li diametri di questi siano anchora, a, & b, et sia la proportione della pyramide, a, al corpo, c, si come la proportione triplicata del diametro, a, al diametro, b, adōque il corpo, c, nō sarà minore ne maggior della pyramide rotonda. b. Et per dimostrar questo sia (se possibile è) minore in la quantità del corpo, d, talmente che li duoi corpi, c, & d, tolti insieme siano quanto la pyramide rotonda. b. Adonque dalla assis della pyramide, b, sia produtta una superficie che sia eretta orthogonalmente sopra il cerchio, b, Et sia la commune settione di questa superficie & del cerchio, b, la li-

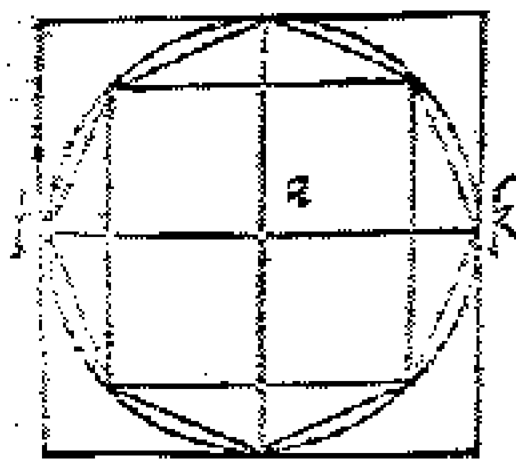


nea.

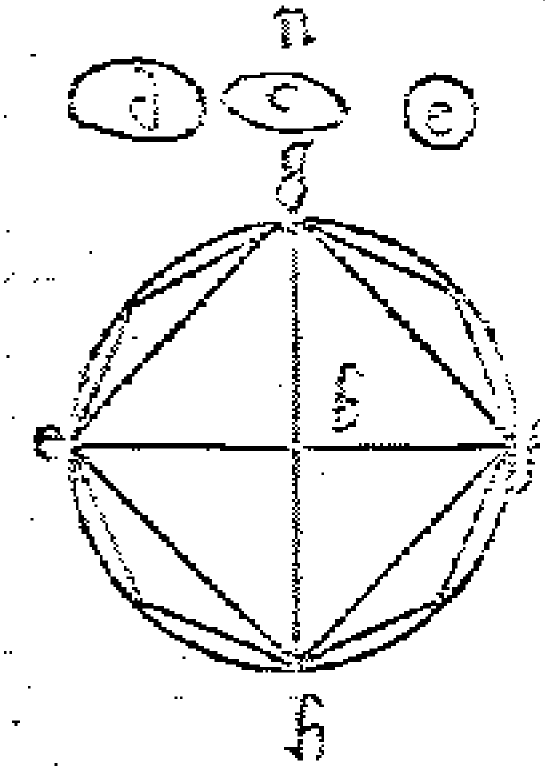
na a è transiente per il cerchio. b. laquale sarà diametro del cerchio. b. & dentro del cerchio. b. sia protratto un'altro diametro segante questo primo orthogonalmente elquale sia. g. h. E così in lo cerchio. b. sia inscritto lo quadrato. e. g. f. h. Et dalla pyramide rotonda. b. sia intesa esser detratta la pyramide laterata la basa della quale è il quadrato inscritto in lo cerchio. b. laquale come di sopra è stato provato sarà maggiore della mità della pyramide rotonda. & dal residuo di quella siano detratte le pyramidette di quella medesima altezza siante sopra li triangoli delle portioni del cerchio. b. & sia fatto questo tante volte per fina a tanto che'l residuo della pyramide rotonda. b. sia minore del corpo. d. (per la prima del decimo) & (per la conversione) la pyramide laterata detratta lequale compongono le pyramide laterate partiale detratte sarà maggiore del corpo. c. Adonque al presente sia producta dal asse della pyramide. a. un'altra superficie che sia orthogonalmente erecta sopra il cerchio. a. Et la linea. k. l. sia la commune settione di questa superficie, & del cerchio. a. laquale per questo sarà diametro del cerchio. a. Et sia protratto in el cerchio. a. un'altro diametro segante questo primo orthogonalmente elqual sia. m. n. & così sia inscritto in lo cerchio. a. lo quadrato. k. m. l. n. Et dividendo li archi delle portioni del cerchio. a. in due parti equali componendo in lo cerchio. a. un poligonio simile a quello che è inscritto in lo cerchio. b. & a cadauno angolo di questo poligonio protrahe le linee rette dal cono della pyramide. a. componendo sopra quel poligonio la pyramide laterata equalmente alta alla pyramide. a. tu provarai. questa pyramide laterata esser simile alla pyramide detratta della pyramide rotonda. b. laqual cosa farai in questo modo produrai con la cogitatione over in atto li axis di l'una e l'altra in l'una e l'altra pyramide. a. & b. & dalli centri delle base protrarai le linee rette a tutti li angoli di poligoni inscritti, & (per la premessa antecedente) tutti li angoli che contiene l'asse della pyramide. a. con cadauna di quelle linee dutte dal centro del cerchio. a. alli angoli del poligonio inscritto in quello saranno equali alli suoi angoli relativi. che contiene l'asse della pyramide. b. con cadauna delle linee dutte dal centro del cerchio. b. alli angoli del poligonio a se inscritto e perche (per la diffinitione delle pyramide rotonde simile) la proportione del asse della pyramide. a. al asse della pyramide. b. è si come del semidiametro del cerchio. a. al semidiametro del cerchio. b. seguita (per la. 6. & 4. del sesto) & per le diffinitioni delle superficie & di simili corpi) che le due pyramide laterate. a. & b. siano simile tutte le altre cose arguisse si come per avanti in la decima: adonque è manifesto de tutte le pyramide rotonde simile che la proportione di quelle, sia si come di diametri delle sue base triplicata. e perche ogni colonna rotonda è treppia alla sua pyramide: perche questo è stato dimostrato sufficientemente o siano le colonne et sue pyramide erette over inclinate seguita (per la. 15. del. 5.) che etiam la proportione di qual si voglia colonne rotonde simile sia si come quella di suoi diametri triplicata.

Theorema. 11. Proposizione. 11.

11 Ogni due piramide rotonde over colonne equalmente alte è necessario esser proportionale alle sue base.
11

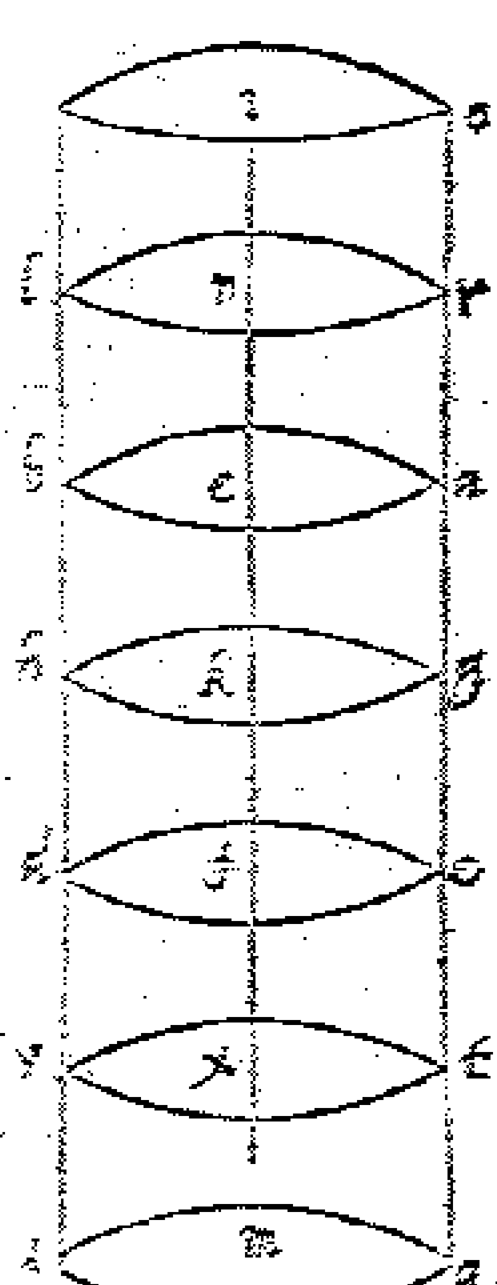


Sopra li duoi cerchij a, & , b, siano statuide (come per auanti) due pyramide rotonde equalmente alte le quale siano dette similmente. a. & .b. etiam due colonne rotonde equalmente alte assignate dalle medesime lettere. a. & . b. dico adonque che la proportione delle due pyramide. a. & .b. & delle due colonne. a. & .b, è si come di dui circoli. a. & .b. se primamente, questo delle pyramide sarà demostrato etiam quello delle colonne sarà manifesto, perche ogni colonna rotonda è tripla al la sua pyramide, ma questo delle pyramide sarà manifesto per dimostratione indiretta in questo modo. perche (per commune scientia) la proportione della pyramide rotonda. a. ad alcun corpo e si come del cerchio. a. al cerchio. b. sia quel corpo. c. Dico adonque che'l corpo. c. non puol esser maggiore ne minore della pyramide rotonda. b. perche (se possibile è) sia primamente minore in la quantità del corpo. d. adonque sia inscritto uno quadrato in lo cerchio. b. & sia detratto dalla pyramide rotonda. b. la pyramide laterata, della quale la basa sia el quadrato inscritto lo cerchio, b, e dalle portione della pyramide siano detratte le pyramide che siano sopra li triangoli delle portioni del cerchio, e questo sia fatto tante volte per fina a tanto che il residuo della pyramide. b. sia minore del corpo, d, & la pyramide laterata detratta (che compone le pyramide partiale detratte) sarà maggiore del corpo. c. adonque in lo cerchio. a. sia descritto un poligonio simile a quel poligonio che è basa della pyramide laterata, b, et sopra quello sia constituida una pyramide laterata ducte le linee dalla uertice della pyramide laterata. a. alli angoli del poligonio inscritto, & le due pyramide laterate. a. & .b. saranno equalmente alte: perche questo è il proposito delle rotonde, per laqual cosa la proportione della pyramide laterata. a. alla pyramide laterata. b. e si come di la sua basa alla basa di quella cioe si come del poligonio. a. al poligonio. b. & questo è stato dimostrato in la sesta di questo, & del poligonio. a. al poligonio. b. e si come del cerchio. a. al cerchio. b. laqual cosa è manifesta (per la prima & seconda di questo.) Adonque della pyramide laterata. a. alla pyramide laterata. b. e si come della pyramide rotonda, a, al corpo. c. per laqual cosa permutatamente della pyramide laterata, a, alla pyramide rotunda, a, e si come della pyramide laterata. b. al corpo. c. & conciosia che la pyramide laterata. b. sia maggiore del corpo. c. seguita la pyramide laterata. a. esser maggiore della pyramide rotonda. a. & questo è impossibile perche lei è parte di quella, adonque el corpo c non sarà menore della pyramide rotonda. b. Ma se l'aduersario ponerà che sia maggior demostreremo un'altra uolta conseguire il medesimo impossibile: perche (per la conuersa proportionalità) la proportione del corpo, c, alla pyramide rotonda, a, sarà si come del cerchio. b. al cerchio. a. sia anchora la me-



La me-la medesima della pyramide rotonda, b, ad alcun corpo elqual sia, d, Conciosia adō que chel corpo, c, sia maggiore della pyramide rotonda. b. (per el presupposito) la pyramide rotonda. a. (per la decimaquarta del quinto) sarà maggiore del corpo, d, Adonque la proportione del cerchio, b, al cerchio, a, sarà si come della pyramide rotonda. b. ad alcun corpo menor della pyramide rotonda. a. Ma questo è stato dimostrato per auanti esser impossibile, perche cosi seguita che la parte sia maggiore del suo tutto. Adonque il corpo. c. non è ne minore ne maggiore della pyramide rotonda, b, ma solamente equale: E per tanto (della seconda parte della settima del quinto concluso il proposito.) Ma accio che piu facilmente & fermamente sia demonstrata la propositione che seguita egliè necessario di mandare auanti uno antecedente a quella ilquale è questo.

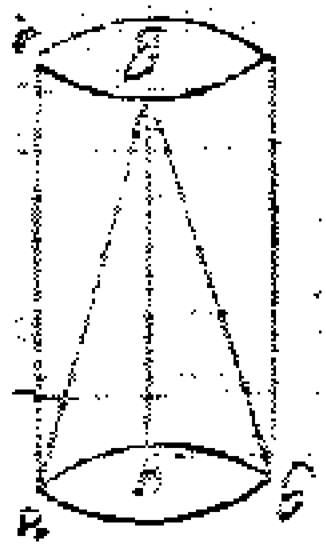
11 Se una superficie segarà alcuna colonna rotonda equidistantemente
13 alla basa di quella, li duoi corpi partiali liquali terminano a quella su-
14 perficie saranno proportionali alle parti de laxsis della colonna.



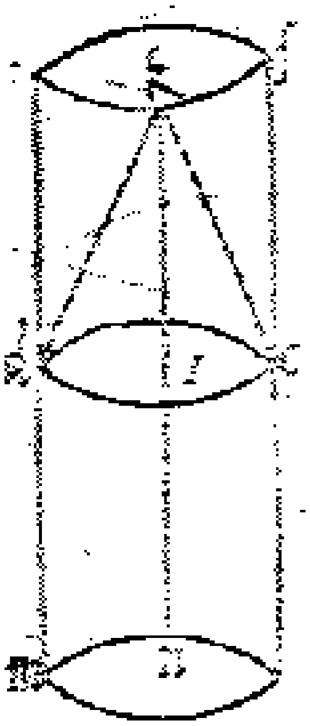
Questa è simile a quella che se propose in la uigesimaquinta del undecimo libro di solidi parallelogrammi ne solamente questo delle colonne rotonde e il uero: anci piu presto simplicemente de tutte le sorte colonne o siano laterati ouer rotonde, laqual cosa (chi terrà fermamente la argumentatione de la prima del sesto (ouer della uigesimaquinta del undecimo) facilmente potra dimostrare, perche in questo loco non altramente che in quello egliè di argumentare il proposito (per la diffinitione della incontinua proportionalità: laquale è posta in el principio del quinto libro.) Ma bisogna auertire che qualunque superficie seghi una colonna equidistantemente alla basa di quella: sega etiam quella equidistantemente alla superficie opposita alla basa di quella, perche ciascune superficie lequale sono equidistante a una medesima superficie, quelle anchora sono fra loro equidistante come intendesti da quelle cose che sono state dette sopra la decimasesta del undecimo libro. Per laqual cosa è manifesto che tutte le colonne rotonde delle quale le base sono equale, sono proportionale alle sue altezze. Il medesimo anchora delle laterate & finalmente anchora delle piramide rotonde etiam delle laterate, laqual cosa essendo prouato prima delle colonne delle pyramide sarà manifesto; perche ogni colonna è treppia alla sua pyramide la rotonda (per la nona di questo) & la laterata (per quelle cose che sono state dimostrate di sopra in la ottaua.

Il Tradottore.

Di queſta ſopraſcritta parte (laquale pare che ſia una aggionta del comentatore) nella ſeconda tradottione. L'Auttore ne fa due propoſitione lequale l'una è la decimatertia & l'altra è la decimaquarta. Et per la detta decimatertia figuralmente aduſſe la colonna, a,d, ſegata dalla ſuperficie, g.h. equidiſtantemente alle



due baſe cioe alle due baſe, a,b, & ,c,d, & conclude il medeſimo che ſe fa nella ſopraſcritta agionta cioe che ſi come che è la colonna partiale.b.g. all'altra colõna partiale.g.d. coſi ſarà laxis.e.k. al axis.k.f. & per dimoſtrar tal coſa el uole che ſia alongato da l'una & l'altra parte laxis.e.f. per fina in li ponti.l.m. & di quelle uol che ne ſia tolte quante parte ne pare equale alla ſua conterminale poniamo le due.e.n. & n.l. equale alla parte.e.k. & coſi le due.f.x. & x.m. (ouer piu) equale alla.f.k. & ſimilmente el uole che per li ponti.l.n.et.x.m. ſia eſteſe le ſuperficie.p.o.s.r.t.y.q.u. equale & equidiſtante alle.a.b. & c.d. & uole che ſiano inteſi le colonnette partiale.p.r.r.b.d.t.t.u. Et perche le axis.l.n.n.e.e.k. ſono fra loro equale adonque le partiale colonne.p.r.r.b.b.g. (per la undecima) ſono equale fra loro & ſimilmente ſono di equal multiplicità alla colonna.b.g. ſi come laxis.k.l. al laxis.e.K. Et per le medeſime ragioni ſe die intendere della colonna.u.g. alla colonna.g.d. eſſer coſi multiplice come che è laxis.m.k. al axis.K.f. et perche ſe laxis.k.l. ſarà equale al axis k.m. etiam la colonna.p.g. ſarà equale alla colonna.g.u. & ſe ſarà maggiore ſarà maggiore & ſe ſarà menore ſarà menore, per il che (per la diffinitione delle quantità proportionale cioe per la ſeſta diffinitione del quinto) ſe conclude che le quattro quantità ſono proportionale cioe le due axis.e.k. & .k.f. & le due colonne partiale.b.g. & .g.d. che è il propoſito. Et biſogna notar che quella figura che di ſopra chiamamo colonna nella predetta ſeconda traduttione è detta cylindro.



La decimaquarta propoſitione propone che li coni etiam li Cylindri che ſiano ſopra baſe equale che la proportione de l'uno a l'altro & ſi come la altezza di l'uno alla altezza di l'altro.

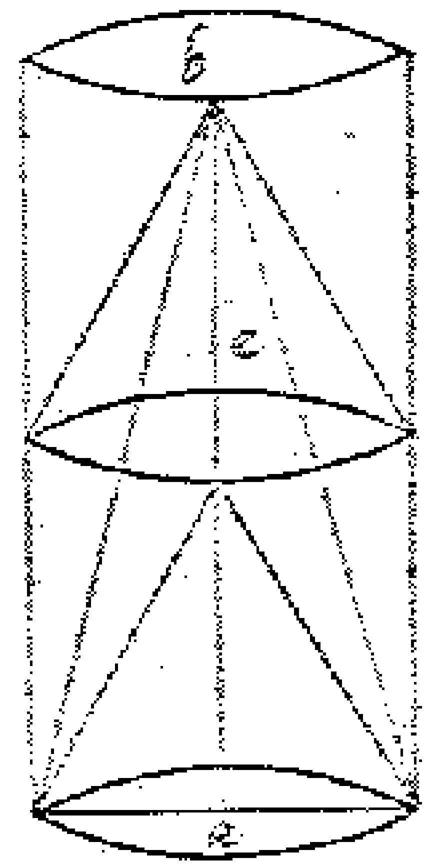
Et per eſſempio figurale ſia ſopra le due baſe.a.b. & .c.d. equale. Li doi cylindri,f,d,e,b, Dice che il cylindro,e,b, al cylindro,f,d, e ſi come la axis.g.h. al axis K.l. & per dimoſtrar tal coſa uol che ſia eſteſa ouer alongata la axis.k.l. per fina in ponto.n. talmente che la.l.n. ſia equale alla axis,g,h. & atorno al axis.l.n. uol che ſe gli intenda il cylindro.c.m. poi arguiſſe in queſto modo. Adonque perche li doi cylindri,e,b,et c,m, ſono di equal altezza è ſopra baſe equale (per la.11.di queſto) ſono fra loro equali, & perche il cylindro.f.m. è ſegato dal piano,c,d, equidiſtan-

tement

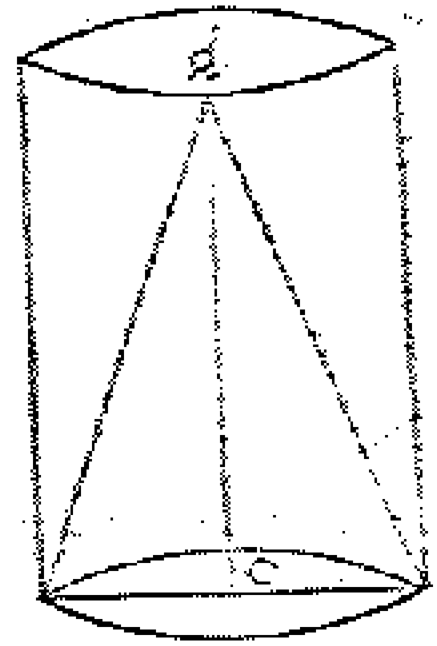
tamente alle due base oppoſite adonque (per la precedente) ſi come è il cylindro.e. m. al cylindro.f.d.coſi è la axis.l.n.alla axis.k.l. Et perche el cylindro.e.m.è equale al cylindro.e.b. & la axis.l.n.alla axis.g.h. Adonque ſi come è il cylindro.e.b. al cylindro.f.d.coſi è la axis.g.h.alla axis.k.l.& ſi come il cylindro.e.b.al cylindro,f,d,coſi è il cono.a.g.b.al.cono.c.k.d.perche li cylindri de quelli ſono tripli di ditti coni (per la nona di queſto) adonque (per la undecima del quinto) ſi come la axis,g,h,al axis,k,l,coſi è il cono,a,b,g,al cono,c,d,k,& lo cylindro,e,b,al cylindro,f,d,che è il propoſito.

Theorema.12. Propoſitione.12.

12 Se due piramide rotonde ouer colonne ſaranno equale le ſue baſe ſa-
15 ranno mutue alle ſue altezze, & ſe le ſue baſe, & altezze ſaranno mutue quelle piramide,ouer colonne è ne neceſſario eſſer equale.



Le linee che diſcendeno dalla ponta alle baſe perpendicolarmente determinano la altezza della pyramide: & delle colonne dalle ſuperficie ſupreme di quelle alle baſe, ſiano adonque le due pyramide rotonde.a.b.& c.d.equale, & le due colonne rotonde.a. b,&,c,d,equale: & ſiano le commune baſe ſi delle pyramide come delle colonne li dui cerchij.a.& c.anchora le commune altezze ſi delle pyramide come delle colonne, ſiano determinate per le due linee.a.b.&.c. d. Dico che la proportione del cerchio,c,al cerchio,a,è ſi come della altezza,a,b,alla altezza,c,d,& al contrario,& ſi ſarà trouato queſto delle colonne,delle pyramide ſarà certo. Perche ogni colonna rotonda è treppia alla ſua pyramide adonque ſe le due altezze, a,b,&,c,d,ſaranno equale (per la precedente) è manifeſto il propoſito,ma ſe ſaranno inequale ſia,a,b,maggiore & ſia tolto.a.e.equale alla,c,d,& ſia ſegata la colonna,a,b,dalla ſuperficie,e,equidiſtantemente alla baſa,a,di quella: & (per lo premeſſo antecedente) la colonna,a,b,alla colonna.a.e.ſarà ſi come la altezza.a.b.alla altezza.a.e.e pero (per la prima parte della ſettima del quinto) la colonna c,d,alla colonna,a,e, ſarà ſi come la altezza,a,b,alla altezza,a,e,per laqual coſa (per la ſeconda parte della ſettima del quinto) ſi come la altezza,a,b,alla altezza,c,d,(per la precedente) & la colonna,c,d,alla colonna,a,e,e ſi come il cerchio,c,al cerchio.a. Adõque (per la undecima del quinto) la altezza,a,b,alla altezza,c,d,e ſi come della baſa,c,alla baſa,a,adonque

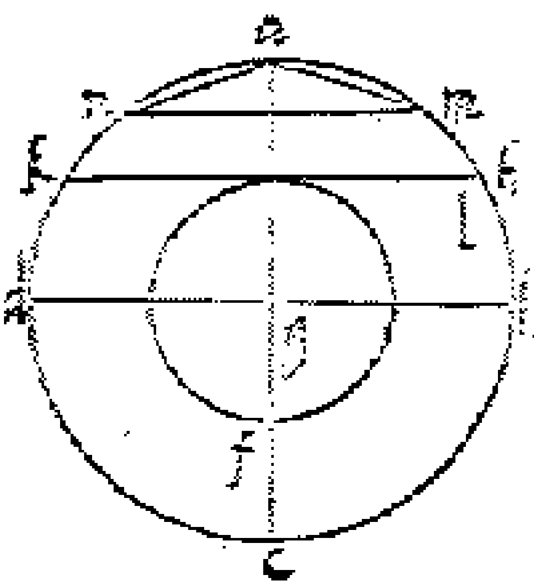


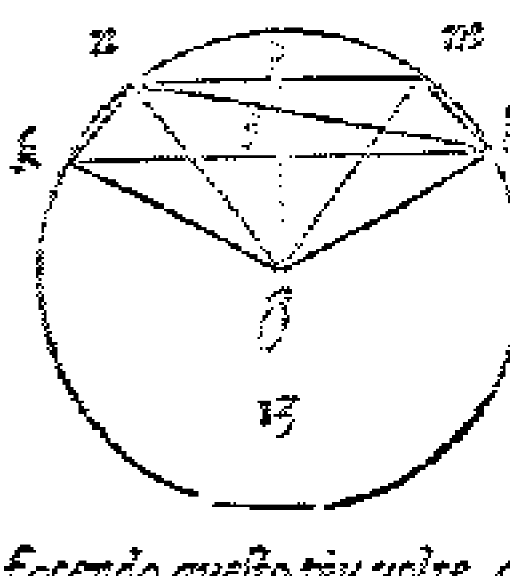
que

que è manifesto la prima parte, la seconda se manifestarà (per il modo contrario) stante la medesima dispositione. Hor sia si come della basa.c. alla basa.a.cosi l'altezza.a.b. alla altezza.c.d. Dico che le due colonne.a.b.& .c.d sono equale, perche (per la secõda parte della settima del quinto) la altezza.a.b.alla altezza.a.e. sarà si come della basa.c.alla basa.a. Et perche (per la precedente) la colonna.c.d. alla colonna.a.e.e si come della basa.c.alla basa.a.& (per lo premesso antecedente) la colonna.a.b.alla colonna.a.e.e si come la altezza.a.b. alla altezza.a.e. seguita (per la undecima del quinto) che la colonna.c.d.alla colonna.a.e.sia si come la colonna.a.b. alla medesima.a.e. adonque (per la prima parte della nona del quinto) le due colonne, a,b, & c, d, sono equale, per laqual cosa è manifesto etiam la seconda parte.

Problema.1. Propositione.13.

13/16 Quando seranno proposti duoi cerchii circondutti sopra uno medesimo centro, egliè possibile dentro il maggiore descriuere una superficie de molti angoli, de lati pari & equali laquale non tocchi il cerchio minore.





Siano li duoi cerchij, a,b,c,d, & e,f, circondutti sopra uno commun centro elqual sia.g. Dico che dentro al maggior cerchio (qual sia,a,b,c,d,) egliè possibile esser descritto un poligonio che sia equilatero, che niuno de suoi lati toccha il cerchio minore elquale è, e, f, & per far questo siano diuisi questi duoi cerchij in quatro parti equali da duoi diametri fra loro segandosi orthogonalmente sopra il centro di quegli liquali siano, a,c, & b, d, et sia, e,f, (diametro del minore) parte del diametro a,c, che è diametro del maggiore, & cosi adonque dal ponto, e, sia dutta (da l'una e l'altra banda per fina alla circonferentia del maggiore) una linea orthogonalmente sopra del diametro.e.f. laqual se incontri con la circonferentia del maggiore di qua in ponto.h.e di la in ponto.k.& (per lo correlario della decimasesta del tertio) la linea.h.e.k.e contingente il cerchio minore, & dapoi diuide il quadrante, a,b, del cerchio maggiore in due parti equali in ponto, l, (secondo la dottrina della uigesimanona del tertio) dapoi un'altra uolta diuide lo arco, a,l, in due parti equali in ponto.m.& cõciosia che facendo questo piu uolte, di necessità tu peruenirai finalmente a uno arco ilquale sarà minore di l'arco, a,h, & sia in questo loco, a,m, perciochè questo è necessario, perche essendo due quantità inequale, se della maggiore di quelli sia cauado la mità di quella, & similmente del residuo la mità egliè possibile far questo tante uolte per

fina

fina a tanto che finalmente rimanga una quantità minore della minore di quelle, si come in la prima del decimo è stato dimostrato. Quando adonque (dividendo cosi) se sarà pervenuto a uno arco (quanto si voglia) minore di, a, b, del qual modo (in questo loco) e l'arco. a. m. sia tolto lo arco. n. equale a l'arco, a, m, & sian dutte le due linee. a. m, & n, m. Adonque perche l'arco, a, k, è equale al arco, a, b, el quale (per la 2. parte della 3. del 3. & per la 4. del primo, & per la 28. del 3.) è manifesto. Et perche l'arco, a, n, è equale al arco, a, m, (per commune scientia) l'arco n. k. sarà equale al arco. m. b. adonque le due linee. m. n. & k. b. sono equidistante. adonque la linea. m. n. non puol toccare il cerchio, e, f, per laqual cosa molto piu forte ne la linea. a. m. puol toccar quello. Perche adonque è manifesto il cerchio. a. b. c. d. esser divisibile per archi equali a l'arco. a. m. e però (per la vigesimaottava del terzo insieme) è manifesto dentro di esso cerchio poter esser coaptado continuamente cordette equale alla cordetta. a. m. cordante esso cerchio di molti angoli per il che anchora è manifesto dentro il cerchio maggiore poter esser inscritto un poligonio equilatero del quale uno lato e la linea. a. m. et perche la linea. a. m. non tocca il cerchio minore, è manifesto (per la prima parte della decimaquarta del tertio & per la diffinitione delle linee equalmente distante dal centro del cerchio, che lo inscritto poligonio con niuno di suoi lati tocca il cerchio minore che è il proposito. Ma tu dubitai in questo, le due linee. m. n. & k. b. esser equidistante essendo li duoi archi. n. K. & m. b. equali. ma questo per forma verità e proseguido per sorte perche due linee in uno cerchio: lequale non si segbino fra loro: se dalla circonferentia equali archi da l'una e l'altra banda siano fra esse linee saranno equidistante & per dimostrar questo dal centro. g. conduce la linea. g. p. perpendicolare alla linea. m. n. laqual seghi la linea. b. K. in ponto. q. & tira le linee. g. m. g. n. g. K. g. b. & alli duoi archi. n. k. & m. b. tirarai sotto le due corde, lequale etiam siano dette. n. K. m. b. & (per la vigesimanona del terzo) queste corde. n. k. & m. b. saranno equale, imperoche li archi saranno equali & (per la seconda parte della terza del medesimo terzo) la linea. n. p. sarà equale alla linea. m. p. Conciosia adonque che l'uno e l'altro di duoi angoli, che sono al. p. sia retto (per la diffinitione della perpendicolare) l'angolo. n. g. p. (per la quarta del primo) sarà equale al angolo. p. g. m. & (per la ottava del primo) l'angolo. K. g. n. e equale all'angolo. b. g. m. Adonque (per commune scientia, laquale è se a cose equale tu agiongi cose equale le summe saranno equale) l'angolo. k. g. q. sarà equale a l'angolo. q. g. b. & però (per la quarta del primo) la linea. k. q. sarà equale alla linea. q. b. per laqual cosa (per la prima parte della terza del terzo) la linea. g. q. sarà perpendicolare alla linea. k. b. Adonque (per la prima parte della vigesimanona del primo) le due linee. n. m. & k. b. sono equidistante: et questo e quello doue tu dubitavi. Questo medesimo anchora se puol dimostrare per questo altro modo. Sia dutta la linea. n. b. & (per la ultima del sesto) l'angolo. b. n. m. sarà equale al angolo. n. b. k. imperoche l'arco. b. m. è equale al arco. n. k. e però (per la vigesimasettima del primo) la linea. m. n. sarà equidistante alla linea. b. k. el converso anchora se vorrai tu lo approvarai per lo converso modo, perche se la linea. m. n. è equidistante alla linea. b. K. l'arco. n. k. sarà equale a l'arco. m. b. perche

(per

(per la prima parte della vigesimanona del primo) li duoi angoli. h. x. m. & n. h. k. saranno equali e però (per la ultima del sesto) li duoi archi. n. k. & m. h. saranno etiam equali.

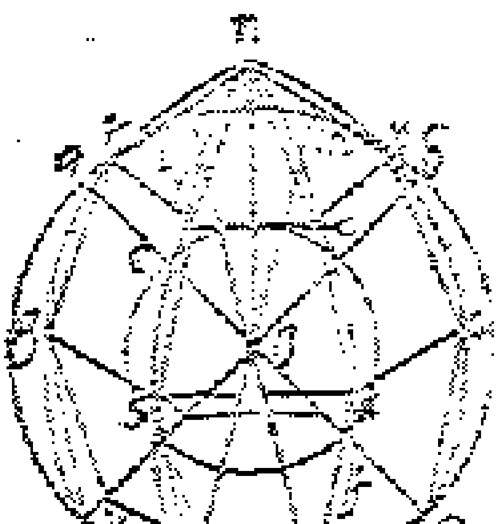
Correlario.

6/16 Et da qui è manifesto che la perpendicolare dutta dal ponto. m. alla. a. c. non tocca il cerchio.

Problema. 2. Propositione. 14.

14/17 Proposte due sphere che habbiano uno medesimo centro, egliè possibile dentro della maggiore di quelle constituire figuralmente un solido di molte base, ilquale, non tocchi la superficie della minor sphera. Et fatto questo, se in la minor sphera, ouer in qualunque altra sphera sia constituido intelligibilmente un corpo simile, la proportione del corpo de molte base constituto dentro della maggior sphera, al corpo di molte base constituto dentro della minor sphera, ouer altra, sarà si come la proportione treppiata del diametro della maggior sphera al diametro della minore ouer d'altra sphera.

Siano le due sphere, a. b. c. d. & e. f. che habbia uno istesso centro ilquale sia. g. et sia la maggiore de quelle la sphera. a. b. c. d. & la minore la sphera. e. f. uolemo dentro della maggiore di quelle constituire un corpo di molte base, delequale non intendemo che quelle base siano equale ouer simile, ma che niuna di quelle tocchi la superficie della minor sphera. Adonque quando uolemo far questo segaremo l'una et l'altra delle due proposte sphere insieme, con una superficie piana che transisca per il commun centro di quelle & (per la diffinitione della spera & per la diffinitione del cerchio) le communne settioni di questa superficie segante, & delle superficie delle sphere, saranno linee continente circoli. Adonque siano li duoi circoli. a. b. c. d. & e. f. el centro di quali, è il centro della sphera delquale è sta proposto che quello sia el ponto. g. Quadraremo adonque questi duoi cerchij con duoi diametri fra loro seganti orthogonalmente sopra il commun centro di quelli, liquali siano. a. c. & d. b. Da poi dentro del maggior cerchio (secondo li precetti della precedente) inscriuemo un poligonio equilatero, ilquale non tocchi con alcun di suoi lati il minor cerchio, & per causa di essempio, sia sufficiente hauer iscritto una figura di dodeci angoli equilatera, talmente che in el quadrante di quel maggior cerchio (elquale è. c. d.) siano tre lati di questa figura duodecagona, liquali siano le corde. d. h. x. h. & k. c. le quale conciosia che le sieno equale. Anchora (per la prima parte della uigesimaottaua del terzo) li archi di quelli saranno equali. Et da



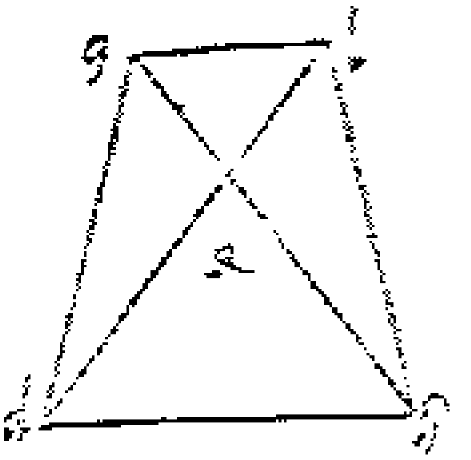
poi delli dui ponti. h. & . s . (liquali sono le estremità delle corde di mezzo) produremo dui diametri liquali sono. h . m . & . K. l. & sopra il centro . g. tiramo la linea. g. n. perpendicolare alla superficie del cerchio . a. b. c. d. laquale produremo per fina a tanto che la peruenga alla superficie della maggior sphera sopra il ponto. n. & da poi intenderemo quattro superficie seganti le sphere proposte , delle quale caduna segha quelle sopra la linea. g. n. Et la prima di quelle sopra la linea . g. n. & lo diametro . d. b. La seconda sopra la linea. g. n. & lo diametro. h . m . & la terza sopra la linea. g. n. & lo diametro. k. l. & la quarta la linea. g. n. & lo diametro. c. a. & (per le diffinitioni della sphera , & del cerchio) le settioni di queste superficie & della superficie della sphera maggiore , saranno uno continenti circoli , et le parte infrante , come fra el ponto. n. & li quattro ponti , che sono. d. h. K. c. saranno quadranti di questi cerchi liquali quadranti sono. d. n. h. n. & . k. n. & c. n. e pero questo adviene impero che tutti li angoli che contiene la linea . g . n . con caduna linea di diametri protratti in la superficie del cerchio, a, b, c, d, sono retti (per la diffinitione) della linea perpendicolare a una superficie , & li angoli retti in el centro: se istendono sotto alla quarta parte della circonferentia . laqual cosa (per la ultima del sesto) euidentemente appare , & per la diffinitione di cerchij equali, è manifesto che caduno di questi quattro cerchij è equale al cerchio, a, b, c, d, Perche il diametro di caduno di quelli è il diametro della maggior sphera . Adonque (per la decimaquinta del quinto) li quadranti di quelli sono equali , per laqual cosa li cinque archi, liquali sono, d, n, h, n, K, n, c, n, & , d, c, sono equali. Adonque in caduno di quattro quadranti di circoli eretti siano assettade le corde yppotumissale , delle quale caduna sia equale alla corda del cerchio proposto , lequale sono li lati del polygonio a quel inscritto & una di quelle corde. e. d. h. & siano in el primo, d, q, q, r, & , r, n, & in lo secondo, h, s, s, t, & , t, n, & in lo terzo, k, u, u, x, & , x, n, & in el quattro siano, c, o, o, p, & p, n, & siano protratti li coraussi congiongenti li capi delle corde yppotumissale , lequale sono, q, s, s, u, u, o, & , r, t, t, x, x, p, tu uedi adonque, alla quarta parte della mezza maggior sphera superiore (la qual quarta parte e, d, n, c,) esser inscritto un corpo di. 9. base delle quale, le tre che se congiongeno al ponto , n, sono triangole & tutte le altre sono quadrangole & li lati yppotumissali di quelle quadrangole superficie sono equali ma nõ equidistanti, Et li coraussi (tolti fra qualũque dui cerchij) & le corde del cerchio proposto sono fra loro, equidistante ma nõ sono, fra loro equale, e questo saperai se protrarai perpẽdicolare dalle estremità di coraussi alla superficie del cerchio giacente delle quale è manifesto che esse cadeno sopra, li diametri di circoli , liquali coraussi continuano , laqual cosa facilmente apprenderai dalle cose dimostrate in la decimaterza del undecimo, uerbi gratia , siano lassade le due perpendicolare, q, y, & , s, z, cadente in li diametri, d, b, & , h, m, dalli dui termini del corausso, q, s, & siano tirate le linee, q, d, s, h, & , y, z, Et li dui triangoli, q, y, d, et, s, z, h, (per la quarta del sesto) saranno simili, per laqual cosa la proportione delle due perpendicolare, q, y, & s, z, sarà si come delle due corde, q, d, & , s, h, & conciosia che le corde siano equale, etiam le perpendicolare saranno equale & quelle sono equidistante (per la. 6. del. 11.)

Adon-

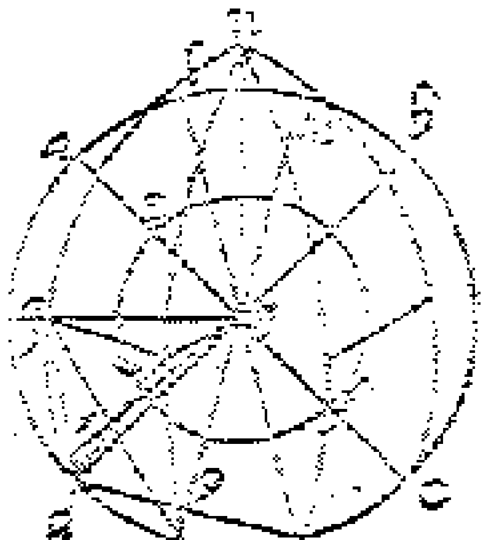
Adonque (per la .33. del primo il corausto .q.t. e equale & equidistante alla linea .y.z. Et perche (per la seconda parte della seconda del sesto) la linea .y.z. è equidistante alla corda .d.b. e però è minore di quella, seguita (per la nona del undecimo) che lo corausto .q.t. sia etiam equidistante alla corda .d.b. & minor di quella (per la concettione) adunque conciosia che le corde che sono lati del poligonio iscritto in lo cerchio giacente (& tutte quelle sono equale alla corda .d.b.) non toccano la sphera minore e necessario che niuno lato di queste base del corpo iscritto (o siano le quadrangole over triangole) non tocchi la medesima minor sphera conciosia che tutti questi lati siano equali over minori di esse corde, & simplicemente dico, che etiam niuna di queste base de tutte le quale è manifesto, (per la seconda parte della seconda del undecimo) che quelle sono tutte in una superficie, puo con alcun suo ponto toccare la minor sphera: impero che ogni linea retta dutta sopra a qual si voglia ponto di cadauna di quelle equidistantemente al corausto necessariamente è minore della corda del cerchio prefirato. Se adonque la somma delle altre quarte della maggior sphera si della mezza sphera superiore come della inferiore siano fatto il simile (alla similitudine di quelle) de superficie quadrilatere & trilatere, et alla maggior sphera serà iscritto un corpo de settantadue base lequale non toccano la superficie della minor sphera si come era stato proposto. Oltra di questo dico se in qualunque altra sphera sia iscritto un'altro simil corpo: la proportione di l'uno al l'altro, sarà si come la proportione treppiata del diametro di l'una sphera al diametro di l'altra. Perche le settantadue base di cadauno corpo saranno base di tante pyramide laterate le vertice over ponte delle quale saranno nelli centri di esse sphere, & queste pyramide compirai, se da ciascuno di angoli delli iscritti corpi (liquali sono le estremità delle corde & di corausti) produrai le linee alli centri delle sphere, E per tanto studia di provare (per la diffinitione di corpi simili) tutte le pyramide di uno esser simile alle sue relative pyramide de l'altro, e havendo provato (per la 8. di questo) la proportione di cadauna di quelle alla sua relativa di l'altro sarà si come la proportione treppiata delli semidiametri di esse sphere (perche li semidiametri delle sphere sono li lati di tutte le pyramide) & perche la proportione de semidiametri & di diametri è una medesima (per la decimaquinta del quinto) facilmente concluderai el proposito (per la .13. del medesimo.

Il Tradottore.

La demostratione del soprascritto primo proposito patisse oppositione, perche la non dilucida a sufficientia il detto proposito, egli è ben vero che li lati del poligonio iscritto nel cerchio che giace in piano (liquali sono tutti equali alla linea, d, b.) non toccano la minor sphera per ilche è necessario anchora che niuno lato di quelle .72. base del detto corpo iscritto (o siano quadrangole over triangole) tocchi la medesima minor sphera, conciosia che tutti questi lati siano equali over minori a quelle corde, tamen se ben la minor sphera non vol toccare alcuno di detti lati (per le cose dimostrate) non siamo pero certi che quella non possi toccar le base quadrangole nelli lor centri (massime le maggiore) verbi gratia pigliamo per essempio la base .q.

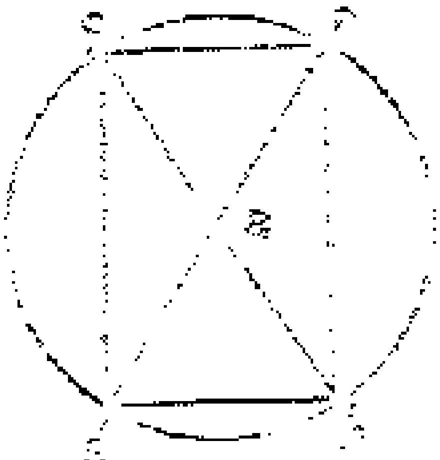


ſa,q,d,s,b, laquale è una delle quadrangole maggiori. Dico che ſe ben niun di ſuoi quattro lati (cioe, d,b,d,q, b,s,s,q,) non puo toccar la minor ſphera (per eſſer,d,q, et,b,s, equali al,d,b,et q,s,minore perche le linee equale ſono equalmente diſtante dal centro della ſphera, & le minore ſono molto piu lontane dal detto centro (tamen non ſiamo per certi che la detta ſphera minore nõ poſſa toccare la detta baſa.q.d.s.b.(& le altre ſimile) nel centro z perche il detto centro z è molto piu propinquo al detto centro della minor ſphera che non ſono alcun di detti quattro lati, ilche ſi manifeſta tirando li doi diametri.q.b.&.d,s,cadauno di quelli è maggiore di qual ſi voglia di detti quattro lati per ilche cadauno di loro è piu propinquo al centro della ſphera di alcuno di detti quattro lati (per la.14.del 3.) ſeguita adõque che li detti diametri potriano forſi toccar la detta minor ſphera e conſequentemente la baſa,q,d,s,b, nel ſuo centro z. adonque la demoſtratione dal commentator adutta patiſſe contraditione: ma a voler veramente prouarlo, cioe demoſtrare a ſufficientia che la minor ſphera non puo toccar in conto alcuno, alcuna di quelle 72. baſe, Sia tirato dal centro,g, una linea (per la 11.del 11.) perpendicolare alla baſa,d,q,b,s, del detto corpo (come che in queſt'altra ſeconda figura appare) laquale ſia g.z.dapoi dal ponto.z.ſia tirate quattro linee alli quattro angoli di detta baſa lequal linee veranno a eſſer.z.q,z,d,z,b,z.s,lequale tutte conteneranno angolo retto con la perpendicolare,g,z.(per la 2.diffinitione del 11.per ilche le dette quattro linee,z,q,z,d,z,b,z,s, ſaranno equale (per la penultima del primo & per la commune ſcientia) perche le loro ypothumiſſe ſono equale cioe le linee tirate mentalmente dal centro,g, a cadauno di quattro angoli.q.d.b.s. Adonque ſe ſopra il ponto.z.ſarà deſcritto mentalmente un cerchio ſecondo la quantità di.z.b la circonferentia di quello trãſirà per li altri tre angoli,d,q,s,(come in la terza figura appare) & perche li tre lati,d,b,d,q,b,s,ſono equal, & lo q,s, è minore adonque l'arco,d,b, ſarà piu del quarto della circonferentia di tutto il detto cerchio, per il che l'angolo,d,z,b,ſara obtuſo,e pero il quadrato dello lato,d,b,ſarà piu che doppio al quadrato della,d,z,ouer della,b,z,& queſto terrai in mente da puoi imaginaremo la detta baſa ſecondo il ſuo debito ſtar nella ſphera maggiore della figura che gia fu in principio deſcritta: li circoli giacenti ſi della maggiore come della minore poniamo ſiano li infraſcritti con la detta baſa quadrangola,q,d,s,b,ſtante ſecondo il ſuo conueniente ſtar con la ſua protratta perpendicolare dal ponto g. (centro di ambedue le ſphere) al ponto.z.centro della detta figura quadrilatera da poi dal ponto,d,al ponto,k,tiraremo la linea,d,k,laquale ſegarà la linea,g,b, orthogonalmente in ponto.9.& non toccarà il cerchio,f,a, della minor ſphera (per lo correlario poſto ſopra la.13.di queſto) perche queſta li-



nea

nea d.k. e similmente posta come è la linea n.m. in la figura della detta .13. di questo. hor dico che il ponto. z. e piu remoto ouer lontano dal ponto. g. (centro de ambedue le sphere proposte) che non è il ponto. 9. cioe che la linea. g. z. e piu longa che la linea. g. 9. & se la minor sphera non tocca la detta linea. d. k. in ponto. 9. manco toccarà la basa. e. d. s. h. in ponto. z. laqual cosa se dimostrarà in questo modo. Egli e manifesto che la linea. m. 9. e piu della mità di tutta la linea. m. h. per il che la linea. m. h. uien a esser manco del doppio di la linea. m. 9. & tal proportione qual è della linea. m. h. alla linea. m. 9. tale sarà del rettangolo contenuto sotto della linea. m. h. & della 9. h. al rettangolo contenuto sotto delle due linee. m. 9. & 9. h. (& questo facilmente prouarai per la prima del 6.) adonque il rettangolo di m. h. in 9. h. sarà men che'l doppio del rettangolo di m. 9 in 9. h. & perche il quadrato della linea, d, 9, è equal al rettangolo della, m, 9, in, 9, h, per la. 35. del 3. seguita che'l rettangolo della, m, h, in, 9, h, sia men del doppio del quadrato della, d, 9, & se al quadrato della, d, 9, (il quale è quanto il rettangolo della. m. 9 in. 9, h.) gli aggiongeremo il quadrato della 9. h. tal summa (per la penultima del primo) sarà equale al quadrato della, d, h, & perche il rettangolo della m. 9 in. 9. h. gionto con il quadrato della. 9. h. tal summa (per la 3. del 2.) sarà equale al rettangolo di tutta la m. h. in, 9, h, seguita adonque che il quadrato de, d, h, sia men del doppio del quadrato di d. 9. & se ben ti ricordi gia fu prouato che il quadrato della medesima. d, h, era piu che doppio al quadrato di, d, z, ouer di z, h, seguita adonque che il quadrato, d, z, sia minore del quadrato di, d, 9, & perche cadauno delli dui angoli, d, 9, g, & d, z, g, è retto et la linea, g, d, è ypothumissa commune a l'uno e l'altro se del quadrato di quella ne cauamo il quadrato della linea, d, 9, lo residuo, (per la penultima del primo) sarà equale al quadrato della linea, g, 9, & similmente se del quadrato della medesima linea, g, d, ne cauemo il quadrato della linea, d, z, questo secondo residuo sarà equale al quadrato della linea, g, z, & perche lo quadrato della, d, 9, era maggiore del quadrato della, d, z, (per commune sententia) lo quadrato della linea. g, z, sarà maggiore del quadrato della linea, g, 9, per il che la linea, g, z, è maggiore della linea, g, 9, seguita adonque che il ponto. z. sia piu lontano dal centro, g, che non è il pōto, 9, & se la minor sphera non tocca il ponto, 9, manco toccarà la bassa, e, d, s, h, in ponto, z, & non toccandola in ponto, z, manco la toccarà in altro ponto perche quello è il piu propinquo al centro, g, di qualunque altro & se la detta minor sphera non puol toccare la detta bassa quadrangola (laquale è una delle maggior del detto corpo) manco potrà toccare alcuna delle altre minore perche le minore sono piu remote, ouer lontane dal centro, g, delle maggiore per le ragione addutte in la decimaquarta del terzo che è il proposito.

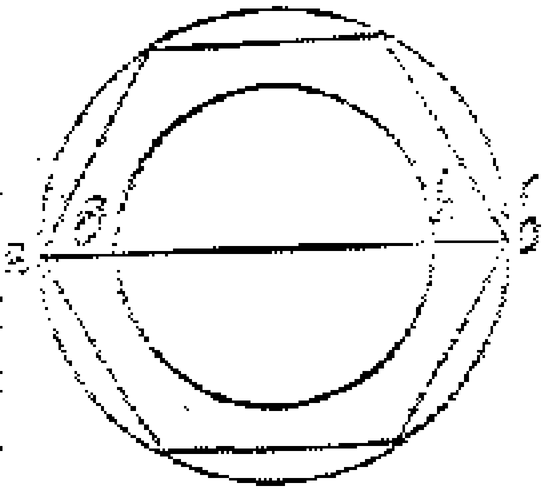


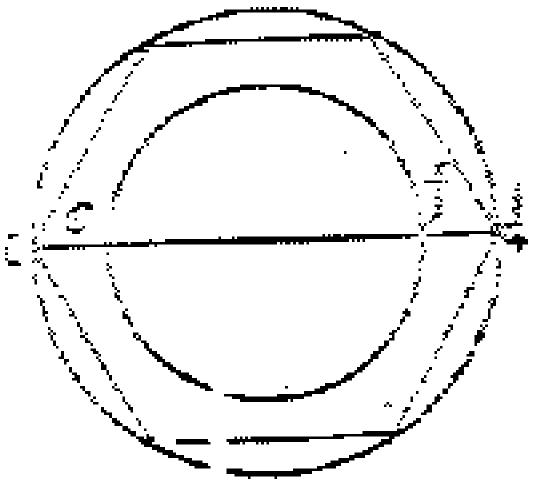
Theorema. 13. Propositione. 15.

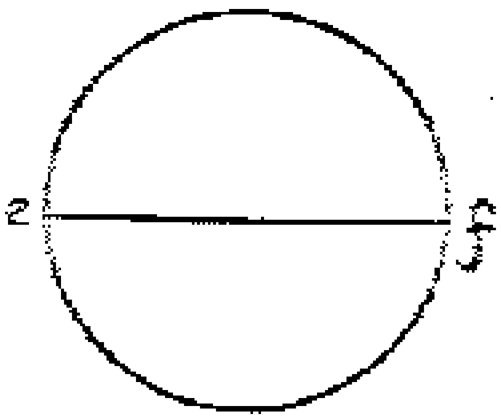
15 Di ogni due sphere la proportione di l'una a l'altra, e si come la pro-
18 portione treppiata del suo diametro al diametro di l'altra.

Siano

Siano le due ſphere. a.b. & c.d. delle quale li diametri ſiano, a, b, & c, d. Dico che la proportione di quelle è ſi come la proportione di ſuoi diametri treppiata la demoſtratione di laquale è perche ne a una ſphera che ſia minore della ſphera, c, d, ne a una maggiore la proportione della ſphera.a.b. è ſi come del diametro.a.b. al diametro. c. d. treppiata. Hor ſia la proportione della ſphera. a. b. alla ſphera.e.f. ſi come del diametro. a. b. (della ſphera.a.b.) al diametro.c.d. treppiata. Dimoſtrarò adonque che la ſphera. e.f. non puol eſſer minore ne maggiore della ſphera. c.d. perche affirmando l'aduerſario quella eſſer minore imaginarò quella eſſer inchiuſa nella ſphera c. d. & eſſer circondutta al medeſimo cētro, & inſcriuerò (con la imaginatione) in la ſphera.c.d. uno corpo di molte baſe il quale nō tocchi la ſphera.e.f. elqual ſia etiam detto, c, d, & inſcriuerò in la ſphera, a, b, un'altro corpo di molte baſe ſimile al corpo di molte baſe.c.d. elquale ſia etiam chiamado del nome della ſua ſphera, cioe.a.b. adonque è manifeſto (dalla ſeconda parte della precedente & della. 11. del. 5.) che la proportione della ſphera. a.b. alla ſphera, e, f, è ſi come quella del corpo di molte baſe.a.b. al corpo di molte baſe, c, d, perche l'una e l'altra è ſi come quella del diametro, a, b, al diametro, c, d, treppiata (l'una dal preſuppoſito e l'altra per la. 2. parte della precedente) per laqual coſa permutatamente la proportione della ſphera. a.b. al corpo di molte baſe a. b. e ſi come della ſphera, e, f, al corpo di molte baſe, c, d, concioſia adonque che la ſphera, a, b, ſia maggiore del corpo di molte baſe, a, b, etiam la ſphera, e, f, ſarà maggiore del corpo di molte baſe, c, d, & queſto è impoſſibile, perche quella è parte di quello, adonque la ſphera, e, f, non è minore della ſphera. c.d. Ma ſe l'aduerſario diceſſe quella eſſer maggiore lo confonderemo in queſto altro modo: perche (per la conuerſa proportionalità) della ſphera, e, f, alla ſphera. a. b. ſarà ſi come del diametro, c, d, al diametro, a, b, treppiata. E ꝑ tanto ſia la medeſima della ſphera, c, d, alla ſphera, g, h. Et (per la. 14. del quinto) la ſphera, g, h, ſarà minore della ſphera.a.b. imperoche la ſphera, c, d, fu poſta minore della ſphera, e, f, per laqual coſa la proportione della ſphera.c.d. ad alcuna ſphera minore della ſphera, a.b, e ſi come del diametro, c, d, al diametro, a, b, treppiata, & queſto è impoſſibile, perche da queſto ſeguitaria che la parte ſia maggiore del ſuo tutto, come per auanti fu dimoſtrato. adonque la ſphera, e, f, non è maggiore ne minore che la ſphera a, c, d, adonque (per la. 7. del quinto) concludo la propoſta concluſione laquale mette fine al duodecimo libro.







IL FINE DEL DVODECIMO LIBRO.

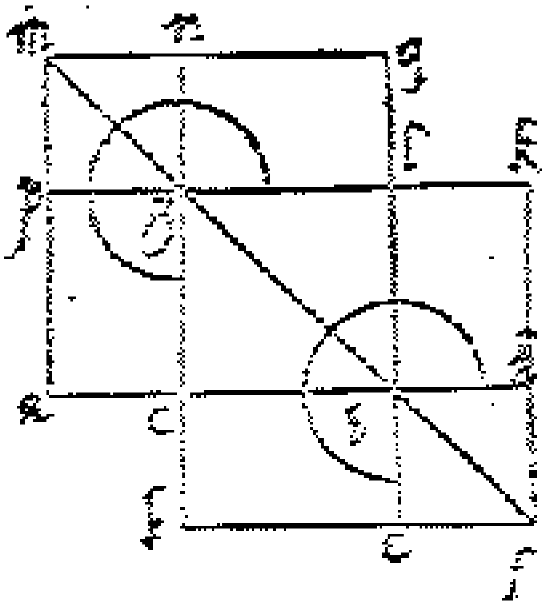
LIBRO DECIMOTERZO

DI EUCLIDE, DELLA LINEA diuisa secondo la proportione hauente il mezzo: & duoi estremi & della formatione di cinque corpi regolari.

Theorema prima. Propositione prima.

Quando sarà diuisa una linea secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi, se alla sua maggior parte si aggionga in longo la mità di essa linea cosi proportionalmente diuisa, seguita di necessità che'l quadrato de la linea composta da quelle due esser quincuplo del quadrato della mità della medesima linea diuisa.

SIA la linea, a, b, diuisa in ponto, c, come insegna la trigesima del sesto: sia la sua maggior parte la linea, b, c, alla quale sia aggionto direttamente la linea, b, d, laqual sia equale alla mità di tutta la linea. a. b. Dico che'l quadrato della linea, c, d, sarà quincuplo al quadrato della linea, b, d, (cioe cinque uolte tanto) & per demostrar questo quadrato la linea b, d, & sia il suo quadrato, d, e, & circonpongo a quello quadrato un gnomone secondo la quantità della linea. b. c. protratto il diametro, f, b, g, & sia il circomposto gnomone, e, g, d, & (per la 23 del 6.) la superficie composta da questo laqual sia, b, k, sarà si come il quadrato della linea, c, d. Dico adonque el quadrato, b, k, esser cinque uolte tanto del quadrato, d, e, cioe quincuplo a quello. Adonque al quadrato, c, l, (del circomposto gnomone) sia circomposto un'altro gnomone alla quantità della linea, a, c, protratto el diametro, f, b, per fina al, m, & sia questo gnomone, c, m, l, & siano protratte le linee, c, n, & p, l, equidistantemente alli lati opposti segandosi sopra il diametro, f, m, in ponto, g. Et è manifesto (per la 23. del 6.) che il composto di questo secondo gnomone et del quadrato, c, l, el quale è il quadrato, a, q, & il quadrato della linea, a, b, el quale (per la quarta del 2.) è necessario esser quadruplo al quadrato, d, e, imperoche la linea b, d, è la mità della linea, a, b, & conciosia che la superficie, a, n, (per la 17. del 6.) sia equale al quadrato, c, l, & similmente la superficie. m. l. (per la 43. del 1.) perche la superficie, a, n, & similmente la m. l. peruiene dal a, b, in a, c, & lo quadrato, c, l, peruien dalla, a, b, in se medesima, & conciosia che (per la 1. del 6.) la, a l, sia doppia alla, l, d, e pero sarà equale alla l. d. & a. e. tolte insieme (per la 43 del 1.) lo quadrato. a. q. (per questa commune sentenza se a



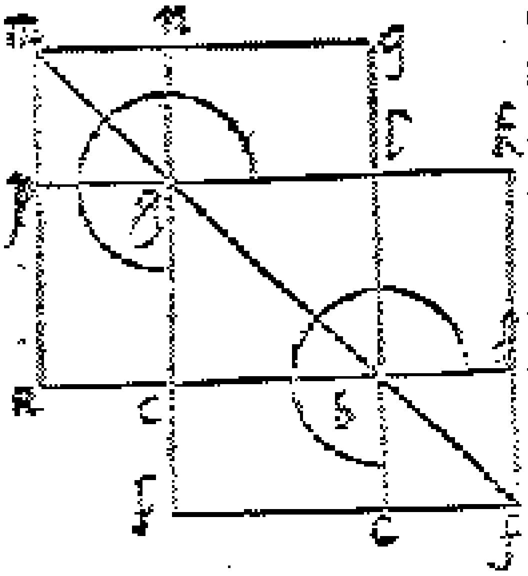
quantità

quantità equale sia aggionto quantità equale le summe saranno etiam equale) sarà equal al gnomone.e.g.d. adonque questo gnomone è quadruplo al quadrato.d.e, si come era il quadrato.a.q. Adōque tutto il quadrato.b.k. conciosia che quello sia composto dal sempio & dal quadruplo (per communa scientia) sarà quincuplo al medesimo che è il proposito. A demostrare il medesimo altramente (per la quarta del 2.) è manifesto che il quadrato della linea.a,b,è quadruplo al quadrato della linea.b.d. Et per la 2. del medesimo) quello che vien fatto dalla,a,b,in la,b,c, & in la,a,c,è equale al quadrato della,a,b, & quello che vien fatto dalla,a,b,in la,b,c. è equale a quello che vien fatto dalla,b,d,due volte in la,b,c,laqual cosa (per la 1.del 2.è manifesto) conciosia che la,a,b,sia doppia alla,b,d, ma quello che vien fatto dalla,a,b,in,a,c, (per la prima parte della decimasettima del sesto) è equale al quadrato della.b.c.adonque (per communa scientia) quello che vien fatto dalla.b. d. due volte in la.b.c. & quello che vien fatto dalla.b.c.in se medesima è equale al quadrato della.a.b. E però è quadruplo al quadrato della.b.d.per laqual cosa giontovi sopra lo quadrato della.b.d.tutto lo aggregato sarà quincuplo al quadrato della.b.d. cioe quello che vien fatto dalla b.d.due volte in la,b,c,con el quadrato della,b,c,& con lo quadrato della.b.d. Et perche (per la 4.del 2.) questo tutto e equale al quadrato della.c.d. e manifesto esser il vero quello che havemo detto.

Theorema.2. Propositione.2.

2 Se a qualunque linea (divisa in due parti) dellaqual el quadrato sia
2 quincuplo del quadrato de l'una delle sue parti, gli sia aggionto una linea in longo per fina a tanto che l'altra parte insieme con la linea aggiōta, sia doppia alla medesima parte, la medesima linea doppia sarà divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi, & la maggior parte di quella sarà la linea media.

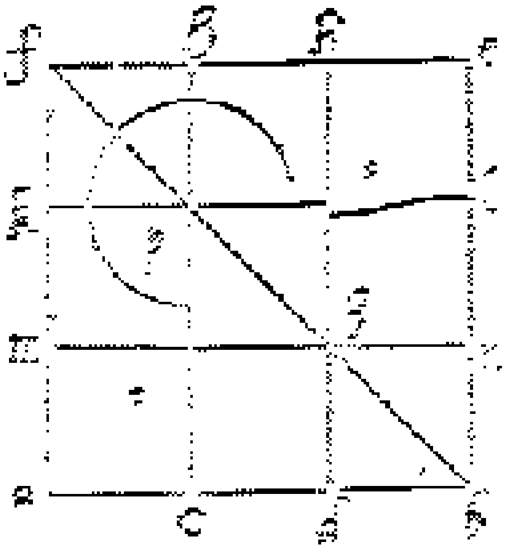
Questa è il converso della precedente, & stante in tutto la dispositione della medesima ritornando in drieto per la medesima via: se dimostrarà ancora lei in duoi modi si come quella: verbi gratia sia el quadrato.b.k.quincuplo al quadrato.d.e.et la linea,a,b,doppia alla linea.b.d. Dico che la linea.a.b.è divisa secondo la proportione havente il mezzo e dui estremi in ponto,c,& la maggior parte di q̄lla è la linea media che è la.c.b.perche egliè manifesto (per la 4.del 2.) che'l quadrato,a,q, è quadruplo al quadrato,d,e. Adonque el gnomone.e.g.d.è equale, al quadrato,a, q.p laqual cosa li duoi supplimenti.i.d.& c.e.tolti insieme son quāto el gnomone.e. m.l. Ancor li medesimi supplementi tolti insieme (per la 1.del 6.) sono quāto.a.l. E però sono etiā quāto.a.q.seguita che.a.q.sia equale al gnomone.e.m.l. adōque levato via da l'uno e da l'altro la superficie.l.n.sarà el quadrato.c.l.equale alla superficie.a.n.cōciosia adōque che la superficie.a.n.sia fatta dalla.a.b.in la.a.c.et lo quadrato.c.l.sia lo quadrato della linea.c.b.(p la 2.parte della 17.del 6.) la proportione della.a.b.alla.b.c.sarà si come della.b.c.alla.c.a.adōque (p la diffinitione della linea divisa secōdo la proportione havente il mezzo e duoi estremi posta nel principio



del sesto libro) conclude il proposito. anchora se puol dimostrare il medesimo per questa altra via. Conciosia che il quadrato della, c, d, sia quincuplo (dal presupposito) al quadrato della, a, d, & lo quadrato della. a. b. (per la quarta del secondo) sia quadruplo al medesimo, & lo quadrato della, c, d, (per la medesima) si è equale al quadrato della, c, b, & al quadrato della, b, d, et a quello che vien fatto dalla, b, d, due volte in la. c. b. seguita che quello che vien fatto dalla. b. d. due volte in la. c. b. con el quadrato della, c, b, sia equale al quadrato della a. b. ma quello che vien fatto solamente dalla, b, d, due volte in la, c, b, è quanto quello che vien fatto dalla, a, b, in la, b, c, imperoche la, a, b, è doppia alla, b, d, adonque quello che vien fatto dalla, a, b, in la, b, c, con lo quadrato della a, c, è equale al quadrato della, a, b, et perche (per la. 2. del secondo) quello che vien fatto dalla, a, b, in la, b, c, et in la, a, c, è equale al quadrato della, a, b, seguita (per commune sententia che il quadrato della linea, b, c, sia equal a quello che vien fatto dalla, a, b, in la a, c, adonque (per la seconda parte della decimasettima del sesto et per la diffinitione è manifesto il proposito.

Theorema. 3. Propositione. 3.

3 Quando una linea sarà divisa secondo la proportione havente il
3 mezzo & duoi estremi, se alla minor parte, sia aggionto direttamente la mità della maggiore sara che il quadrato della linea cosi composta sia quincupla del quadrato che viē descritto dalla mita di essa maggior parte.



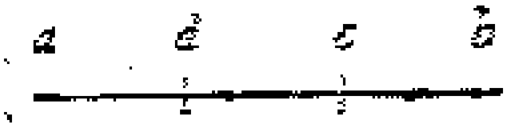
Sia la linea, a, b, divisa secondo la proportione havente il mezzo è duoi estremi in ponto, c, et sia la maggior parte di quella la linea, c, b, laquale sia divisa in due parti equali in ponto. d. Dico che il quadrato della linea, a, d, e quincuplo al quadrato della linea, c, d, perche essendo descritto el quadrato della, a, b, elquale sia. a. e. in elquale sia protratto lo diametro, b, f, & le linee, g, c, & d, h, & similmente le. k. l. & m. n. equidistantemente alli lati opposti segandose fra loro sopra lo diametro in li duoi ponti. p. & . q. & fuora del diametro in li duoi altri lochi. r. & . s. Adonque è manifesto (per la. 23. del sesto, over per el correlario della quarta del secondo) che tutte le superficie che stāno in el quadrato a, e, che il diametro divide per mezzo (sono quadrate, & le quatro superficie) che sono. a. r. m. p. q. h. & . s, e. (per la quadragesima tertia del primo, & per la prima del sesto) è manifesto esser fra loro equale, perche le due ultime. q. h. & . s. e. sono fra loro equale (per la prima del sesto. Adonque perche (dal presente presupposito & dalla diffinitione della linea divisa secondo la proportione havente il mezzo &

duoi estremi: & per la prima parte della decimasettima del sesto) lo quadrato, c, l, è equale alla superficie, a, g, e però etiam al gnomone, r, f, s, per questa causa che la superficie, a, r, è equale alla superficie, g, h. Et perche (per la quarta propositione del secondo libro) lo quadrato, c, l, è quadruplo al quadrato, r, s, el quale è si come il quadrato della linea, c, d. Seguita adonque (per communa scientia) che il quadrato, m, h, sia quincuplo al quadrato, r, s, perche è composto dal gnomone quadruplo & dal r, s, semplo, & questo è il proposito. A demonstrare il medesimo altramente, conciosia che la linea, b, c, sia divisa in due parti equali in ponto, d, & a quella sia aggionta la linea, a, c, (per la sesta propositione del secondo libro,) quello che vien fatto dalla, a, b, in la, a, c, con il quadrato della interiacente, c, d, sarà equale al quadrato della, a, d. Ma perche quello che vien fatto dalla, a, b, in la, a, c, è equale al quadrato della, c, b, (per la decima settima propositione del sesto libro) & questo è quadruplo al quadrato della, c, d. Evidentemente è manifesto la verità di quello che è detto. Prendoti anchora tu puoi etiam in duoi modi (dal consequente di questa) concludere il suo antecedente: dal processo retrogrado, perche essendo la medesima dispositione, stante il quadrato, m, h, quincuplo al quadrato, r, s. Et lo gnomone, r, f, s, sarà equale al quadrato, c, l, perche l'uno e l'altro è quadruplo al quadrato, r, s. ma perche la superficie, a, g, è equale al predetto gnomone è necessario, che la medesima superficie sia equale al predetto quadrato, per laqual cosa (per la seconda parte della decima settima propositione del sesto libro) & per la diffinitione) la linea, a, b, è divisa in ponto, c, secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi: & la sua maggior parte è la linea, c, b, a demonstrare il medesimo altramente: essendo (per el presupposito) lo quadrato della linea, a, d, quincuplo al quadrato della linea, c, d. Et (per la sesta propositione del secondo libro) esso medesimo quadrato si è equale a quello che vien fatto dalla, a, b, in la, a, c, con el quadrato della, c, d. Seguita che quello che vien fatto dalla, a, b, in la, a, c, con el quadrato della, c, d, sia quincuplo al medesimo quadrato della, c, d, e però levado via quello: el residuo cioè (quello che vien fatto dalla, a, b, in la, a, c,) sarà quadruplo a quello medesimo, & perche etiam (per la quarta del secondo) lo quadrato della linea, c, b, è quadruplo al medesimo, è necessario che quello che vien fatto dalla, a, b, in la, a, c, sia equale al quadrato della, c, b, per laqual cosa un'altra volta (per la seconda parte della decima settima del sesto & per la diffinitione) la linea, a, b, è divisa secondo la proportione havente il mezzo & duoi estremi in ponto, c, & la maggior parte di quella è la linea, c, b.

Theorema. 4. Propositione. 4.

4 Se sia divisa (qual si voglia) linea secondo la proportione havente il
5 mezzo e duoi estremi, & a quella sia aggionto direttamente in longo una linea equale alla sua maggior parte, tutta la linea cosi composta sarà divisa secondo la proportione havente il mezzo è duoi estremi, & la sua maggior parte sarà la prima linea.

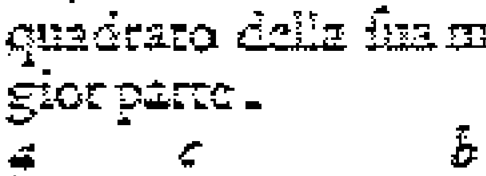
Sia la linea.a.b. diuisa secondo la proportione che se suppone in ponto.c. & sia la maggior parte di quella la, c, b, & a tutta la.a.b. sia aggionto direttamente la linea, b, d, laquale sia equale alla.c.b. Dico che tutta la linea.a.d. è diuisa secondo la medesima proportione in ponto, b, & la maggior parte di quella è la linea, a, b, (che è la prima linea) perche (per la diffinitione) della, a, b, alla, b, c, si è come della.b.c. alla.c.a. Ma perche (per la settima del quinto) della, a, b, alla, b, d, è si come alla.b. c. Adonque (per la undecima del medesimo) della, a, b, alla, b, d, è si come della, b, c, alla, c, a, per laqual cosa (per la conuersa proportionalità) della, b, d, alla, b, a, è si come della, a, c, alla, c, b. Et cogiontamēte della d, a, alla, a, b, e, si come della, a, b, al la, b, c. Et conciosia che (per la settima del quinto) della, a, b, alla, b, c, sia si come al la, b, d, (per la undecima del medesimo) della, d, a, alla, a, b, sarà si come della, a, b, alla, b, d. Adonque (per la diffinitione) la linea, a, d, è diuisa in ponto.b. secondo la proportione hauente il mezzo è dui estremi, & la maggior parte di quella è la linea, a, b, che è il proposito. Anchora per lo medesimo modo se dalla maggior di qualunque linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo è duoi istremi sia detratta una parte equale alla minora esser maggiore parte sarà diuisa secondo la medesima proportione & la maggior parte di quella sarà la linea detratta uerbi gratia sia la linea, a, b, diuisa si come se propone in ponto, c, & la, a, c, sia la sua maggior parte dalla quale sia detratta la, c, d, equale alla, c, b. Dico che la, a, c, è diuisa secondo la medesima proportione in ponto, d, & che la maggior parte di quella è la linea, d, c, perche essendo (per la diffinitione) della, b, a, alla.a.c. si come della, a, c, alla, c, b. Et (per la settima propositione del quinto libro) della, a, c, alla, c, b, si come alla, c, d, (per la undecima propositione del medesimo) della, a, b, alla, a, c, sarà si come della, a, c, alla, c, d, & pero (per la 19. propositione del quinto libro) & si come lo residuo, c, b, al residuo, d, a, ma (per la settima propositione del medesimo) della, c, b, alla, d, a, è si come della, c, d, alla, d, a.



Adōque della, a, c, alla, c, d, è si come della, c, d, alla.d.a. Adonque (per la diffinitione) è manifesto quello che hauemo detto. adonque ne quella agiontione che propone l'auttore, ne quella detrattione che hauemo proposta al contrario se descorda dalla proprietà della diuisione della primitiua linea distendasi in longo qual atto ne pare quanto si uoglia.

Theorema.5. Propositione.5.

5 Se qualunque linea sia diuisa secondo la proportione hauente il mez
4 zo, & duoi estremi el congionto del quadrato di tutta la linea con lo quadrato della sua minor parte sarà treppio al quadrato della maggior parte.



Sia la linea, a, b, diuisa in ponto.c. secondo la proportione piu uolte detta, & sia la sua maggior parte la linea. c.b. Dico che li quadrati del

le

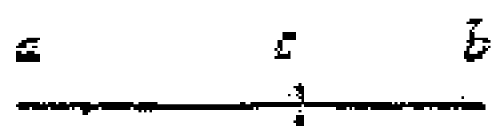
le due linee, a, b, & c, a, tolti insieme sono treppij al quadrato della linea, c, b. Perche questi duoi quadrati tolti insieme (per la settima del secondo) sono quanto el quadrato della, c, b, & il doppio di quello che vien fatto dalla, a, b, in la, a, c. Et perche similmente quello che vien fatto dalla, a, b, in la, a, c, è equale al quadrato della, c, b, (per la diffinitione & per la prima parte della decima settima del sesto) è manifesto il proposito.

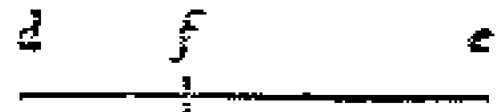
Theorema. 6. Propositione. 6.

6 L'una & l'altra parte, di ogni linea rationale diuisa secondo la pro-
9 portione hauente il mezzo e duoi estremi è necessario esser residuo.

Siano la linea. a. b. rationale diuisa secondo la nostra solita proportione in ponto. c. Dico che l'una & l'altra parte di quella è residuo, perche essendo la, a, c, la maggior parte di quella alla quale sia agionto la, a, d, equale alla mita di tutta la linea, a, b, etiam la, d, a, sarà rationale (per la sesta propositione del decimo libro, & per la diffinitione) & è manifesto (per la prima di questo) che il quadrato della linea, d, c, è quincuplo al quadrato della linea. d. a. Adonque la linea, d, c, è communicante alla linea, d, a, in potentia (per la diffinitione) ma non in longhezza (per la ultima parte della nona propositione del decimo lib.) per laqual cosa (per la settantesima tertia propositione del decimo libro) la linea. a. c. è residuo. Conciosia che le due linee, c, d, & d, a, siano ambedue rationale communicante solamente potentialmente. Et perche anchora se alla linea, a, b, (rationale) sia aggionto una superficie equale al quadrato della linea. a. c. (che è residuo) lo secondo lato di quella sarà la linea. c. b. (per la prima parte della decima settima propositione del sesto libro) è necessario (per la nonagesima settima propositione del decimo libro) che la linea. c. b. sia residuo primo, per laqual cosa è manifesto il proposito.

Ma piu se della linea così diuisa come se propone: la maggior parte sarà rationale, la minore sarà un residuo, verbi gratia sia la, a, b, come prima diuisa in, c, secondo la detta proportione & la maggiore parte di quella (quale è la. a. c.) sia rationale: laquale sia diuisa in due parti equali in ponto. d, & (per la terza propositon di questo libro) lo quadrato della. d. b. sarà quincuplo al quadrato della. d. c. Et perche la. d. c. è rationale conciosia che essa sia la mità della, a, c, seguita che le due linee. d, b, & d, c, siano rationale communicante solamente in potentia, per laqual cosa (come prima) la linea, c, b, è residuo. Ma se una linea rationale solamente in potentia, sia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi, anchora è necessario che l'una & l'altra parte di quella sia un residuo. Perche essendo la, a, b, rationale solamente in potentia diuisa si come le proportione in ponto, c, & essen-





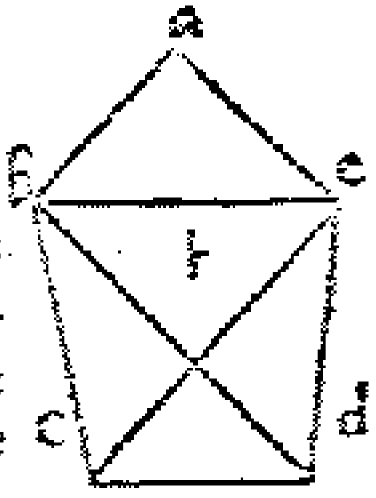
do tolta alcuna linea rationale in longhezza laqual sia, d,e, laquale etiam sia divisa in ponto, f, secondo la predetta proportione, laqual cosa senza lo aggionto di alcune di quelle propositione che seguita non mian stabilità con ferma demonstratione. Adonque per la seconda del quartodecimo libro è manifesto che la proportione della, a,b, alla, d,e, è si come della, a,c, alla, d,f, & si come della, c,b, alla, f,e. Concosia adonque che la, a,b, communichi in potentia con la, d,e, seguita (per la prima parte della, decimaquarta del decimo) che la, a,c, communichi con la, d,f, & la, c,b, con la, f,e, in potentia, & perche l'una e l'altra parte della linea, d,e, è residuo come è manifesto dalle cose predette, seguita (per la. 103. del decimo) che l'una e l'altra parte della linea, a,b, sia etiam residuo ma non de quella medesima specie come in quello fu dimostrato. Per laqual cosa è manifesto che ogni linea rationale in longhezza ouer solamente in potentia, divisa secondo la proportione havente il mezzo è duoi estremi, l'una & l'altra parte è residuo. Et nota che la prima parte della presente demonstratione per laquale se dimostra che la maggior parte della linea divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi sia residuo (se tutta la linea sia rationale) quella medesima procede sufficientemente, o sia posta tutta la linea rationale in longhezza ouer solamente in potentia. Ma la seconda parte con laquale se dimostra questo medesimo della minor parte: cioe che anchora a quella sarà residuo (se tutta la linea sarà rationale) non se estende sufficientemente se non quando che tutta la linea sia rationale in longhezza. Ma la terza parte per laquale se approua che la minor portione è residuo. Seguita sufficientemente, o sia la maggior portione rationale in longhezza ouer solamente in potentia. adonque a concludere della maggior parte (della linea divisa al predetto modo) che quella sia residuo basta a poner tutta la linea divisa esser rationale solamente in potentia. Ma a concludere anchora questo della minor parte per mezzo della maggiore basta similmente a poner la parte maggiore solamente rationale in potentia. Ma a concluder questo della minore parte per mezzo de tutta, e necessario poner tutta la linea esser rationale in longhezza, ouer che egli è necessario arguire per la seconda del quartodecimo libro si come è stato dimostrato.

Theorema 7. Propositione 7.

7/7 Se alcuno penthagono, che habbia tre angoli equali, sia equilatero, anchora se approua el medesimo penthagono esser equiangolo.

Siano el penthagono, a,b,c,d,e, equilatero, & siano quali tre angoli si voglia di quello fra loro equali (cioe o siano tolti continuamente, ouer descontinuamente.) Hor poniamo che prima siano tolti descontinuamente: cioe poniamo che li tre angoli, a,c,d, siano quelli tre che vengono supposti fra loro equali. Dico tutto el penthagono esser equiangolo, & per dimostrar questo sian tirate le corde, b,e, b,d, & e,c, sotto a quelli angoli, & tutto el penthagono sarà diviso in uno triangolo & in uno quadrilatero del quale le due diagonale saranno le corde di duoi prossimi angoli equali segandosi fra loro dentro di esso quadrilatero il ponto, f, & (per la quarta del primo)

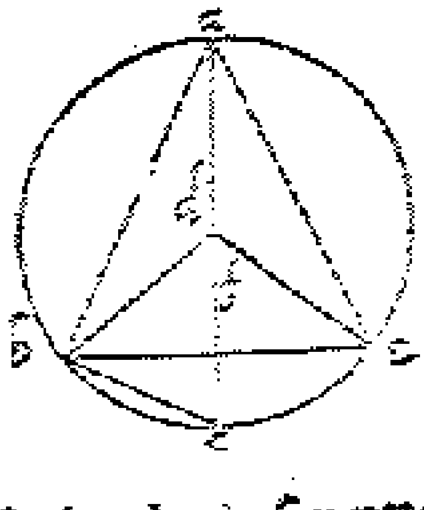
la



la basa,b,e,sarà equale alla basa,b,d, & l'angolo,a,e,b,equale al'angolo,c,d,b, & conciosia che (per la quinta del primo) l'angolo,b,e,d,sia equale al'angolo,b,d,e,(imperoche li duoi lati b.e. & b.d. sono equali (per communa scientia) lo total angolo,e,sarà equale al totale angolo.d. Similmente tu approuerai lo total angolo, b,e, esser equale allo total angolo,c,perche (per la quarta del primo) la basa,b,e,è equale alla basa,c,e,& l'angolo,a,b,e,è equale a l'angolo,d,c,e,& (per la quinta del medesimo cioe del primo) l'angolo, e,b,c, è equale a l'angolo. e.c.b. adonque (per communa scientia) lo total angolo, b,e,è equale al total angolo.c. Et cosi essendo li tre angoli. b.c. d. tolti continuamente equali: & similmente anchora lo pentagono sarà equiangolo, perche (per la quarta del primo) la basa. b.d. sarà equale alla basa.c.e.& l'angolo.c.d.b.a l'angolo.d.e.c.adonque (per communa scientia) l'angolo.c.d.b.sarà equale a l'angolo.e.c.d perlaqual cosa (per la.6. del primo) le due linee. c.f. & f.d.saranno equale conciosia che li duoi angoli del triangolo.f.c.d.che sono alla basa.c.d. siano equali. Adonque (per questa communa sententia se da quantità equali sia tolto quantità equale &c. sarà la linea, f, b, equale alla linea,f,e,perche tutta la,b,d,era equale a tutta la,c,e,e pero (per la quinta del primo) l'angolo.f.b.e. sarà equale al angolo,f,e,b,(per la medesima) l'angolo.a.b.e.è equale al angolo. a.e.b.adonque (per communa scientia) l'angolo.b.totale è equale al total angolo, e, perche li tre angoli partiali componenti l'uno sono equali alli tre angoli partiali componenti l'atro cadauno al suo relatiuo. adonque è manifesto che li tre angoli, e,b,c,tolti discontinuamente in el proposto penthagono sono equali & conciosia che in tal modo egli e stato dimostrato tutto el penthagono esser equiangolo.adonque per l'uno e l'altro modo è manifesto il proposito.

Theorema.8. Propositione.8.

Di ogni triangolo equilatero lo quadrato che uien descritto dal suo lato è treppio al quadrato della mità del diametro del cerchio dal quale esso triangolo sarà circonscritto.



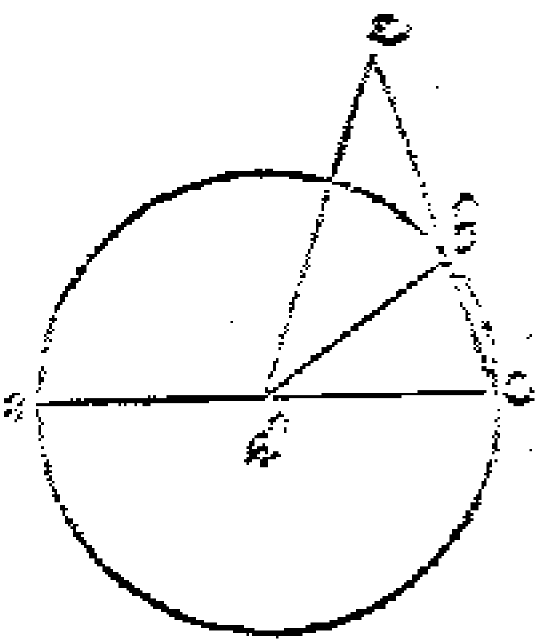
Sia il triangolo, a,b,c,equilatero al qual sia circonscritto lo cerchio, a,b,c, sopra el centro,d,(si come insegna la quinta del quarto libro) & sia protratto in quello lo diametro a. d.e. Dico adõque che il quadrato della linea, a,b, è treppio al quadrato del mezzo diametro. a.d. & per demostrar questo siano dutte le due linee. b.d.& . d.c. & l'arco. b.c. sia protratto sotto la corda. b.c. & (per la ottaua del primo libro) l'angolo. b.a.d.sarà equale à l'angolo.c.a.d.per laqual cosa (per la ultima del sesto) l'arco.b.e.equale al arco. e.c, & perche (per la uigesimaottaua del terzo) li tre archi.a.b.b.c.& c.a.sono fra loro equali imperoche le corde di que *gli (lequale sono li lati del triangolo) sono equale (dal presupposito) l'arco, b, e, sarà la sesta parte della circonferentia: e però la corda b. e, sarà il lato del exagono equilatero inscritto in quel cerchio: per laqual cosa (per el correlario della decimaquinta del quarto) la linea. b. e. è equale al mezzo diametro. a. d. Et è manifesto (per la prima parte della trigesimaprima del tertio) che l'angolo, a, b, e, è retto & però el quadrato della linea. a. e. è equale alli quadrati delle due linee, a, b, & , b, e, tolti insieme (per la penultima del primo) & lo quadrato della, a, e, è quadruplo al quadrato della, b, e, (per la quarta del secondo) conciosia che la linea, a, e, sia doppia alla, b, e, resta adonque lo quadrato della, a, b, esser treppio al quadrato della, b, e, e però etiam al quadrato della a, d, che è il proposito, & acioche a noi sia chiaro che la linea, b, c, (che è il lato del triangolo) divida lo semidiametro, d, e, in due parti equali, sia, f, el ponto della divisione. Adonque è manifesto (per la quarta del primo) che la, b, f, è equale alla, f, c, e però (per la prima parte della tertia del tertio) tutti li angoli che sono al, f, sono retti, per laqual cosa (per la penultima del primo) lo quadrato della, b, d, è equal alli quadrati delle due linee, d, f, & , f, b, ma lo quadrato della. b. e. è equale alli quadrati delle due linee che sono la, b, f, & la, f, e. Et perche la. b. d. e equale alla. b. e, (per communa scientia) li duoi quadrati delle due linee, b, f, & , f, d, tolti insieme saranno equali alli dui quadrati delle due linee, b, f, & , f, e, tolti insieme, levado adonque via da l'una e l'altra banda lo quadrato della b, f, (per communa scientia) lo quadrato della, f, d, (residuo) sarà equale al quadrato della, f, e, (residuo) per laqual cosa & la linea, f, d, alla linea, f, e, (per questa communa sententia) quelle linee sono equale delle quale li quadrati sono equali. Adonque per questo e manifesto che la perpendicolare dutta dal centro d'un cerchio al lato del triangolo equilatero a se inscritto e equale alla mità della linea dutta dal centro del medesmo cerchio alla circonferentia di quello.*

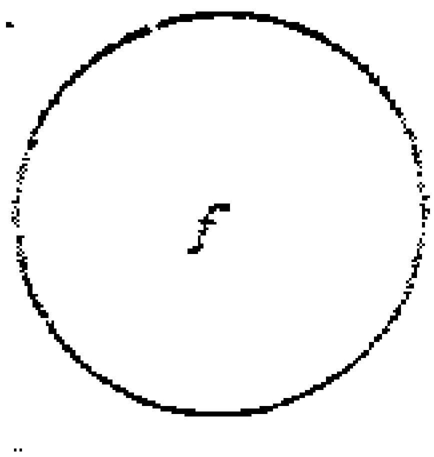
Theorema. 9. Propositione. 9.

9 Se il lato dello exagono equilatero, & il lato del decagono equilatero (liquali da un medesimo cerchio ambiduoi sian circonscritti) saranno insieme congionti direttamente in longo, tutta la linea da questi composta, sarà divisa secondo la proportione havente il mezzo & duoi estremi, & la maggior parte di quella sarà el lato del exagono.

Sia el cerchio. a. b. c. el centro del quale sia. d. & lo diametro. d. c. & sia l'arco. c. b. la quinta parte del arco del mezzo cerchio. a. b. c. sotto alquale sia tirata la corda. c. b. laquale è manifesto esser el lato del decagono equilatero inscritto in lo proposto cerchio & sia aggionto alla linea. c. b in continuo & diretto la linea. b. e. laqual sia posta equale al lato del exagono equilatero inscritto in lo predetto cerchio. Dico tutta la linea. c. e esser divisa in ponto. b secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi & la maggior parte di quella: dico esser la linea. b. e. laquale è il lato del exagono. Et per demostrar questo sian dutte in el centro le due linee. e. d. & b. d. & l'angolo. e. sarà equale al angolo. b. d. e. (per la quinta del primo) per questo che la linea. e. b. è equale alla linea. b. d. (per el correlario della decimaquinta del quarto.) Anchora l'angolo. d. b. c. è equale al angolo. c. (per la quinta del primo) mo) per laqual cosa l'angolo. a. d. b. (per la trigesima seconda del primo) sarà doppio al angolo. d. b. c. & perche (per la medesima) l'angolo. d. b. c. è doppio al angolo. e. Seguita che l'angolo. a. d. b. sia quadruplo al angolo. e. perche (per commune scientia) ogni cosa che sia il doppio del doppio e quadruplo del semplice. essendo etiam il medesimo angolo. a. d. b. quadruplo al angolo. b. d. c. (per la ultima del. 6.) imperoche l'arco, a, b, è quadruplo al l'arco, b, c, (per cõmmuna sciẽtia) è necessario che l'angolo. e. sia equale al angolo. b. d. c. Adonque siano intesi li duoi triangoli. d. e. c. total & b. d. c. partiale & conciosia che l'angolo. e. del total sia equale al angolo. b. d. c. del partiale: & l'angolo. c. sia commune al l'uno & l'altro (per la 32. del primo) è necessario che lor siano equiangoli: per laqual cosa (per la quarta del sesto) la proportione di duoi lati. e. c. & . c. d. continenti l'angolo. c. in el total triangolo è si come di duoi lati. d. c. & . c. b. continenti el medesimo angolo in el triangolo partiale, perche adonque la proportione della. e. c. alla. c. d. è si come alla. e. b. (per la seconda parte della settima del quinto) & della. d. c. alla. c. b. è si come del. a. e. b. alla medesima) per la prima parte della medesima. Seguita (per la undecima del quinto) che la proportione della. c. e. alla. e. b. sia si come della. e. b. alla. b. c. Adonque (per la diffinitione) conclude il proposito cioe la linea. e. c. esser divisa secondo la proportione havente il mezzo è duoi estremi & la maggior parte di quella esser il lato del exagono laqual cosa è sta necessario da dimostrare. Anchora conviem dimostrare la cõversa, laqual cosa se fa facilmente per via retrograda cioe tornando in dietro per la medesima via perche quella piglia Ptolomeo al nono capitolo della prima dissintione del almagesto a demostrare la quantità delle corde delli archi d'un cerchio. Dico adonque che essendo divisa qual si voglia linea secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi di quel cerchio che la maggior parte sarà il lato del exagono, de quel medesimo la minore sarà el lato del decagono & di quello che la minore sarà el lato del decagono, di quel medesimo la maggiore sarà il lato del exagono & per demostrar questo sia la prima dispositione cioe stante la linea. e. c. divisa in ponto. b. secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi & la maggior parte di quella sia la. e. b. Dico che di quel cerchio il quale la linea, e, b, e lato del exagono di quel medesimo la linea, b, c, e il lato del decagono: & di quel cerchio che la linea, b, c, e lato del decagono di quel medesimo la linea, e, b, e lato del exagono (& questo intendo di exagoni & decagoni equilateri) perche essendo la, e, b, el lato del exagono inscritto in lo cerchio, a, b, c, (per el corrolario della decimaquinta propositione del quarto) la, e, b, sarà equale alla, d, c, & perche la proportione della

e, c, al-





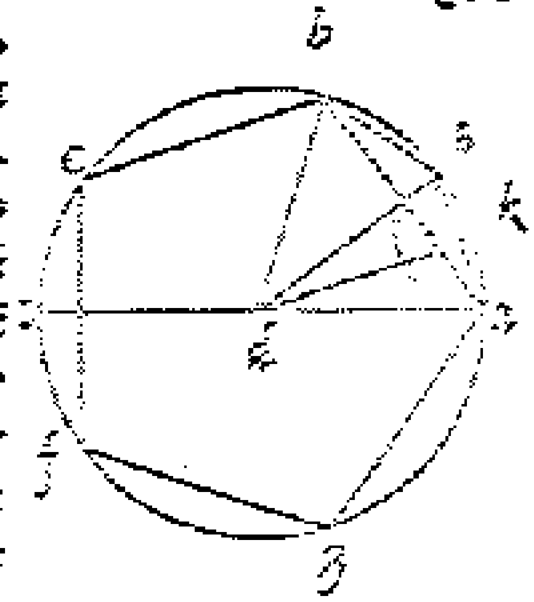
e.c. alla. e.b. è si come della. e.b. alla. b.c. (dal presupposito) sarà (per la settima del quinto) della. c.e. alla. d.c. si come della. d.c. alla. c.b. adonque (per la sesta del sesto) li duoi triangoli. e.d.c. & d.c.b. sono equiangoli. adonque l'angolo. e. è equale al angolo. b.d.c. perche quelli riguardano li lati proportionali. & conciosia che l'angolo. a.d.b. sia quadruplo al angolo. e. (per la trigesimaseconda del primo tolta due volte & per la quinta di quel medesimo due volte.) seguita etiam che il medesimo angolo. a.d.b. sia quadruplo al angolo. b.d.c. E però (per la ultima del sesto) l'arco. a.b. è quadruplo al arco. b.c. Adonque la linea. b.c. è il lato del decagono inscritto in lo cerchio. a.b.c. Ma se la linea. b.c. sarà il lato decagono del cerchio. a.b.c. la. e.b. sarà il lato del exagono de quel medesimo & essendo altramente (per l'adversario) sia adonque la medesima linea. e.b. lato del exagono del cerchio. f. onde (per le cose per avanti dette) la. b.c. sarà il lato del decagono di quel medesimo: Siano adonque intesi esser inscritti in li duoi cerchii. a.b.c. & f. li decagoni equilateri di quali tutti li lati saranno equali alla linea. b.c. & perche ogni figura equilatera inscritta in un cerchio è equiangola (come fu provado in la decimaquinta del quarto libro) seguita l'uno e l'altro di duoi decagoni esser equiangoli. Et conciosia che tutti li angoli di l'uno tolti insieme siano equali a tutti li angoli di l'altro tolti insieme si come evidentemente appare (dalle cose demostrate in la trigesimaseconda del primo) e però è necessario (per questa commune scientia le parti decime di qualunche due quantità equale over qualunche altre parti di medesime denominationi esser equale) che l'uno di questi decagoni sia equiangolo a l'altro: e però sono simili (per la diffinitione delle superficie simile.) Et perche se saranno iscritte due figure simile in duoi cerchii: la proportione di duoi relativi lati di quelle figure sarà si come delli duoi diametri di quelli cerchii (come appare per il corrolario della decimanona del sesto libro & per la prima del duodecimo) & conciosia che li lati di decagoni simili inscritti in li duoi cerchii. a.b.c. & f. siano equali, seguita che li diametri di quelli siano equali e però anchora li semidiametri di quegli saranno equali: & li semidiametri sono equali al lato del exagono (per lo corrolario della decimaquinta del quarto) adonque la linea. e.b. sarà el lato del exagono iscritto in lo cerchio. a.b.c. si come che è lato del exagono del cerchio. f. a quello equale & questo e quello che volevamo dimostrare, & saperai che per questa nona di questo decimoterzo libro esser di novo venuto fuora la decima del quarto libro laquale propone de descrivere uno triangolo di duoi lati equali del quale l'uno e l'altro di duoi angoli che stanno sopra alla basa sia doppio al terzo. Perche tal e l'uno e l'altro di duoi triangoli. e.d.c. & d.c.b. similmente ogni triangolo del quale li duoi lati siano equali alla maggior parte di alcuna linea divisa secondo la proportione havente il mezzo & duoi estremi, & il terzo (che è la basa) sia equale alla minor parte della medesima linea, overamente quello del quale li duoi lati siano equali al lato del exagono equilatero iscritto in alcuno cerchio & la basa sia equale al lato del decagono equilatero iscritto in el medesimo cerchio che è il proposito.

Theo-

Theorema. 10. Propositione. 10.

Ogni lato d'un penthagono equilatero è tanto piu potente del lato del exagono equilatero, quanto puo il lato del decagono equilatero essendo ambidui descritti in uno medesimo cerchio.

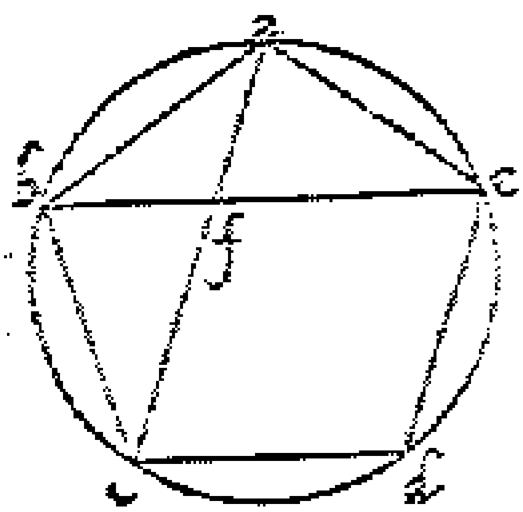
Sia il cerchio. a. b. c. el centro del quale sia el ponto. d. & lo diametro la linea. a. d. c. Hor sia iscritto a quello uno penthagono equilatero qual sia, a, b, e, f, g, & dal centro, d, sia protratta una perpendicolare al lato. a. b. laquale sia produtta per fina alla circonferentia in ponto, h, & sia la. d. h. & siano protratte le due corde, a, h, et h. b, lequale saranno equale fra loro (per la seconda parte della tertia del terzo, & della quarta del primo. E pero etiam li duoi archi, a, h, & , h, b, saranno equali fra loro (per la vigesimaottaua del terzo.) Adonque l'una & l'altra delle due corde. a, h, & , h, b, è lato del decagono equilatero iscritto in lo proposito cerchio. Dico adonque che il quadrato della linea, a, b, (che è il lato del penthagono) è equale alli duoi quadrati delle due linee, h, d, & , a, h, tolti insieme delle quale la prima è equale al lato del exagono (per el corelario della decimaquinta del quarto) & la seconda è lato del decagono & per demostrar questo sia protratto dal centro, d, una perpendicolare alla linea, a, h, (laquale è lato del decagono) laquale sia produtta per fina alla circonferentia, & sia la, d, K, laqual seghi la linea. a. b. (che è lato del penthagono) in ponto. l. & sia protratta la linea h, l. Et è manifesto (per la seconda parte della terza del terzo, et per la quarta del primo: & vigesimanona del terzo,) che la linea, d, K, (che è perpendiculare alla corda, a, h,) diuide in duoi parti equali la corda insieme con l'arco, & pero l'arco a, K, è equale al arco, k, h, Per laqual cosa (per la ultima del sesto) l'angolo, a, d, l, è equale a l'angolo, l, d, h, E pero (per la quarta del primo) la basa, a, l, è equale alla basa, l, h, adonque (per la quinta del primo) l'angolo, l, a, h, è equale a l'angolo, l, h, a, & concio sia che (per la medesima) l'angolo, h, a, b, sia equale a lo angolo. h, b, a, seguita che l'angolo, l, h, a, sia equale al angolo. h. b. a. Adonque (per la trigesimaseconda del primo) li duoi triangoli, b, a, h, & a, h, l, sono equiangoli, perche l'angolo, b, del maggiore è equale al angolo, h, del minore, & l'angolo, a, è commune a l'uno & l'altro adonque (per la quarta del sesto) la proportione della b, a, alla, h, a, e si come della, a, h, alla, l, a. Per laqual cosa (per la prima parte della decimasettima del sesto) quello, che peruiene dalla, b, a, in la, a, l, è equale al quadrato della linea, a, h. laquale è il lato del decagono, & conciosia che'l mezzo cerchio, a, e, c, sia equale al mezzo cerchio, a, f, c, & l'arco, a, e, a l'arco, a, f, l'arco, e, c, (residuo) sarà equale al arco, f, c, (residuo) per laqual cosa l'arco, e, c, è la mità del arco, e, f. E pero è equale al arco. a. b. & doppio al arco. h. a. Et perche l'arco a, b, è doppio al arco, b, h, (per la decimaterzia del quinto) tutto l'arco, c, e, b, sarà dop-



rà doppio a tutto l'arco. b.h.k. E però (per la ultima del sesto) l'angolo. c. d. b. è doppio al angolo. b. d. l. & conciosia che il detto angolo. c. d. b. (sopra il centro) sia similmente (per la vigesima dil terzo) doppio al angolo, b, a, d, (sopra la circonferentia) adonque (per la commune scientia) l'angolo, b, d, l, sarà equale al angolo, b, a; d, onde (per la trigesimasecconda propositione del primo) lo triangolo, b, d, l, sarà equiangolo al triangolo. b. a. d. Perche l'angolo. d. del minore è equale al angolo, a, del maggiore, & l'angolo, b, e commune a l'uno & l'altro. Adonque (per la quarta del sesto) la proportione della, a, b, alla, b, d, è si come della, b, d, alla, l, b, per la qual cosa (per la prima parte della decima settima del sesto) quello che perviene dalla, a, b, in la, b, l, equale al quadrato della, d, b. Et prima fu provato che quello che perviene dalla, a, b, in la, l, a, è equale al quadrato della. a. b. Adonque quello che perviene dalla, a, b, in la, a, l, & in la, l, b, è equale alli duoi quadrati delle due linee, a, b, & , b, d. Et (perche per la seconda del secondo) quello che perviene dalla, a, b, in la, l, a, & in la, l, b, è equale al quadrato della linea, a. b. Et la linea, a, b, è il lato del penthagono equilatero iscritto in lo proposito cerchio, & la linea, a, b, è il lato del decagono equilatero & la linea, b, d, (per el correlario della decimaquinta del quarto) è equale al lato del exagono equilatero iscritto in lo proposito cerchio per laqual demostratione vien a esser verificado quello che fu detto.

Theorema. 11. Propositione. 11.

Se a duoi propinqui angoli di un penthagono equilatero descritto dentro di un cerchio, dalli termini di suoi lati sian sotto tese over tirare due linee rette, l'una, e l'altra di quelle segharà l'altra secondo la proportione havente il mezzo e duoi istremi & la maggior parte di cadauna di quelle sarà equale al lato di quel penthagono.



Sia lo penthagono equilatero. a. b. c. d. e. inscritto in el cerchio assignado dalle medesime lettere a duoi propinqui angoli di quello (quali sono, a, & , b,) siano sotto tese over tirate le due linee rette, a, c, & , b, e, segandose fra loro in ponto. f. Dico adonque l'una & l'altra di quelle esser divisa in ponto. f. secondo la proportione havente il mezzo è di dui istremi: & che la maggior parte di cadauna di quelle è equale al lato del pẽthagono: pche (p la vigesimaottava dil terzo) è manifesto che li cinque archi del cerchio che circonscrive il proposito penthagono (di quali le corde sono li lati di quel penthagono) sono fra loro equali. E però (per la ultima del sesto) li quatro angoli. a. e. b. a. b. e. b. a. c. & . b. c. a. sono fra loro equali. Perche li archi. a. b. a. e. & . b. c. sono fra loro equali. Et conciosia che l'arco. c. d. e. sia doppio al arco. b. c. Anchora (per la ultima del sesto) lo angolo. c. a. e. sarà doppio a lo angolo. c. a. b. & (per la prima parte della trigesima seconda del primo)

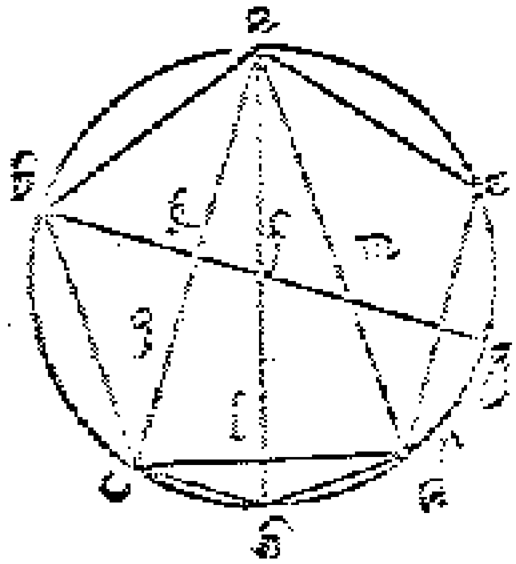
primo) l'angolo. a. f. e, è doppio al angolo. f. a. b. adonque l'angolo, a, f, e, è equale a l'angolo, f, a, e. per laqual cosa (per la sesta del primo) la linea, a, e, è equale alla linea. f. e. & li dui triangoli. a. b. e. & . a. f. b. sono equiangoli (per quelle cose che sono state dette & per la trigesima seconda del 1.) perche lo angolo. e. del maggiore è equale al angolo. a. del minore: & lo angolo, b, e, commune a l'uno & l'altro, adonque (per la quarta del sesto) la proportione della, e, b, alla, b, a, sarà si come della, b, a. alla, f, b. Et concioſia che la. e. f. sia equale alla. a. b. imperoche quella (come si provado) è equale alla. a. e. Seguita (per la settima del quinto) che la proportione della, b, e, alla, e, f, sia si come della, e, f, alla. f. b. Per laqual cosa (per la diffinitione) la linea. e. b. è divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi & la maggior parte di quella è equale al lato del penthagono, & se questo è il vero de la linea. e. b. Ancora (per la settima del quinto, & quinta del medesimo & per la diffinitione) il medesimo sarà vero della linea, a, c, perche tutta la b, e, è equale a tutta la, a, c, (per la quarta del primo) etiam le parti alle parti (per la sesta del primo & per la commune scientia) perche le parti, a, f, &, b, f, sono equali (per la sesta del primo) & pero li residui, f, e. & , f, c, saranno fra loro equali (per la concettione) e veramente sel te pare tu puoi (& piu facilmente) dimostrare il proposito della linea, a, c. negotiando circa a quello come è stato fatto circa alla linea. e. b.

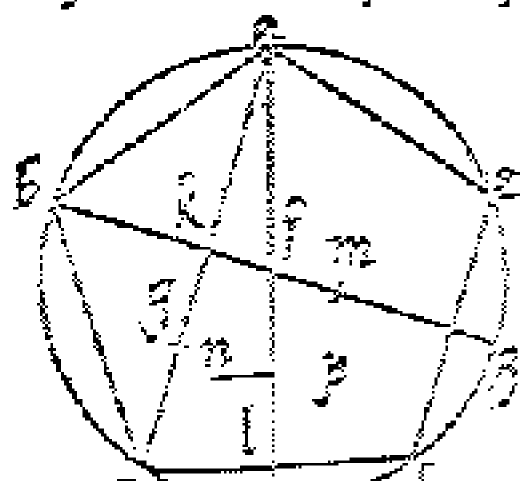
Theorema. 12. Proposizione. 12.

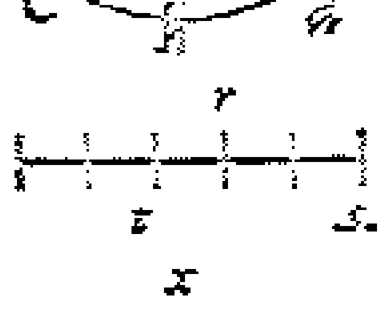
12/11 Sel diametro d'un cerchio che circonscriva uno penthagono equilatero sarà rationale lo lato di quel penthagono sarà una linea irrationale, cioe quella che è detta linea minore.

Sia il penthagono equilatero, a, b, c, d, e, iscritto in lo cerchio delle medesime lettere notato el centro del quale sia el ponto, f, & li duoi diametri, b, g, & , a, h, & sia l'uno & l'altro di questi diametri una linea rationale in longhezza. Hor dico che il lato del detto penthagono iscritto sarà una linea irrationale, cioe quella che se dice linea minore. Perche essendo protratta over tirata la linea, a, c, laqual seghi il diametro, b, g, in ponto. K. Et (per la ultima del sesto & quarta del primo) la linea, a, c, sarà divisa dal diametro. b. g. orthogonalmente & in due parti equali in ponto. K. perche concioſia che il semicerchio, b, a, g, sia equale al semicerchio, b, c, g, & l'arco, b, c, al arco. b. a. si come è manifesto (per la vigesima ottava del terzo) sarà l'arco, a, g, (residuo) equale al arco. c, g, (residuo) & pero (per la ultima del sesto) lo angolo a, b, g, sarà etiam equale a lo angolo, c, b, g, adonque concioſia che li duoi lati, a, b, & , b, k, del triangolo, a, b, k, siano equali alli duoi lati, c, b, & , b, k, del triangolo. c. b. k. & l'angolo, b, de l'uno a l'angolo, b, di l'altro, (per la quarta del primo) la basa, a, k, sarà equal alla basa, K, c, & tutti li angoli che sono al, k, sono retti (per la prima parte della terza del terzo) & lo diametro, a, h, seghi lo lato del penthagono, c, d, in ponto, l. Et similmente la linea, c, d, sarà divisa dal diametro, a, h, orthogonalmente & in due parti equali in ponto, l, & concioſia

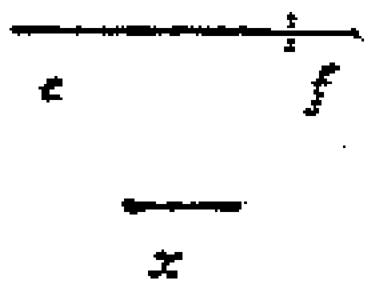
ciosia che li dui archi. c. d. b. & . a. c. b. siano equali & l'arco. a. c. sia equale al arco a. d. li duoi residui di semicerchij (che sono. c. b. & . d. b.) saranno equali, alli quali essendo sotto tese, ouer tirate le due corde, che sono. c. b. & . d. b. quelle anchora (per la uigesimanona del terzo) saranno equale, & perche l'arco. a. c. è equale al arco. a. d. (per la ultima del sesto) l'angolo. c. b. l. sarà equale al angolo. d. b. l. E però (per la quarta del primo) la basa. c. l. è equale alla basa. d. l. & tutti li angoli che sono al. l. sono retti (per la prima parte della tertia del tertio.) Adonque li duoi triangoli. a. c. l. & a. f. k. sono equiangoli (per la. 33. del primo) perche l'angolo. l. del maggiore è equale a l'angolo. k. del minore (imperò che l'uno e l'altro e retto.) Et l'angolo. a. e è commune a l'uno e l'altro per laqual cosa (per la quarta del sesto) la proportione della. l. c. a. è si come de la. k. f. alla. f. a. Sia tolto adonque del diametro. b. g. la linea. f. m. equale alla quarta parte del semidiametro: & (per la equa proportionalità) la proportione de la. c. l. alla quarta parte della linea. a. c. (laquale sia. c. q.) sarà si come della. k. f. alla quarta parte della linea. f. a. laquale e. f. m. & perche (per la decima quinta del quinto) la proportione della. c. d. alla. c. k. è si come della. c. l. alla. c. q. (perche cosi è il doppio al doppio si come il sempio al sempio (p la. 12. del quinto) della. c. d. alla. c. k. sarà si come della. k. f. alla. f. m. Et congiontamente della linea composita dalla. d. c. & della. c. k. alla. c. k. si come della. k. m. alla. m. f. E però (per la prima parte della uigesimaseconda del sesto) la proportione del quadrato della linea composita dalla. d. c. & . c. k. al quadrato della linea. c. k. è si come del quadrato della linea. k. m. al quadrato della linea. m. f. Et (per la precedente) è manifesto che se la linea. a. c. sia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, la maggior parte di quella, sarà equale alla linea d. c. adonque la linea che è composita dalla linea. d. c. & . c. k. è composita dalla maggior parte della linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi & dalla mità di tutta la linea cosi diuisa: perche la. c. k. e la mità della. a. c. adonque (per la prima di questo decimotertio libro) lo quadrato della linea cõposita dalla. d. c. et. c. k. è anchor quincuplo al quadrato della linea. c. k. e però lo quadrato della linea. k. m. è anchora quincuplo al quadrato della linea. m. f. conciosia che la proportione di questi quadrati & de quelli sia una medesima. & la linea. k. m. è quincupla alla linea. m. f. Perche la. m. f. era la quarta parte del semidiametro del proposto cerchio. Adonque el quadrato della linea. k. m. al quadrato della linea. m. f. è si come della linea. k. m. alla linea. m. f. & perche (per la seconda parte della decimanona del sesto) lo quadrato della linea. k.

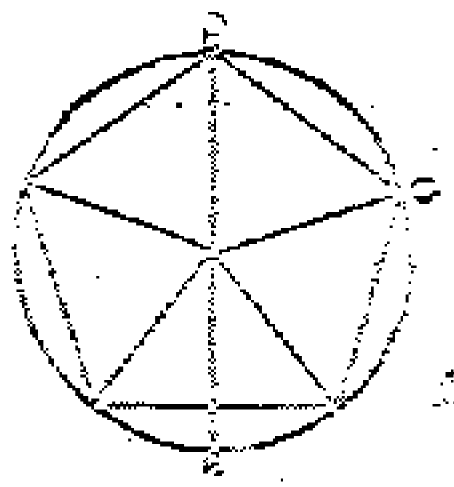


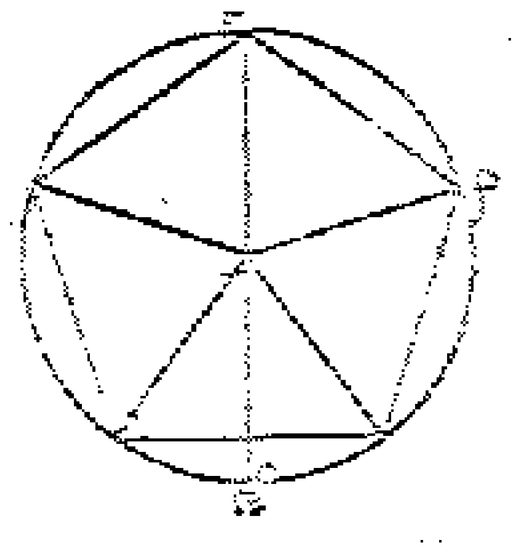




nea.K.m.al quadrato della linea.m.f.è si come della linea.K.m.alla linea.m.f.duplicada, & (per la undecima del quinto) la linea.b.m.alla linea.m.f.sarà si come la linea.K.m.alla linea.m.f.dupplicata. Adonque la linea,K,m,è media proportionale fra le due linee.b.m.& .m.f. laqual cosa cosi è manifesta, perche essendo la linea.n.p.media proportionale fra quelle, tolta secondo la dottrina della nona del sesto, & (per la diffinitione della proportione dupplicada che è posta in el principio del quinto) la proportione della.b.m.alla.m.f.sarà si come della.b.m.alla.n.p.dupplicada: & perche la.b.m.alla.n.p.è si come la,n,p,alla.m.f. Etiam (per la undecima del quinto) la proportione della.b.m.alla.m.f.sarà si come della.n.p.alla.m.f.dupplicada: adonque (per la prima parte della nona del quinto) le due linee,K,m,& n,p, sono equale, & pero (per la prima parte della settima del quinto & per la seconda parte della medesima) la linea.k.m.è media proportionale fra la.b.m & m.f.per laqual cosa (per el corrolario della decimaottaua del sesto) la proportione del quadrato della linea.b.m.al quadrato della linea.m.k.è si come è della linea.b.m.alla linea.m.f.& perche la linea.b.m.è quincupla alla linea.m.f.el quadrato della linea.b.m.sarà quincuplo al quadrato della linea,m,K,& la linea,b,m,è rationale in longhezza. Adonque (per la ultima parte della nona del decimo) la linea.m.k.è rationale solamente in potentia, & perche la linea.b.m.è piu potente della linea.m.K.in el quadrato di una linea a se commensurabile in longhezza (come di sotto se approuerà) la linea.b.k.sarà residuo quarto (per la diffinitione del quarto residuo. Hor quello che di sopra promettessimo di prouare in questo modo se manifesta sia el numero.r.quincuplo al numero.s.& t.& s.siano quanto.r.& se.r.fusse cinque.s.saria uno & .t.quatro. E sia la linea.b.m.piu potente della linea.m.K.in el quadrato della linea.x. Conciosia adonque che il quadrato della linea.b.m.al quadrato della linea.m.k.sia si come el numero.r.al numero.s.per la disgionta proportionalità lo quadrato de la linea.b.m.al quadrato della linea.x.sarà si come el numero.r.al numero.t.per laqual cosa (per la ultima parte della nona del decimo) la linea.x.è incommensurabile a la linea.b.m.in longhezza. adonque non è dubbio che la linea.b.k.sia residuo quarto: & è manifesto (per la trigesimaquinta del terzo) che quello che uien fatto dalla b.k.in la.K.g.e equale a quello che uien fatto dalla.a.k.in la.k.c. E pero etiam quel medesimo è equale al quadrato della.k.c.impero che la.a.k.è equale alla.k.c.adonque agiunto a l'uno & l'altro lo quadrato della.b.k.(per la penultima del primo) quello che uien fatto dalla.b.K.in se medesima & in la.k.g.sarà equale al







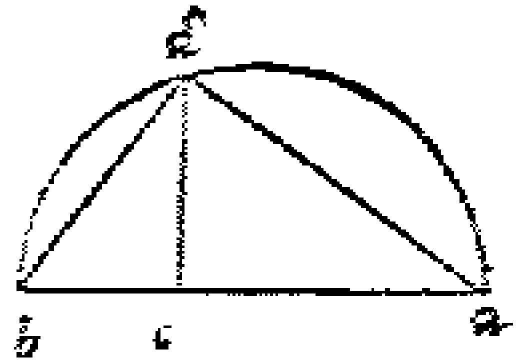
le al quadrato della, b, c, Et perche (per la prima del secondo) quello che vien fatto della, b, K, in se & in la, K, g, è equal a quello che vien fatto della, b, K, in la, g, b. la linea, b, c, sarà il lato tetragonico della superficie contenuta dalle due linee g, b, & , K, b, & perche la linea, g, b, e rationale: & la linea, b, K, e residuo quarto, E per che la linea potente in una superficie contenuta da una linea rationale e da un residuo quarto, e linea minore: (come è manifesto) per la nonagesima quarta del decimo libro) è necessario la linea. b. c. (che il lato del penthagono equilatero inscritto in el proposito cerchio) esser la linea minore, che in principio fu proposto da demostrare. Adonque per questo modo seguita che il lato del penthagono equilatero inscritto in uno cerchio sia una linea minore, sel diametro del cerchio (al quale era inscritto) sarà rationale in longhezza. Et se il diametro del cerchio sarà rationale solamente in potentia, anchora è necessario che il lato del penthagono equilatero inscritto in quello sia la linea minore. Perche poni che la linea, a, b, sia rationale solamente in potentia, sopra laquale sia descritto un cerchio, & a quello che sia inscritto uno penthagono equilatero del quale uno lato sia la. b. c. & lo cerchio & lo penthagono sian detti. a. b. Dico che la linea. b. c. è linea minore, perche essendo tolto alcuna linea rationale in longhezza (laqual sia. d. e. & sopra a quella sia linea do un cerchio, al quale sia inscritto uno penthagono equilatero, & sia uno lato di quello la linea. e. f. & el cerchio & lo penthagono sian detti. d. e. Adonque è manifesto (per questa duodecima) che la. e. f. è linea minore: conciosia che lo diametro. d. e. sia rationale in longhezza, & perche la proportione del penthagono. a. b. al penthagono. d. e. è si come el quadrato della linea. b. c. al quadrato della linea. e. f. Perche l'una & l'altra (per la seconda parte della decimanona del sesto) è si come quella della linea. b. c. alla linea. e. f. dupplicada. Et del penthagono. a. b. al penthagono. d. e. è si come del quadrato del diametro. a. b. al quadrato del diametro. d. e. (per la prima del duodecimo) sarà (per la undecima del quinto) lo quadrato della linea. c. b. al quadrato della linea. e. f. si come lo quadrato del diametro. a. b. al quadrato del diametro. d. e. Et conciosia che li quadrati di duoi diametri. a. b. & . d. e. siano communicanti. perche ambiduoi sono rationali (dal presupposito.) Anchora (per la prima parte della decimaquarta del decimo) li quadrati delle due linee. b. c. & . e. f. saranno communicanti, adonque la linea. b. c. communica in potentia con la linea. e. f. & perche la linea. e. f. è linea minore seguita (per la centesima quinta del decimo) che etiam la. b. c. sia linea minore, che è il proposito, adonque o sia el diametro di alcun cerchio rationale in longhezza ouer solamente in potentia è necessario che il lato del penthagono (inscritto in quello) sia la linea minore.

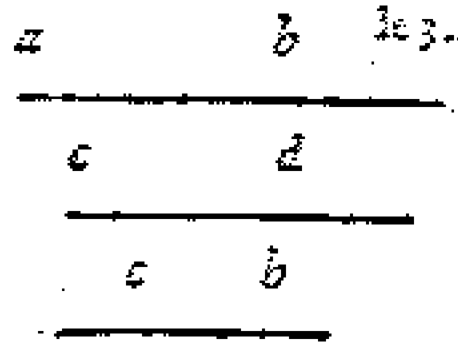
Il Tradottore.

Bisogna notare che quella parte adutta et approbata in fine del commentatore, se verifica medesimamente nella prima argumentatione, cioe supponendo il diametro (largo modo) rationale, o sia in longhezza, o solamente in potentia (che cosi si debbe intendere la propositione) se concluderà il proposito.

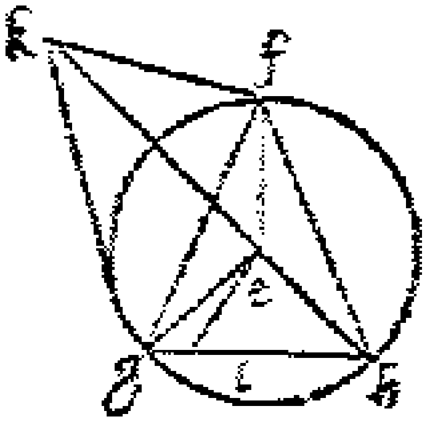
Problema. 1. Propositione. 13.

13/13 Possemo fabricare una piramide di quattro base triangolare equilatere circonscritibile da una assignata sphera. Et dimostrare che il diametro di quella sphera hauere proportione sesquialtera potentialmente al lato di essa piramide.





Ciascuna delle 3. linee. e.f e.g. & e.h. è equale alla c. d.

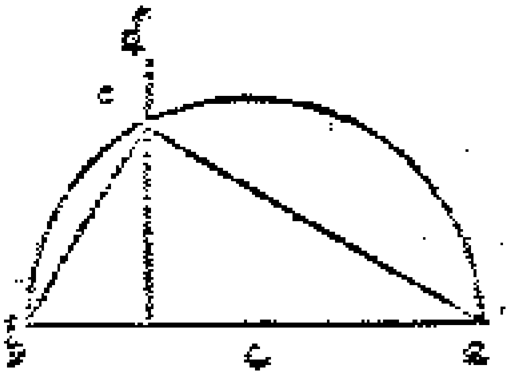


Sia la linea.a.b.el diametro della assignata sphera laquale sia diuisa in ponto.c.talmēte che la.a.c.sia doppia alla.b.c. & sopra quella sia lineado lo semicerchio. a.d.b. & sia produtta la linea.c.d.orthogonalmente sopra la linea.a.b. & siano produtte le linee.b.d. & .d. a.e dapoi sia fatto el cerchio,f,g,h,sopra il centro. e. el semidiametro delquale sia equale alla linea . c. d. in el quale (per la seconda del quarto) sia inscritto un triāgolo equilatero elquale sia. f. g. h. alli angoli delquale (dal centro) siano protratte le linee.e.f.e.g.e.h. e dapoi sopra il centro.e. (secōdo che insegna la duodecima del undecimo) sia erigata la linea.e. k. perpendicolarmente a la superficie del cerchio.f.g.h. laquale sia posta equale alla.a.c. Et dal ponto.k.siano tirate le hypotenuse.k.f.k.g.k.h. & sarà compita la pyramide di quattro base triangolare equilatere, laquale dico esser circonscrittibile dalla assignata sphera,etiā dico el quadrato del diametro della proposta sphera esser sesquialtero al quadrato lato della detta fabricata pyramide, perche egli è manifesto(per la prima parte del correlario della ottaua del sesto) che la linea,c,d,è media proportionale fra la.a.c.& la.c.b.per laqual cosa (per el correlario della. 18. del medesimo) el quadrato della linea.a. c. al quadrato della linea,c,d,e si come la linea,a,c,alla,c,b,adōque congiontamente lo quadrato della,a,c,& lo quadrato della , c.d.al quadrato della.c.d.e si come la.a.b.alla.b.c.E pero(per la penultima del primo)el quadrato della.a.d. al quadrato della.d.c.sarà si come la.a.b.alla.b.c.Concio sia adonque che la linea.a. b.sia treppia alla.b.c. (perche la.a.c.era doppia a quella) anchora lo quadrato della.a.d. sarà treppio al quadrato della.d.c.& (per la ottaua di questo) lo quadrato della,f,g,e treppio al quadrato della.e.f.Per la qual cosa conciosia che(dal presupposito)la linea.d.c.sia equale alla e,f, (per communa scientia) la,a,d,sarà equale alla,f,g.Et perche(per la diffinitione della linea perpendicolare a una superficie) la linea,e,k,contiene angoli retti con caduna delle linee,e,f,e,g,e,h, delle quale caduna è equale alla linea, c,d,& perche quella medesima è equale alla linea, a,c, & l'angolo,c,è retto (per la quarta del primo)caduna delle tre linee. K.f.k.g.k.h.sarà equale alla linea a.d. Adonque è manifesto la fabricata pyramide esser di quatro base triangolare equilatera. Ma che quella sia circonscrittibile dalla assignata sphera tu l'hauerai in questo modo. Sia inteso alla linea .e.k. esserui aggionto secondo la rettitudine) la linea .e.l. equale alla linea, c, b, accio che tutta la .k.l. sia equal alla, a, b, (che è il diametro della assignata sphera.) Dico che questa linea, e, l, tu la imaginarai esser sotto al cerchio, f, g, h, etiam perpendicolare alla superficie di quello dalla parte di sotto si come è la, e, k, dalla parte di sopra. Et caduna delle tre linee, e, f, e, g, e, h. (Et simplicemente qualunque semidiametro del cerchio, f, g, h,) sarà media proportionale fra la .k.e. et la .e.l. si come è la, d, c, fra la a, c, & la, c, b. Perche queste sono equale a quelle (caduna alla sua relatiua.) Adonque se sopra la linea .l.k. sia descritto un mezzo cerchio & quello sia circondutto per fina a tanto che'l ritorni al loco doue incominciò a mouersi la sphera descritta da questo mezzo cerchio nel moto suo (per la diffinitione delle sphere equali) sarà equale alla sphera assignata, perche le sphere sono equale, quando il diametro di quelle sono equali, si come fu detto di cerchij in el principio del terzo. Et questo semicerchio è necessario transire per li tre ponti, f, g, h, liquali sono li angoli della solida pyramide fabricata & similmente dico che questo semicerchio che sarà descritto sopra la linea .k.l. se serà circondutto per fina chel ritorni al loco doue quello hauerà cominciato a mouersi toccarà el cerchio, f, g, h, sopra tutti li ponti della circonferentia di quello. Laqual cosa se approua da questa antiqua uerità. Se una linea retta starà perpendicolarmente sopra una linea retta laqual sia posta media proportionale fra le parti di quella alla quale soprasta, ouer alle due parti che li sta atorno, & sia descritto un mezzo cerchio sopra a quella linea (sopra laquale sta la perpendicolare) la circonferentia di quello necessariamente transirà per la estremità della linea media proportionale posta perpendicolarmente. Conciosia adonque che tutti li semidiametri del cerchio, f, g, h, siano perpendicolari alla linea. k.l. & medij proportionali fra le parti di quella lequal sono, k, e, & e, l. Seguita che il semicerchio descritto sopra la, k, l, essendo circondutto transisse per tutti li ponti della circonferentia, f, g, h, & per tutti li angoli solidi della fabricata pyramide. Adonque (per la diffinitione di quella che è d'una figura inscritta in una figura) la fabricata pyramide è inscrittibile a quella sphera che descriue el semicircolo (lineato sopra la linea .K.l. nel moto suo. Et perche questa sphera descritta è equale alla sphera assignata (per la diffinitione delle sphere equale) seguita (per commune scientia) che questa pyramide fabricata sia circonscrittibile dalla assignata sphera: che è il proposito. Lo correlario anchora in questo modo se manifesta. Hor conciosia che la linea, a, b, sia treppia alla, b, c, (per la euersa proportionalità) la, a, b; sarà sesquialtera alla, a, c. E pero (per la seconda parte del correlario della ottaua del sesto, & correlario della decima ottaua del medesimo) el quadrato della linea, a, b, sarà etiam sesquialtero al quadrato della linea. a.d. Et perche la linea, a, d, è equale al lato della fabricata pyramide: & la, a, b, è il diametro della sphera è manifesto esser il uero quello che per el correlario è detto.

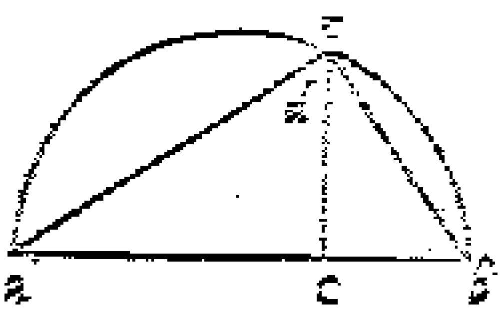
Et accio che non accadi in alcuno a dubitare della proposta antiqua uerità, uolemo quella con demonstratione affermare in questo modo. Sia adonque so-

pra

pra alla linea. a. b. la linea. c. d. perpendicolare, laquale sia posta media proportionale fra le parti della linea. a. b. lequale siano. a. c. & c. b. talmente che la proportione della. a. c. alla. c. d. sia si come della. c. d. alla. c. b. Et sopra la linea. a. b. sia descritto lo mezzo cerchio. a. e. b. Dico che la circonferentia di questo mezzo cerchio transirà per el ponto. d. che è la stremità della perpendicolare: & essendo altramente (per lo aduersario) ouer segarà la linea. c. d. ouer transirà di sopra di quella cioe transendo & includendo & non toccando tutta quella: seghi adonque primamente quella in ponto. e. & siano dutte le linee. e. b. & e. a. Et (per la prima parte della trigesima prima del terzo) lo total angolo. a. e. b. sarà retto: Adonque (per la prima parte del corelario della. 8. del sesto) la proportione della. a. c. alla. c. e. è si come della. c. e. alla. c. b. & (per la seconda parte della ottaua del quinto) la proportione della, a, c, alla, c, e, è maggiore che della. a. c. alla. c. d. imperoche la. c. e. è minore che la. c. d. Essendo adonque della, c, e, alla, c, b, si come della, a, c, alla, c, e, & della, c, d, alla, c, b, si come della, a, c, alla, c, d, (per la duodecima del quinto) della, e, c, alla, c, b, sarà maggiore che della, c, d, alla, c, b. E però (per la prima parte della decima del quinto,) la, e, c, saria maggiore che la, d, c, cioe la parte saria maggiore del suo tutto, laqual cosa è impossibile, adonque la circonferentia del semicerchio non segarà la linea, c, d, transisca adonque di sopra: & sia produtta la, c, d, per fin alla circonferentia, & sia tutta la, c, e, & siano protratte le linee, e, b, & e, a, & seguitarà, come prima la linea, c, d, esser maggiore che la linea, c, e, che è impossibile adonque è manifesto il proposito: & finalmente diremo che se l'sarà alcun angolo retto alquale sia sottotesa (ouer tirata) una basa sopra laquale sia lineado un mezzo cerchio, la circonferentia di quello è necessario transire per l'angolo retto, & la conuersa di questa (propone la trigesima prima del 3.) & quello che hauemo detto se manifesta in questo modo. Sia l'angolo, a, b, c, retto alquale sia tirata sotto la basa, a, c, et sopra quella sia lineado un mezzo cerchio.



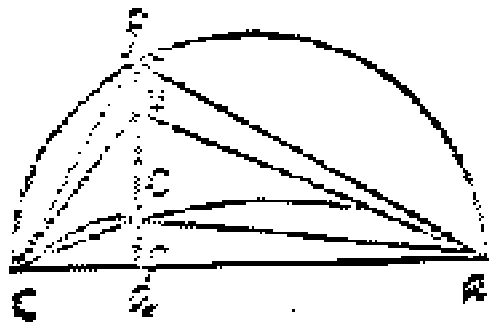
Dico che la circonferentia di quello transirà per il ponto, b, in el qual uenno di compagnia le linee che contene no l'angolo retto, la demostratione della quale è che nō transirà di sopra ne di sotto & essendo possibile (per lo aduersario) quella transisca primamente di sotto et sia la, a, e, c, & dal angolo, b, sia produtta la linea, b, d, perpendicolare alla basa, a, c, laquale seghi la circonferentia del semicerchio in ponto, e, & siano protratte le linee, e, a, & e, c. Et l'angolo, a, e, c, sarà retto (per la prima parte della 31. del 3.) & quello è maggiore del angolo, a, b, c, (per la 21. del 1.) Et questo è impossibile (per la 3. petitione) conciosia che l'uno e l'altro sia retto, l'uno dal presuppositare l'altro per la prima parte della 31. del terzo. Adonque la circonferentia del mezzo cerchio non transirà di sotto l'angolo, b, transisca adonque di sopra (se è possibile) & sia la, a, f, c, & sia produtta la perpendicolare, d, b, per fina che la se incontri con la circonferentia del semicerchio

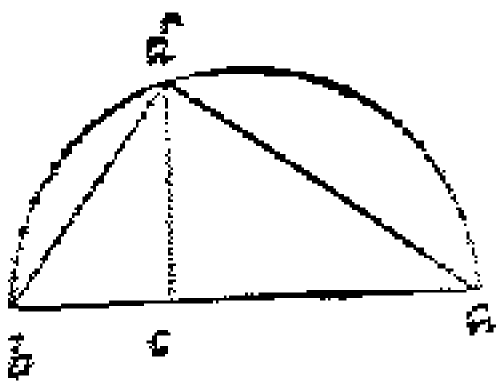


a.f.e.in põto.f.& siano produtte le linee.f.a.f.c.(Et per la prima parte della trigesima prima del terzo) l'angolo,a,f,c,sarà retto.& contiosia che etiam l'angolo.a.b.c,(dal presupposito) sia retto seguita lo impossibile (per la vigesimaprima del primo) si come in el principio. Rimane adonque il proposito,& questo è necessario alla cognitione delle cose che seguitano.

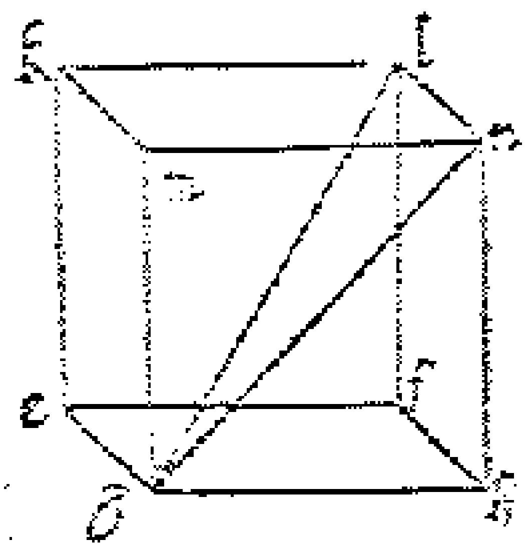
Problema.2. Propositione.14.

14 Eglie possibile a constituire un cubo circonscrittibile da una assi-
5 gnata sphera,& dimostrare il diametro dalla medesima sphera esser potentialmente treppio al lato di quel cubo.





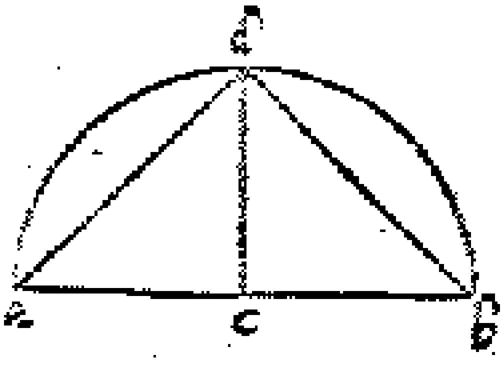
Sia la. a.b.el diametro della assignata sphera sopra laquale sia lineado lo semicerchio. a d. b. & sia diviso il diametro in ponto. c. secondo la conditione della precedente,cioe che la linea,c,sia doppia alla linea,c,b,& sia produtta la,c,d,perpendicolarmente alla,a,b,& siano protratte la,d.b,& ,d,a,è da poi sia fatto uno quadrato dil quale tutti li lati siano equali alla linea.b.d.& sia.e.f.g.h.sopra li quatro angoli del quale siano erigate (come insegna la duodecima del undecimo) quatro linee perpendicolare alla superficie di esso quadrato, delle quale caduna sia etiam posta equale alla linea.b,d,& siano,e,k.f.l.g,m.h,n,& queste quatro perpendicolare (caduna a caduna saranno equidistante (per la sesta del undecimo) li angoli che contengono con li lati del quadrato : saranno retti (per la diffinitione delle linee perpendicolare a una superficie) & da poi siano congionte le estremità de queste perpendicolare delle protratte linee. K.l.m.n.m.n.k. & sarà compido il cubo contenuto da sei superficie quadrate. Perche eglie manifesto (per la trigesimaterza & trigesimaquarta del primo) che le quatro superficie che circondano quello (& quelle sono delle quali li lati oppositi sono le quatro perpendicolare) siano tutte quadrate,questo medesimo fu posto della base. Ma della superficie di sopra (che è la. K.l.m.n.) che quella sia quadrato è manifesto (per la trigesima tertia del primo et decima del undecimo) & pero (per la quarta del undecimo) eglie manifesto tutti li lati del medesimo cubo stare orthogonalmente in le due superficie opposite di quello. Ma accio che demostremo questo cubo esser circonscrittibile dalla assignata sphera,sia protratto la diagonale in una delle sue superficie.verbi gratia in la superficie.g.h.m.n.& sia la.g.n.& da una delle estremità di questa diagonale sia protratta il diametro del cubo.l.g.& (per la penultima del primo)



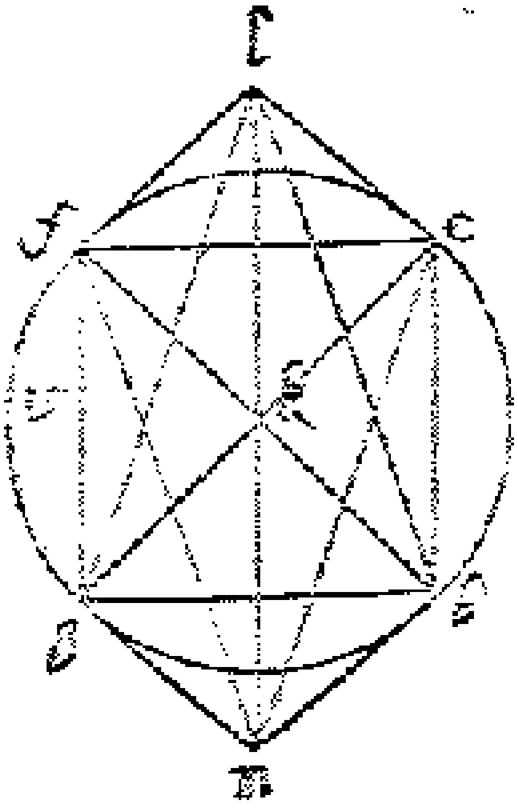
primo) lo quadrato della. n. g. sarà doppio al quadrato della. n. h. E pero etiam al quadrato della. l. n. imperoche la. n. h. è equale alla. n. l. (perche tutti li lati del cubo sono fra loro equali) et perche (un'altra uolta per la penultima del primo) lo quadrato della. l. g. e equale alli quadrati delle due linee, l, n, & , n, g, per questa ragione che l'angolo, g, n, l, è retto (per la diffinitione della linea perpendicolare a una superficie) lo quadrato della, l, g, sarà treppio al quadrato della, l, n, perche è composto del doppio & del sempio. Et conciosia che (per la seconda parte del correlario della ottaua del sesto libro, & per el correlario della decima ottaua del medesimo.) Anchora lo quadrato della, a, b, sia treppio al quadrato della, b, d, imperoche la linea, a, b, è treppia alla linea, b, c, & la linea, b, d, sia equale alla linea, l, n, (dal presupposito) seguita (per communa scientia) che la, l, g, (che è el diametro del cubo) sia equale alla, a, b, (che è il diametro della sphera.) Adonque se sopra la, l, g, sia imaginato un mezzo cerchio, et sia circondutto per fine che ritorni al loco doue fu el principio del moto, la sphera descritta (per la diffinitione delle sphere equali) sarà equale alla sphera assignata. Ma perche questo mezzo cerchio fa el transito per el ponto, n, (imperoche l'angolo, g, n, l, è retto) & per la medesima ragione lo farà etiam per tutti li altri anguli retti del cubo laqual cosa (per la antecedente posta immediate auanti questa decimaquarta) è manifesta. Adonque eglie manifesto esser constituido el cubo circonscrittibile dalla assignata sphera: (imperoche eglie circonscrittibile dalla sua equale) laqual cosa bisognaua dimostrare: & la demonstratione del correlario è manifesto per il processo di queste demonstrationi.

Problema. 3. Propositione. 15.

15 Possemo componere un corpo di otto base triangolare equilatere
14 circonscrittibile da una proposta sphera. Et sarà manifesto el diametro della detta sphera esser potentialmente doppio al lato di quel corpo.



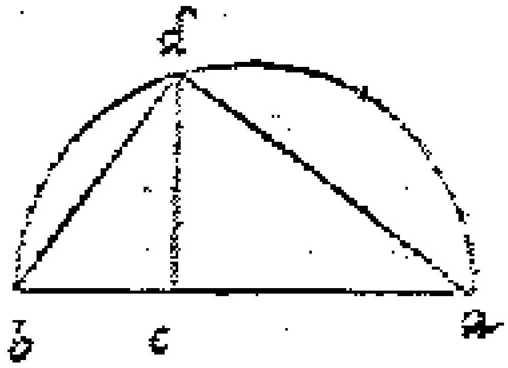
Sia el diametro della sphera proposta la linea, a, b, laqual sia diuisa in due parti equali in ponto. c. & sopra a quella sia linendo lo mezzo cerchio, a, d, b, & sia produtta la, c, d, perpendicolare alla, a, b, & sia congionto el ponto, d, con, a, & con, b, & sia descritto un quadrato del quale cadauno suo lato sia equale alla linea, b, d, & questo sia lo quadrato, e, f, g, h, in el quale siano protratti li duoi diametri, g, & , f, h, liquali si segano insieme in ponto. k. Adonque è manifesto (per la quarta del primo) che l'uno e l'altro di questi duoi diametri sia equale alla linea, a, b, che è el diametro della sphera, conciosia che l'angolo d, sia retto (per la prima della trigesima prima del terzo) & anchora tutti li suoi angoli e, f, g, h, sono retti (per la diffinitione del quadrato.) Anchora è manifesto che li medesimi duoi diametri, e, g, & , f, h, se diuidono fra loro in due parti equali in ponto. k. Et questo facilmente se manifesta (dalla quinta del primo & della trigesima seconda & sesta del medesimo.) Adonque sopra el ponto. K. sia erigata la



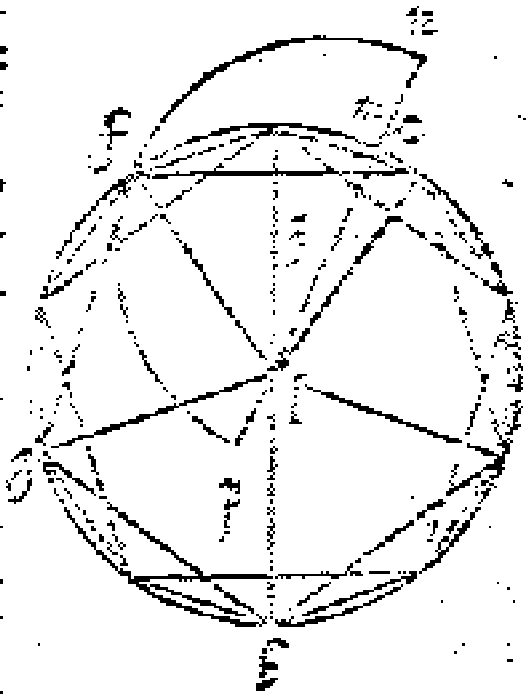
linea.k.l. perpendicolare alla superficie del quadrato: laquale sia posta equale alla mità del diametro.e.g. ouer.f.h.& siano leuade ouer tirate le ypothumisse.l.e l.f.l.g.& l.h. & (per le cose che sono sta poste, & per la penultima del primo repetita quante volte bisognarà) ciascuna di queste ypothumisse saranno equale fra loro, etiam equale alli lati del quadrato, tu hai adonque una pyramide di quattro base triangolare equilatere constituida sopra un quadrato. Et per tanto sotto a quel quadrato metterai una simile pyramide in questo modo produrrai la linea.l.k.(presorando el quadrato) per fina al.m. talmente che la.k.m.che sia sotto al quadrato: sia equale al.l.k.che sta di sopra, & congiongi il ponto,m,con cadauno di quatro angoli del quadrato producendo quatro altre ypothemisse lequale siano.m.e.m.f.m.g.m.h. delle quale anchora è manifesto (per la penultima del primo si come delle altre che sono in la parte di sopra) che quelle siano equale fra loro & alli lati del quadrato. adonque hauemo compido el corpo di otto base triangolar & equilatere che questo sia circonscrittibile della assignata sphera tu l'hauerai in questo modo, perche egli è manifesto che la linea.l.m.è equale al diametro della assignata sphera: perche l'una & l'altra di quelle è equale al diametro del quadrato. Adonque se sopra alla linea.l.m.sarà lineado un mezzo cerchio, el quale sia circonuolnesto per fina a tanto che ritorni al loco suo, la sphera che quel descriue con el suo moto: sarà equale alla sphera assignata (come se manifesta per la diffinitione delle sphere equale) & questo mezzo cerchio transirà per li quatro angoli del quadrato, & simplicemente: per tutti li ponti della circonferentia del cerchio che circonscriue il quadrato: impero che, el mezzo diametro del quadrato, che è la linea.f.k.& le parti della linea.l.m.lequale sono.l.k.& k.m.sono fra loro equale: per laqual cosa (per la diffinitione di quello che è una figura esser iscritta in una figura) lo fabricato corpo è inscrittibile in la sphera descritta dal moto di questo mezzo cerchio, adonque (per la concettione) è inscrittibile in la assignata sphera, conciosia che quelle siano fra loro equale (per la diffinitione) etiam lo correlario è manifesto, perche le due linee,d,b, & ,d,a,sono equale (per la quarta del primo) e però lo quadrato della,a,b,è doppio al quadrato della,b,d,(per la penultima del primo) & lo lato del fabricato corpo è equale alla linea.b.d.adonque el correlario è vero.

Problema.4. Propositione.16.

16 Puotemo fabricare el corpo de vinti base triangolare equilatere, cir-
15 conscrittibile da una data sphera, che habbia el diametro rationale, et farò manifesto el lato del medesimo corpo essere una linea irrationale cioe quella che se dice linea minore.



Sia anchora in questo loco el diametro della assignata sphera la linea, a, b, laquale sia posta esser rationale, ouer in longhezza ouer solamente in potentia, & sia diuisa in ponto, c, talmente che la, a,c, sia quadrupla alla, c, b, & sopra di quella sia lineado lo mezzo cerchio, a, d, b, & sia produtta la, c, d, perpendicolare alla, a, b, & sia protratta la linea, d, b, dapoi secondo la quantità della linea, d, b, sia lineado lo cerchio, e, f, g, h, k, sopra il centro. l. alquale sia inscritto uno penthagono equilatero annotado dalle medesime lettere, alli angoli del quale dal centro. l. siano dutte le linee. l.e. l. f. l.g. l.h. l.k. Sia anchora inscritto in el medesimo cerchio uno decagono equilatero, & questo se farà in questo modo, siano diuisi tutti li archi (di quali li lati del penthagono sono corde) in due parti equali, & dalli ponti di mezzo & siano tirate linee rette alle estremità di tutti li lati del penthagono inscritto. Anchora sopra a cadauno delli cinque angoli del penthagono sia erigato uno catheto secondo che insegna la 12. del 11 liquali cadauno sia etiam equale alla linea.b.d. Et siano continuade le estremità di questi cinque catheti con cinque corausti et li 5. catheti eretti (per la 6. del 11.) saranno fra loro equidistanti: et conciosia che quelli siano equali. Anchora li corausti (per la 33. del 1.) che congiongono le estremità di quelli saranno equali alli lati del pentagono. adonque dalla summità di cadauno di detti catheti tirarai due, e due ypothenuse alli dui circonstanti angoli del inscritto decagono, et le estremità di queste diece ypothenuse (che terminano alli cinque ponti che sono a cadauno delli angoli di mezzo dello inscritto decagono) siano continuade cõ linee rette inscriuendo un'altra uolta un'altro pentagono in esso cerchio. Elquale sarà anchora equilatero (per la 34. del 3.) adonque quando che tu hauerai fatto questo tu uederai hauer compido diece triangoli di quali li lati sono diece ypothenusse, & li cinque corausti, & li cinque lati di questo secondo penthagono inscritto.



Adonque questi diece triangoli in questo modo se apprende esser equilateri. perche conciosia cosa che sia el mezzo diametro descritto cerchio con cadauno di catheti eretti sia equale alla linea, b, d, (dal presupposito) (per el correlario della 15. del quarto) cadauno di detti catheti sarà equale al lato, del exagono equilatero inscritto in lo cerchio del quale il mezzo diametro e equale alla linea. b.d. Et perche (per la penultima del primo) cadauna delle diece ypothenusse è tanto piu potente del catheto quanto puol el lato del decagono (& per la 10. di questo) anchora lo lato del penthagono e tanto piu potente del medesimo quanto puol il medesimo lato del decagono (per commune scientia) cadauna di queste ypothenusse sarà equale al lato del penthagono. Di corausti anchora è manifesto che quelli siano equali alli lati del penthagono. Adonque tutti li lati di questi diece triangoli ouer che

sono

ſono li lati del penthagono equilatero (deſcritto la ſeconda volta nel cerchio) ctero che ſono a quelli equali , adonque li triangoli ſono equilateri, ma piu ſopra il centro del cerchio (che è il ponto. l.) tira un'altro catheto equale alli primi el quale ſia . l. m. & la ſuperiore iſtremità di quello (che è il ponto. m.) giongi con caduna iſtremità di primi : con cinque coraußi (& per la ſeſta del undecimo) queſto central catheto. ſarà equidiſtante a ciaſcuno di catheti angolari . E però (per la trigeſimaterția del primo) queſti cinque coraußi ſaranno equali al mezzo diametro del cerchio, & (per el corelario della. 15. del quarto) ciaſcun de quelli è ſi come el lato del exagono , adonque ſia aggionto al catheto centrale da l'una & l'altra parte , una linea equale al lato del decagono: de ſopra a quello ſia aggionto. m. n. & di ſotto cioe ſotto el cerchio ſia aggionto a quello la. l. p. dal centro del cerchio , e dapoi dal ponto. n. ſiano tirate cinque ypothenuſe alli cinque ſuperiori angoli di diece triangoli che ſono in el circuitu : & dal ponto. p. ne ſiano tirate altre cinque alli altri cinque angoli di ſotto, & queſte diece ypothenuſe ſaranno equale fra loro, & alli lati dello inſcritto penthagono (per la penultima del primo, & decima di queſto, ſi come delle altre diece prime fu dimoſtrato . Tu hai adonque un corpo di venti baſe triangulare equilatere : del quale tutti li lati ſono equali alli lati del penthagono, & lo diametro di quello è la linea . n. p. Et di queſti venti triangoli diece ne ſtanno in circuitu ſopra il cerchio & cinque ſe elleuano di ſopra li quali concorrano al ponto. n. & li altri cinque reſtanti ſi ſommerſano de ſotto & vanno inſieme a terminare al ponto. p. Ma che queſto corpo de venti baſe ſia circonſcrittibile dalla data ſphera in queſto modo ſarà manifeſto. Conciosſia che la linea. l. m. ſia equale al lato del exagono, & la. m. n. lato del decagono equilateri che circonſcrive il cerchio, e. f. g. tutta la linea. l. n. (per la nona del preſente libro) ſarà diuiſa ſecondo la proportione hauente il mezzo e duoi eſtremi in ponto. m. & la maggior parte di quella ſarà la linea. l. m. Adonque ſia diuiſa la. l. m. in due parti equali in ponto. q. & la. p. q. (per commune ſcientia) ſarà equale alla. q. n. Perche la. p. l. fu poſta equale al lato del decagono ſi come la. m. n. per laqual coſa la. q. n. è la mità della. n. p. ſi come la. q. m. e la mità della. m. l. Conciosſia adonque che il quadrato della. n. q. ſia quincuplo (per la terza di queſto) al quadrato della. q. m. Anchora lo quadrato della. p. n. (per la decimaquinta del quinto) ſarà quincuplo al quadrato della. l. m. perche (per la quarta del ſecondo) lo quadrato della. p. n. è quadruplo al quadrato della. q. n. Anchora lo quadrato della. l. m. è quadruplo al quadrato della. q. m. (per la medeſima) & lo quadruplo al quadruplo è come el ſimplo al ſimplo (come teſtifica la detta decimaquinta del quinto.) Ma lo quadrato della. a. b. è quincuplo al quadrato della. b. d. (per la ſeconda parte del corelario della ottaua del ſeſto : & per lo corelario della decima ottaua del medeſimo ,) perche etiam la. a. b. è quincupla alla. b. c. impero che la. a. c. fu poſta quadrupla a quella medeſima. Adonque perche la. l. m. (dal preſuppoſito) è equale alla. b. d. (per commune ſcientia) la. a. b. ſarà equale alla. n. p. Adonque ſe ſopra la linea. n. p. ſia deſcritto uno mezzo cerchio el quale ſia circonuoluto per fina a tanto che quel ritorni al ſuo primo loco : la ſphera dal ſuo moto deſcritta, (per la diffinitione delle ſphere) equale ſarà equale alla ſphera propoſta, & perche

la linea.

la linea.l.m. è media proportionale fra la.l.n. & n.m.e pero etiam fra la l.n.et.p.l. Anchora qual si voglia altro mezzo diametro del cerchio sarà medio proportionale fra la.l.n. & l.p. Et conciosia che la.l.m.sia equale al mezzo diametro del cerchio: adonque el mezzo cerchio descritto sopra la.p.n.transirà per tutti li ponti della circonferentia del cerchio,e,f,g. E pero transirà etiam per tutti li angoli del solido fabricato che stanno in quella circonferentia, Et perche (per la medesima ragione) tutti li corausti,che continuano, ouer colligano le estremità di cathetti angolari con la estremità del catheto centrale sono medij proportionali fra la.p.m. & m.n.impero che ciascun di quelli è equale alla.m.l. Seguita che il medesimo cerchio transisca etiam per li altri angoli della statuida figura de vinti base. Adonque questo corpo è inscrittibile alla sphera della quale la.p.n.è diametro. E pero è etiam inscrittibile alla sphera de laquale la,a.b,è diametro, Et lo lato di questa solida figura dico esser la linea minore. Perche egliè manifesto che la linea,b,a,è rationale in potentia conciosia che il quadrato di quella sia subquincuplo al quadrato della linea.a.b.laqual fu posta rationale ouer in longhezza,ouer solamente in potentia. Adonque lo semidiametro del cerchio,e,f,g,e etiam rationale in potentia. Perche lo semidiametro di quello è equale alla linea.b.a. Adonque (per la duodecima di questo) lo lato del penthagono equilatero inscritto a questo cerchio è la linea minore, & lo lato di questa figura (come è sta manifestado in el processo di questa demostratione) è quanto el lato del penthagono. Adonque lo lato di questa figura de vintibase è la linea minore si come se propone.

Correlario.

o/16 Da questo è manifesto che il diametro della sphera è quincuplo in potentia al mezzo diametro del cerchio che circonscriue il corpo di uenti base, & che il diametro della sphera è composto del lato del exagono & da duoi lati del decagono descritti nel medesimo cerchio.

Il Tradottore.

Per il cerchio che circonscriue il detto corpo de uenti base se piglia per il cerchio, e,g,h,k. della figura antiposta el mezzo diametro dil quale uien a esser equale alla linea.d.h.della prima figura & alla,l,m,della seconda figura.

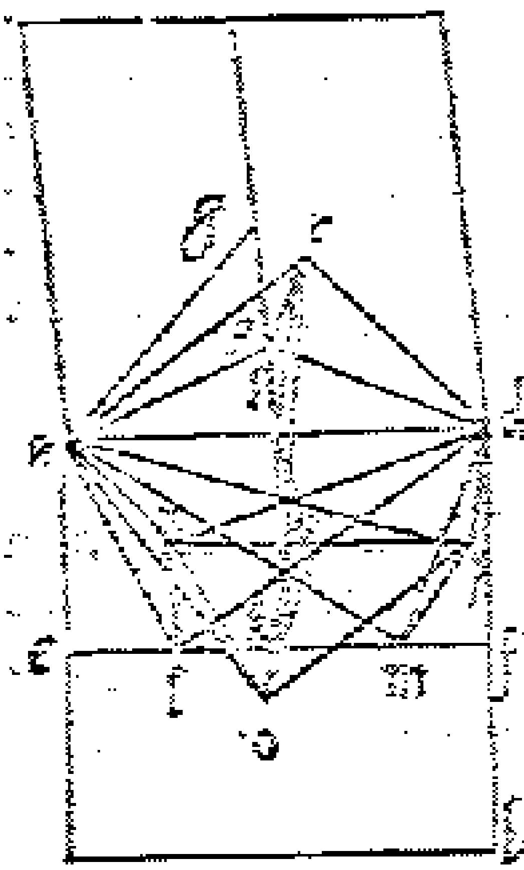
Problema.5. Propositione.17.

17/17 Puotemo constituire el corpo di dodice base penthagonale equilatere & equiangole,circonscrittibile da una assignata sphera che habbia el diametro rationale, Et sarà palese el lato del medesimo corpo essere quella linea irrationale,che è detta residuo.

Sia fatto el cubo (secondo che insegna la 14. di questo) circonscrittibile dalla assignata sphera:& siano due superficie di questo cubo le,a.b,& a.c. Et inmaginemo al presente che la,a,c,sia la superficie di sopra del cubo & la,a,b,sia una di

quelle

quelle di lati, sia la linea. a. d. commune a queste due superficie. Adonque sian diuisi li duoi lati oppositi (in la superficie. a. b.) in due parti equali cioe el lato. d. b. in ponto. f. & lo lato a quello opposito in ponto. e. & li ponti delle diuisione sian continuadi con la linea. e. f. Anchora sia diuiso lo lato. a. d. & quello che glie al incontro in la superficie. a. c. in due parti equali, & li ponti delle diuisione siano continuadi con una linea retta la mità della quale sia. g. h. & sia el ponto. h. al ponto medio della linea. a. d. Similmēte sia diuisa la linea. e. f. in due parti equali in ponto. k. & sia protratta la. h. k. adonque diuide cadauna delle tre linee. e. k. k. f. & g. h. secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi in li tre ponti. l. m. q. & siano le maggiore parti di quelle. l. k. k. m. & g. q. lequale è manifesto esser equare fra loro: conciosia che tutte le linee diuise sono equale cioe cadauna di quelle e la mità del lato del cubo. Dapoi dalli duoi ponti. l. & m. eliccuarai le perpendicolale (come insegna la duodecima del undecimo) alla superficie. a. b. delle quale l'una e l'altra ponerai equale alla linea. k. l. & siano. l. n. & m. p. & similmente dal



ponto. q. tira la. q. r. perpendicolarmente alla superficie. a. c. laquale pone equale alla. g. q. Tira adonque le linee, a, l, a, n, a, m, a, p, d, m, d, p, d, l, d, n, a, r, a, q, d, r, d, q, Adonque (per la quinta di questo) è manifesto che le due linee, k, e, & e, l, sono potentialmente triple alla linea, k, l, E però etiam alla linea, l, n, cōciosia che la, k, l, et, l, n, sono equale. Et la, k, e, è equal alla, e, a, Adonque le due linee. a. e. & e. l. sono in potentia treppie alla linea. l. n. per laqual cosa (per la penultima del primo) la. a. l. e in potentia treppia alla. l. n. E però (per la medesima) la, a, n, e in potentia quadrupla alla. l. n. Et conciosia che ogni linea sia in potentia quadrupla alla sua mità, Seguita (per commune sententia) che la, a, n, sia doppia in longhezza alla. l. n. & perche la, l, m, è doppia alla, l, k. & le, k, l, & l, n, sono equale, la, a, n, sarà equale alla. l. m. perche le mità di quelle sono equale. & perche (per la trigesimaterza del primo) la. l. m. è equale alla. n. p. la. a. n. sarà equale alla. n. p. & per lo medesimo modo tu approuarai le tre linee. p. d. d. r. & r. a. esser fra loro equale: etiam alle due predette, adonque hauemo da queste cinque linee uno penthagono equilatero: il quale è. a. n. p. d. r. Ma per auentura tu dirai quello non esser penthagono: perche forsi quello non è tutto in una superficie: laqual cosa è necessario in questo acioche sia penthagono. Adonque: che quello sia tutto in una superficie, tu l'hauerai in questo modo. Dal ponto. k. sia produtta la linea. k. s. perpendicolare alla superficie. a. b. che sia equale alla. l. k. & per questo la sarà equale a l'una e l'altra delle due linee. l. n. & m. p. & conciosia che quella sia equale, & equidistante a l'una e l'altra di quelle (per la sesta del undecimo.) E però conciosia che quella sia in la medesima superficie con ambedue quelle (per la diffinitione delle linee equidistante) è necessario che 'l ponto. s.

sia

sia in linea, n, p, & che divida quella in due parti equale. Siano adonque protratte le due linee r.h, & h,s, adonque li duoi triangoli k.s.h. & q.r.h. sono constituidi sopra uno angolo, cioe sopra l'angolo k.h.q. Et la proportione della k.h. alla q.r. e si come la k.s. alla q.h. perche come la g.h. alla q.r. cosi è la k.h. alla q.r. (per la settima del quinto) & come la r.q. alla q.h. cosi è la h.s. alla q.h. (per la medesima,) ma la g.h, alla, q.r, e come la q.r. alla q.h. imperoche la q.r è equale alla g.q. adonque (per la 32 del sesto) la linea r.h.s. e una sol linea, per laqual cosa, (per la seconda del 11.) tutto lo penthagono del qual disputamo è in una superficie. Anchora dico quel esser equiangolo: perche conciosia che la e.k. sia divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi, & che la k.m. sia equale alla maggior parte di quella, anchora (per la quarta del presente) tutta la e.m. e divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi, & anchora la maggior parte di quella è la linea e.k. E pero (per la 5.) le due linee e.m. & m.k. è anchora le due e, m. & m.p. (perche la m.p. è equale alla m.k.) sono in potentia treppie alla linea e.k. e pero etiam alla linea a.e. (perche la a.e. è equale alla e.k. Adonque le tre linee. a.e. e.m, & m.p. sono in potentia quadruple alla linea, a, e, & (per la penultima del primo tolta due volte) è manifesto che la linea a.p. e in potentia equale alle tre linee, a, e, & e, m, & m, p, adonque la, a, p, è in potentia quadrupla alla linea, a, e, & conciosia che'l lato del cubo sia doppio alla linea a.e. in potentia anchor quadrupla a quella (per la quarta del secondo.) Adonque (per commune scientia) la a.p. è equale al lato del cubo, & conciosia che la, a, d, sia uno di lati del cubo, la, a, p, sarà equale alla, a, d, e pero (per la 8. del primo) l'angolo, a, r, d, è equale al angolo, a, n, p, per lo medesimo modo tu approverai l'angolo, d, p, n, esser equale a l'angolo, d, r, a, perche tu approverai la linea, d, n, esser potentialmente quadrupla alla mità del lato del cubo. Conciosia adonque che per queste cose lo penthagono sia equilatero & habbia tre angoli equali (per la 7. del presente) quel sarà equiangolo, adonque se per questa via è con simile ragione, fabricaremo sopra a ciascuno delli altri lati del cubo, uno penthagono equilatero & equiangolo, sarà compido un solido contenuto da dodeci superficie penthagone equilatere, & equiangole, perche el cubo ha dodeci lati. Hor ci resta a dimostrare questo solido esser circonferentiale dalla data sphera, adonque dalla linea s.k. siano protratte due superficie segante el cubo delle quale una lo seghi sopra la linea h.x. & l'altra sopra la linea e.f. Et (per la quadragesimaprima del 11.) sarà che la commune settione di queste due superficie seghi lo diametro del cubo, & quella similmente sarà segata dal detto diametro in due parti equali: sia adonque la commune settione di quelle per fina al diametro del cubo, la linea, k, o, talmente che, o sia il centro del cubo, et sia dutte le linee, o, a, o, n, o, p, o, d, o, r, Et è manifesto che l'una e l'altra delle due linee, o, a, et, o, d, e mezzo diametro del cubo e pero sono equale, & della linea, o, x, è manifesto (per la quadragesima prima del undecimo) che quella è equale alla, e, k, (cioe alla mità del lato del cubo.) & perche la x.s. è equale alla k. m. la o.s. sarà divisa in ponto. k. secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi, & la maggior parte di quella sarà la linea .o.k. che è equale alla e.k. Adonque (per la quinta di questo) li qua-

drati

drati delle due linee. o.s. & s. K. tolti insieme sono treppij al quadrato della linea. o.k. & similmente li quadrati delle due.o.s. & s.p.tolti insieme sono treppij al quadrato della medesima.o.k.(imperoche la.s.p.è equale alla.x.s.) & pero sono etiam treppij al quadrato della mita del lato del cubo. Per laqual cosa (per la penultima del primo) la linea.o.p. è treppia in potentia alla mità del lato del cubo. Et (per el correlario della decimaquarta di questo) è manifesto che el mezzo diametro della sphera è treppio in potentia alla mità del lato del cubo che circonscriue la medesima sphera. adonque la.o.p.è quanto lo mezzo diametro della sphera che circonscriue el proposito cubo. Per la medesima ragione tutte le linee dutte dal ponto. o.a tutti li angoli di tutti li penthagoni descritti sopra li lati del cubo. Dico a tutti li angoli che sono proprij di penthagoni & non communi a quelli & alle superficie del cubo cioe li proprij, liquali in el penthagono statuido sono li tre angoli.x.p.r. Ma di quelle linee che uengeno dal ponto. o. a tutti li angoli di penthagoni che sono communi alli penthagoni & alle superficie del cubo, liquali in el presente penthagono sono li dui angoli.a. & .d. e manifesto che esse sono equale al mezzo diametro della sphera, che circonscriue il cubo. perche quelli sono mezzi diametri del cubo (per la quadragesima prima del undecimo.) Ma el mezzo diametro del cubo è si come il mezzo diametro della sphera chel circonscriue si come appare (per la ratiocinatione della decima quarta.) Adonque tutte le linee dutte dal ponto.o. a tutti li angoli del dodeci base sono equale fra loro & al mezzo diametro della sphera. Adonque el mezzo cerchio lineato sopra tutto el diametro della sphera ouer del cubo, essendo circondutto transirà per tutti li angoli di quello. per laqual cosa (per la diffinitione) quello è circonscrittibile dalla assignata sphera. anchora dico che il lato di questa figura è una linea irrationale, cioe quella che è detta residuo se il diametro della sphera chel circonscriue sarà rationale in longhezza ouer in potentia. perche conciosia che il diametro della sphera sia (per la decimaquarta di questo) treppio in potentia al lato del cubo, onde sel diametro della sphera sarà rationale in longhezza ouer in potentia, el lato del cubo sarà etiam rationale in potentia. Et è manifesto (per la undecima che la linea.r.p. diuide la linea.a.d. che è il lato del cubo secondo la proportione hauente il mezzo & dui istremi, & che la maggior parte di quella è equale al lato del penthagono, & perche la detta maggior parte di quella è un residuo (per la sesta di questo) è manifesto el lato di questa figura di dodeci base esser residuo come uolemo dimostrare. Adonque (per la decimaterza e per le quatro che seguitano quella) sono fabricadi cinque corpi equilateri & equiangoli di quali cadauno è circonscrittibile da una assignata sphera. Et questi solidi sono questi, cioe el primo è di quatro base triangolare, equilatere (e chiamasi Tetracedron) el secondo è di sei base quadrate (& è detto cubo ouer exacedrō) il terzo e di otto base triangolare (& è detto ottocedrō) & lo quarto solido è detto ycocedron (& è de uenti base triangolare,) Et lo quinto è di dodeci base penthagone (& è detto duodecedron) & questi cinque solidi sono detti regolari, perche quegli sono equiangoli & equilateri, & circonscrittibili dalla sphera etiam fra loro, Et è impossibile esserne piu di questi cinque, che siano equilateri & equiangoli, per-

che

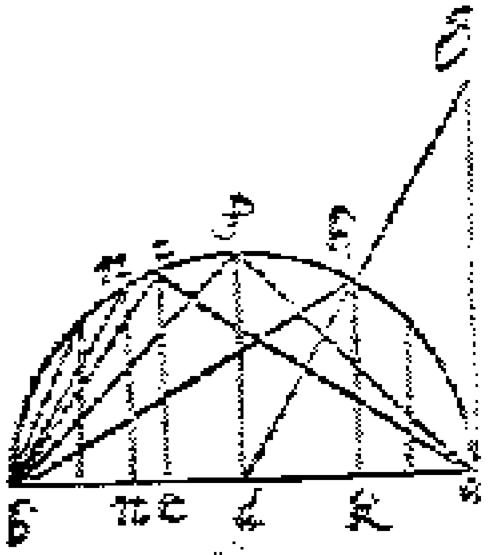
che alla constitutione di qual si voglia angolo solido, è necessario concorrere al manco tre angoli superficiali, perche di duoi soli angoli superficiali, non puol esser compito un angolo solido, Adonque perche li tre angoli di qualunque exagono equilatero, & equiangolo, sono equali a quatro angoli retti, ma li tre angoli del eptagono, & di qualunque figura equilatera & equiangola de piu lati: sono maggiori di quatro angoli retti, si come euidentemente si puol cauar fuora della trigesima seconda del primo.) Et ogni angolo solido è minore di quatro angoli retti (come testifica la vigesima prima del undecimo) è impossibile con li tre angoli del exagono, & del eptagono, & simplicemente d'ogni figura equilatera & equiangola de piu lati, constituire un angolo solido, & pero niuna figura solida equilatera & equiangola puol esser constituida da superficie exagonale, ouer de piu lati: perche se li tre angoli d'un exagono equilatero, & equiangolo, eccedeno cadauno angolo solido, molto piu fortemente li quatro & li piu di quatro, excederanno il medesimo, ma li tre angoli di un penthagono equilatero & equiangolo è manifesto esser minori di quatro angoli retti, & li quatro esser maggiori. Per laqual cosa, egli è possibile esser constituido uno angolo solido da li tre angoli d'un penthagono equilatero & equiangolo, ma de quatro ouer de piu egli è impossibile, E pero solamente uno solido da penthagoni equilateri & equiangoli è stato constituido, cioe quello che è detto duodecedron in el qual li angoli di penthagoni a tre a tre constituiscano li angoli solidi, anchora la medesima ragione è in le figure quadrilatere equilatere & equiangole che in le penthagone, perche ogni figura quadrilatera: se la sarà equilatera & equiangola, & (per la diffinitione) quella sarà quadrata, perche tutti li suoi angoli saranno retti (per la trigesima seconda del primo.) Adonque da tre angoli di tal superficial figura, egli è possibile esser constituido un angolo solido, ma da quatro ouer da piu egli è impossibile, per laqual cosa da tal figure superficiali, lequal sono quadrilatere: equilatere & equiangole, e sta fabricado uno unico solido, elqual noi chiamassimo cubo. Ma di triangoli equilateri li sei angoli sono equali a quatro angoli retti (per la trigesima seconda del primo.) Adonque li manco de sei sono minori di quatro angoli retti & li piu di sei sono maggiori. Adonque delli sei angoli de tal triangoli ouer da piu egli è impossibile essere fatto un angolo solido, ma da cinque, da quatro, & da tre: egli è possibile a constituire un angolo solido. Adonque quando li tre angoli d'un triangolo equilatero, fanno uno angolo solido vien fatto de triangoli equilateri el corpo di quattro base triangolare: et equilatere: ma quando li quattro angoli de triangoli equilateri constituiscono un angolo solido quelli ne danno il corpo di otto base, elquale chiamassimo ottocedron. Ma se li cinque angoli de triangoli equilateri contengano un angolo solido, vien fatto lo corpo ycocedron (de vinti base triangolare, et equilatere, per laqual cosa adonque tanti & tali sono li solidi regolari: & perche nõ siano piu di questi è detto di sopra.

Problema. 6. Propositione. 18.

18 Puotemo trouare li lati di predetti cinque corpi da una medesima sphera circonscriuibile & compararli fra loro della qual sphera solo il diametro a noi sia proposto, & per esso diametro possemo trouarli.

Sia

Sia la. a. b. il diametro di alcuna sphera a noi proposta, dalla qual desideremo di trouare li lati di premessi cinque corpi. Diuidemo adonque questo diametro in ponto. c. talmente che la parte, a, c, sia doppia alla, c, b, anchora deuidemo, b, in due parti equali in ponto. d. & lineamo sopra di quello lo mezzo cerchio. a. f. b, alla circonferentia del quale siano tirate due linee perpendicolari alla linea. a. b. lequali siano, c, e, & d, f, & congiongemo, e, con, a, & con. b. Et, f, con, b. Adonque è manifesto (per la demonstratione della decima terza) che la. a. e. e il lato della figura di quatro base triangolare & equilatere. & (per la demonstratione della decima quarta) e pur manifesto che la. e. b. e il lato del cubo, & per la demonstratione della decima quinta) che la, f, b, e il lato della figura di otto base triangolare & equilatere. Adonque dal ponto. a. sia tirata la linea, a, g, perpendicolare alla. a. b. etiam equale alla medesima. a. b. Et sia congionto. g. con. d. & sia. h. el ponto in elquale la linea. g. d. sega la circonferentia del mezzo cerchio, & sia condutta la linea. h. K. perpendicolare alla. a. b. & perche la. g. a e doppia alla. a. d. (per la quarta del sesto) la. h. k. sarà doppia alla. k. d. perche li duoi triangoli. g, a, d, & h, k, d, sono equiangoli (per la trigesima seconda del primo) impero che langolo. a. del maggiore e equale al angolo. k. del minore (perche l'uno e l'altro e retto) et l'angolo. d. e commune a l'uno e l'altro. Adonque (per la quarta del secondo la. h. K. e quadrupla in potentia alla. k. d. Adonque (per la penultima del primo) la. h. d. e quincuplo in potentia alla. k. d. Et concio sia che la. d. b. sia



equale alla. h. d. (perche il ponto. d. e il centro del mezzo cerchio) Anchora la. d. b. sara quincupla in potentia alla. K. d. Et conciosia che tutta la. a. b. sia doppia a tutta la. b. d. si come la. a. c. (detratta dalla prima. a. b.) e doppia alla. c. b. detratta dalla seconda. b. d.) & (per la decimanona del quinto) la. b. c. (residuo della prima) sarà doppia alla. c. d. (residuo della seconda.) E pero tutta la. b. d. e treppia alla. d. c. Adonque el quadrato della. b. d. e nonuplo al quadrato della. d. c. & perche quello era quincuplo solamente al quadrato della. k. d. (per la seconda parte della decima del quinto) lo quadrato della. d. c. e menubo del quadrato della. k. d. E pero la. d. c. e minore della. k. d. Sia adonque la. d. m. equale alla. k. d. & sia tirata la. m. n. per fina alla circonferentia, la quale sia perpendicolare alla. a. b. & sia congionto il ponto. n. con il ponto. b. tirata la linea. n. b. Concio sia adonque che. d. k. & d. m. siano equale (per la diffinitione delle linee equalmente distante dal centro) le due linee. h. k. & m. n. saranno equalmente distante dal centro. E pero saranno equale fra loro (per la seconda parte della 14. del terzo, & per la seconda parte della terza del medesimo. Adonque la. m. n. è equale alla. h. k. pche la. h. k. era equale a quella. Ma perche la, a, b, è doppia alla, b, d, & la, k, m, è doppia alla. d, k, & lo quadrato della, b, d, è quincuplo al quadrato della, d, K, (per la decima quinta del quinto) lo quadrato della, a, b, sarà similmente quincuplo al quadrato della. k. m. (Perche el quadrato del doppio al quadrato del doppio è si come el quadrato del sempio al al quadrato del sempio. (Et per la demostratione della decimasesta è manifesto che il diametro della sphera e potentialmente quincuplo si al lato del exagono del cerchio della figura de uinti base come alla. K. m. adonque la, K, m, è equale al lato del exagono del cerchio della figura del uinti base. perche lo diametro della sphera che è la, a, b, e potentialmente quincuplo si al lato del exagono del cerchio di quella figura: come alla. k. m. un'altra uolta (per la demonstratione della medesima) è manifesto che il diametro della sphera è composto del lato del exagono & del doppio del lato del decagono del cerchio della figura de uinti base. Conciosia adonque che la, K, m, sia si come el lato del exagono: & la, a, K, sia equale a la, m, b, (perche quelle son li residui delle quantità equale tolte uia dalle equale) la, m, b, sarà si come lato del decagono. Adonque perche la, m, n, è si come el lato del exagono, perche quella è equale alla, k, m, (per la penultima del primo & per la decima di questo) la, n, b, sarà si come el lato del penthagono del cerchio della figura del uinti base. Et perche (per la demonstratione della decima sesta) appare, che el lato del penthagono del cerchio della figura del uinti base e il lato della medema figura de uenti base è manifesto la linea, n, b, esser il lato di questa figura: sia adonque diuisa la, e, b, (che è lato del cubo circonscrittibile dalla assignata sphera) secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi in ponto, p, & sia, p, b, la maggior parte di quella. adonque è manifesto (per la demonstratione della precedente) che la, p, b, è il lato della figura del. 12. base. Adonque sono trouati li lati di, 5, precedenti corpi dal diametro della sphera a noi proposto. Perche la, a, c, è il lato della pyramide di quattro base: la. e. b. el lato del cubo. la, f, b, lo lato del ottocedron & la, n, b, el lato del ycosedron, & la linea, p, b, el lato del duodecedron equali de questi lati siano maggiori de li altri, se hauerà in questo modo. Perche eglie manifesto che la, a, e, è maggiore della, f, b, (perche l'arco, a, e, è maggiore del arco, f, b,) Et similmente la, f, b, è maggiore della, e, b, & la, e, b, è maggiore che la, n, b, Dico anchora la, n, b, esser maggiore che la, p, b, Perche conciosia che la, a, c, sia doppia alla, c, b, (per la quarta del secondo) lo quadrato della, a, c, e quadruplo al quadrato della, c, b, Et (per la seconda parte del correlario della ottaua del sesto, & per el correlario della decimaottaua del medesimo) è manifesto che il quadrato della, a, b, e triplo al quadrato della, b, e, Ma (per la uigesimaseconda del sesto) lo quadrato della, a, b, al quadrato della, b, e, è si come el quadrato della, b, e, al quadrato della, c, b, per questo che la proportione della, a, b, alla, b, e, e si come della, b, e, alla, b, c, (per la seconda parte del correlario della 8. del sesto) adonque (per la undecima del quinto) lo quadrato della, b, e, e triplo al quadrato della, c, b, Et perche lo quadrato della, a, c, è quadruplo al medesimo quadrato (come è sta demostrado) lo quadrato della, a, c, (per la prima parte della decima del quinto) sarà maggiore del quadrato della, b, e, E però la linea, a, c, è maggiore della linea, b, e, E però la, a, m, e molto piu maggiore della, b, e, Et è manifesto (per la nona di questo) che se la linea. a. m. sarà diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi la maggior parte di quella sarà la linea, K, m, la quale è equale alla, m, n, Et quando che la, b, e, sia diuisa secondo la medesima

 desima

desima proportione cioe hauente il mezzo e duoi istremi: la maggior parte di quella è la linea, p, b, Conciosia adonque che tutta la. a. m. sia maggiore di tutta la, b, e, sarà la. m, n, (che è equale alla maggior parte della, a, m,) maggiore de la, p, b, (che è la maggior parte della, b, e,) & questo è manifesto (per la seconda propositione del decimoquarto libro) laqual cosa senza aggiunto di alcuna di quelle propositioni che seguitano non se stabilisse ferma demostratione adonque (per la decimanona del primo) per forza la, n, b, è maggiore che la, p, b, per laqual cosa è manifesto li lati di questi cinque precedenti corpi: eccedersi fra loro quasi in quello ordine che fra loro se seguitano perche solamente il cubo & lo ottocedro preuertiscono a quello: perche il lato del ottocedron eccede il lato del cubo a benche il cubo anteceda lo ottocedron. Ma metteno el cubo auanti al ottocedro perche per la medesima diuisione del diametro della assignata sphera se ritroua el lato della pyramide (che ha le quattro base triangole) e il lato del cubo, Adonque la. a. e, (lato della pyramide) è maggiore delli lati de cadauno delli altri corpi. Et da poi quello la. f. b, lato del ottocedron è maggiore di lati di seguenti corpi. In lo medesimo ordine in grandezza seguita la. e. b. (lato del cubo) & in lo quarto loco e la, n, b, (lato de ycocedron) e lo minimo de tutti è la. p. b. (lato del duodecedron.

Il Tradottore.

In la seconda tradottione: la construttione del ottocedron è anciana a quella del cubo, per ilche li lati di detti corpi se ueneriano a eccedersi secondo il medesimo ordine delle loro construttioni.

Il Tradottore.

A voler dimostrare che la linea. n. b. (lato del uinti base) sia maggior della linea. b. p. (lato del duodecimo base) senza agiutto della seconda del decimoquarto libro: ne da altra propositione che seguita (come uuol el debito.) Arguiremo in questo modo, Perche la linea. a. e. (dal presupposito) è doppia alla. b. e. adonque tutta la. a. b sarà treppia alla medesima. b. e. Et (per la seconda parte del correlario della ottaua del sesto & per il correlario della decimaottaua del medesimo) el quadrato della detta linea. a. b. sarà treppio al quadrato della. b. e. & perche (per il correlario della decima sesta di questo) il quadrato della medesima. a. b. è quincupla al quadrato della. k. m. & similmente al quadrato della. m. n. (per esser la. m. n. equale alla. m. K.) seguita adonque che cinque quadrati della. m. n. (tolti insieme) siano equali a tre quadrati della. b. e. tolti insieme) perche l'una & l'altra somma è equale al quadrato della. a. b. Hor perche il rettangolo di tutta la. e. b. nella parte. e. p. gionto con il rettangolo della medesima. b. e. ne l'altra parte. b. p. la detta somma (per la seconda del secondo) è equale al quadrato della medesima linea. b, e, Et perche il rettangolo della. b. e. nella. p. e. è minore di quello della. b. e. nella altra parte, b, p, (per esser la parte, b, p, maggiore della parte, p, e, E però duoi rettangoli della. b. e. nella, p, e, saranno minori delli duoi rettangoli della. b. e. nelle due parti. b. p. & p. e. onde (per commune scientia) li detti duoi rettangoli sarà della, b,

c, nella

e, nella minor parte, p. e. saranno minori del quadrato della, b, e, & perche il retangolo della, b, e, nella detta minor parte, e, p, è equale al quadrato de l'altra maggior parte, b, p, (per la diffinitione della linea cosi diuisa) adonque duoi quadrati della b. p. saranno minori del quadrato della. b. e. per il che il treppio delli duoi quadrati della, p, b, saranno anchora minori del treppio del quadrato della, b, e, cioe che tre quadrati della. b. e. saranno maggiori de sei quadrati della, b, p, Et perche cinque quadrati della. m. n. (como di sopra fu dimostrato) sono equali alli tre quadrati della, b, e, seguita (per communa sententia) che li cinque quadrati della, m, n, siano maggiori delli sei quadrati della, b, p, & se li cinque sono maggiori delli sei molto piu un quadrato solo della, m, n, sarà maggiore d'un quadrato solo della, b, p, & se il quadrato della, m, n, è maggiore del quadrato della, b, p, etiam la linea m, n, (per communa sententia) sarà maggiore della linea, b, p, Et se la linea, m, n, è maggior della, b, p, molto piu la linea. n. b. sarà maggiore della medesima, b, p, per che la detta, n, b, (per la penultima del primo ouer per la decima ottaua del medesimo) è maggiore della maggiore, cioe della. n. m. è pero sarà molto piu maggiore della, b, p, che il proposito senza aiuto di alcuna delle propositioni, che seguitano come è il douere. Nella seconda traduttione credo che voglia arguire per questa medesima uia, ma tal argumentatione è tutta corrotta.

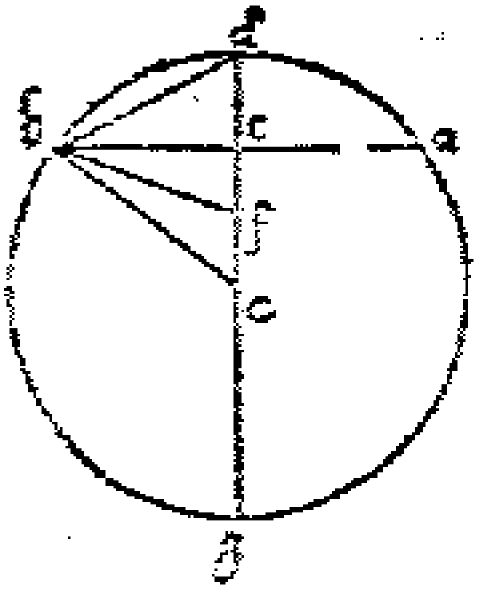
IL FINE DEL DECIMOTERZO LIBRO.

LIBRO DECIMOQVARTO

DI EVCLIDE, DELLE CONVENIENTIE che hanno li triangoli, penthagoni, exagoni, & decagoni, fra lor in rispetto della linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi, e della proportione che hanno li corpi regolari fra loro.

Theorema. 1. Propositione. 1.

1 OGni perpendicolare dutta dal centro d'un cerchio al lato del penthagono, descritto dentro di quel cerchio. se approua esser equale alla mita del lato del decagono, & alla mità del lato del exagono (descritti dentro al medesimo cerchio) congionte le dette mità ambedue direttamente in longo. Adonque è manifesto che la perpendicolare dutta dal centro d'un cerchio al lato del penthagono è equale alla perpendicolare dutta dal centro al lato del triangolo, & alla mita del lato del decagono (descritti in quel medesimo cerchio) congionti direttamente.



Sia la linea, a, b, lato del penthagono inscritto in el cerchio el centro del qual sia el ponto. c. & sia dutto dal centro, c, una perpendicolare alla linea, a, b, laquale (per la seconda parte della terza del terzo: dividerà quella in due parti equali & etiam l'arco di quella in due parti equali (per la quarta del primo, & vigesimaottava del terzo) & sia questa perpendicolare la linea, c, d, segante la linea, a, b, in ponto, e, & lo arco di quella in ponto. d. Adonque la linea, a, e, (come havemo detto) è equale alla linea, e, b, & l'arco, a, d, al arco, d, b. Sia protratta la linea, d, b, della quale è manifesto che quella è il lato del decagono equilatero descritto in el proposto cerchio: conciosia che quella sottotende alla mità della quinta parte di tutta la circonferentia. Dico adonque che la linea, e, c, è equale alla mità della linea, c, d, et alla mità della linea, d, b, congionte directamente in longo. sia compido il diametro. d. c. et sia. d. c. g. et sia fatta la. e. f. equale alla, e, d, et sia protratta la. b. f. E (per la 4. del 1.) la. b. f. sarà equale alla, b, d, et pero (per la quinta del primo l'angolo, b, d, f, sarà equale al angolo. b, f, d, & (per la ultima del sesto) è manifesto che l'angolo, g, c, b, è quadruplo al angolo, b, c, d, impero che l'arco, g, b, è quadruplo al arco, b, d, & l'angolo, g, c, b, (perche la 32. del primo) è doppio al angolo, b, d, c. Perche quello extrinseco è equale alli duoi che sono, b, d, c, & , d, b, c, Et quelli sono equali (per la quinta del primo.) adonque l'angolo, b, d, c, è doppio al angolo, b, c, d, per laqual cosa anchora lo angolo, b, f, d, è doppio al angolo. b. c. f. Ma lo angolo, b, f, d, e equale alli duoi intrinseci, liquali sono, b, c, f, & , c, b, f, (per la trigesima seconda del primo.) Adonque li duoi angoli, b, c, f, & c, b, f, sono equale, e pero (per la sesta del primo) la. c. f, è equal alla. b. f. E pero etiam la, c, f, è equal alla, b, d, perche la, b, d, et la, b, f, sono equale fra loro. per laqual cosa la mità della, c, d, con la mità della, b, d. è quanto la mità della, c, d, con la mità della. c. f. & la mità della, c, d, con la mità della, c, f, è quanto la mità della, c, f, due volte con la mità della. f. d. E la mità della. c. f. tolta due volte è quanto la. c. f. e la mità della. f. d. è quanto la. e. f. Adonque la, c, e, è quanto la mità della, c, d, con la mita della, d, b, che è il proposito: cosi el correlario è manifesto, perche (per la ottava del decimoterzo libro) è manifesto che la perpendicolare dutta dal centro del cerchio al lato del triangolo a quello inscritto è equale alla mità della linea dutta dal centro alla circonferentia: & questo è dimostrado di sopra, cosi è concluso el correlario. Conciosia adonque che (per questa prima di questo libro) sia manifesto che la perpendicolare dutta dal centro del cerchio al lato del penthagono sia equale alla mità della linea dutta dal centro alla circonferentia, & alla mità del lato del decagono. Seguita che la perpendicolare dutta dal centro del cerchio al lato del penthagono sia equale alla perpendicolare dutta del centro al lato del triangolo, & alla mita del lato del decogono, descritti dentro al medesimo cerchio, & questo è quello che propone el correlario, adonque te da esser isplicado al presente quello che dice Aristeo, in el libro intitolado La isposizione del-

la

la scientia di cinque corpi. E similmente Apollonio in el secondo dono, in la proportionalità della figura del dodeci base alla figura del vinti base el qual dice, che la proportione delle superficie della figura che ha dodeci base alle superficie della figura che ha venti base e cosi come la proportione del corpo de dodeci base al corpo de venti base, perche anchora la linea dutta dal centro del cerchio del penthagono della figura delle dodeci base del duodecedro, alla circonferentia di quello, e come la linea che produtta dal centro del cerchio del triangolo della figura delle venti base del ycocedron alla circonferentia di quello e queste sono le parole del grāde Apollonio, et sono da esser intese della figura del dodeci base & della figura del vinti base circonscrittibile da una medesima sphera, perche la proportione del corpo duodecedron al corpo ycocedron (quando una medesima sphera li circonscriue,) e si come la proportione de tutte le superficie del duodecedron tolte insieme, a tutte le superficie del ycocedron tolte insieme: come commemora Apollonio per la prima parte delle precedente parole, laqual cosa etiam per la decima di questo decimoquarto lib. vien stabilida cō ferma demonstratione. Et lo cerchio che circonscriue un penthagono del duodecedrō, e equale al cerchio che circonscriue un triangolo del ycocedron, quando che una medesima sphera circonscriue il duodecedron, & lo ycocedron, si come esso Apollonio commemora per la seconda parte delle precedenti parole, laqual cosa etiam si afferma con demonstratione in la quarta di questo libro. adonque li ditti de tanti grandi huomini sono da esser mandati auanti per antecedenti a fortificatione della stabile verità.

Il Tradottore.

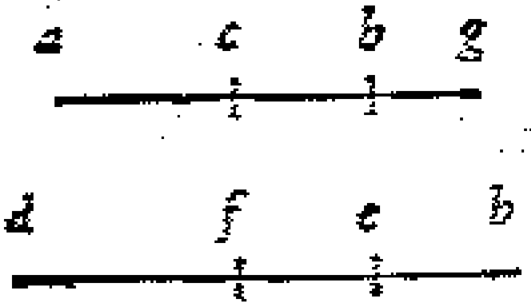
La demonstratione della soprascritta propositione è alquanto oscura & tal argumentatione haueria de bisogno di un'altra propositione laqual è questa.

De ogni due quantità inequale la mità della maggiore gionta con la mità della minore, e quanto la mita della minore tolta due volte giontoli puoi la mita della differentia nella quale la maggiore auanza la minore verbi gratia la mità della, c, d. (maggior) gionta con la mità della, c, f, (minore) è quanto due volte la mità della, c, f, (minore) giontoui poi la mità della, f, d, (cioe della differentia nella quale la, c, d, (maggiore) auanza che la, c, f, (minore) ma per non abondar in tante propositioni ne demonstrationi. Demostraremo la medesima con demonstratione piu euidente senza la presente propositione. Perche la, c, f, è equal alla. b. d. (come nel principio fu approuado) giongēdo alla, c, f, la, f, e, & alla, b, d, la, e, d, (per la. 2. commune sententia) le due somme sarāno anchora equale cioe le due linee. b. d. et e. d. sarāno equale alle due. c. f. & f. e. e perche le dette due linee. c. f. & f. e. sono equale a tutta la linea c. e. seguita adōque che la detta perpendicolar, c, e, sia equale alle due linee. d. b. et d. e. Adōque se a q̃ste due linee. d. b. et d. e. gli azōgemo la linea. c. e. (che è equal a lor due) tutta la somma di queste tre linee sarà doppia alle dette due, ouer alla medesima. c. e. et oltre la somma delle dette tre linee. d. b. d. e. et c. e. sono quāto le due. c, d, & d, b, (perche la, c, d, è composta delle due, c, e, & e, d.) Seguita adonque che le due linee. c. d. & . d. b. gionte insieme tal somma sia doppia alla linea, c, e, adonque la perpendicolare, c, e, vien a esser la mità della somma delle due linee, c, d, & , d, b, & perche la, d, c, è equale al lato del exagono, & la, d, b, al lato del decagono, seguita il proposito.

Theorema. 2. Propositione. 2.

2/o Ciascuna cosa laquale interuenghi a una linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi istremi, el si approua interuenire il medesimo a ogni linea similmente diuisa.

Sia l'una e l'altra delle due linee, a, b, & , d, e, diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi la, a, b, in ponto, c, & la, e, d, in ponto, f, & la maggior parte della, a, b, sia la, a, c, & di l'altra la, d, f, Dico adonque che de ambedue alle sue maggiori parti e una medesima proportione. Et similmente de ambedue alle sue parti minori e una medesima proportione: Et anchora delle maggior parti alle minori una medesima: & al contrario: & permutatamente: & congiontamente, & disgiontamente, & euersamente, & questo non è altro che ciascuna cosa laquale accade a una di quelle, il medesimo anchora accadere a l'altra, perche (per la diffinitione della linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi, & per la prima parte della decimasettima del sesto) è manifesto che quello che uien fatto dalla, a, b, in, b, c, è equale al quadrato della, a, c, Et per la medesimo modo quello che uien fatto dalla, d, e, in la, e, f, è equale al quadrato della, d, f, E però la proportione di quello che uien fatto dalla, a, b, in la, b, c, al quadrato della, a, c, è si come di quello che uien fatto dalla, d, e, in la, e, f, al quadrato della, d, f, (perche l'una e l'altra e proportione di equalità) adonque el quadruplo di quello che uien fatto dalla, a, b, in la, b, c, al quadrato della, a, c, è si come el quadruplo di quello che uien fatto dalla, d, e, in la, e, f, al quadrato della, d, f, laqualcosa (per la decimaquinta del quinto e per la permutata & equa proportionalità) è manifesto, per laqual cosa congiontamente el quadruplo di quello che uien fatto dalla, a, b, in, la, b, c, con el quadrato della, a, c, al quadrato della, a, c, è si come al quadruplo di quello che uien fatto dalla, d, e, in la, e, f, con el quadrato della, d, f, al quadrato della, d, f, Et sia aggionto (secondo la rettitudine) alla linea, a, b, una linea che sia equale alla, b, c, laqual sia detta, b, g, & alla, d, e, sia agionto un'altra equale alla, e, f, laquale sia detta, e, h, Adonque è manifesto (per la ottaua del secondo) che el quadruplo di quello che uien fatto dalla, a, b, in, b, g, con el quadrato della, a, c, è equale al quadrato della linea, a, g, Et similmete el quadruplo di quello che uien fatto dalla, d, e, in la, e, h, con el quadrato della, d, f, è equale al quadrato della, d, h, Et (per communa sententia) el quadruplo di quello che uien fatto dalla, a, b, in, b, c, è equale al quadruplo di quello che uien fatto dalla, a, b, in, b, g, imperò che la, b, c, & , b, g, sono equale. Similmente anchora



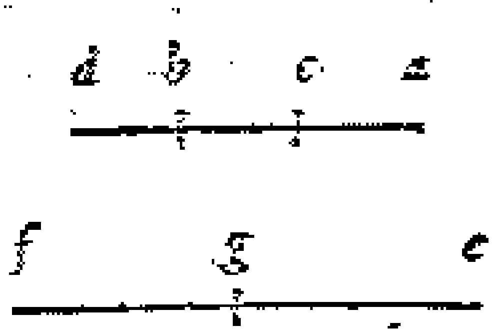
chora

chora al quadruplo di quello che vien fatto dalla, d, e, in la, e, f, è equale al quadruplo di quello che vien fatto dalla, d, e, in la, e, b, imperò che la e. f. & e. b. sono etiam equale. Adonque (per la prima parte della settima del quinto, & per la undecima del medesimo) lo quadrato della, a, g, al quadrato della, a, c, è si come el quadrato della, d, b, al quadrato della, d, f, Per laqual cosa (per la seconda parte della uigesima seconda del sesto) la proportione della, a, g, alla linea, a, c, è si come della linea, d, b, alla linea, d, f, & congiuntamente della, a, g, &, a, c, alla, a, c, è si come della, d, b, &, d, f, alla, d, f, et la, a, g, con la, a, c, sono si come il doppio della a, b, & la, d, b, con la, d, f, sono si come il doppio della, d, e, Per laqual cosa el doppio della a. b. alla a. c. e si come el doppio della d. e. alla d. f. Et permutatamente el doppio della a. b. al doppio della d. e. e si come la a. c. alla d. f. Ma el doppio della a. b. al doppio della d. e. e si come la a. b. alla d. e. (per la decimaquinta del quinto.) Adonque della a. b. alla d. e. e si come della a. c. alla d. f. adonque permutatamente, & euersamente, & conuersamente, & disgiontamente, & congiontamente, la qual cosa bisognaua dimostrare.

Theorema. 3. Propositione. 3.

3/0 Diuiso uno lato d'un exagono, secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi la maggior parte di quello, sara el lato del decagono circonscritto, da quel cerchio, che circonscriue lo exagono.

Sia la linea. a. b. el lato del exagono di alcun cerchio: & sia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi in ponto. c. & sia la maggior parte di quella la. b. c. dico che di qualunque cerchio la. a. b. e lato del exagono, di quel medesimo la. b. c. sarà il lato del decagono, perche essendo agionto alla linea. a. b. la linea. b. d. laquale sia el lato del decagono di quel cerchio: il quale la. a. b. e lato del exagono; Et (per la nona del decimoterzio) la linea. a. d. sarà diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi, & la maggior parte di quella sara la linea. a. b. Concio sia adonque che l'una e l'altra delle due linee. a. b. & . a. d. sia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi. Adonque (per la precedente) de ambedue quelle alle sue maggior parti sara una medesima proportione, adonque del la. d. a. alla. a. b. (che è la sua maggior parte) e si come

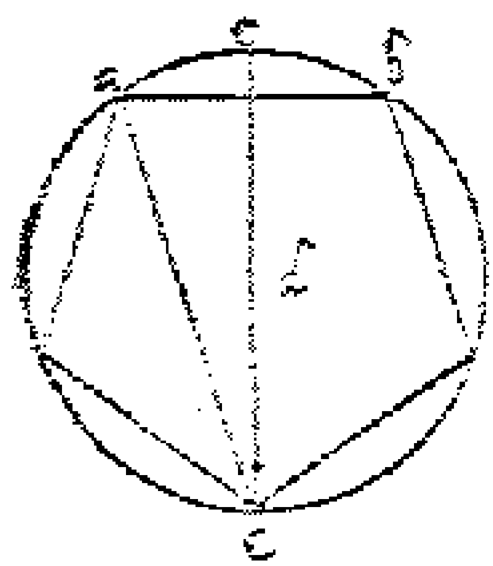


della. a. b. alla b. c. (che e etiam la sua maggior parte) ma della. d. a. alla. a. b. (sua maggior parte) e si come della. a. b. alla. b. d. (per la diffinitione della linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi. Adonque (per la undecima del quinto della. a. b. alla. b. d. e si come della. a. b, alla, b, c, per la qual cosa (per la seconda parte della nona del quinto) le due linee b. d. & b. c. sono equale. Concio sia adonque che la, b, d, sia el lato del decagono, anchora la, b, c, (per communa sententia) sarà el lato del decagono. A dimostrare il medesimo altramente, alla linea, a, b, sia agionta la, b, d, equale alla, b, c, & (per la quarta del decimo terzo) tutta la, a, d, sarà diuisa secondo la proportione hauente il mezzo, et duoi istremi, et la maggior

gior parte di quella e la linea, a, b. Adonque (per la conversa della nona del decimo terzo la quale dimostrassimo continuamente da poi quella) di quel cerchio che la linea, a, b, e lato del exagono di quel medesimo la linea, b, d, E pero (etiam la linea, b. c. a se equale) e lato del decagono. Ancher parendone possemo dimostrare il medesimo per un'altra via. Hor sia la. e. f. equale alla, a, b, laquale anchora sia divisa in ponto. g. secondo la proportione havente il mezzo & duoi estremi: & sia la maggior parte di quella la linea. f. g. Adonque (per la precedente) è manifesto che si come la. a. b. è equale alla. e. f. cosi la. a. c. è equale alla. e. g. & la, c, b, è equale alla, g. f. Et quando che alla. a. b. sarà aggionta la. b. d. (lato del decagono di quel medesimo cerchio delquale la. a. b. è lato del exagono: sarà (si come per avanti fu detto per la nona del decimoterzio) tutta la. a. d. divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi, & la maggior parte di quella sarà la linea. a. b. Adonque (per la precedente) della. a. b. alla. b. d. è si come della. f. g. alla. g. e. per laqual cosa (per la prima parte della decimasesta del sesto) quello che vien fatto dalla. a. b. in la. g. è equale a quello che vien fatto dalla, b, d, in la, f, g. Et consesia che la, a, b, sia equale alla, e, f, etiam quello che vien fatto dalla, e, f, in la, e, g, sarà equale a quello che è fatto dalla, b, d, in la, f, g. Ma quello che vien fatto dalla. e. f. in la, g, e, è equale al quadrato della, f, g, (per la diffinitione della linea divisa secondo la proportione havente il mezzo & duoi estremi, & per la prima parte della decima settima del sesto.) Adonque quello che vien fatto dalla. b. d. in la. f. g. è equale al quadrato della. f. g. E pero (per la prima del sesto) la linea. d. b. è equale alla. f. g. & perche la. f. g. è equale alla. c. b. Anchora la. c. b. sarà equale alla. b. d. (lato del decagono) laqual cosa bisognava dimostrare.

Theorema. 4. Propositione. 4.

4 El quadrato d'un lato d'un penthagono descritto dentro d'un cer-
o chio, & lo quadrato della linea che sotto tende al angolo di quel penthagono. Ambidui questi quadrati tolti insieme, pronontiò esser quincupli al quadrato della mità del diametro di quel medesimo cerchio.



Sia descritto in el cerchio. a. b. c. (el centro delquale sia el ponto. d.) uno penthagono equilatero delquale la a, b, sia un lato, & sia protratto el diametro, c, d, e, dividente la linea. a. b. etiam l'arco di quella in due parti equali, Adonque l'arco, a, e, è la mità della quinta parte della circonferentia di quel cerchio. Per laqual cosa l'arco, a, c, e li duoi quinti di tutta la circonferentia: Adonque siano protratte le due linee, a, e, & a, c, & la, a, e, sarà el lato del decagono equilatero, imperoche l'arco di quella è la mita della quinta parte della circonferentia, & la linea. a, c, sarà quella che sotto tende a uno delli angoli del predetto penthagono: imperoche l'arco, a, c, è le due quinte parte della circonferé-

tia

tia del cerchio. Dico adonque che li quadrati delle due linee .a.b. & a.c. tolti inseme sono quincupli, al quadrato della linea .d.e. Perche (per la quarta del secondo) lo quadrato della linea .c.e. è quadrupla al quadrato della linea .d.e. & conciosia che l'angolo .c.a.e. sia retto (per la prima parte della trigesimaprima del terzo.) & li quadrati delle due linee .c.a. & a.e. (per la penultima del primo) sarāno quadrupli al quadrato della linea .d.e. Adonque li quadrati delle tre linee .c.a. & .a.e. & .d.e. tolti insieme sono quincupli al quadrato della linea .d.e. Et perche (per la decima del terzodecimo libro) lo quadrato della .a.b. è equale alli quadrati delle due linee .a.c. & .d.e. Seguita che li quadrati delle due linee .a.b. & c.a. siano quincupli al quadrato della .d.e. che è il proposito.

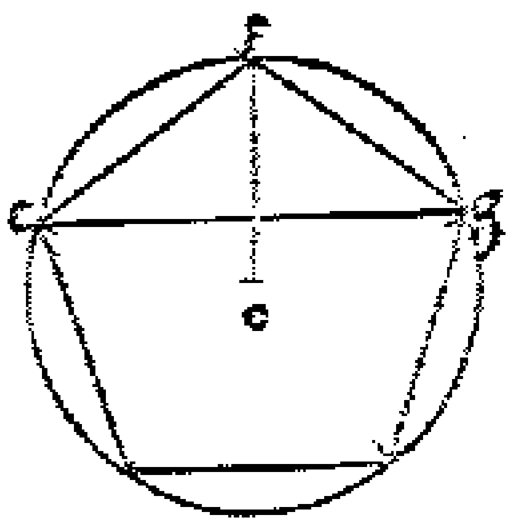
Correlario.

4/0 Adonque è manifesto che el quadrato del lato del cubo, & el quadrato del lato della figura del dodeci base, (quādo che una medesima sphera circonscriue quel cubo e quella figura de dodeci base) ambidui li detti quadrati tolti insieme sono quincupli al quadrato della mità del diametro dil cerchio che circonscriue lo penthagono di quella medesima figura de dodeci base.

Questo correlario ueramente è manifesto, perche (per la demostratione della decima settima del terzodecimo libro) è manifesto che'l lato del cubo sotto tende al angolo del penthagono del duodecedron: quando che una medesima sphera circonscriue il cubo & lo duodecedro, Adonque per questa quarta senza oppositione è manifesto il correlario.

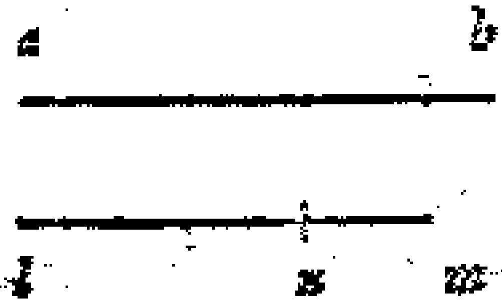
Theorema. 5. Propositione. 5.

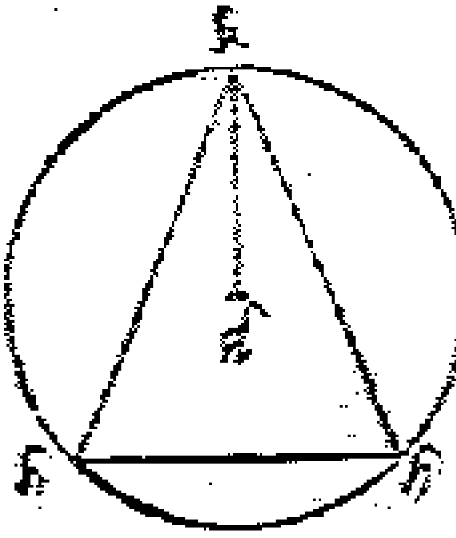
5/2 **El penthagono della figura de dodice base & lo triangolo della figura de uinti base (che una medesima sphera li circonscriue) sono circonscritti da uno medesimo cerchio.**

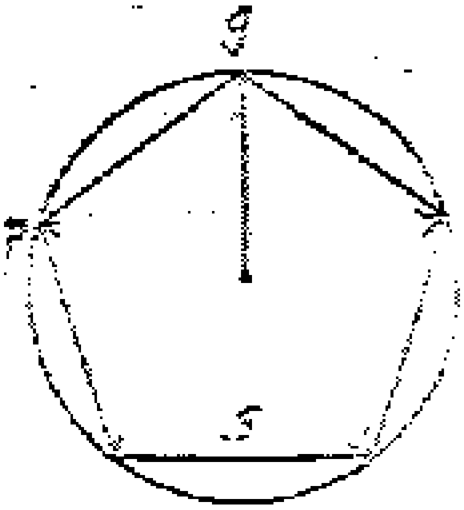


Sia una sphera (el diametro della qual sia la .a.b.) laquale circonscriua due figure solide, cioe el duodecedron (del quale .e. sia uno di suoi dodeci penthagoni) et lo ycocedro (del quale .d. sia uno di suoi uenti triangoli) & al penthagono .e. & al triangolo .d. sopra li dui centri .d. & .e. siano circonscritti dui cerchij, l'uno sia .c.f. (per la decima quarta del quarto) & l'altro .k.d. (per la quinta del medesimo.) Dico adonque che questi dui cerchij delle proposte sphere (di quali l'uno circonscriue el penthagono .e. & l'altro lo triangolo .d.) sono equali, siano signati li dui lati del penthagono .e. continenti uno de suoi angoli per le lettere.

le lettere.e f.& f.g.& sia protratta la linea.e.g.laquale sotto tendi al angolo.f.et lo semidiametro del cerchio el quale sia.c.f.& ciascuno di lati del triangolo, d, sia signato con le lettere. K.h. & sia protratto il semidiametro del suo cerchio el quale sia,d,k,& da puoi sia tolta la linea, l,m, alla quale la linea.a.b.(che è il diametro della assignata sphera) sia quintupla in potentia , laqual linea, l,m, sia diuisa in ponto,n,secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi: & la sua maggior parte sia la linea,l,n,& secondo la quantità di tutta la,l,m,sia lineado il cerchio.p.q. Adonque el semidiametro dil cerchio.p.q.sia equale alla linea, l, m. Et (per el correlario della decima quinta del quarto) la linea. l.m. è si come el lato del exagono equilatero , inscritto in lo cerchio,p,q, adonque(per la terza di questo) la linea.l.n.sarà si come il lato del decagono equilatero inscritto in lo medesimo cerchio . Adonque (per la undecima del quarto) sia inscritto uno penthagono equilatero in el cerchio, p,q,del quale uno lato sia la.p.q.Et (per la decima del decimoterzio libro)lo quadrato della.p,q,sarà equale alli quadrati delle due linee.l.m.& l.n.tolti insieme.Et(per la demonstratione della decima sesta del terzodecimo)è manifesto che la, h,k,è equale alla.p.q. Adonque el quadrato della,h,k,è equale alli quadrati delle due linee. l.m. & l.n. tolti insieme,Et(per la demõstratione della decima settima del decimoterzio)è manifesto che la, e, g, è il lato del cubo circõscrittibile dalla medesima sphera.Per laqual cosa (per el correlario della decimaquarta del terzodecimo)la.a.b.(che è il diametro della sphera)potentialmente è tripla alla,e,g,che è il lato del cubo:et se la.e.g.sia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi istremi (per la demonstratione della decima settima del. 13 .)è manifesto che la.e.f.è si come la maggior parte di quella . Adonque(per la seconda di questo della,e,g,alla,l,m,è si come della,e,f,alla,l,n,perche si come è la tutta alla tutta cosi la maggior parte alla maggior parte. Adonque (per la uigesima seconda del sesto)el quadrato della,e,g,al quadrato della,l,m,è si come el quadrato della,e,f, al quadrato della.l.n.per laqual cosa (per la decimaterzia del quinto) li quadrati delle due linee,e,g,& ,e,f,tolti insieme alli quadrati delle due linee,l,m,& l,n, tolti insieme sono si come el quadrato della,e,g,al quadrato della,l,m,adonque(per la decimaquinta del quinto & per la premessata & equa proportionalità)el treppio delli duoi quadrati delle due linee, e,g,& ,e, f, tolti insieme alli quadrati delle due linee.l.m. & l.n.tolti insieme è si come el treppio del quadrato della,e,g,al quadrato della,l,m. Ma el treppio del quadrato del-







la

la,e,g,è tanto quanto el quadrato della,a,b.(per el correlario della decimaquarta del terzodecimo) & lo quadrato della,a,b,(per el presupposito)è quincuplo al quadrato della.l.m.adonque el treppio del quadrato della,e,g,è anchora quincuplo al quadrato della.l.m.per laqual cosa etiam el treppio di quadrati delle due linee,e,g, & ,e,f,tolti insieme è quincuplo alli quadrati delle due linee, l,m, & ,l,n,tolti insieme. Et perche egli è sta approuado che el quadrato della,b,K,è equale alli quadrati delle due linee,l,m,& ,l,n, tolti insieme. Seguita(per communa scientia) che el treppio delli quadrati delle,e,g,& ,e,f,sia quincuplo al quadrato della,b,K. Et per la ottaua,del terzodecimo)è manifesto che el quincuplo del quadrato della, b,k, è quindecuplo del quadrato della, d, k, (cioe quindece uolte tanto) perche el sempio è treppio. Et (per la quarta di questo) è manifesto che'l treppio di quadrati delle,e,g, & e,f, è quincuplo del quadrato della,c,f,perche el sempio è quincuplo adonque el quincuplo del quadrato della,c,f, è equale al quindecuplo del quadrato della, d, k, & pero(per la nona del quinto)el quadrato della,c,f, è equale al quadrato della, d,K, per la qual cosa etiam la linea,c,f,è equale alla linea,d, k,adonque (per la diffinitione di cerchij equali) lo cerchio che circonscriue el penthagono , c , è equale al cerchio che circonscriue el triangolo, d, la qual cosa dal principio era da dimostrare. perche li semidiametri di questi cerchij sono equali cioe la c.f. & la.d.k.

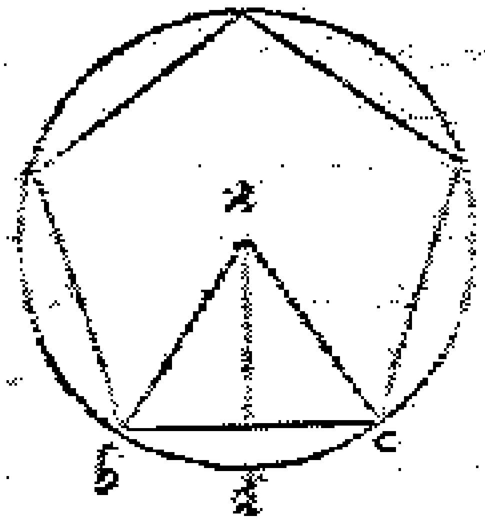
Il Tradottore.

Doue che di sopra dice che la linea, b,K, (per la demonstratione della decima sesta del terzodecimo)sarà equale alla.p.q.questo se uerifica perche in quella fu dimostrato che il diametro della sphera era quincuplo al mezzo diametro del cerchio de uenti base & che il lato del penthagono descritto nel detto cerchio era equale al lato del uenti base e pero in questo luoco il cerchio.p.q. uien a esser il cerchio del uenti base et il lato del penthagono di quello uien a esser il lato del uinti base, e per questo la linea.p.q.uien a esser equale al,k,b,(lato del uinti base.)

Theorema.6. Propositione.6.

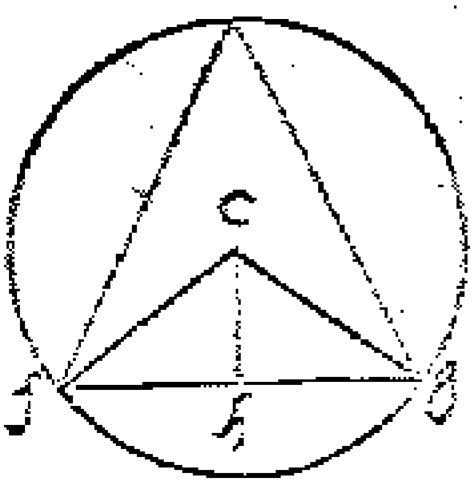
6/3 Anchora il quadrato che è trentuplo del rettangolo che se contiene sotto della perpendicolare dutta dal centro del cerchio, che circonscriue un penthagono, della figura de dodice base, al lato del penthagono e sotto del lato di esso penthagono,el se conuence di necessità esser equale a tutte le superficie del corpo di dodeci base tolte insieme.

Sia el penthagono.a.una delle dodeci base della figura del duodecedron, & uno di suoi lati sia la.b.c.& a quello(per la decimaquarta del quarto) sia circonscritto un cerchio sopra il centro, a,& siano protratte le linee.a.b.& a.c.& la.a.d.perpendicolare alla.b.c. Dico adonque che el trentuplo di quello che uien fatto dalla,a,d, in la,b,c,è equale a tutte le superficie del dodecedron tolte insieme,perche egli è manifesto il penthagono.a.esser diuisibile in cinque triangoli equali al triangolo,a,b, c,per *c,(per la ottaua del primo.) Conciosia adonque che tutti li dodeci penthagoni del duodecedron siano equali e simili el penthagono.a.sono diuisibili in sessanta triangoli di quali, ciascuno (per la ottaua del primo) è equale al triangolo, a,b,c,& quello che uien fatto dalla, a, d, in la,b,c,(per la quadragesima prima del primo) e doppio al triangolo, a, b, c. Adonque el trentuplo di quello che uien fatto dalla,a, d,in la,b,c,è sessantuplo al triangolo,a,b,c,(cioe sessanta uolte tanto quanto è il triangolo, a,b,c,)perche si come el sempio al sempio cosi è il doppio al doppio. Conciosia adonque che tutte le superficie del dodecedron tolte insieme: siano etiam sessantuple al triangolo, a, b, c,(cioe sessanta uolte tanto quanto è il detto triangolo, a,b,c,) Seguita che el trentuplo di quello che uien fatto dalla,a,d,in la,b,c, sia equale a tutte le superficie del dodecedron tolte insieme, che è il proposito.*



Theorema.7. Propositione.7.

7 Anchora el quadrato che è trentuplo del rettangolo che è contenuto sotto della perpendicolare dutta dal centro del cerchio al lato del triangolo della figura del uinti base a quello inscritto, & sotto del lato di quel triangolo, e equale a tutte le superficie della figura del uinti base tolte insieme.



Sia anchora in questo loco el triangolo.e. una delle uinti base della figura del ycocedrō, & uno de suoi lati sia la.f.g. Et a quello (per la quinta del.4.) sia circonscritto un cerchio sopra el centro.e.& siano protratte le linee,e.f.e.g,& la.e.h.perpendicolare alla.f.g. Dico adonque che el trentuplo di quello che uien fatto dalla e.h.in la.f.g. è equale a tutte le superficie del ycocedrō tolte insieme, cioe che tutte le superficie del ycocedron tolte insieme sono trenta uolte tanto quanto è lo rettāgolo contenuto sotto della,e,h,& della.f.g.perche è manifesto el triangolo,e, esser diuisibile in tre triangoli cadauno di quelli (per la ottaua & quarta del primo) è equale al triangolo,e,f,g. Adonque tutti li uinti triangoli del ycocedron tolti insieme (conciosia che tutti siano equali & simili al triangolo.e.) sono si come del sessantuplo del triangolo.e.f.g. Et perche (per la quadragesima prima del primo) quello che uien fatto della.e.h.in la.f.g.è doppio al triangolo,e.f.g. E pero el trentuplo di questo è equale al sessantuplo di quello. Seguita che il trentuplo di quello che uiē fatto della,e,h,in la,f.g,sia equale a tutte le superficie del ycocedron tolte insieme laqual cosa era da dimostrare.

Correlario.

Adonque è manifesto che la proportione delle superficie della figura del dodeci base (contenute in qualche sphera) alle superficie della figura de uinti base concluse in la medesima sphera, e si come quella del rettangolo contenuto sotto del lato d'un penthagono di essa figura de dodeci base: & sotto della perpendicolare dutta dal centro del suo cerchio al lato di esso penthagono. Al rettangolo contenuto sotto del lato d'un triangolo di essa figura di uinti base, & della perpendicolare dutta dal cẽtro del suo cerchio al lato di quel triãgolo dil corpo di uinti base.

Egli e manifesto esser il uero quello che se conclude per el correlario, siano la figura del.12.base & la figura del.20.base circonscrittibile da una medesima sphera come se propone ouer se saranno etiam circonscrittibile da diuerse sphere. Ma el se propone come queste figure siano circonscrittibile da una medesima sphera perche questo modo uale & è sufficiente al proposito adonque la communa uerità di quello cosi se manifesta perche (per la.6. di questo) è manifesto che el trentuplo di quello che uien fatto dalla, a, d, in la, b, c, è equale a tutte le superficie del dodecedron tolte insieme, del quale el penthagono, a, e una de le sue.12.superficie, & (per questa.7.) similmente è manifesto che il trentuplo di quello che uien fatto dalla, e, h, in la, f, g, è equale a tutte le superficie del ycocedron tolte insieme dil quale el triangolo, e, è una delle sue.20.base o sia che quel dodecedron & questo ycocedron una medesima sphera li circonscriua, ouer diuerse. Adonque la proportione del trentuplo della, a, d, in la, b, c, a tutte le superficie di quel dodecedron tolte insieme e si come quella del trentuplo della, e, h, in la, f, g, a tutte le superficie del ycocedron tolte insieme perche l'una & l'altra proportione de equalità: per laqual cosa premutatamente el trentuplo della, a, d, in la, b, c, al trentuplo della, e, h, in la, f, g, e si come tutte le superficie di quel dodecedron a tutte le superficie di questo ycocedrõ: & (per la.15.del.5.) del trentuplo al trentuplo, e si come del sempio al sempio adõque e manifesto (per la.11.del.5.) che la proportiõ di tutte le superficie di quel dodecedron a tutte le superficie di questo ycocedron è come quella di quello che uiẽ fatto dalla, a, d, in la, b, c, a quello uien fatto dalla, e, h, in la, f, g. Et questo è quello che propone el correlario.

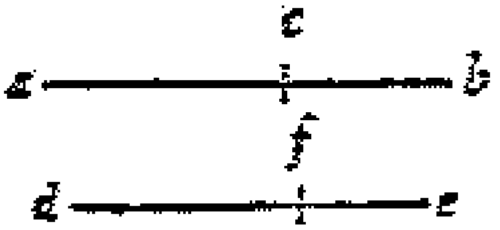
Theorema.8. Propositione.8.

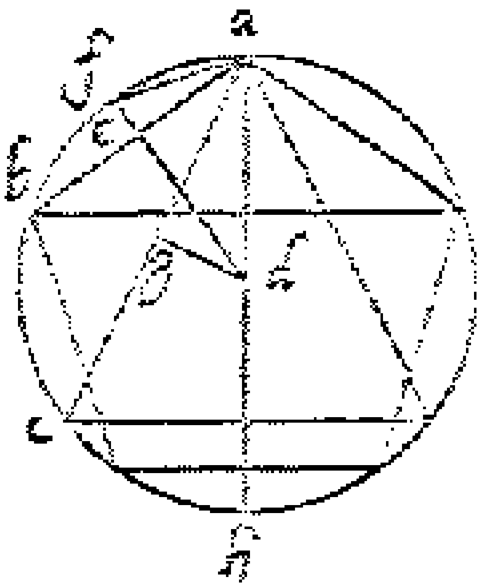
8 La proportione de tutte le superficie del corpo de dodeci base tolte
o insieme, a tutte le superficie del corpo de uinti base tolte insieme (che siano da una medesima sphera circonscritti) e si come la proportione del lato del cubo (che circonscriue la medesima sphera) al lato del triangolo di quel medesimo corpo di uinti base.

Accio che ogni dubitatione si parta dal processo della demonstratione di questa.8.del.14.bisogna primamente saper q̃sto. Che se alcuna linea sarà diuisa secõdo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, e dalla mità di quella sia detratto tãto quanto è la mità della sua maggior parte anchora q̃lla medesima mità sarà di

essa

uisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, & la sua maggior parte e si come la mita della parte maggiore della sua doppia, uerbi gratia. Sia la. a. b. diuisa secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi estremi in ponto. c. & la maggior parte di quella sia la. a. c. & sia la. d. e. si come la mita della. a. b. & la. d. f. si come la mita della. a. c. Dico adonque che la. d. e. è diuisa in ponto. f. secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi & la maggior parte di quella è la, d, f. Perche (per la. 15. del. 5.) è manifesto che la proportione della. a. b. alla. a. c. è si come della. d. e. alla. d. f. (cioe el doppio al doppio: e si come el sempio al sempio.) Per laqual cosa premutatamente della. a. b. alla. d. e. e si come della. a. c. alla. d. f. adonque (per la. 19. del quinto) della, c, b, alla, f, e, è si come della. a. b. alla. d. e. adonque la. c. b. è doppia alla. f. e. perche cosi è la, a, b, alla. d. e. Concioſia adonque che tutta la. a. b. sia doppia a tutta la. d. e. e cosi ciascuna delle parti della. a. b. a ciascuna delle parti della. d. e. ciascuna alla sua relatiua. Per laqual cosa (per la. 15. del quinto: & per la. 11. del medesimo, & per la diffinitione della linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi.) La linea, d, e, sarà diuisa in ponto. f. si come se propone. Adonque al presente soluemo alla demonstratione di quello che fu proposto allo essempio del quale sia lo cerchio. a. b. c. (el centro del quale sia. d.) circonscribente un penthagono del dodecedron & un triangolo de ycocedron. li quali una medesima sphera li circonscriua & concluda equalmēte ambidui.

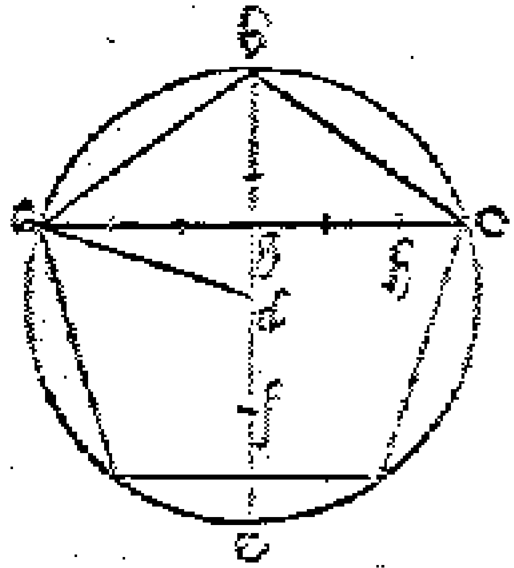




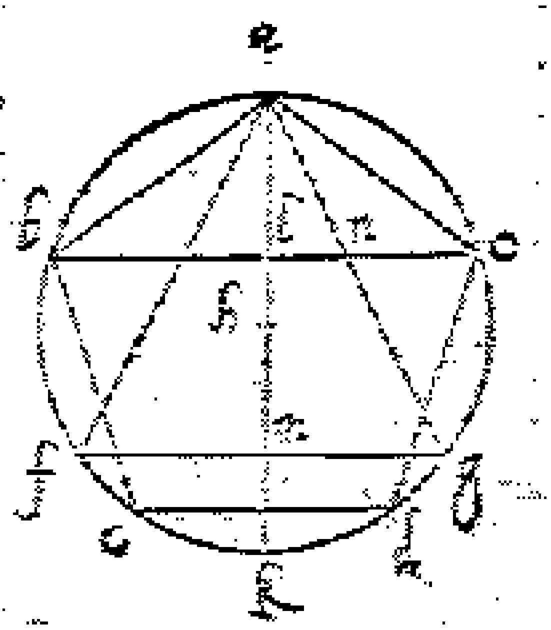
Perche (per la. 5. di questo) è manifesto che il medesimo cerchio circonscriue questo penthagono: & quel triangolo, & sia la linea. a. b. lato del penthagono et la linea. a. c. del triangolo, & sia la linea, h, si come el lato del cubo circonscritto dalla medesima sphera. Dico adonque che la proportione de tutte le superficie del dodecedron tolte insieme a tutte le superficie del ycocedron tolte insieme: è si come la linea. h. alla linea, a, c, perche essendo produtta dal centro. d. una perpendicolare alla, a, b, laqual transisca per fin a alla circonferentia segando la, a, b, in ponto, e, & l'arco di quella in ponto. f. Et è manifesto questa perpendicolare diuidere in due parti equale sia la linea. a. b. come l'arco di quella, la corda. a. b. (per la. 2. parte della terza del terzo) & l'arco di quella (per la quarta del primo, & per la. 27. del terzo.) adōque l'arco. f. a. e la decima parte della circonferentia. Sia adonque fatto a quello tirata la corda. a. f. laquale sarà el lato del decagono equilatero di quel medesimo cerchio. adōque (per la. 9. del. 13.) è manifesto che la linea composta dalla. d. f. & . f. a. sarà diuisa secondo la proportione hauente il mezzo et duoi estremi & la maggior parte di quella sarà la linea. d. f. (Et per la prima di questo) la. d. e. è equale alla mita della. d. f. & alla mita della. f, a. congionte direttamente in longo. Sia adōque la. d. g. perpendicolare alla. a. c. (& per el correlario della ottaua del. 13.)

la. g. d.

la.g.d. sarà si come la mità della.d.f. Adonque se della linea.d.e.(laquale è si come la mità della.d.f.a. (quando che la.d.f. & .f.a. sia una linea.) Sia detratto una equale alla,d.g, (laquale è si come la mita della,d.f.) La linea,d,e,(per quello che fu approuado auanti questa) sarà diuisa secondo la proportione hauente il mezzo, & duoi estremi, & la maggior parte sarà si come la,g,d. Et(per la demostratione della.17.del terzodecimo) è manifesto che se la linea,b,(che è lato del cubo)sia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi la maggior parte di quella sarà si come la, a, b, che è lo lato del penthagono della figura de dodeci baxe. Adonque(per la seconda di questo) la proportione della, b, alla, a, b, è si come della, d,e, alla,g,d,per laqual cosa(per la prima parte della decima sesta del sesto) quello che perviene dalla, b,in la,g,d, è equale a quello che vien fatto dalla,a,b,in la,d,e.Et(per el correlario della precedente)è manifesto che la proportione de tutte le superficie del dodecedro(del quale el lato è la,a,b,) tolte insieme,a tutte le superficie del ycocedro(del quale el lato e la,a,c,)tolte insieme,e si come di quello che vien fatto dalla,a,b,in la,d,e,a quello che vien fatto dalla a,c,in la,g,d. Adonque (per la prima parte della settima del quinto, & undecima del medesimo) la proportione di quello che perviene dalla, b,in la,g,d,a quello che perviene dalla,a,c,in la,g, d, e si come de tutte le superficie di quel dodecedron a tutte quelle di questo ycocedro. Ma di quello che perviene dalla, b,in la,g,d,a quello che perviene dalla,a,c,in la,g, d, (per la prima del sesto) e si come della,b,alla,a,c. Adonque(per la.11.del.5.)la proportione di tutte le superficie di quel dodecedro a tutte quelle di questo ycocedron e si come della, b,alla,a,c,che è il proposito. Questo medesimo poteremo prouar altramente: se auanti quello poneremo un antecedente necessario el qual è questo.



Se in qualunque cerchio sarà inscritto un penthagono equilatero lo rettangolo che è contenuto sotto il dodrante del diametro di quel cerchio & sotto dextante di quella linea che tēde sotto al angolo di quel penthagono de necessità el bisogna essere equale al medesimo penthagono.

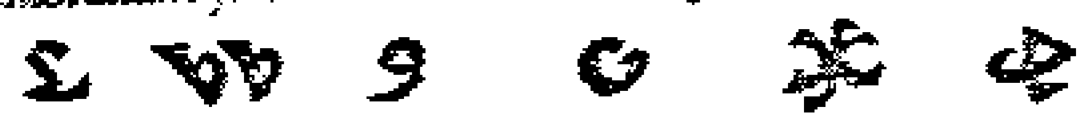


Li nostri maggiori con lo intelletto & con la ragione diuiderono cadauno integro in dodeci parti equali e tutte quelle parti insieme(cioe quel tutto)lo chiamorno. Asse & le undice di quelle parti gli dissero de unce, Et le diece,dextante:le noue dodrante e le otto bisse & le sette, septance ouer septante ouer quincunce et le sei semis, & le cinque quincunce & le quatro triente:& le tre,quadrante:& le due sextante,& la una, adimandorno oncia, & quelle piu uolte sono sta trouate in li antiqui libri designate per l'ordine de tal figure.

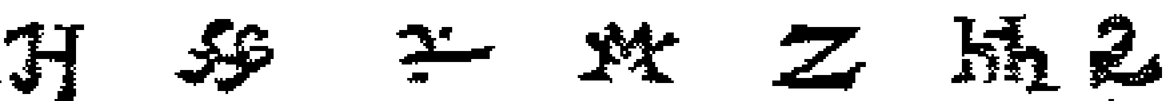
As Deunce Dextante Dodrante Besse Septunce

Semis. Quincunce. Triente. Quadrante. Sextante. Vncia.

Anchora la onza laqual haueno detto douer esser la 12. parte del AS. la diuiderno in altre 12. frationi, ma per una altra uia, perche la mita della onza gli dissi sono. Semioncia. La terza parte duella, la quarta sicilico, la sesta sextula, la ottaua dragma, la duodecima emissela, la. 18. tremisse, la 24. scrupulo, la 48. obolo, la 72. bissiliqua, la 96. cerates, la ultima ch' è la. 144. parte di essa oncia chiamorno siliqua, Et a queste 12. frattioni della oncia li posteriori, gli hanno aggionto el calco & lo carco e la. 292. parte della oncia, del qual aggiongimento ne fu causa accio che el diatesseron & el diapente delle simphonie di toni & semitoni distinti per internali di queste frattioni, la denominatione ascendesse ouer se estendesse per fina al minimo estremo: & tutte quelle frattioni li annotauano secondo l'ordine de tal figure.



Semiuncia. Duella. Sicilico. Dragma. Emissella.



Tremisse. Scrupulo. Obolo. Bissiliqua. Cerates. Siliqua. Calco.

Adonque el senso di quello che è detto è questo che se in alcun cerchio sia inscritto un penthagono equilatero, quello che uien fatto delli tre quarti del diametro del cerchio in li cinque sesti della linea che sotto tende a uno delli angoli del penthagono inscritto è equale al penthagono uerbi gratia sia el cerchio, a, b, c, sopra el centro, d, & a quello (per la. 11. del. 4.) sia inscritto un penthagono equilatero del quale li dui lati contenenti uno di soi angoli sian la a, b, & b, c, & al angolo, b, sia sotto tesa la linea, a, c, & sia tirado lo diametro, b, d, e, el qual seghi la linea, a, c, in due parti equali in ponto, g, & sia la, d, f, la mità della, d, e, & la, g, h, doppia alla, h, c, & la, b, f, sarà el dodrante del diametro: perche è li tre quarti di quello, & la, a, b, sarà el dextante della, a, c, perche quella e li cinque sesti di quella & sia tirata la linea, a, d, Dico che quello che peruiene dal la, b, f, in la, a, b, è equale al penthagono inscritto in el cerchio (perche conciosia che la, a, g, sia perpendicolare alla, b, d, (per la quadragesima prima del primo) quello che peruiene dalla, b, d, in la, a, g, sarà doppio al triangolo, a, b, d, E pero quello che peruiene dalla, b, f, in la, a, g, sarà treppio al medesimo triangolo, & quello che peruiene dalla, b, f, in la, b, g, sarà doppio, & dalla, b, f, in tutta la, a, b, sarà quintuplo. Conciosia adonque, che tutto el penthagono sia quintupio al medesimo triangolo. Eglie manifesto che quello che uien fatto della, b, f, in la, a, b, è equale al penthagono, Et questo era da dimostrare. Hor demostramo quello che fu proposto dal principio per un'altra uia si come fu promesso. Sia adonque in el cercho o, del quale el centro sia, h, inscritto uno penthagono della figura de dodeci base & un trian-

triangolo della figura de uinti base liquali una medesima sphera li circonscriue. Et (per la quinta di questo) è manifesto che el penthagono di questo dodecedron & lo triangolo di quello ycocedron, sono circondutti dal medesimo cerchio, & sia lo penthagono, a, b, c, d, e. & lo triangolo, a, f, g, & lo angolo, a, del penthagono sia settore sa la linea, b, e, laquale (per la demonstratione della decima settima del terzodecimo) sarà el lato del cubo : che circonclude la medesima sphera. Adonque sia tratto lo diametro, a, b, k, elqual sega orthogonalmente, & in due parti equali l'una & l'altra delle due linee, b, e, & f, g. l'una in ponto. l. & l'altra in ponto m. Dico adonque che la proportione de tutte le superficie del dodecedron a tutte quelle del ycocedron (delli quali el penthagono, & triangolo sian descritti in el medesimo cerchio) è si come della linea. b. e. (che è lato del cubo circonclaso dalla medesima sphera, alla linea, f, g, che è lato del triangolo del ycocedro.) Perche (per el correlario della. 8. del. 13.) è manifesto, che la linea, b, m, è la mità della linea, a, h, E pero la linea. a. m. sarà el dodrante del diametro, a, k. (perche la è li tre quarti di quello.) Sia adonque la. l. n. doppia alla. n. e. et la. b. n. sarà lo dextante della. b. e. perche la è li cinque sesti di quella. Adonque (per lo premesso antecedente) quello che perviene dalla, a, m, in la, b, n, sarà equale al penthagono. a. b. c. d. e. & quello che perviene dalla, a, m, in la, m, f, è equale al triangolo. a. f. g. Adonque (per la prima del sesto) la proportione del penthagono al triangolo, e si come la, b, n, alla, m, f, per laqual cosa el quincuplo di quel penthagono al uigintuplo di questo triangolo è si come el dodecuplo della linea, b, n. al uigintuplo della linea, m, f, laqual cosa è manifesta (per la. 15. propositione del quinto libro) & per la equa proportionalità) & lo dodecuplo della, b, n, è si come el decuplo della, b, e, perche dodeci dextanti se equaliano a diece assi (cioe diece tutti) & lo uigintuplo della, m, f, è si come el decuplo della, f, g, perche la, f, g, è doppia alla. m. f. Adonque el dodecuplo de questo penthagono, al uigintuplo di questo triangolo e si come el decuplo della, b, e, al decuplo della. f. g. Et perche el dodecuplo di quel penthagono, e tutte le superficie del dodecedron. Et lo uigintuplo di questo triangolo e tutte le superficie del ycocedron. Et perche (per la. 15. propositione del quinto) el decuplo della, b, e, al decuplo della, f, g, è si come la, b, e, simplice alla, f, g, simplice, (per la undecima propositione del quinto libro) la proportione de tutte le superficie del dodecedron (tolte insieme) a tutte le superficie del ycocedron (tolte insieme) sarà si come della, b, e, alla. f. g. & questo è quello che bisognaua dimostrare.

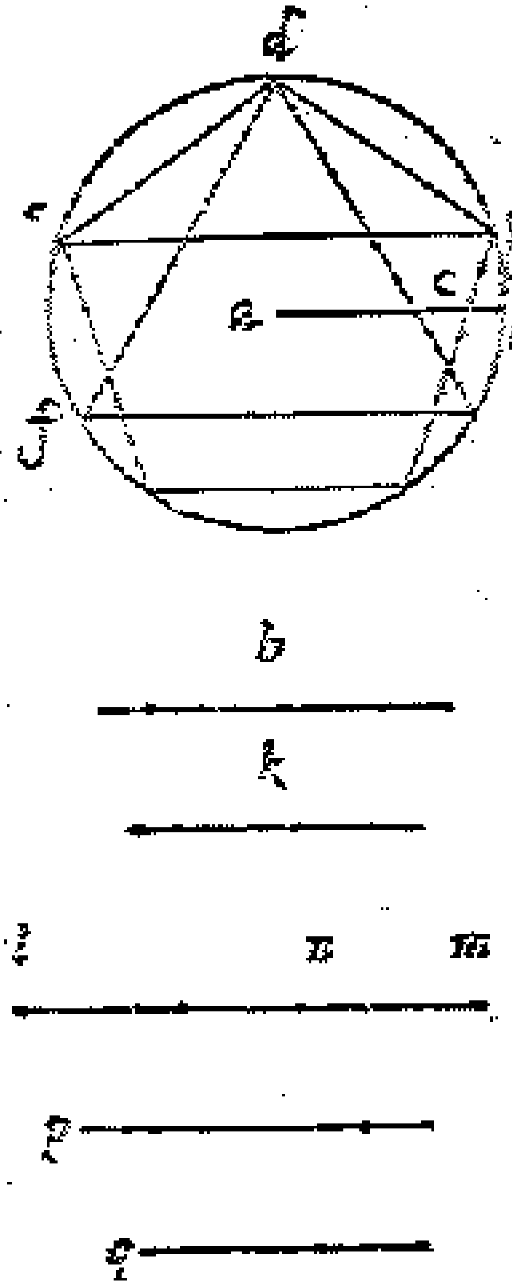
Theorema. 9. Propositione. 9.

9 Qualunque linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e
0 duoi istremi, La proportione della linea potente sopra a tutta la linea & alla maggior parte di quella, alla linea potente sopra la tutta & la minor parte di quella, sarà si come la proportione del lato del cubo al lato del triangolo del corpo de uinti base contenuto in la medesima sphera con quello.

Sia la linea, a, b, diuisa secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estre-

 mi

mi & la maggior parte di quella sia la linea. a. c. & sopra il centro. a. secondo la quantità della linea. a. b. sia descritto il cerchio. d. b. e. & a quello sia inscritto (per la undecima del quarto) uno penthagono equilatero del quale la, d, e, sia un lato et (per la seconda del medesimo) gli sia etiam iscritto uno triangolo equilatero del quale la, d, f, sia uno lato: & a uno delli angoli del penthagono (qual sia. d.) sia sotto tesa la linea. e. g. Adonque (per la quinta di questo) è manifesto che la sphera che circonscriue el dodecedron de quel penthagono, del quale un lato e la, d, e, circonscriue insieme lo ycocedron de quel triangolo del quale un lato e la. d. f. Et (per la demonstratione della decima settima del terzo decimo) e manifesto che la medesima sphera circonscriue el cubo del quale la, e, g, è el suo lato, adonque sia tolta la linea. b. potente sopra tutta la, a, b, & la sua maggior parte. a, c, & similmente la. k. potente sopra tutta la, a, b, & la minor parte. b. c. di quella. Dico adonque, che la proportione della, e, g, alla, d, f, (cioe come del lato del cubo, al lato del triangolo del ycocedron contenuto insieme con esso cubo dalla medesima sphera) è si come della, b, alla. k. Perche egli è manifesto (per el correlario della. 15. del quarto) che la. a. b. è si come el lato del



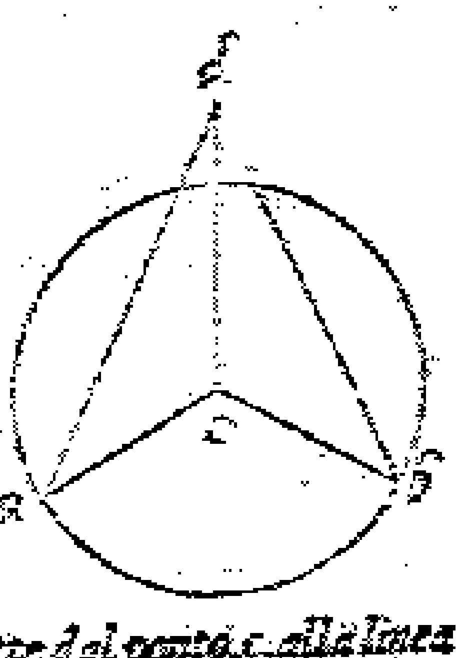
essagono equilatero inscritto in lo cerchio. b. d. e. Adonque (per la terza di questo) la, a, c, è si come el lato del decagono del medesimo cerchio. Adoque (per la. 10. del terzodecimo) la, d, e, è potente sopra tutta la, a, b, & alla maggior parte, a, c, di quella. per laqual cosa la, d, e, è equal alla, b, perche el quadrato di cadauna di quelle è tanto quanto li quadrati delle due linee. a. b. & . a. c. tolti insieme, & è manifesto per la. 8. del. 13. che la. d. f. è treppia potentialmente alla. a. b. & (per la. 5. del medesimo) è manifesto che la. K. e anchor treppia potentialmente alla. a. c. Adoque (p la. 2. parte della. 22. del sesto) la proportione della, d, f, alla, a, b, è si come quella della. K. alla. a. c. per laqual cosa permutatamente della, d, f, alla, K, è si come della, a, b, alla, a, c, & perche (per la demõstratione della. 17. del. 13.) è manifesto che se la, e, g, sia diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi la maggior parte di quella sarà si come la, d, e, (per la. 2. parte di questo) la proportione della, e, g, alla, d, e, sarà si come della, a. b, alla. a. c. Per laqual cosa (per la. 11. del. 5.) sarà anchora della, e, g, alla, d, e, si come della, d, f, alla, k, & permutatamente della, e, g, alla, d, f, si come della, d, e, alla, k, & perche (per la prima parte della. 7. del quinto) della, d, e, alla, k, sarà si come della, b, alla, K, (impero che la, d, e, & la, b, sono equale (per la. 11. del. 5.) della, e, g, alla, d, f. sarà si come della, b, alla, k, che è il proposito. & non solamente la proportione della, e, g, (lato del cubo) alla, d, f, (lato del triangolo del ycocedron) è si come della, b, alla, K, anzi è simplicemente si

come

come di qualunque due linee (de l'una a l'altra) de lequale l'una possi sopra tutta qualunque linea diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi: & sopra la maggior parte di quella, & l'altra sopra la tutta, & la minor parte di quella. Perche de tal linee a una per una e una medesima proportione. uerbi gratia stante li medesimi presuppositi circa alle linee, a, b, h, & k, & sia tolta anchora qualunque altra linea (laqual sia l.m.) diuisa secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi in ponto, n, & la maggior parte sia la l.n. Et sia la.p. potente sopra tutta la, l, m. & sopra la l.n. maggior parte di quelli & la linea.q. sia potente sopra tutta la l.m. & sopra la.m.n. minor parte di quella. Dico adonque che la proportione della.p. alla.q è si come della, h, alla, k, perche (per la seconda di questo libro) è manifesto che della, b, a, alla, a, c, è si come della l.m. alla l.n. adonque (per la prima parte della uigesima secōda del sesto) del quadrato della, b, a, al quadrato della, a, c, è si come del quadrato della, m, l, al quadrato della n. l. per la qual cosa congiontamente del quadrato della.h. al quadrato della. a.c. e si come del quadrato della.p. al quadrato della.l.n. Et premutatamente del quadrato della, h, al quadrato della.p. è si come del quadrato, a, c, al quadrato della, l, n, (per lo medesimo genere de argumentatione) seguita che la proportione del quadrato della k. al quadrato della, q, è si come del quadrato della, c, b, al quadrato della, n, m, & perche (per la seconda di questo, & per la prima parte della uigesima seconda del sesto) lo quadrato della, a, c, al quadrato della, l, n, è si come lo quadrato della, c, b, al quadrato della, m, n, (per la 11 del 5.) lo quadrato della h, al quadrato della, p, è si come el quadrato della.k. al quadrato della, q, per laqual cosa (per la seconda parte della 22. del sesto della.h. alla.p. è si come della, k. alla, q. Et premutatamente della, h, alla, k, si come della.p. alla.q. laqual cosa era da dimostrare.

Hora, accio che alcun loco de dubitatione non ci offuschi in quelle cose che restano da dimostrare, hauemo imaginado di mandar auanti al presente, alcune propositioni, per lequale le cose seguente rimaneranno ferme & stabile per dimostrationi.

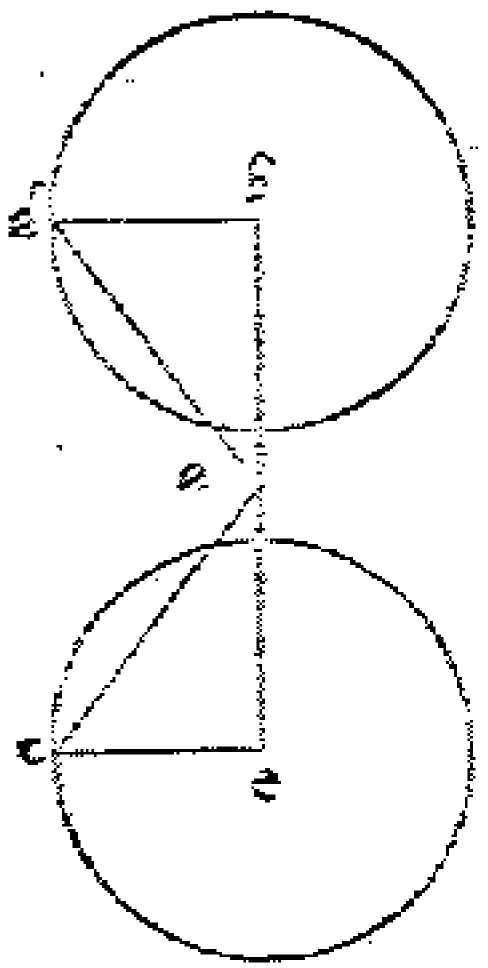
Se alcuna superficie piana, segharà qual si uoglia sphera, la commune settione della superficie piana che segha, & della superficie curua della sphera sarà una circonferentia laquale contenerà un cerchio.



Sia adonque alcuna superficie piana che seghi una sphera, & sia la linea curua. a. b. la commune settione della superficie segante, & della superficie della sphera. Dico che la linea.a.b. è circonferentia d'un cerchio, perche ouer che il centro della sphera è in la superficie piana che sega ouer che egliè fora di detta superficie. Ma sel sarà in quella, sia posto doue si uoglia, & sia el ponto.c. perche adunque tutta la linea, a, b, è in la superficie della sphera, & perche tutte le linee dutte dal cētro della sphera alla circonferentia di quella, sono equale (si come è manifesto per la diffinitione della sphera seguita che tutte le linee dutte dal ponto.c. alla linea a,b, siano equale. Adonque (per la diffinitione del cerchio) la superficie che contiene la linea, a, b, è un cerchio, & il centro di quello è il ponto, c, cioe quel medesimo che è centro della sphera, Ma sel centro della sphera sarà fuora della superficie segante, adonque sia posto che sia el ponto, d, (sia doue si voglia) dal quale (secondo la dottrina della vndecima del 11.) sia dutta la linea, d, c, perpendicolare alla superficie segante, & dal medesimo centro, d, siano protratte due linee rette (caschino come si voglia) alla linea, a, b, lequale siano, d, a, & , d, b, & sia congionto, c, con, a, et cō, b, & le due linee, d, a, & , d, b, saranno equale, impero che quelle vengono dal centro della sphera alla superficie di quella; Et (per la diffinitione delle linee perpendicolare a una superficie) è manifesto che li angoli, d, c, a, & , d, c, b, sono retti, E però (per la penultima del primo & (per questa commune scientia, quelle cose che sono equale a cose equale fra loro sono equale.) Li quadrati delle due linee, c, d, & , c, a, tolti insieme saranno equali alli quadrati delle due linee, d, c, & , c, b, tolti insieme: adonque leuado uia da l'una banda & da l'altra lo quadrato della, d, c, lo quadrato della, c, a, sarà equale al quadrato della c.b. Per laqual cosa etiam la linea, c, a, sarà equal alla linea, c, b, per lo medesimo genere de argumentatione è necessario che tutte le linee dutte dal ponto, c, alla linea, a, b, esser equale. Adōque (per la diffinitione del cerchio) la superficie che contiene la linea, a, b, è un cerchio & il centro di quello è il ponto, c, che è il proposito.

Correlario.

Adonque da questo è manifesto che quando una superficie sega una sphera sopra il centro di quella. Lo settore che peruiene in la superficie della sphera e una linea continente un cerchio, el centro della quale è centro della sphera. Et quando una superficie sega una sphera, non sopra il centro di quella anchora lo settore che peruiene in la superficie della sphera e una linea continente un cerchio el centro del quale, e quel ponto in el quale taglia la perpendicolare dutta dal centro della sphera alla superficie segante, & piu dico che se in alcuna sphera saranno cerchij equali le perpendicolare dutte dal centro della sphera alla superficie di quelli cerchij saranno fra loro equale.



Sia in la sphera (della quale el centro, e, a. Signati li dui cerchij, b, & , c, equali alla superficie di quali siano protratte le perpendicolar dal centro della sphera cioe dal pōto, a, (si come insegna la 11 del 11.) da l'uno sia la linea a b a l'altro la linea, a, c. Dico che le due linee, a, b, & , a, c, sono equale perche se siano protratte dalli ponti. b, & , c, alla circonferentia de quelli due linee rette delle quale l'una sia, b, d, & l'altra, c, e, & sia gionto, a, con, d, & con, e. E (per la diffini-

diffinitione della linea che stia perpendicolarmente sopra una superficie) l'uno & l'altro di duoi angoli, a, b, d, & a, c, e, è retto, & (per la seconda parte del precedente corelario) è manifesto che li duoi ponti. b. & c. sono centri di duoi cerchij b. & c. E però le due linee. b. d. & c. e. sono li semidiametri di quegli, iquali cerchij (quando che sian posti equali.) Seguita (per la diffinitione di cerchij equali) quelli semidiametri esser equali, & perche le due linee. a. d. & a. e. sono equale (perche sono dutte dal centro della sphera alla superficie di quella) le due perpendiculare, a, b, & a, c. saranno equale (per la penultima del primo) laqual cosa bisognaua dimostrare adonque al presente ritorniamo al proposito.

Theorema. 10. Propositione. 10.

La proportione del corpo del dodecedron, al corpo del icocedron, (liquali ambidui siano inclusi in una medesima sphera) è si come de tutte le superficie di quello tolte insieme a tutte le superficie di quello tolte insieme.

Questo è quello che di sopra commemorassemo dapoi la demostratione della ottaua di questo, per auttorità di Aristeo, & de Apollonio la demonstratione della quale si fa assai euidentemente dalle cose che sono poste di sopra: Perche (per la. 5. di questo) è manifesto che li cerchij di quali l'uno circonscriue un penthagono del dodecedron, & l'altro lo triangolo del ycocedron (che una medesima sphera circonscriua ambidui li detti corpi) sono fra loro equali. Adonque le perpendicolare dutte dal centro della sphera alle superficie de tutti li cerchij che circonscriuano li penthagoni di questo dodecedron, & li triangoli di quello ycocedron cadente in li centri de quelli saranno fra loro equale, si come dalle cose premesse è manifesto. Perche tanti questi cerchij (come testifica la quinta propositione di questo (come è detto) sono fra loro equali. Adonque le pyramide delle quale le base sono li penthagoni del dodecedron: & li coni di quelli sono el centro della sphera. & le pyramide (delle quale le base sono li triangoli del ycocedron: & li coni di quelle sono similmente el centro della sphera) sono equalmente alte: perche le perpendiculari che cascano dalli coni alle base: misurano over determinano la altezza de tutte le pyramide. & le pyramide equalmente alte è necessario esser proportionale alle sue base (si come in la sesta del duodecimo è stato prouado). Adonque la proportione della pyramide della quale la basa è un penthagono del dodecedron, alla pyramide della quale la basa è uno di triangoli del ycocedron, è si come del penthagono al triangolo. E però (per la uigesimaquarta propositione del quinto libro) la proportione del dodecuplo di quella pyramide, della quale la basa è uno di penthagoni del dodecedron: alla pyramide della quale la basa è uno di triangoli del ycocedro, è si come del dodecuplo di quel penthagono a quello triangolo, & queste dodeci pyramide delle quale le base sono li dodeci penthagoni del dodecedron sono tanto quanto tutto el corpo di esso dodecedron. Et li duodeci penthagoni tanto quanto tutte le superficie di quello. Adonque la proportione del corpo del dodecedron

decedron alla pyramide della quale la basa è un triangolo del ycocedron: e si come la proportione di tutte le superficie del dodecedron al triangolo del ycocedron. Per la qual cosa (un'altra volta per la vigesimaquarta propositione del quinto libro) la proportione del corpo del dodecedron al vintuplo di quella pyramide della quale la basa è un triangolo del ycocedron, e si come de tutte le superficie del dodecedron al vintuplo del triangolo del ycocedron. Concisia adonque che el vintuplo di questa pyramide, sia tanto quanto tutto el corpo del ycocedron, & il vintuplo di questo triangolo si come tutte le superficie di quel ycocedron. La proportione del corpo del dodecedron, al corpo del ycocedron, liquali circonclude una medesima sphera) sarà si come la proportione di tutte le superficie del corpo del dodecedron tolte insieme a tutte le superficie del corpo del ycocedron tolte insieme, Et questo è la fissa sententia & la ferma e solida demonstratione di predetti philosophi della proportione di questi duoi corpi. Alla quale anchora egli è da esser aggionto questo. Et conciosia che la proportione del lato del cubo al lato del triangolo del corpo del ycocedron (quando che insieme siano circonclusi da una medesima sphera) sia si come la proportione de tutte le superficie del corpo del dodecedron tolti insieme a tutte le superficie di quel ycocedron inclusi in la medesima sphera (si come fu dimostrato in la ottava propositione di questo) la proportione del corpo del dodecedron al corpo del ycocedro (che una medesima sphera circonvolue) sarà (per la undecima propositione del quinto libro) si come la proportione del lato del cubo (inscrittibile a quella medesima sphera) al lato del triangolo di quel ycocedron. Ma piu, perche divisa (qual si voglia linea) secondo la proportione havente il mezzo e duoi stremi. La proportione della linea potente sopra la tutta & la maggior parte di quella, alla linea potente sopra la tutta & la minor parte di quella, e si come del lato del cubo inscritto in alcuna sphera: al lato del triangolo del corpo del ycocedron circonscritto dalla medesima sphera, (si come fu dimostrado dalla nona propositione di questo.) Etiam (per la undecima propositione del quinto) sarà che divisa qualunque linea secondo la proportione havente il mezzo e duoi estremi, la proportione della linea potente sopra la tutta & la maggior parte di quella, alla linea potente sopra la tutta & la minor parte di quella, sia si come la proportione del corpo del dodecedron al corpo del ycocedron, liquali una medesima sphera li circonscriva ambidui. Adonque dalle cose dette è manifesto, che la proportione del lato del cubo inscritto in alcuna sphera, al lato del triangolo del ycocedron dalla medesima sphera circonscritto. Similmente la proportione de tutte le superficie del dodecedron, a tutte le superficie del ycocedron (liquali siano ambidui circonscritti da una medesima sphera.) Anchora la proportione della linea potente sopra qual si voglia linea divisa secondo la proportione havente il mezzo, & duoi estremi: & sopra la maggior parte di quella: alla linea potente sopra la medesima & sopra la minor parte di quella, & similmente anchora la proportione del corpo del dodecedron al corpo del ycocedron (liquali circonscriva una medesima sphera) e una medesima proportione. Adonque è mirabile la possanza della linea divisa secondo la proportione havente il mezzo e duoi istremi, alla quale con-

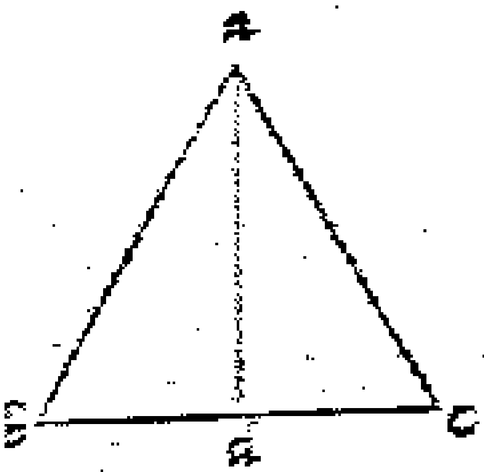
ciosia

cosa che tutta la multitudine de philosophanti conuengano in questo principio degno di admiratione, ouer el principio procede dalla natura inuariabile delli principij superiori, che si diuersi solidi si de grandezza come de numero di base, si etiam de figura, concordi rationabilmente una irrational concordia: certamente eglie stato dimostrato, che la proportione del corpo del dodecedron al corpo ycocedron (che circonscriuea una medesima sphera) è si come la proportione della linea potente sopra qualunque linea diuisa secōdo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi, & sopra la maggior parte di quella, a qualunque linea potente sopra la medesima & la minor parte di quella. Et perche de li altri tre corpi regolari non hauemo detto cosa alcuna. Studiamo di dire qualche cosa de quelli.

Theorema. 11. Propositione. 11.

11 In ogni triangolo equilatero, se da uno di suoi angoli sia condutta una perpendicolare alla basa, el lato del medesimo triangolo conuien esser sesquilatero in potentia a essa perpendicolare.

Sia el triangolo, a, b, c, equilatero, & del angolo, a, sia condutta la linea, a, d, perpendicolare alla basa, b, c. Dico che lo lato a, b, è potentialmente sesquiterzo alla a. d. Perche (per la quinta del primo) li duoi angoli b. & c. sono equali, & perche li angoli che sono al. d. sono retti (per la uigesima sesta del primo) la linea, b, c, e diuisa in due parti equali in ponto. d. Adonque (per la quarta del secondo) lo quadrato della, b, c, è quadruplo al quadrato della, b, d, E pero etiam lo quadrato della. a, b, è quadruplo al quadrato della. b. d. (perche el triangolo è equilatero) per laqualcosa (per la penultima propositione del primo) li quadrati delle due linee. a. d. & . b . d . tolti insieme, sono quadrupli al quadrato della . b . d . Adonque lo quadrato della . a . d . è treppio al quadrato della. b. d. Adonque è manifesto il proposito.



Theorema. 12. Propositione. 12.

13 La superficie de ogni triangolo equilatero, del quale el lato è rationale, se approua esser mediale.

Sia come prima el triangolo. a.b.c. equilatero; & lo lato. a. b. di quello sia rationale ouer in longhezza ouer solamente in potentia. Dico adonque che esso triangolo, e superficie mediale. Perche se sia dutta dal angolo. a la perpendicolare. a. d. alla basa (per la precedente, & per la sesta del decimo: & per la diffinitione della superficie rationale) lo quadrato della linea a. d. sarà rationale & la linea, a, d, sarà rationale in potentia, & quella (per la ultima parte della nona del decimo, mediante la precedente) sarà incommensurabile alla linea. a. b. E pero etiam alla linea.

linea. b.d. (laquale è si come la mità di quella.) Adonque le due linee.a.d.& b. d. sono rationale communicante solamente potentialmente. Adonque (per la uigesimaterza del decimo) la superficie di l'una di quelle in l'altra è mediale, Et concio sia che la superficie di l'una di quelle in l'altra:sia equale al triangolo.a.b.c.egli è manifesto esser il uero quello che hauemo detto.

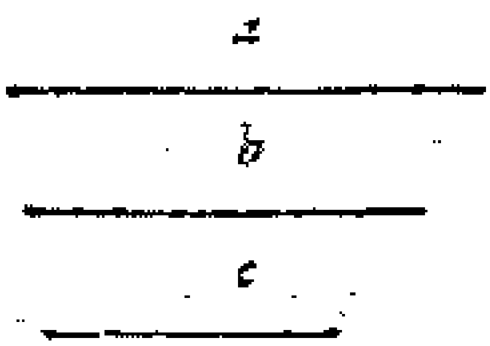
Theorema. 13. Propositione. 13.

13 o Tutte le superficie de qual si uoglia di duoi solidi, diquali l'uno è la piramide di quatro base triangolare & equilatere, & l'altro è il corpo di otto base triangolare, & equilatere: tolte insieme (se il diametro de la sphera che li circonscriue sarà rationale) componeno superficie mediale.

Perche se il diametro della sphera (che circonscriue l'uno di questi duoi corpi proposte) sarà rationale, o in longhezza, o solamente in potentia (per el correlario della decimaterza propositione del terzodecimo libro) el lato della pyramide sarà rationale in potentia: & per el correlario della decima quinta del medesimo) el lato del medesimo corpo de otto base sarà anchora rationale in potentia. Per la qual cosa (per la precedente) li triangoli che sono base del qual corpo si uoglia de questi duoi: saranno superficie mediale, & perche li triangoli di qual si uoglia de quelli, sono fra loro equali, tutte le superficie tolte insieme de qual si uoglia de quelli (per la uigesima quinta del decimo) saranno componente superficie mediale: si come si propone.

Theorema. 14. Propositione. 14.

14 o Se una medesima sphera circonscriue, il tetracedron & lo ottocedron, una delle base del tetracedron sarà sesquitertia a una delle base del ottocedron. Et tutte le base del ottocedron (tolte insieme) a tutte le base del tetracedron (tolte insieme) è necessario hauere proportione sesquialtera.

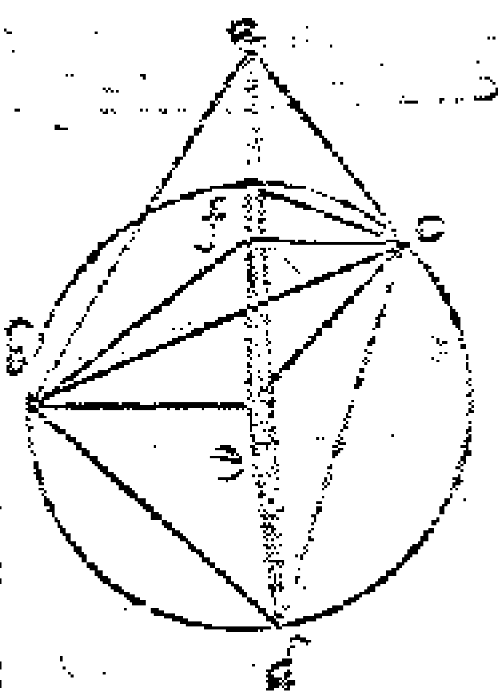


Sia.a.el diametro de alcuna sphera circonscribente la pyramide della quale el lato sia b. & lo ottocedron del quale el lato sia.c. Dico adonque che el triangolo equilatero del quale el lato sia. b. e sesquitertio al triangolo equilatero del quale el lato sia. c. Et che la superficie che componeno, li otto triangoli de cadauno di quali la.c.e lato è sesquialtera alla superficie che componeno li quatro triangoli equilateri de cadauno di quali la.b.e lato. Perche (per el correlario della decima terza propositione del terzodecimo) è manifesto che el quadrato della, a, al quadrato della.b,è si come.6.a.4. Adonque al contrario el quadrato della.b.al quadrato della.a.e si come. 4.a.6. Et (per el correlario della decima quinta del medesimo) è manifesto che el quadrato della.a.al quadrato della.c,e si come.

sesquialtera.6.a.3. Adonque (per la equa proportionalità) el quadrato della.b.al quadrato della,c,è si come.4.a.3. & lo quadrato della,b,al quadrato della,c,è si come el triangolo equilatero (del quale el lato,e,b,) al triangolo equilatero del quale el lato è.c. Perche da l'uno a l'altro è si come la proportione della.b.alla.c.duplicada (per la seconda parte della decima ottaua del sesto.) Adonque lo triangolo equilatero del quale el lato è la,b,al triangolo equilatero del quale el lato e la.c.e si come 4.a.3. Per laqual cosa è manifesto la prima parte del proposito, dalla quale se caua euidentemente la seconda. Perche (per la conuersa proportionalità) lo triangolo equilatero del quale el lato e la,c,al triangolo equilatero del quale el lato e la.b.sarà si come tre a quatro. E pero lo ottuplo del triangolo equilatero del quale el lato la,c, al quadruplo del triangolo equilatero del quale el lato e la.b.è si come lo otuplo del ternario al quadruplo del quaternario cioe si come de.24.a.16. Et perche lo ottuplo del triangolo equilatero del quale el lato e la,c, è tutte le base del ottocedron del quale la,c,è lato, & lo quadruplo del triangolo equilatero del quale la.b.è lato e tutte le base della pyramide della quale la,b,è lato, & perche la proportione de uentiquatro a sedeci e sesquialtera, seguita, che la superficie che compongono tutte le base del ottocedron del quale la,c,è lato alla superficie che compongono tutte le base della pyramide della quale la,b,è lato è sesquialtera si come fu detto in la propositione.

Theorema.15. Propositione.15.

15 Della piramide di quatro base triangolare & equilatere, collocata
a dentro di una sphera, se da uno di suoi angoli sia condutta una linea retta, per el centro della sphera, alla basa, quella è necessario cascare in el centro del cerchio che circonscriue la basa, & stare perpendicolarmente dentro alla medesima basa.



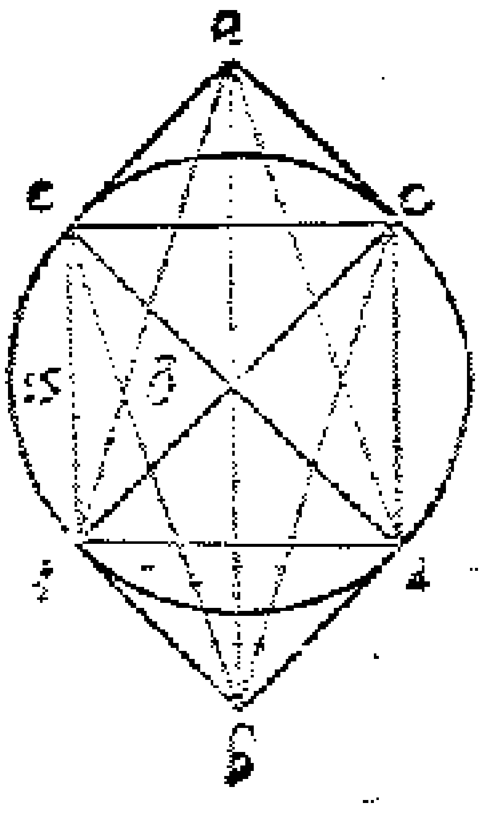
Sia la pyramide,a,b,c,d,di quatro base triangolare & equilatere collocata dentro di una sphera; el centro della quale sia.f. Et conciosia che cadauno di quatro angoli di questa pyramide pol esser cono di quella, & cadauno di quatro triangoli pol esser basa. Al presente imaginemo lo angolo,a,solido di quella esser el cono, & la triangolo.b,c,d,imaginiamo esser la basa. Anchora a questa basa intendamo esserli circonscritto il cerchio.b.c.d. Et da poi dal ponto.a.(el quale hauemo imaginato cono della pyramide) conducemo alla basa.b.c.d.una linea retta, che transisca per el ponto.f.(che è centro della sphera che circonscriue la pyramide della qual disputiamo) e questa linea occorra alla superficie.b.c.d.(laqual hauemo imaginata basa della pyramide) sopra el ponto.e. Dico adonque che el ponto.e.è centro del cerchio.b.c.d.e che la linea.a.f.e.è perpendicolare alla superficie.b.c.d. E per dimostrar questo produrò le linee.f.b.f.c.f.d.

Et

Et perche li quattro ponti. a. b. c. d. sono in la superficie della sphera (el centro della quale è il ponto. f.) (Per questo che eglie stato posto quella sphera circonscriver questa pyramide) tutte le quattro linee. f. a. f. b. f. c. f. d. Saranno fra loro equale, per che sono dutte dal centro della sphera, alla superficie di quella. Adonque perche li duoi lati. a. f. & f. b. del triangolo. a. f. b. son equali alli duoi lati. a. f. & f. c. del triangolo. a. f. c. & la basa. a. b. alla. a. c. (Perche la pyramide fu posta equilatera) lo angolo. a. f. b. (per la ottaua del primo) sarà equale a l'angolo. a. f. c. E però (per la decimaterria del primo) anchora lo angolo. b. f. e. sarà equale a l'angolo. c. f. E per lo medesimo modo tu approuarai l'angolo. d. f. e. esser equale al angolo. c. f. e. Perche eglie necessario (per la ottaua del primo) che lo angolo. a. f. e. sia equale al angolo a. f. d. per laqual cosa (per la. 13. del primo) anchora l'angolo. c. f. e. sarà equale a lo angolo. d. f. e. Adonque li tre angoli. b. f. e. c. f. e. d. f. e. sono fra loro equali: protratte adonque le linee, e, b, e, c, & , e, d, seguita (per la. 4. del primo tolta due uolte) quelle esser fra loro equale. E però (per la nona del terzo) el ponto, e, è centro del cerchio b. c. d. E perche la perpendicolar dutta dal centro della sphera alla superficie di qualunque cerchio che seghi quella, cade sopra el centro del medesimo cerchio (si come per le cose che sono sta poste di sopra: cioe como intendesti da quelli antecedenti liquali precedeno immediate la decima di questo) se conuenne la linea, a, f, e, esser perpendicolare alla superficie del cerchio. a. b. c. si come se propone, Essendo altramente (per lo auersario) saranno duoi centri del medesimo cerchio laqual cosa la natura si come impossibile nol patisse.

Theorema. 16. Proposizione. 16.

16 El solido de otto base triangolare, & equilatere, elquale, sia circonscritto di alcuna sphera, è diuisibile in due piramide equalmente alte la altezza delle quale è equale al mezzo diametro della sphera. Et la basa di l'una e de l'altra è un quadrato, elquale è subduplo al quadrato del diametro della sphera.



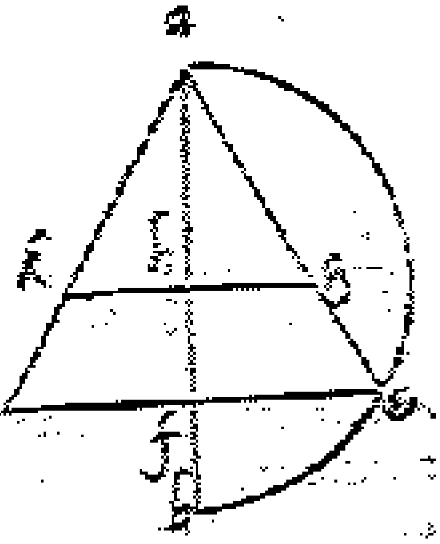
Sia un corpo de otto base triangolare, & equilatere (li sei angoli del quale siano, a, b, c, d, e, f,) circonscritto da una sphera el centro della quale sia el ponto. g. Adonque è manifesto che li sei ponti, a, b, c, d, e, f, sono in la superficie della sphera el centro della quale è il ponto. g. Adonque congiongendo el ponto, g, con caduno di questi sei ponti, le linee congiongente quello saranno fra loro equale, conciosia che quelle siano dutte dal centro della sphera alla superficie: & conciosia che (per el correlario della decimaquinta del terzo decimo) el diametro della sphera sia potentialmente doppio al lato di questo corpo (per la quarta del secondo) el lato di questo corpo sarà potentialmente doppio al se-

midi-

midiametri della sphera. Adonque el quadrato della, c, f, è doppio al quadrato della c. g. E pero è equale alli duoi quadrati delle due linee, c, g, & g, f. Adonque (per la ultima del primo) lo angolo, c, g, f, è retto, per la medesima ragione cadauno delli tre angoli, f, g, d, d, g, e, & e, g, c, è retto, per laqual cosa (per la decima quarta del primo) la, c, g, d, & la, f, g, e, è una linea. Adonque (per la seconda del undecimo) li cinque ponti, e, f, d, c, g, sono in una superficie. & (per la quinta del primo) & trigesima seconda del medesimo) è manifesto cioe cadauno delli quatro angoli, c, e, d, f, e, esser retto, adonque (per la diffinitione del quadrato) la superficie, c, e, d, f, e quadrata. Et perche el lato di quella è il lato del proposto corpo (per el correlario della decima quinta del decimoterzo) questo quadrato è manifesto essere subduplo al quadrato del diametro della sphera, anchora con simil argumentatione è manifesto l'una & l'altra delle due linee, a, g, & g, b, contenere angolo retto con cadauna delle quattro linee, c, g, f, g, d, g, e, g. E pero (per la quarta del undecimo) l'una e l'altra de quelle è manifesto esser perpendicolare alla superficie, c, e, d, f. & ambedue, cioe la a. g. & la g. b. (per la decimaquarta del primo) componere una linea. Adonque el preposto corpo e diviso in la pyramide, a, c, f, d, e, la basa della quale è il quadrato, c, e, d, f, el quale è subduplo al quadrato del diametro della sphera & anchora la altezza e la linea, a. g. laquale è el semidiametro della sphera. Et in la pyramide. b. c. f. d. e. la basa della quale è il predetto quadrato, & la altezza di quella è la linea. g. b. laqual è il semidiametro della sphera e questo è quello che bisognava dimostrare.

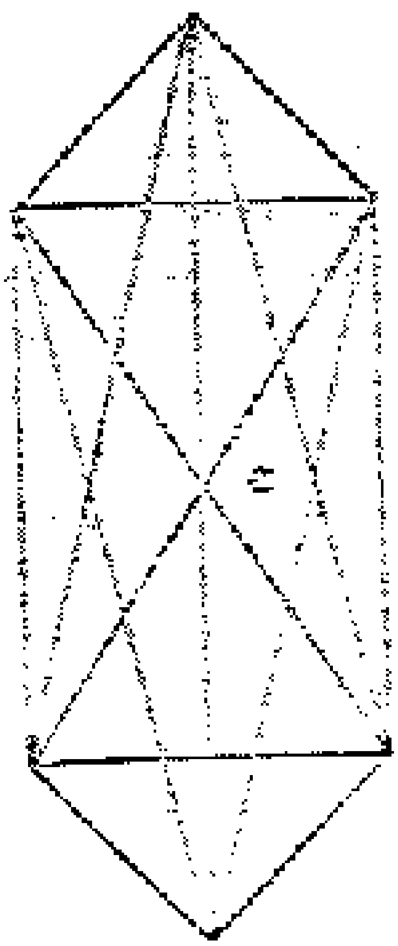
Theorema. 17. Propositione. 17.

17 La piramide di quatro base triangolare, & equilatere circonscritta
o da alcuna sphera. La proportione del rettangolo contenuto sotto la
linea potentialmente subsesquitertia al dodrante del lato di essa pira-
mide, & sotto a una linea contenente il medesimo dodrante &, delle
nove sette parte le cinque del medesimo dodrante al quadrato del dia
metro della sphera, sarà si come del corpo di quella piramide, al corpo
de otto base triangolare, & equilatere, liquali siano circonscritti dalla
medesima sphera.

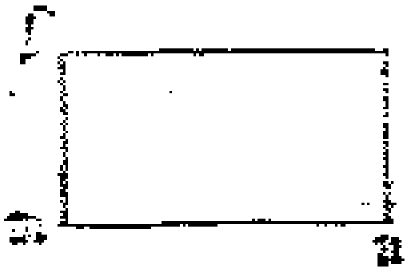


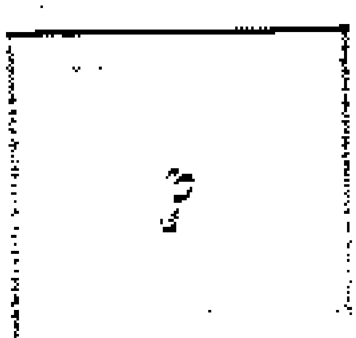
Sia una sphera el diametro della quale sia la. a. b. et el centro, h, laquale circonscriva la pyramide di quatro base triangolare & equilatere. a. c. d. Et lo corpo de otto base triangolare equilatere: el qual sia. e. & sia la linea. l. m. potentialmente subsesquitertia al dodrante della linea, a. c. (che è lato della pyramide) e la linea m. n. contenga il medesimo dodrante & li 5. novisette simil di quello, & sia, p, el quadrato del diametro. a. b. Dico adonque che la proportione della pyramide. a. c. d. al ottocedron. e. è si come della superficie della. m. l. in la. m. n. al quadrato. p.

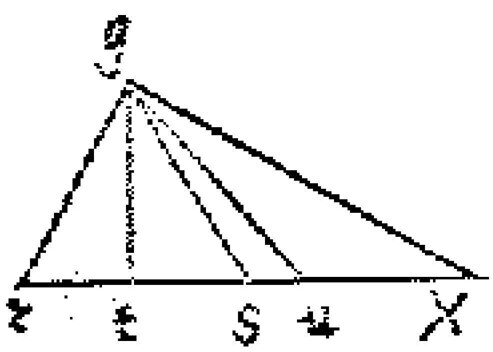
perche se imaginemo l'angolo solido. a. esser cono della pyramide. Et la basa della pyramide (della quale el lato è la. d.c.) segare el diametro della sphera in ponto. f.



Et (per la argumentatione della decimaterza del terzodecimo) sarà manifesto si come la. a.f. è doppia alla. f.b. Et conciosia che anchor la.a.b.sia doppia alla.b,h, (per la.19. del quinto) la.b.f.sarà doppia alla.b.f. Et pero la.a.f.sarà quadrupla alla.f.h. Adonque imaginemo una superficie segante la pyramide.a.c.d.sopra il cētro della sphera equedistantemente alla basa di quella: & sia la linea.g.k.la commune settione di questa superficie, & del triangolo,a,c,d. Et (per la decima settima del undecimo) la proportione della.c,a,alla a.g.sarà si come della,f,a,alla,a,h. Adonque della c,a,alla,a,g, sarà si come da quattro a tre. Perche (per la euersa proportionalità) cosi è della.f.a.alla a. h. Anchora è manifesto, (per la seconda parte della uigesima nona propositione del primo libro,) & per la decima sesta propositione del undecimo) & per la decima propositione del medesimo, & per la prima parte della seconda del sesto & per la diffinitione delle superficie simile: & di corpi simili) che la pyramide,a,g,K,è simile alla piramide,a,c,d. E pero (per la ottaua propositione del duodecimo) la proportione della pyramide,a,c,d,alla pyramide,a,g,K,e si come della c.a.alla.a.g.treplicada per laqual cosa è si come quella de quattro a tre treplicada: & è manifesto (per la seconda propositione del ottauo) che la proportione de quattro a tre treplicada, e si come de sessantaquattro a uintisette. Adonque la proportione della pyramide, a,c,d,alla pyramide,a,g, k,e si come de sessantaquattro a uintisette. Sia adunque fatto el triangolo.q.r.s.equilatero, de una linea equale alla.a,g. (laqual è manifesto esser el dodrāte della linea a,c,) & sia produtta la linea, q,t.perpendicolare alla. r.s. Et (per la undecima propositione di questo libro,) la linea,q,t,sarà potentialmente subsesquiterza alla linea,q,r. E pero (sarà equale alla,f,m. Ancora sia aggionto alla linea,r,s.la linea,s,x, talmente che la proportione della,r,x,alla,r,s,si come de sessantaquattro a uintisette & sia diuisa la.r.x.in due parti equali in ponto,u,acciochè la,r,u,sia trentadoi di quelle parti delle quale la,r,s,e uintisette ouer che la,r,x,ne è sessanta quattro & la.r.u.sarà equale alla.m.n. & sian dutte le linee.q.u. & .q.x. Et (per la prima propositione del sesto) la proportione del triangolo. q.r.x.al triangolo.q. r.s.sarà







r, s, sarà si come de sessanta quattro a uinti sette. Et conciosia che (per la medesima) lo triangolo, q, r, x, sia doppio al triangolo, q, r, x, & (per la 41. propositione del. 1.) quello che uien fatto dalla, q, t, in la. r. u. si è anchora doppio al triangolo, q, r, x, quello che uien fatto dalla. q. t in la. r. u. (& quello è equale alla superficie l. n.) sarà equale al triangolo, q, r, x, Per la qual cosa la proportione della superficie, l, n, al triangolo, q, r, s, è si come sessanta quattro a uinti sette e però si come della pyramide, a, c, d, alla pyramide a. g. k. & è manifesto (per la 15. propositione di esso) che la linea, a, f, e perpendicolare alla basa della pyramide, a, c, d, e però (per la 19. propositione del 11.) la linea, a, b, è etiam perpendicolare alla basa della pyramide, a, g, k, adonque la altezza della pyramide, a, g, k, è el semidiametro della sphera. Adonque sia diuiso lo ottocedron, e, si come propone la precedente. Adonque l una e l'altra delle due pyramide in lequal uiē diuiso esso corpo, e, sarà equalmēte alta alla pyramide. a. g. k. perche la altezza di cadauna è el semidiametro della sphera. Adonque perche tutte le pyramide laterate equalmente alte sono proportionale alle sue base (come in la sesta propositione del 12. fu dimostrado) la proportione della pyramide. a. g. k. a l una e l'altra de quelle in lequale è diuiso lo ottocedron, e, si come della basa di quella alle base di quelle. Per laqual cosa (per la 24. del. 5.) la proportione della pyramide, a, g, k, a tutto lo ottocedro, e, si come della sua basa (laquale è manifesto esser equale al triangolo, q, r, s,) alle base de ambedue la pyramide in lequale è diuiso lo corpo. e tolte insieme, laquale è manifesto esser equale al quadrato del diametro della sphera (per la precedente) cioe el quadrato, p, Adōque perche la proportione della pyramide, a, c, d, alla pyramide, a, g, k, è si come del triangolo ouer del tetragono, l, n, al triangolo, q, r, s, cioe come de sessanta quattro a uinti sette & della pyramide, a, g, k, al ottocedro è si come del triangolo, q, r, s, al quadrato, p, (per la equa proportionalità) la proportione della pyramide, a, c, d, al ottocedro, e, è si come del tetragono, l, n, al quadrato, p, & questo era da dimostrare.

Correlario.

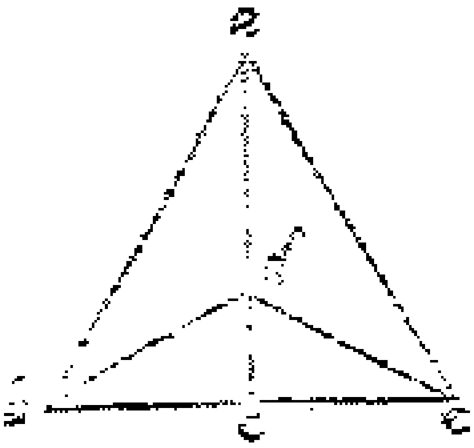
Adonque per le cose poste di sopra è manifesto che la perpendicolare che uien dal centro della sphera, che circonscriue la piramide di quatro base triangolare, e equilatere, a cadauna delle base di essa piramide e equale alla sesta parte del diametro della sphera.

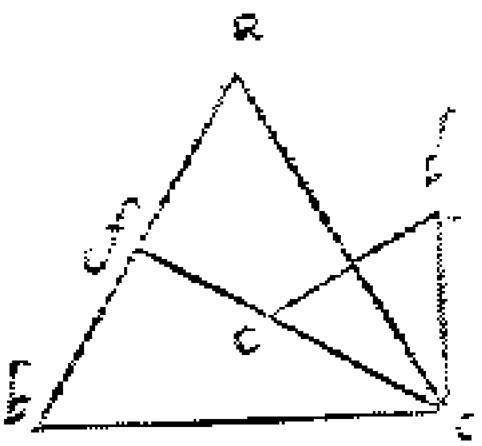
Perche conciosia che tutti li triangoli che circondano la pyramide sieno simili, et equali. Anchora li cerchij che circonscriuono quelli saranno equali. E però le perpēdicolar condutte dal centro della sphera a quelli medesimi cerchij (in li cētri di quelli) saranno etiam equale. E le perpendicolar cadente alli detti cerchij sono perpendicolare alle base della pyramide. Adonque le perpendicolare alle base sono fra loro equale. Ma la linea, b, f, è perpendicolare alla basa della pyramide, a, c, d, laquale, b, f, perche (dalle cose predette) è manifesto esser la sesta parte del diametro. a. b. Adonque rimane esser il uero quello che se conclude per el correlario.

Il

Il medesimo se conviene dimostrare, altramente douendo esser questo anteceden te ben fermato & stabile di ragione.

In ogni triangolo equilatero, la linea che descende da uno delli angoli di quello orthogonalmente sopra la basa, e treppia alla perpendicolare che uien dal centro del cerchio che circonscriue esso triangolo, a cadaun lato di quello.





Hor sia el triangolo, a, b, c, equilatero, & sia. d. el centro del cerchio che'l circonscriue, dal qual siano condutte le linee a cadauno de suoi angoli, lequale è manifesto esser equale, conciosia che quelle siano dal centro alla circonferentia del cerchio, perche li tre ponti. a, b, c, sono in la circonferentia del cerchio che circonscriue esso triangolo, Et sia protratta la. a. d. in continuo e direttamente per fina che la peruenga al lato, b, c, sopra el ponto. e. Adonque (per la ottaua propositione del primo) è manifesto che l'angolo, a, d, b, è equale al angolo, a, d, c, e pero (per la decimaterza propositione del primo) l'angolo, b, d, e, è equale al angolo, c, d, e, per laqual cosa (per la quarta propositione del primo) la. b. e. è equale alla, e, c, & li angoli che sono al, e, sono retti, E però la, d, e, (laquale uien dal centro del cerchio che circonscriue lo triangolo, a, b, c,) e perpendicolare alla, b, c, & la, a, e, (laqual uien da uno delli angoli del predetto triangolo) e etiam perpendicolare alla detta. b. c. Dico adunque che la, a. e, è treppia alla, e, d. Perche egli è manifesto che el tetragono che uien fatto dalla. d, e, in la, e, b, è equale al triangolo, b, d, c. Lo tetragono anchora che uien fatto dalla, a, e, in la, e, b, è equale al triangolo, a, b, c, & perche el triangolo, a, b, c, è treppio al triangolo, d, b, c, & lo tetragono che uien fatto dalla, a, e, in la, e, b, è treppio a quello che uien fatto dalla. d. e. in la. e. b. Conciosia adonque che (per la prima propositione del sesto) la proportione del tetragono della, a, e, in la, e, b, al tetragono della, d, e, in la, e, b, e si come della, a, e, alla, e, d, la, a, e, sarà treppia alla, e, d, si come se propone.

Correlario.

Adonque è necessario che la perpendicolare che cade da alcuno angolo de alcun triangolo equilatero, sopra el lato opposito, transisca per el centro del cerchio che circonscriue quel tal triangolo.

Adonque assoluemo al presente quello che hauemo proposto, & a questo imaginaremo la pyramide di quattro base triangolare, & equilatere (della quale una delle quattro base di quella sia el triangolo, a, b, c,) esser circonscritto della sphera

della

della quale el centro è el ponto, d, Et sia protratta la linea, d, e, perpendicolare al la superficie del triangolo, a, b, c, laqual è manifesto casear in el centro del cerchio che circonscriue el detto triangolo. Dico adonque la linea, d, e, esser la parte del dia metro della sphera, che circonscriue la proposta pyramide. Et per dimostrar questo produrò la linea, d, c, & la linea, e, f, perpendicolare alla linea, a, b, laqual, c, f, (per el precedente correlario) è manifesto quella transire per el ponto, e, & (per il premesso antecedente) esser treppia alla, e, f, Et (per la quarta del secondo) è manifesto che quando el quadrato del diametro della sphera (della quale el centro e il ponto, d,) e. 36. el quadrato del semidiametro, d, c, è, 9, & (per el correlario della decimaterza del terzodecimo) lo quadrato della, b, c, è. 24. & (per la undecima di questo) lo quadrato della, c, f, e, 18, & (per lo precedente antecedente) lo quadra to della, c, e, è. 8. Adonque perche quando che il quadrato del diametro della sphera è. 36.) lo quadrato della. d. c. è. 9. & lo quadrato della. c. e. è 8. Onde per la penultima del primo lo quadrato della, d, e, uien a rimaner uno per il che seguita che la linea, e, d, è uno quando lo diametro della sphera è. 6 laqual cosa bisognaua dimostrare: & per lo medesimo genere de demostratione da noi se dimostrarà che el semidiametro della sphera che circonscriue el corpo di otto basi triangolare & equilatere, è treppio in potentia alla perpendicolare descendente dal centro della sphera (che circonscriue esso corpo) a caduna delle sue base. perche (si come è detto per auanti) che quando tutte le base di questo corpo sono equale è simile, li cerchij che circonscriueno quelle saranno equali: E però le perpendicolare che cadono dal centro della sphera in li centri de essi cerchij saranno fra loro equale. Et conciosia che le perpendicolare alli cerchij delle base, siano anchora perpendicolare alle base: seguita che la perpendicolare che ueneno dal centro della sphera a caduna basa siano equale, Essendo adonque prouado (quello che hauemo detto) de una perpendicolare a una delle sue base, rimarrà esser il uero quello che è proposto. Sia adonque (come prima) lo triangolo, a, b, c, una delle sue base del ottocedron circonscritto dal la sphera della quale el centro, e, d, & siano fatte tutte le altre cose come per auanti. Conciosia adonque che (per el correlario della decimaquinta del terzodecimo libro) lo diametro della sphera sia potentialmente doppio al lato del ottocedron, seguita che'l lato del ottocedron sia potentialmẽte doppio al semidiametro della sphera, e però quãdo el quadrato della linea. b. c. è 12. lo quadrato della linea, d, c, (che è el semidiametro della sphera) sarà. 6. & per la undecima di questo) quando el quadrato della. b. c. è. 12. lo quadrato della. c. f. è. 9. (per lo premesso antecedente) lo quadrato della. c. e. è. 4. & perche per la penultima del primo) lo quadrato della. d. c. è equale alli quadrati delle due linee. c. e. & e. d. seguita che el quadrato della. e. d. è. 2. quando el quadrato della. d. c. è. 6. Adonque è manifesto quello che hauemo detto.

Theorema. 18. Propositione. 18.

El doppio del quadrato, del diametro della sphera che circonscriue el cubo, è equale a tutte le superficie di quel cubo tolte insieme, anchora

chora la perpendicolare, che uien produtta dal centro della sphera a cadauna delle superficie del cubo, el se conuence de necessità esser equale alla mità del lato del medesimo cubo.

Perche egliè manifesto (per el correlario della decimaquarta del 13.) che el diametro della sphera (che include quel cubo) è treppio in potentia al lato del cubo, conciosia adonque che el quadrato del diametro della sphera sia treppio al quadrato del cubo, & cosi el doppio del quadrato del diametro della sphera è equale al sesseplo del quadrato del lato del cubo, & tutte le superficie del cubo sono sei quadrati liquali sono produtti dal lato del cubo dutto in se medesimo. Adonque el doppio del quadrato del diametro della sphera è equale a tutte le superficie del cubo. Et per tanto è manifesto la prima parte, & la seconda facilmente approuerai (per la 18. & 19. & 41. *del undecimo libro.*

Correlario.

Adonque da queste cose dimostrate è necessario accadere questo, che della mità del lato del cubo in Bisse del quadrato del diametro della sphera, che circonda quel cubo, sia produtto la solidita del cubo.

Il Tradottore.

Quello che conchiude questo correlario ha debisogno di un poco de dimostratione cioe che'l dutto della mità del lato del cubo in bisse (cioe nelli duoi terzi) del quadrato del diametro della sphera che circonda quel cubo: produca la quantità corporale del detto cubo: ilche se manifesta in questo modo. Se dal centro della sphera, (ouer del cubo) a ciascaduno angolo del cubo (liquali sono otto) sia tirata una linea retta mentalmente se uederà il detto cubo esser diuiso in sei pyramide terminante con la cima nel centro del cubo, ouer della sphera & la basa di cadauna uerrà a esser una delle superficie quadrate del cubo et la perpendicolare di cadauna di quelle sarà (per le cose prouate di sopra) la mita del lato del cubo. Et perche il dutto della detta perpendicolare in la quantità della sua basa produrà (per le cose dimostrate sopra la 8. del 12.) la quantità corporale di tre pyramide, adonque el dutto della detta perpendicolare nella quantità de due base produrà la quantità corporea di sei pyramide (cioe di tutto il cubo.) & perche li duoi terzi del quadrato del diametro de la sphera (per le cose dimostrate di sopra) è quanto le dette due base el correlario uien a esser manifesto.

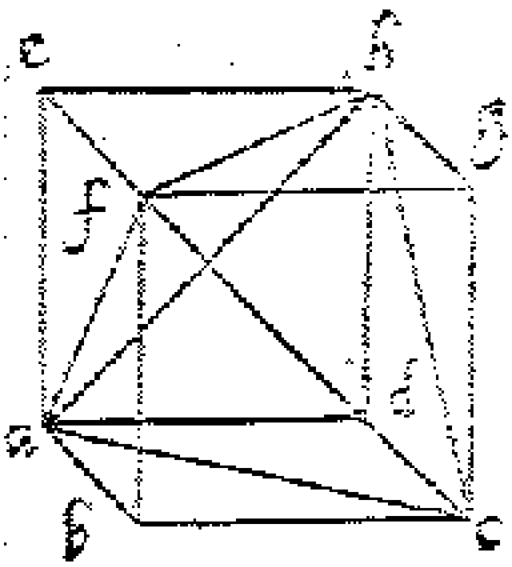
IL FINE DEL DECIMOQVARTO LIBRO.

LIBRO DECIMOQVINTO

DI EVCLIDE, DELLA REPLICATA FORMAtione di cinque corpi regolari & della difficilissima figuratione & intermissione di l'uno in l'altro.

Problema. 1. Propositione. 1.

1 Dentro a un proposto cubo, possemo designare el corpo che ha qua
1 tro base triangole, de lati equali.



SIA un cubo. la basa del quale è il quadrato a.b.c.d. & la suprema superficie, di quello lo quadrato e.f.g.h. E quello conuiensi fabricare con questa arte: al quadrato della basa descritto (per la quadragesima quinta propositione del primo libro) secondo la quantità di qual linea si uoglia) sopra caduno di suoi angoli, sia erigato un catheto (per la duodecima propositione del undecimo libro) secõdo la misura del lato de quel quadrato. liquali catheti (per la sesta propositione del undecimo libro è manifesto esser equidistanti. Siano adonque continuati a duoi a duoi de quelli con un coraufto imposto a quelli equidistantemente al lato del quadrato. Adonque è manifesto esser composto il cubo: perche le quattro superficie laterale di quello, sono quadrate (per la 33. propositione del primo libro, & 34. del medesimo, e per la diffinitione del quadrato: & della suprema superficie, e ancora manifesto che quella è quadrata (per la decima propositione anci piu presto per la uigesima quarta del undecimo & per questa commune sententia quelle cose che sono equale a cose equale ancho ra fra loro sono equale: & per la diffinitione del quadrato.

Se adonque desideri de inscriuere a questo cubo, el corpo di quatro base triangolare & equilatere in la basa & in la superficie suprema di quello siano protratti li duoi diametri di quali l'uno continui le due estremità insieme de duoi catheti, et l'altro continui le supreme delli altri duoi, e l'uno di quali sia il diametro. a.c. e l'altro sia il diametro. h.f. e dapoi questo dalli duoi põti h. et f. (che terminan lo diametro della superficie suprema tirerai ypothemissalmente duoi e duoi diametri che diuidono le quatro superficie laterale delli quali li duoi siano, h, a, et, h, c, et li altri duoi siano. f.a. et f.c. è fatto questo in atto ouer cõ l'animo, tu uederai dalle sei linee diagonale (che diuidono le suפficie del cubo) esser perfettamẽte fatta la pyramide di 4. base triangolare laqual (per la diffinitione) è manifesto esser inscritta in lo proposto cubo) e le base di questa pyramide è manifesto esser equilatere: imperoche (per la 4. propositione del 1.) tutte queste sei diagonale sono fra loro equale.

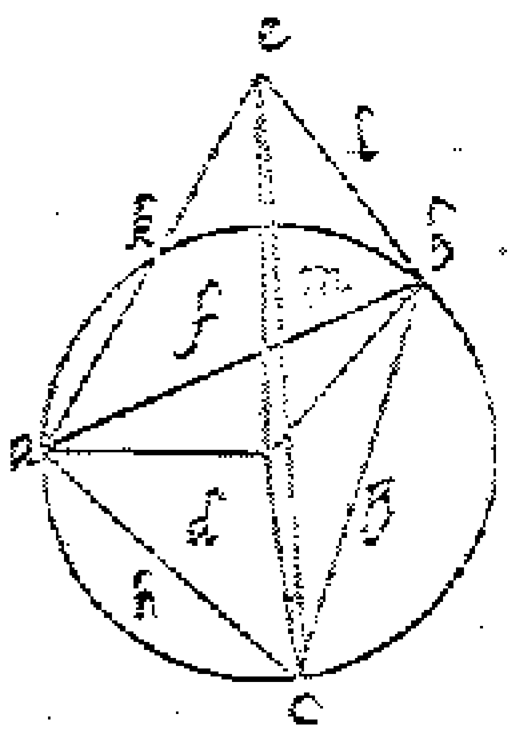
 Il Tra-

Il Tradottore.

La replicata fabrication del cubo posta nel principio di questa ispositione & similmente delli altri quatro corpi, poste nelle sequente propositioni se ritrova solamente nella prima tradottione.

Problema. 2. Propositione. 2.

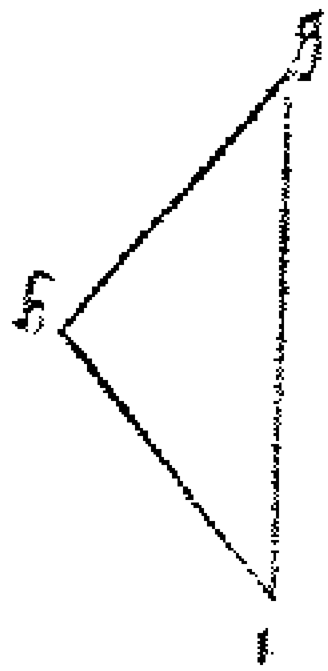
2 Dentro a un dato corpo di quatro base triangolare equilatere, possemo descriuere un corpo di otto base triangolare equilatere.



Se dentro una pyramide di quatro base triangolare equilatere vorai descriuere lo ottocedron, prima si conuien fabricare quella tal pyramide la quale con certa ragione, se compone in questo modo. Sia fatto uno triãgolo equilatero (secondo la quantità di qual si uoglia linea) elqual sia lo triangolo. a.b.c. a torno al quale sia circonscritto un cerchio sopra el centro. d. & tirasi la linea. d.e. perpendicolare alla superficie di esso triangolo (per la duodecima propositione del undecimo) laquale sia posta esser doppia in potentia al semidiametro del cerchio che circonscriue el triangolo. a.b.c. & dal ponto. e. siano tirate le tre ypothumisse che cadeno sopra li tre ponti. a. b. c. Adonque è compita la pyramide di quatro base triangolare & equilatere: & siano tirate le linee. d.a. d.b. d.c. Conciosia adonque che li angoli (che contiene la linea. e.d. con cadauna delle linee. d.a. d.b. d.c.) siano retti (per la diffinitione della linea perpendicolare a una superficie) & conciosia che el quadrato della linea, e, d, sia doppio dal presuposito) al quadrato del semidiametro del cerchio, a, b, c, (per la penultima propositione del primo) lo quadrato de cadauna delle tre linee. e.a. e.b. e.c. ypothenussale sarà treppio al quadrato del semidiametro del cerchio. a.b.c. ma (per la ottaua propositione del terzodecimo.) Anchora lo quadrato di cadauno delli tre lati del triangolo. a.b.c. è treppio al quadrato del semidiametro del medesimo cerchio. Adonque tutti li lati della fabricata pyramide: sono fra loro equali: per laqual cosa quella è de base equilatere. Quando adonque vorremo includere in quella un ottocedron: diuideremo cadauno di sei lati di quella in due parti equali, & continuaremo li põti di mezzo di cadauno lato: con li ponti di mezzo di ciascuno delli altri duoi lati, con liquali esso contiene angolo superficiale. verbi gratia, diuiderò li lati della basa in li ponti. f.g.h. & le ypothenusse che cadono dal. e. in li ponti. k. l. m. & continuarò lo ponto. f. col ponto. g. & con. h. & con. k. & con. l. Et lo ponto. m. con li medesimi. g. h. k. l. & g. con. h. & con. l. & k. con li medesimi. h. & l. Ecco adonque el perfetto corpo de otto base triangolare contenuto da queste dodice linee congiongenti li ponti medii di lati della fabricata pyramide & questo otto base (per la quarta propositione del 1. repetita quante uolte bisogna) è manifesto esser equilatere. ancora ra è manifesto esso corpo (per la diffinitione) esser inscritto in la statuita pyramide si come fu proposito di fare.

Il Tradottore.

Volendo cō breuità trouar la linea .d.e. cioe una linea che sia doppia in potētia al semidiametro dil cerchio che circonscriue el triangolo, .a.b.c. farai uno angolo retto con le due linee .g.h. & .h.i. & che caduna de dette due linee sia equale al semidiametro del detto cerchio (che circonscriue el detto triangolo. a.b.c.) da puoi tirarai la ypothemissa .g.i. & questa ypothemissa .g.i. e quella che cercamo cioe che sarà doppia in potentia al semidiametro del detto cerchio (per la penultima propositione del primo libro) è manifesta, perche se caduno di duoi lati .g.h. & .h.i. sono equali fra loro, etiam al semidiametro del detto cerchio è lo quadrato della linea .g.i. è equale alli quadrati delle due linee .g.h. & .g.i. tolti insieme (per la detta penultima propositione del primo libro) seguita adonque che il quadrato della detta linea .g.i. sia doppio a uno solo quadrato de una di dette due linee .g.h. ouer de .h.i. è consequentemente al quadrato del semidiametro del detto cerchio che il proposito.



Problema .3. Propositione .3.

3/3 Dentro a uno assignato cubo possiamo constituire la figura de otto base triangolare de lati equali cioe intendemo de inscriuere lo ottocedron in el cubo.

Come si debbia procedere a componere el cubo, e stato detto, sufficientemente in la prima di questo. Fabricato adonque il cubo: in quello (per la prima propositione di questo libro) sia designato la pyramide di quattro base triangolare equilatere, & dentro di essa pyramide (per la precedente) sia descritto lo ottocedron, & fatto questo: sarà etiam insieme fatto quello che uoleuamo. Perche (per la argumentatione della prima) tutti li lati di essa pyramide inscritta è manifesto esser diagonale delle base del cubo: & (per la argumentatione della precedente) è manifesto tutti li angoli del ottocedron descritti in essa pyramide esser in li lati di essa pyramide. Per laqual cosa è manifesto, tutte le ponte angolare di questo ottocedron esser in le base del assignato cubo. Adonque (per la diffinitione) haueuamo il proposito. A concludere el medesimo altramente: trouato li centri di tutte le base del cubo (si come in la nona del quarto, fu fatto) dal centro della suprema superficie di quello: tira quattro ypothemisse alli centri delle quattro laterale superficie: & dal centro della infima, leua quattro altre ypothemisse alli centri delle medesime quattro superficie laterale. Anchora continua li quattro centri delle dette quattro superficie laterale con quattro linee rette. cioe talmente che continuano solamente li centri di quelle che fra loro si segano, uerbi gratia tu giongierai el centro di quella dauanti con il centro della destra, & con el centro della sinistra anchora il centro della ultima (cioe di quella di dietro) tu lo aggiongerai con li medesimi, cioe con il centro della destra, & con il centro della sinistra. Te harai adonque un corpo de otto base triangolare equilatere contenuto da queste dodeci linee che continuano li centri delle superficie del cubo. Se adonque vorrai prouare queste base esser equilatere: dalli centri delle base del cubo tira le perpendicolare a tutti li lati del detto cubo, lequale necessariamente diuideranno li lati del cubo in due parti equali (per la seconda parte della terza propositione del terzo libro (laqual cosa è chiara se a cadauna delle base del cubo circonscriuerai un cerchio, e pero egli e manifesto quelle concorrere a due a due sopra uno medesimo ponto in li lati del cubo, e quelle (per la secoda parte della decimaquarta propositione) del terzo libro) è manifesto esser fra loro equale et equidistante alli lati del cubo (per la seconda parte della uigesima ottaua propositione del primo libro.) Et etiam cadauna di quelle esser equale alla mità del lato del cubo. Adonque (per la decima propositione del undecimo libro) è manifesto, le due e due di quelle che concorreno sopra un medesimo lato, del cubo in el põto medio di quello, contenere un angolo retto, impero che tutte le superficie del cubo sono quadrate. Per laqual cosa adonque quelle dodeci linee che continuano li centri delle superficie del cubo: & tendono sotto li angoli che conteneno queste linee concorrente a due a due sopra li ponti di mezzo delli lati del cubo: quelle saranno (per la quarta propositione del primo, ouer per la penultima del primo) fra loro equale. Adonque in el proposto cubo è designato el corpo de otto base triangolare et equilatere come bisogna fare.

Problema.4. Propositione.4.

4/4 Se dentro a uno dato corpo di otto base triangolare, & equilatere uoi figurare un cubo.

El corpo di otto base triangolare equilatere con dottrina fabricarai in questo modo. Diuide qual si uoglia linea eretta in suso perpendicolarmente sopra alcun piano, in due parti equali, et dal ponto medio di quella, ne cauerai due linee una di qua e l'altra di la perpendicolare alla prima linea, lequale insieme compongano è facciano una sol linea: & queste due linee che fra loro si segano: cioe la prima, laquale è eretta orthogonalmente sopra el proposto piano, & l'altra che sega quella orthogonalmente sopra il suo ponto di mezzo, saranno situade (per la prima parte della seconda propositione del undecimo) in una medesima superficie. A quella superficie adonque (in laquale sono situade) sopra el ponto commune della settione di quelle tira una perpendicolare (come insegna la duodecima propositione del undecimo) laqual farai penetrare quella superficie: da l'una a l'altra parte, & pone tutte le sei parti di queste tre linee dal ponto in elquale fra loro se segano equale, talmente che cadauna diuidi cadauna delle altre orthogonalmente in due parti equali, & conciosia che siano tre: ciascuna due di quelle contegneranno a angoli retti: et sa luciferò e uenerando segno di croce: adonque dal ponto superiore di quella linea

eretta

eretta sopra el posto piano: tira quattro ypothenusse alle istremità delle due linee che segano quella. poi dal ponto, inferiore di quella medesima linea eretta, eleua quattro altre ypothenusse alle medesime istremità delle due linee segante. ultimamente continua anchora le istremità di queste ypothenusse con quattro linee, lequale contengono uno quadrato, & queste dodice linee, cioe le quattro ypothenusse, che discendono dalla superiore istremità ouer ponto della linea eretta perpendicolare, e le quattro che sono eleuate (dalla inferiore istremità ouer ponto di quella medesima) in suso: Et le altre quattro linee che continuano ouer contingano le istremità di queste ypothenusse (per la penultima propositione del primo) senza altra agionta) gia sopra reperita) saranno equale fra loro. Per laqual cosa è manifesto el corpo terminato da quelle medesime contenere otto base triangolare, & equilatere. Se adonque te diletta de inscriuere in questo corpo, un cubo, bisogna trouare li centri di quelli otto triangoli che circondano quello (per la quinta propositione del quarto) et da quei trouati, quelli continua con dodeci linee in questo modo, che il centro di cadauno di questi triangoli sia copulado per linea retta con il centro di quelli tre che terminano alli lati di quello, Ma la figura di questa cosa non è molto atta de dipingere in piano, E però resta che quello che se dice che tu uedi con la mente, et quello se ti pare compirai in atto ouer in opera et uederai le dodice linee che in tal modo continuano li centri di questi triangoli contenere un cubo, elquale resta che tu dimostri quel esser concluso da superficie equilatere, & rettangole. Perche el non saria cubo: se tutte le superficie di quello non fussino quadrate. Adonque condurai da cadauno angolo di triangoli delle superficie del ottocedron, una perpendicolare al lato opposito a quel angolo: Et queste perpendicolare (per la undecima propositione del quarto decimo libro) è manifesto esser fra loro equale, & diuidere quelli lati alli quali stanno perpendicolarmente in due parti equali, Et però è manifesto quelle conuenire a due a due sopra uno medesimo ponto di quel lato sopra ilquale stanno perpendicolarmente, & quelle medesime (per quelle cose che sono sta dimostrade in la decima settima propositione del quartodecimo) è manifesto quelle transire per li centri di triangoli, e però è manifesto quelli transire etiam per le istremità di lati del corpo incluso: & le portioni di quelle che se pigliano, fra li centri di triangoli & li lati di quelli (per quelle cose anchora che sono state dimostrate in la medesima) è manifesto esser equale, Anchora li angoli contenuti da quelle perpendicolare: che se congiongano a due a due, (per la 8. propositione del primo libro è manifesto esser equali.) Et perche queste perpendicolare, & le sue parti tolte fra li centri & li lati circondano li medesimi angoli, saranno anchora li angoli (che contengono le due e due linee che cadono dalli centri di trīgoli alli lati perpendicolarmente fra loro equali, & conciosia che li lati di quel corpo del qual disputamo tēdano sotto quelli angoli. Seguita (per la quarta propositione del primo frequentemente tolta) el corpo incluso esser equilatero etiā rettāgolo, perche essendo tirate le diagonale, in cadauna superficie, queste diagonale (per la quarta del primo) tu cōnoscerai tutte esser fra loro equale mediante li angoli contenuti dalle due perpendicolare che transiscono per le istremità di esse diagonale. Se prima approuerai (per la ottaua del primo) questi angoli esser fra loro equali. Concosia adonque che li diametri delle base quadrangole di questo corpo siano fra loro equale. Anchora li lati delle medesime base è necessaria esser equale (per la ottaua del primo piu uolte repetita) quelle base quadrangole è necessario esser equiangole. Et (per la trigesimaseconda del primo) tutti li angoli di cadauna di quelle sono equali a quatro angoli retti. Seguita quelle esser rettangole. Adonque per la diffinitione del quadrato, quelle sono quadrate adonque lo inscritto corpo è manifesto esser cubo si come intendeuamo di fare.

Il Tradottore.

La descrittione del cubo nel otto base secondo che di sopra è stato fatto pateria oppositione, perche el cubo descritto secondo tal ordine non saria il maggiore che descriuere se puo nel detto otto base: & in tal sorte probleme a me pare che sempre se intende: & se debbe intendere, il maggiore che capir ui possa: Hor per inscriuerui il maggiore che capir ui possa diuiderai cadauno di quatro lati superiori del otto base, & similmente cadauna di quatro lati di sotto. In due tal parti inequali talmente che la parte maggiore sia doppia in potentia alla minore, & che le parti maggiori delli superiori restino uerso il ponto ouer angolo supremo del detto otto base, & le parti maggiori delli lati di sotto: restino uerso il ponto, ouer angolo sotto giacente in piano del detto otto base. Dapoi congiongendo cadauno delli ponti superiori con il suo opposito delli inferiori con una linea retta: & da puoi congiongere anchora cadauno di superiori con il ponto che egliè dalla destra, etiam con quello che egliè dalla sinistra nella parte superiore, & da puoi congiongere etiam quelli quattro della parte inferiore per il medesimo modo. Et fatto questo se trouarà che le dette dodice linee congiongente li detti ponti formarono un cubo, il che essendo tal corpo di otto base materialmente fatto a te sarà cosa facile a prouare ouer dimostrare che lo incluso corpo sia cubo, & che sia anchora molto maggiore di quello inscritto secondo la prima inscrittione etiam che sia il maggiore che inscriuere si possa che è il proposito.

Ma per voler diuidere il lato del detto otto base che l'una parte sia doppia in potentia a l'altra, troua prima due linee che l'una sia doppia in potentia a l'altra: (il che in molti modi le puoi trouare, ma breuemente piglia il diametro di alcun quadrato, & il lato del medesimo quadrato) & quelle congiongerai insieme direttamente in longo, & harai formata una sol linea diuisa nel ponto del congiongimento. Hora diuiderai lo detto lato del detto otto base secondo l'ordine de detta linea diuisa (per il modo che insegna la duodecima ouer la decimaterzia del sesto) & harai fatto il proposito.

Problema. 5. Propositione. 5.

5 In uno assignato corpo di otto base triangolare & equilatere se gli
6 puo inscriuere una piramide di quattro base triangolare equilatere.

In lo assignato corpo di otto base (secondo li precetti della precedente) inscriue un cubo, & in lo cubo inscritto; inscriue la pyramide che si propone, (come insegna

la

la prima di questo) conuiesi adonque che li angoli di questa pyramide siano etiam angoli del cubo, si come (per demonstratione della prima) è manifesto, & tutti li angoli (per la precedente) sono in le superficie del assignato ottocedron. Anchora tutti li angoli di questa pyramida sono in le superficie del corpo de otto base, alquale proponemo de inscriuere quella per laqual cosa (per la diffinitione) è manifesto noi hauer fatto quello che se adimanda.

Problema.6. Propositione.6.

6 Dentro a un dato dato corpo di uinti base equilatero se puo com-
ponere singularmente un corpo di dodice base penthagonale de lati &
5 angoli equali.

Non mostraremo in questo luoco a fabricare el corpo de uinti base, perche eglie assai euidente (per la decima settima del terzodecimo) con che arte questo debba esser fatto. Composto adonque quello come se insegna in la detta. 16. se in quello te diletta di includere un corpo de dodice base penthagonale & equilatere, eglie da procedere per questa uia. Perche eglie manifesto li uinti triangoli (del detto corpo) hauere. 60. angoli superficiali, & perche alla constitutione di cadauno angolo solido del corpo del ycocedro gli conuengono cinque angoli superficiali (si come se apprende dalla demonstratione della decima sesta del terzodecimo) quel corpo adonque è manifesto esser compito da dodeci angoli solidi. Trouati adonque li centri de tutti li triangoli (si come fu fatto in la propositione anticina alla precedente) che terminano tutto lo ycocedron, quelli continua con trenta linee rette, talmente che tu congiongi cadaun centro con linee rette con tutti li centri che gli stanno atorno con liquali communica in lato. Quando adonque tu hauerai fatto questo: tu uederai da quelle. 30. linee esser constituido dodeci penthagoni oppositi alli dodice angoli solidi del dato ycocedro.

Adonque tu approuerai questi penthagoni esser equilateri, si come festi delle base del cubo nella propositione anticina alla precedente. Perche eglie necessario che li centri di ciascuni duoi triangoli, che hanno un medesimo lato commune siano distanti de uno medesimo spacio. Resta adonque che tu approui quelli esser etiam equiangoli. & è manifesto (per la demonstratione della decima sesta del terzodecimo) el dato corpo de uinti base esser circonscrittibile della medesima sphera: della quale il diametro e si come el diametro di questo corpo, cioe la linea che contiua li duoi angoli oppositi di quello. Se sia adonque segato questo diametro in due parti equali, el ponto della settione sarà el centro della sphera che circonscriue quello. Sia adonque da quello alle superficie de tutti li penthagoni (per la undecima del duodecimo) dutte le perpendicolare & dal ponto doue che dette perpendicolare caderanno in cadauno penthagono a ciascuno de suoi angoli siano tirate linee rette. Dapoi sia continuato el centro della sphera con cadauno delli angoli de essi penthagoni, sia adonque che tu proui in questo modo quelli esser equiangoli, & conciosia che tutti li cerchij che circonscriuono li triangoli del ycocedro siano equali, tutte le perpendicolare che uengono dal centro della sphera a quelli, lequale cadono in el centro de quelli saranno equale. Adonque tutte le linee che uengono dal centro della sphera a caduno delli angoli del penthagono, sono equali, perche li angoli di penthagoni sono li centri di cerchij che circonscriuono quelli triangoli del ycocedron (dal presupposito.) Adonque (per la penultima propositione del primo) con el medesmo genere de dimostratione, con el quale argumentassemo di sopra in la decima quarta propositione) lo settore che perviene in la superficie della sphera quando alcuna superficie piana sega la sphera (non sopra el centro di quella) esser una circonferentia che contiene un cerchio) è necessario le cinque linee che uenero dal concorso delle linee dutte perpendicolarmente dal centro della sphera alle superficie de tutti li penthagoni alli cinque angoli di caduno de detti penthagoni, esser fra loro equale. Adonque a tutti questi dodeci penthagoni, eglie un cerchio che li circonscriue. Conciosia adonque che quelli siano equilateri: etiam el se conuence quelli essere equiangoli, laqual cosa bisognaua dimostrare.

Problema.7. Propositione.7.

Se dentro à un dato corpo di dodice base penthagonale equilatere & equiangolo, uoi fabricare un corpo di uinti base triangolare, & equilatere.

Per qual modo sia de bisogno a componere el corpo de dodeci base penthagonale, equilatere & equiangole recorri alla decima settima del terzodecimo. Ma per qual modo conuenga inscriuere a quello lo corpo de uinti base triangolare equilatere, imparalo in questo luoco. Trouati li centri de suoi penthagoni (come fu fatto in la decima quarta del quarto) quelli continua insieme con trenta linee per tal ordine che el centro di caduno penthagono sia congionto con el centro di caduno penthagono communicante con seco in lato: cioe talmente che el centro de caduno di penthagoni sia continuado con li cinque centri di cinque penthagoni terminanti ouer che gli sianno congionti a torno. Quando adonque tu hauerai fatto questo, a te se representaranno uinti triangoli contenuti da queste trenta linee che continuano li centri di penthagoni. Et questi uinti triangoli saranno opposti alli uinti angoli solidi del dodecedron, liquali abrazzarano un corpo di uinti base triangolare (lequale demonstraremo esser equilatere.) Et li 12 angoli solidi di questo corpo de uinti base saranno terminanti in li centri delli dodeci penthagoni del dato corpo dodecedron. Adonque approuarai in questo modo li uenti triangoli esser equilateri. Dalli centri di penthagoni, condusse le perpendicolare alli lati, & tutte queste perpendicolare saranno equale. Adonque tu approuerai (per la ottaua del primo) a due a due contenere equali angoli. Et perche le linee che continuano li centri di penthagoni, lequale sotto tendono a quelli angoli contenuti da le due e due perpendicolare (conciosia che tutte le perpendicolare, siano equale (per la quarta del primo) tutte le linee che continuano li centri di penthagoni saranno equale, che è il proposito. Ma le due, & due perpendicolare contenere equali angoli & essere tutte fra loro equale apprende in questo modo. (per la quinta del primo, & uegesima sesta del medesimo) è manifesto caduna di quelle, diuidere li lati delli penthagoni

goni

goni sopra liquali caggiono in due parti equali etiam esser fra loro equale, il che se approua per le linee dutte dalli centri di penthagoni, a tutti li angoli di quelli, per la qual cosa le due e due che cadono in un medesimo lato se cõgiungono di compagnia in uno medesimo ponto del detto lato, impero che l'una & l'altra diuide quel lato commune a quelli duoi penthagoni (dalli centri di quali uengono) in due parti equale. Produrrai adonque queste due e due pērpendicolare per el centro di penthagoni per fina alli angoli dalli quali el lato commune (in elquale se congiongano de cõpagnia) l'è opposito, & sotto alli medesimi angoli tirarai due linee, lequale (per la demonstratione della. 17. del. 13.) è manifesto esser tanto quanto è il lato del cubo, circonscrittibile dalla medesima sphera come el proposito dodecedron, e pero egli è manifesto quello esser equale impero che tutti li lati del cubo sono equali: & è manifesto (per la. 9. del. 11.) quelle esser equidistāte per questo che ambedue sono equidistante a quel lato commune, in elquale concorrano le due e due perpendicolare, & quelle medesime, è manifesto esser diuise in due parti equale da queste perpendicolare. Adonque (per la trigesima tertia del. 1.) tutte le linee che continuano li põti in liquali le due e due perpēdicolare concorrano: sopra quelle linee lequale dicessimo esser tanto quanto el lato del cubo: sono fra loro equale, perche tutte sono tanto quanto è il lato del cubo. Adonque (per la ottaua del primo) li angoli contenuti dalle due e due perpendicolare: sono equali, per la qual cosa (per la quarta del medesimo) anchora le linee che continuano li centri di penthagoni: sono fra loro equale. Adonque in el proposito dodecedron è inscritto il corpo de uinti base triangolare & equilatere, come fu proposito di fare.

Problema. 8. Propositione. 8.

Volendo dentro a uno proposito solido de dodice base penthagonale, & equilatere, descriuere un cubo.

Conciosia che'l dodecedro sia fabricato sopra li lati del cubo è manifesto (per la decima settima del terzodecimo) è quel fabricato poca difficultà ui occorre a inscriuerui el cubo, perche conciosia che siano dodeci penthagoni: se a uno angolo de cadauno di quelli tirarai sotto una corda alla figura del cubo, da dodice corde tu uederai scoder fuora sei superficie equilatere & rettangole, lequale abrazzaranno & compiranno el corpo del cubo. Quelle esser equilatere è manifesto (per la quarta del primo) et rettāgole (per lo medesimo genere di argumentatione, con elquale prouassimo (in la sesta di questo) le base del dodecedro, inscritto in el dato ycocedrō esser equiangole. Certamente è manifesto per la decima settima del terzodecimo. el proposito dodecedron esser circonscrittibile de una sphera. Adonque dal centro di quella sphera a tutte queste superficie quadrilatere tira le perpendicolare come insegna la 11. del undecimo, et dal ponto del concorso a tutti li angoli di quelle superficie quadrilatere protrahe linee rette, & coliga li medesimi angoli delle dette superficie quadrilatere con el centro della sphera: et queste linee che continuano el cētro della sphera con li angoli delle figure quadrilatere, saranno semidiametri della sphera, perche tolto dalli quadrati de quelli, lo quadrato della perpendicolare (per la la penultima del primo) rimaneno li quadrati delle linee che continuano el ponto del concorso delle perpendicolare con li angoli delle superficie quadrilatere, e necessario tutte queste superficie quadrilatere esser in circoli che li circonscriue, Et pero è necessario quelle essere equiangole conciosia che sono equilatere. Et perche (per la 32. del primo) li angoli di cadauna di quelle tolti insieme sono equali a quattro angoli retti: seguita quelle esser rettangole. Adonque al detto corpo inscritto non gli manca niente: della ragion del cubo che è il proposito.

Problema. 9. Propositione. 9.

Volendo finalmente in un dato dodecedron inchiudere un ottocedro.

Composto un dodecedro (come se insegna in la decimasettima del terzodecimo) li sei lati delle sue superficie (cioe quelli che congiongono li carbeti sopra le sei linee, che dividono li lati oppositi delle superficie del cubo in due parti equale tirati come coranfti da quelli) divide in due parti equali, & quelle divisioni over ponti, continua li duoi e duoi oppositi con tre linee, lequale (per la 41. del 11.) se segaranno fra loro sopra el ponto medio del diametro del cubo in due parti equali, Et saranno anchora che le due de quelle tre, se dividaranno anchora fra loro ad angoli retti. Adonque se tu continuarai le istremità di queste tre linee con dodice linee rette a te peruenirà un corpo di otto base triangolare, & equilatere (per la quarta del primo) over (per la penultima del primo) laqualcosa bisognaua dimostrare.

Il Tradottore.

A chi non ha ben in memoria la qualità over forma dil corpo di dodice base non sarà molto capace di questa soprascritta inscrittione, ma uolendone esser ben chiaro, bisogna formarse materialmente, il detto corpo & dapoi imaginar in quello il cubo, descritto secondo l'ordine della decimasettima del decimoterzo & uederasse opposito a cadauna superficie del cubo in aere trauersare un lato del dodeci base, qual diviso per mità, e continuar li ponti di tai divisioni (liquali saranno sei per esser sei le superficie del cubo) con le linee rette diametralmente (come parla in commento) lequale saranno tre dapoi congiongere le istremità di dette tre linee con altre dodice linee se uederà peruenir il detto corpo di otto base qual facilmente se prouarà esser equilatero & equiangolo.

Problema. 10. Propositione. 10.

Resta al presente de descriuere dentro a uno dodecedron, una piramide di quattro base triangolare equilatere.

Inscriue in el dato dodecedron (per la ottaua di questo) un cubo, & in el detto cubo (per la prima di questo) inscriue una pyramide di quattro base triangolare equilatere. Conciosia adonque che li angoli della pyramide siano in li angoli del cubo (come è manifesto per el processo della prima) & li angoli del cubo per el processo della ottaua) sono in li angoli del dodecedron, Anchora li angoli della pyramide, saranno in li angoli del dodecedron, Adonque è manifesto quello che noi uolemo.

Pro-

Problema. 11. Propositione. 11.

Proposto un icocedron, e uolendo in quello figurare un cubo.

Essendo inscritto nel ycocedron, un dodecedron (per la 6.) & in el dodecedron un cubo (per la ottaua) & (per la demonstratione della sesta) è manifesto che tutti li angoli, del dodecedron cascano sopra el centro delle base del ycocedron: & li angoli del cubo sono in li angoli del dodecedron. Adonque li angoli del cubo sono in li centri delle base del ycocedron, adonque hauemo il proposito.

Theorema. 12. Propositione. 12.

Volendo in un dato icocedron inscriuere la piramide di quattro base triangolare, & equilatere.

Si in el dato ycocedron (per la precedente) inscriuerai un cubo, & in el cubo (per la prima di questo) inscriuerai la pyramide, non sarà da dubitare che tu non habbia satisfatto alle dimande del ycocedro: Ma bisogna sapere che conciosia che li corpi regolari siano cinque delli quali in questo 15. lib. uien determinato la loro mutua inscrittione, se cadauno de quelli fusse inscrittibile in cadauno delli altri de quelli medesimi accaderia uinti inscrittioni, perche cadauno de quelli cinque sarian inscrittibili in cadauno delli altri quattro: Et pero quattro fia cinque inscrittioni (che è uinti) necessariamēte peruenería. Ma nella pyramide solamente lo ottocedro puol esser inscritto, perche nella pyramide non gli sono base ouer angoli ouer lati in liquali li angoli del cubo ouer del ycocedro ouer etiam del dodecedro, possano toccare li estremi di essa pyramide, ancora el cubo è atto a receuere in se solamente la pyramide e lo ottocedro. Similmente lo ottocedro è atto a receuere solamente la pyramide & el cubo, & in niun di questi è possibile a colocarui alcuno delli altri cioe lo ycocedro & lo dodecedro. Auenga che lo ycocedro a tre delli altri dia ricetto al ottocedro solamente ha denegato esser receptaculo, perche li sei angoli del ottocedro, receueno la oppositione fra loro a duoi a duoi semidiametralmente & le linee che continuano quelli se diuidono fra lor orthogonalmente in due parti equali è per tanto formano quel glorioso signo di croce, che tutti li demoni fa tremare, treplicato, adonque queste segni di croce, ne li triangoli, ne le base, ne li angoli, ne li lati del ycocedro li possono receuere sotto al suo sito, perche in quello non si puol trouare sei base, ouer sei angoli, ouer sei lati fra loro continuati da questa diametrale & orthogonale oppositione. Ma el dodecedro, a niuno delli altri a prohibito ouer uetato alo giamento, niuno de tutti è ricettacolo, E pero non inconuenientemente, la figura del dodecedro: li antiqui discipoli di Platone: la attribuirno al celo si come la forma della pyramide al fuoco impero che quello uola in suso in figura de pyramide, & la figura del ottocedro al aere. perche si come l'aere in paruita del moto, seguita il foco così la forma del ottocedro seguita la forma della pyramide al moto della habilità. Ma la figura del uinti base la dedicorno al l'acqua. Perche conciosia che quella sia piu circolare in la sphera de tutti li altri: per la moltitudine delle sue base: parue conuenire piu al moto delle cose scorrente, che delle ascondente, E la figura del cubo

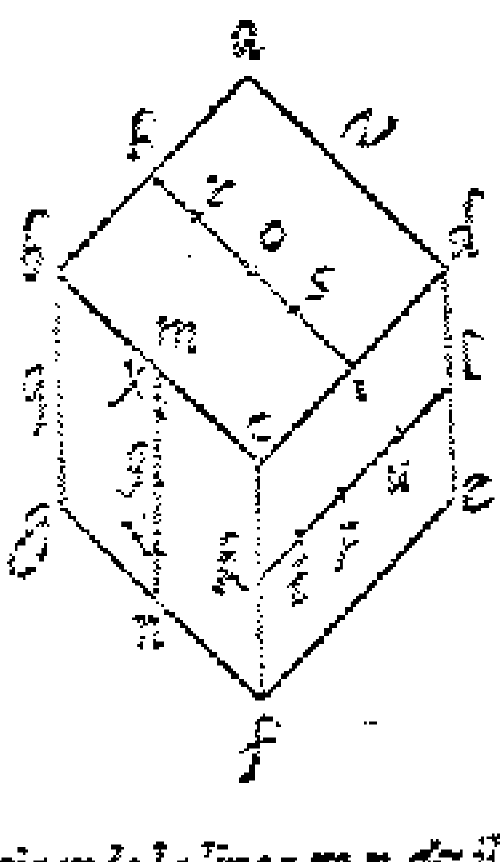
l'attribuirno

l'attribuirno alla terra. Perche quale e quella cosa in le figure che habbia piu de bisogno di maggior violentia al moto che'l cubo, & in li elementi qual se ritroua piu fisso e costante della terra, Adonque se dalle uinti inscrittioni se ne toglie le tre che nõ sostiene la pyramide, & le due, & due che la natura del cubo & del ottocedron. nõ comporta, Et similmente quella una che repugna la figura del ycocedro. Le rimanente saranno solamente dodeci inscrittioni, una sola della pyramide, due del cubo, due del ottocedro: tre del ycocedro, & quatro del dodecedro, De tutte le quale come penso sufficientemente è stato disputado.

Nicolo Tartalea Tradottore.

Quantunque Euclide non habbia a noi assignato ouer proposito saluo che dodeci inscrittioni (come per auanti è stato disputado. Et che medesimamente il commentatore afferma con certe sue ragioni non poter esserne piu delle predette dodeci, Niente dimeno due altre ne hauemo nouamente ritrouate.
La prima è a descriuere in uno proposito cubo, il corpo de uinti base.
La seconda è a inscriuere nel uinti base, il corpo di otto base.
La qual inscrittione, dal commentatore e assolutamente negata come di sopra appare hor uegnando alla prima dico che

Eglie possibile a inscriuere in un proposito cubo un corpo di uinti base triangolare equilatere.



Sia il proposito cubo.a.f. nel quale uoglio inscriuere il uinti base diuido li dui lati.a.b.et.c.d.della superficie superiore in due parti equali (per la decima propositione del primo libro) nelli duoi ponti.h.i.il medesimo fazzo delli altri duoi lati a quelli oppositi & equidistanti della superficie subgiacente (non apparente che e basa del cubo) & quelli congiongo con due linee rette l'una delle qual e la linea.h.i.l'altra a lei equidistante uien a restar occulta & coperta dal cubo. Da poi diuido anchora li duoi lati.d.e.& c.f. (& similmente li altri duoi a quelli oppositi & equidistanti) pur in due parti equali & congiongo pur medesimamente con le due linee rette l'una delle qual e la linea.k.l.l'altra resta occultata dal corpo. Similmente faccio delli duoi lati.b.c. & g.f. tirando la linea.m.n.& il medesimo faccio nella superficie occulta (a questa opposita) fatto questo diuido cadauna de le tre linee.h.i.k.l.et.m.n.in due parti equali nel li ponti.o.p.q.il medesimo faccio delle altre tre occulte (a queste opposite) & cadauna de queste mità diuido secondo la proportione hauente il mezzo e duoi estremi nel li ponti.r.s.t.u.x.y. talmente che la maggior parte di cadauna siano uerso il ponto medio cioe che la maggior parte della.h.o.sia la.r.o.& della.o.i.sia la.o.s.& cosi far delle altre tre occulte: fatto questo congiongo cadauno di questi ponti diuidenti con caduno circonstante con linee rette cioe dal ponto. s. tiro quattro linee la prima dal. s. al. x. la seconda da. s. al. t. la terza dal. s. al. u. la quarta dal. s. al ponto occulto de la linea che termina nel ponto. z. Similmente farò con il ponto. x. tirando, x. r. x. t. & x. z. al ponto della linea occulta terminante in. q. et cosi procederò in tutti li altri (lequale linee non le ho voluto tirare perche generariano confusione: ma le imaginaremo che siano tirate) & fatto questo se vederà manifestamente inscritto nel detto cubo una figura contenuta da vinti triangoli deliquali uno ne sarà sotto a caduno lato del cubo essempi gratia il triangolo. x. t. y. e sotto giacente al lato. e. f. & lo triangolo. s. t. u. e sotto giacente al lato. c. d. & cosi si trovarà in caduno delli altri lati & per esser li lati del cubo. 12. li triangoli adonque sotto giacenti alli lati saranno dodeci li altri otto (che manca andar a vinti) sotto giaceranno alli otto angoli solidi del cubo, l'uno di quali sarà il triangolo. s. z. t. & cosi si trovarà sotto giacere a caduno delli altri angoli solidi del cubo. Adonque lo inscritto corpo sarà contenuto da vinti triangoli, hor resta de dimostrare che siano equilateri laqual cosa facilmente se dimostra in questo modo: imaginamo che sia tirata una linea dal põto. t. al ponto. l. laquale (per la diffinitione) contenerà angolo retto con la linea. s. l. (per esser la. s. l. perpendicolare alla superficie. d. f.) adonque il quadrato della. s. t. (lato del triangolo dello inscritto corpo) sarà equale (per la penultima del primo alli duoi quadrati delle due linee. t. l. & s. l. Et perche la detta linea. t. l. è equale alla linea che fusse tirata dal. n. al. t. il che se manifestara (per la. 4. del. 1.) tirando una linea dal. t. al. p. Seguita adonque (per commune scientia) che le due linee. s. t. et. s. u. lati del triangolo esser fra loro equale. Et perche el quadrato della linea. s. t. è equal alli duoi quadrati delle due linee. t. l. & s. l. & il quadrato della. t. l. (per la penultima del. 1.) è equale alli duoi quadrati delle due linee. t. p. & p. l. seguita che il quadrato della. t. s. sia equale alli tre quadrati delle tre linee. s. l. t. p. et p. l. & perche. p. t. è equale alla. p. K. (divisa) & la. p. t. è la maggior parte di quella & la. s. l. è equale alla minor parte. Et perche il quadrato di tutta la linea. p. K. (over. p. l.) insieme con il quadrato della. s. l. (sua minor parte) e triplo (per la. 5. del. 13.) al quadrato della. t. p. (sua maggior parte) giontovi a tal somma il quadrato della detta. t. p. (sua maggior parte) tal somma de detti tre quadrati sarà quadrupla al quadrato della detta. t. p. (maggior parte) adonque per commune scientia la linea. s. t. (lato del triãgolo) sarà quadrupla in potentia alla. t. p. Et perche etiã tutta la. t. u. (per la. 4. del 2.) e medesimamente quadrupla in potentia alla medesima. t. p. Seguita (per communa scientia) la. s. t. esser equale alla. t. u. & di sopra fu dimostrato che la. s. t. era equale alla. s. u. adonque il triangolo. s. t. u. sarà equilatero & per lo medesimo modo se dimostrarà de tutti li altri che è il proposito. Et questa inscrittione trovai alli 21. di Decemb. che fu il giorno di S. Thomaso. 1542. In Venetia, con laqual inscrittione lo giorno sequente ritrovai l'altra seconda detta di sopra cioe che

Eglie possibile a inscriver nel corpo di vinti base, il corpo di otto base.

Perche eglie manifesto (per il converso della inscrittione per noi di sopra addutta) esser possibile de circonscrivere uno cubo, a ogni dato corpo di vinti base.

Sia

Sia adonque il dato ycocedron (nel qual volemo inscriuere el detto otto base) quello medesimo che disopra fu inscritto nel cubo circa dil quale imaginaremo che gli sia circõscritto il medesimo cubo, a, f, Et perche in ciascaduna delle sei superficie del detto cubo ui se riposa uno lato del dato corpo de uinti base delli quali l'uno ne è la linea, r, s, (della figura precedente) l'altro, x, y, l'altro, t, u, li altri sono a questi tre oppositi & perche li ponti, o, q, p, & similmente li altri tre a questi oppositi diuidono cadauno di detti lati in due parti equali & sono etiam centri delle medesime superficie del cubo, congiongendo adonque cadauno di detti centri cõ cadauno di quattro circonsistenti con linee rette: si come si fece nella terza propositione di questo a inscriuere le otto base nel cubo (per il secondo modo adutto dal commentatore) si manifestarà il proposito, cioe che il corpo di otto base che serà inscritto nel detto cubo sarà medesimamente inscritto nel uinti base. & perche il lato del cubo (detto di sopra) è equale a tutta la linea, l, K, & la detta, l, K, è doppia alla, p, K, (diuisa) diuidendo adonque la detta, l, K, (ouer il lato del cubo) secondo la medesima proportione hauente il mezzo e duoi istremi la sua maggior parte sarà etiam doppia alla, p, t, & perche il lato del uinti base inscritto (cioe la, t, u,) e etiam doppio alla medesima, t, p, ne seguita lo sottoscritto correlario.

Correlario.

E per questo è manifesto che diuiso il lato del cubo secondo la proportione hauente il mezzo & duoi estremi la sua maggior parte sarà equale al lato de uinti base inscritto nel medesimo cubo.

Problema. 13. Propositione. 13.

13/0 Fabricato qual si uoglia di cinque corpi regolari possemo in quello inscriuerui una sphera.

Adonque (per lo 13. libro) è manifesto cadauno de questi cinque corpi esser inscrittibile alla sphera. Al presente adonque sarà manifesto el contrario cioe a cadauno di quelli esser inscrittibile la sphera. Et per dimostrar questo uscissano (ouer siano potratte mẽtalmente) le perpendicolare dal centro della circonscribente sphera a tutte le base uniuersale de qual si uoglia de quelli, le quale è necessario cadere dentro li centri di quelli cerchii che circonscriuono esse base, & conciosia che, tutti li cerchij che circõscriuono quelli siano equali: Etiam queste perpẽdicolare saranno equale. Adonque se sopra el centro della sphera, (che circonscriue) descriuerai un cerchio secondo la quantità di una di quelle, & essendo circondutto la mità di quello per fina a tanto che quel ritorni al loco doue comincio a esser mouesto: & perche quello è necessario transire per le istremità di tutte le perpendicolare. tu conuencerai (per el correlario della decima sesta del terzo) la sphera descritta da monimẽto di questo semicerchio toccare tutte le base dello assignato corpo in li ponti doue concorrano le perpendicolare, perche la sphera non puo toccar piu delle base di quel corpo di quel che toccaua el semicerchio circondutto mentre che quello era mouesto, per laqual cosa è manifesto noi hauer inscritto una sphera in lo assignato corpo si come era il proposito.

IL FINE DEL DECIMOQVINTO LIBRO.

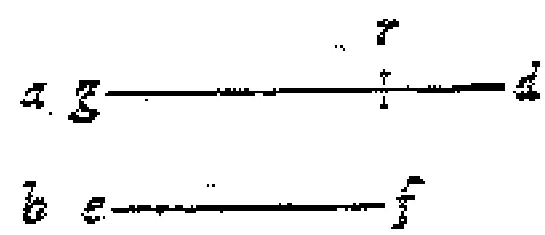
PARTICELLA DELLA COSA LEGGIERA, ET GRAVE D'EUCLIDE

1 I CORPI uguali di grandezza sono quelli, che riempiono i luoghi uguali.
2 I corpi diversi di grandezza sono quelli, che riempiono i luoghi non uguali.
3 I corpi maggiori di grandezza si dicono quei, iquali sono di luogo piu amplo.
4 I corpi uguali di potentia sono quelli, i moti de iquali sono uguali, per mezzo e di tempo e d'aria, o d'acqua uguali, & per spatii uguali.
5 I corpi diversi di potentia sono, i moti d'iquali sono uguali a diverso tempo.
6 De i corpi diversi di potentia, quello si dice il maggior di potentia, ilquale movendosi consuma manco tempo. il menor di potentia è quello, che consuma piu tempo.
7 I corpi della istessa sorte sono quelli, che essendo uguali di grandezza sono anco di potenza.
8. I corpi di diversa sorte sono quelli, iquali essendo di grandezza uguali, non sono di potentia, benche si muovano per lo medesimo mezo.
9 De i corpi di diversa sorte il piu potente si dice quello, che è piu sodo.

Theorema primo.

De i corpi de diversa potentia quello, che per maggior spatio si move, ha piu potentia.

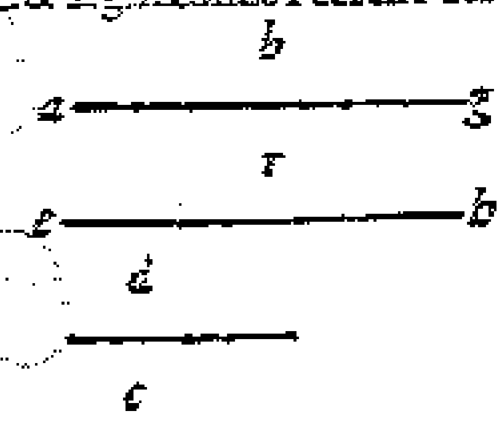
Siano a. e b. due corpi. Siano. g. d. & e. f. due spatii. g. d. il maggior, per loqual lo a. si move. e. f. il menor, per loqual il b. si move. Risecarò dal spatio di. g. d. il spatio di g. r. di modo, che sia al spatio di. e. f. uguale il spatio di. g. r. il rimanente è chiaro da se.



Theorema secondo.

Se i corpi dell'istessa sorte saranno tra se moltiplici, saranno parimente le loro potentie moltiplici.

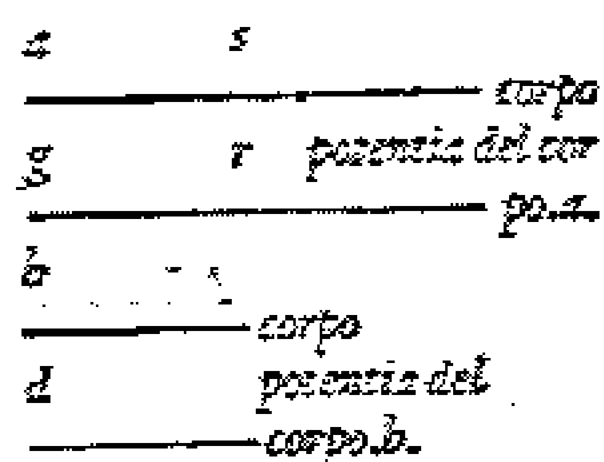
Sia il corpo. a. g. doppio al corpo. d. della medesima sorte, dico esser anco doppio di potentia. Però del corpo. a. g. sia la potentia. e. h. Del d. poi il c. & a. g. secondo l'eccesso del moltiplice si parta in a, b. & b, g. di maniera che la potentia dell'uno e dell'altro si sia uguale alla potentia del corpo di esso d, ilqual era c. Dapoi partimmo il corpo a, g, nelle parti, a. b. b, g. pari al corpo d. così partimmo la potentia. e, h. nelle parti, e, r, & r, h, pari alla potentia del. c. egli è manifesto, che la potentia. e. h. riuscisca doppia potentia.



Theorema terzo.

De i corpi dell'istessa sorte è una medesima proportione & di grandezza e di potentia.

Sia il corpo. a. doppio del corpo. b. della medesima sorte. dico come il corpo. a. e al corpo. b. così il g. potentia del corpo. a. sia chiaro esser al. d. potentia del corpo. b. se al modo, che partiamo i corpi, così partiamo parimente le potentie moltichevolmente dall'una e dall'altra parte.



Theorema quarto.

I corpi sono dell'istessa sorte tra di se, iquali sono di par potentia el corpo della medesima sorte, perche tolte le ugualità a quel terzo saranno le istesse loro pari, percioche sono uguali le potentie del terzo.

Saranno i corpi della sorte medesima, de iquali è una proportione & di grandezza, & di potentia, Se come il corpo. a. al corpo. b. così la potentia del corpo, a, al d. potentia del corpo, b, dico i corpi. a. b. essere dell'istessa sorte, percioche poniamo il corpo, a, ugual al corpo, la potentia del qual sia lo. r. Saranno adonque come il b. allo a. così lo. r. alla potentia di esso. a. laqual è il g. Il resto è manifesto.

IL FINE.

REGISTRO.

A B C D E F G H I K L M N O P Q R S T V X Y Z.
Aa Bb Cc Dd Ee Ff Gg Hh Ii Kk Ll Mm Nn Oo Pp Qq.

Tutti sono Quaderni.

IN VENETIA,
APPRESSO CVRTIO TROIANO.
M. D. LXVI.